

# HORMIGÓN y acero



Nº 193

**ASOCIACIÓN TÉCNICA ESPAÑOLA  
DEL PRETENSADO**

**INSTITUTO DE CIENCIAS DE LA  
CONSTRUCCIÓN  
EDUARDO TORROJA**

**COLEGIO DE INGENIEROS  
DE CAMINOS CANALES Y PUERTOS**

## MIEMBROS PROTECTORES DE LA ASOCIACION TECNICA ESPAÑOLA DEL PRETENSADO

Dentro de nuestra Asociación existe una categoría, la de "Miembro Protector", a la que pueden acogerse, previo pago de la cuota especial al efecto establecida, todos los Miembros que voluntariamente lo soliciten. Hasta la fecha de cierre del presente número de la Revista, figuran inscritos en esta categoría de "Miembros Protectores" los que a continuación se indican, citados por orden alfabético:

- AGROMAN EMPRESA CONSTRUCTORA, S.A.**—Raimundo Fernández Villaverde, 43. 28003 Madrid.
- ALVI, S.A. (PREFABRICADOS ALBAJAR).**—Orense, 10. 28020 Madrid.
- ARPO EMPRESA CONSTRUCTORA, S.A.**—Avda. de la Innovación, s/n. Edificio Espacio, planta 3.<sup>a</sup>, mód. 4-7. 41020 Sevilla.
- AUTOPISTAS, CONCESIONARIA ESPAÑOLA, S.A.**—Plaza Gala Placidia, 1. 08006 Barcelona.
- CARLOS FERNANDEZ CASADO, S.L.**—Grijalba, 9. 28006 Madrid.
- CEMENTOS MOLINS, S.A.**—C.N. 340, Km. 329,300. 08620 Sant Viçenc dels Horts (Barcelona).
- CENTRO DE ESTUDIOS Y EXPERIMENTACION DE OBRAS PUBLICAS (CEDEX).** Gabinete de Información y Documentación.—Alfonso XII, 3. 28014 Madrid.
- COLEGIO DE INGENIEROS DE CAMINOS, CANALES Y PUERTOS.**—Almagro, 42. 28010 Madrid.
- COLEGIO DE INGENIEROS TECNICOS DE OBRAS PUBLICAS.**—Miguel Angel, 16. 28010 Madrid.
- COLEGIO OFICIAL DE APAREJADORES Y ARQUITECTOS TECNICOS. Centro de Documentación "Josep Renat".**—Bon Pastor, 5. 08021 Barcelona.
- COLEGIO OFICIAL DE APAREJADORES Y ARQUITECTOS TECNICOS.**—Santa Eugenia, 19. 17005 Gerona.
- COL. LEGI OFICIAL D'ARQUITECTES DE CATALUNYA.**—Plaça Nova, 5. 08002 Barcelona.
- COMYLSA, EMPRESA CONSTRUCTORA, S.A.**—Lagasca, 88. 28001 Madrid.
- CONSULTECO, S.L.**—Pintor Lorenzo Casanova, 26. 03003 Alicante.
- C.T.T. STRONGNOLD, S.A.**—Aribau, 185. 08021 Barcelona.
- CUBIERTAS Y M.Z.O.V., S.A.**—Ayala, 42. 28001 Madrid.
- DRAGADOS Y CONSTRUCCIONES, S.A.**—Orense, 81. 28020 Madrid.
- DYWIDAG - SYSTEMS INTERNATIONAL, S.A.**—Azor, 25-27. Polígono Industrial Matagallegos. 28940 Fuenlabrada (Madrid).
- EMESA-TREFILERIA, S.A.**—Apartado 451. 15080 La Coruña.
- EMPRESA AUXILIAR DE LA INDUSTRIA, S.A. (AUXINI).**—Padilla, 46. 28006 Madrid.
- ENTRECANALES Y TAVORA, S.A. Biblioteca.**—Cardenal Spínola, s/n. Edificio E. 28016 Madrid.
- ESCUELA TECNICA SUPERIOR DE INGENIEROS DE CAMINOS, CANALES Y PUERTOS.**—Ciudad Universitaria. 28040 Madrid.
- ESTEYCO, S.A.**—Menéndez Pidal, 17. 28036 Madrid.
- ESTUDIOS Y PROYECTOS TECNICOS INDUSTRIALES, S.A. (EPTISA).**—Arapiles, 14. 28015 Madrid.
- EUROCONSULT, S.A.**—Apartado 99. 28700 San Sebastián de los Reyes (Madrid).
- FERROVIAL, S.A.**—Príncipe de Vergara, 135. 28006 Madrid.

(Continúa en el int. de contraportada)

# ASOCIACION TECNICA ESPAÑOLA DEL PRETENSADO

DECLARADA DE UTILIDAD PUBLICA CON FECHA 4-3-77

INSTITUTO DE CIENCIAS DE LA CONSTRUCCION  
EDUARDO TORROJA (C.S.I.C.)

COLEGIO DE INGENIEROS DE  
CAMINOS, CANALES Y PUERTOS

## COMITE DE REDACCION

Director:

PIÑEIRO, Rafael

Vocales:

BARREDO, Carlos

JODAR, Juan

JULIA, Manuel

LLOMBART, José Antonio

ROMERO, Rafael

SANCHEZ-GALVEZ, Vicente

Censores:

ALCALA, Juan Luis

CUVILLO, Ramón del

ELICES, Manuel

GONZALEZ VALLE, Enrique

MANTEROLA, Javier

MORAN, Francisco

MORENO TORRES, Juan

MURCIA, Juan

POZO VINDEL, Florencio J. del

SIEGRIST, Carlos

SERVICIO DE ESTUDIOS  
ESPECIALES

# HORMIGÓN y acero

n.º 193

## CUOTAS ANUALES

1994

	ESPAÑA	EXTRANJERO
Miembros "Personales" menores de 27 años . . . . .	4.000 ptas.	
Miembros "Personales" (personas naturales) . . . . .	8.000 ptas.	60 dólares
Miembros "Colectivos" (personas jurídicas). . . . .	20.000 ptas.	125 dólares
Miembros "Protectores" (personas naturales o jurídicas que deseen prestar una ayuda económica especial a la A.T.E.P.) . . . . .	40.000 ptas.	250 dólares

(Más 15% IVA para España)

La Asociación, una de cuyas finalidades es divulgar los trabajos de investigación sobre la construcción y sus materiales, no se hace responsable del contenido de ningún artículo y el hecho de que patrocine su difusión no implica, en modo alguno, conformidad con la tesis expuesta.

De acuerdo con las disposiciones vigentes, deberá mencionarse el nombre de esta Revista en toda reproducción de los trabajos insertos en la misma.

APARTADO 19.002 - 28080 MADRID - TEL. Y FAX: 766 07 03

Depósito Legal: M-853-1958

Imprenta: ACOR, S.A.- M. Hernández, 50 - MADRID

ISSN: 0439-5689

**RELACION DE ENTIDADES QUE, EN LA FECHA DE CIERRE DEL PRESENTE NUMERO DE LA REVISTA, FIGURAN INSCRITAS, EN LA ASOCIACION TECNICA ESPAÑOLA DEL PRETENSADO, COMO "MIEMBROS COLECTIVOS".**

**ESPAÑA**

AEPO, S.A.—Estudios y Proyectos.—Madrid.  
ALTRESA, S.A.—Aranda de Duero (Burgos).  
ASOCIACION ENGINEERS INDUSTRIALS DE CATALUNYA.—Barcelona.  
ASOCIACION DE INVESTIGACION DE LAS INDUSTRIAS DE LA CONSTRUCCION.—  
Paterna (Valencia).  
CASTRO HERMANOS, S.L.—Mislata (Valencia).  
CENTRO DE ANALISIS Y DISEÑO DE ESTRUCTURAS, S.A.—Oviedo.  
CENTRO POLITECNICO SUPERIOR DE INGENIEROS.—Area de M.M.C. y T. de  
Estructuras.—Zaragoza.  
CEYD TECNICA, S.A.—Oviedo.  
C.I.C., S.A.—Consultor de Ingeniería Civil, S.A.—Barcelona.  
CIISA "CONSULTING E INGENIERIA INT., S.A.".—La Coruña.  
CINSA-EP.—Lasarte-Oria (Guipúzcoa).  
COLEGIO DE INGENIEROS DE CAMINOS, CANALES Y PUERTOS. Demarcación de  
Andalucía Oriental.—Málaga.  
COLEGIO DE INGENIEROS DE CAMINOS, CANALES Y PUERTOS. Demarcación de  
Galicia.—La Coruña.  
COLEGIO OFICIAL DE ARQUITECTOS DE BALEARES.—Palma de Mallorca.  
COLEGIO OFICIAL DE ARQUITECTOS.—Demarcación de Valencia.—Valencia.  
COLEGIO OFICIAL DE ARQUITECTOS VASCO-NAVARRO.—Bilbao.  
CONSTRUCCIONES LAIN, S.A.—Madrid.  
CONTROLEX.—Alicante.  
CUBIERTAS Y M.Z.O.V., S.A.—Barcelona.  
DEPARTAMENTO DE CONSTRUCCIONES ARQUITECTONICAS.—Escuela Técnica  
Superior de Arquitectura.—Sevilla.  
DEPARTAMENTO DE INGENIERIA DE LA CONSTRUCCION.—Escuela Universitaria de  
Arquitectura Técnica.—Universidad de La Laguna (Tenerife).  
DEPARTAMENTO DE MECANICA DE MEDIOS CONTINUOS Y TEORIA DE ESTRUC-  
TURAS.—Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos.  
Universidad Politécnica. Madrid.  
DIRECCION GENERAL DE CARRETERAS. Diputación Foral de Guipúzcoa. San Sebas-  
tián.  
E.E.P., S.A.—Elementos Estructurales Prefabricados, S.A.—Sant Fruitos de Bages (Bar-  
celona).  
ENAGA, S.A.—Pozuelo de Alarcón (Madrid).  
ESCUELA TECNICA SUPERIOR DE ARQUITECTURA. U.P.C.—Barcelona.  
ESCUELA TECNICA SUPERIOR DE ARQUITECTURA.—Biblioteca.—La Coruña.  
ESCUELA TECNICA SUPERIOR DE ARQUITECTURA.—Madrid.  
ESCUELA TECNICA SUPERIOR DE ARQUITECTURA.—Biblioteca.—San Sebastián.  
ESCUELA TECNICA SUPERIOR DE ARQUITECTURA.—Sevilla.  
ESCUELA TECNICA SUPERIOR DE INGENIEROS AGRONOMOS.—Biblioteca.—  
Córdoba.  
ESCUELA UNIVERSITARIA DE ARQUITECTURA TECNICA.—Castro de Elviña (La  
Coruña).  
ESCUELA UNIVERSITARIA DE ARQUITECTURA TECNICA.—Granada.  
ESCUELA UNIVERSITARIA DE INGENIERIA TECNICA INDUSTRIAL.—Zaragoza.  
ESCUELA UNIVERSITARIA DE INGENIERIA TECNICA MINERA. Biblioteca.—León.  
ESCUELA UNIVERSITARIA POLITECNICA.—Universidad Castilla-La Mancha. Depar-  
tamento de Mecánica Aplicada.—Albacete.  
ESCUELA UNIVERSITARIA POLITECNICA.—Barcelona.  
ESCUELA UNIVERSITARIA POLITECNICA.—Burgos.  
ESCUELA UNIVERSITARIA POLITECNICA.—Córdoba.  
ESCUELA UNIVERSITARIA POLITECNICA DE MANRESA.—Manresa (Barcelona).  
EUROESTUDIOS, S.A.—Madrid.  
FERNANDEZ CONSTRUCTOR, S.A.—Madrid.  
FOMENTO DE CONSTRUCCIONES Y CONTRATAS, S.A.—Valencia.  
FORJADOS DOL.—Esquivias (Toledo).

FUERZAS ELECTRICAS DE CATALUÑA, S.A.—Barcelona.  
 FUNDACION DE LOS FERROCARRILES ESPAÑOLES.—Madrid.  
 GIJON E HIJOS, S.A.—Motril (Granada).  
 G.O.C.S.L.—Vigo (Pontevedra).  
 GRUPO SGS Ciat.—Madrid.  
 HORMADISA, S.L.—Valga (Pontevedra).  
 IDEAM, S.A.—Madrid.  
 INBADELCA, S.A.—Baracaldo (Vizcaya).  
 INDAG, S.A.—Madrid.  
 INGENIERIA DE AUTOPISTAS Y OBRAS CIVILES, S.A.—Madrid.  
 INGENIERIA FLORS, S.A.—Grao de Castellón.  
 INGENIEROS Y ARQUITECTOS ASOCIADOS, S.A.—Zaragoza.  
 INSTITUCIONES COLEGIALES PARA LA CALIDAD EN LA EDIFICACION.—Murcia.  
 INSTITUT DE TECNOLOGIA DE LA CONSTRUCCIO DE CATALUNYA.—Barcelona.  
 INSTITUTO JUAN DE HERRERA.—Madrid.  
 INSTITUTO TURISTICO VALENCIANO, I.T.V.A.—Valencia.  
 J. CASTRO MATELO, S.A.—Sigüeiro (La Coruña).  
 JUNTA DE CASTILLA Y LEON.—Consejería de Fomento.—Valladolid.  
 JUNTA DE CASTILLA Y LEON.—Dirección General de Transportes y Carreteras. Servicio de Gestión.—Valladolid.  
 JUNTA DE CASTILLA Y LEON.—Servicio Territorial de Fomento.—Avila.  
 LABORATORIO GEOCISA. Biblioteca.—Coslada (Madrid).  
 LABORATORIO DE INGENIEROS DEL EJERCITO.—Madrid.  
 LABORATORIOS DEL SURESTE, S.L.—El Palmar (Murcia).  
 LUIS BATALLA, S.A. (LUBASA).—Castellón de la Plana.  
 METALURGICA GALAICA, S.A.—Narón (La Coruña).  
 MINISTERIO DE DEFENSA. DIRECCION DE INFRAESTRUCTURA DEL MANDO SUPERIOR DE APOYO LOGISTICO DEL EJERCITO.—Madrid.  
 MINISTERIO DE OBRAS PUBLICAS, TRANSPORTES Y MEDIO AMBIENTE. DIRECCION GENERAL DE CARRETERAS. SERVICIO DE PUENTES Y ESTRUCTURAS.—Madrid.  
 MINISTERIO DE OBRAS PUBLICAS, TRANSPORTES Y MEDIO AMBIENTE. DIRECCION GENERAL PARA LA VIVIENDA Y ARQUITECTURA. SUBDIRECCION GENERAL DE NORMATIVA BASICA Y TECNOLÓGICA.—Madrid.  
 MINISTERIO DE OBRAS PUBLICAS, TRANSPORTES Y MEDIO AMBIENTE. SUBDIRECCION GENERAL DE NORMATIVA TECNICA Y ANALISIS ECONOMICO.—Madrid.  
 O.C.P. CONSTRUCCIONES, S.A.—Madrid.  
 POSTENSA, S.A.—BILBAO.  
 PRAINSA.—Barcelona.  
 PREFABRICACIONES Y CONTRATAS, S.A.—Madrid.  
 PREFABRICADOS AGRICOLAS E INDUSTRIALES, S.A. (PRAINSA).—Zaragoza.  
 PREFABRICADOS DEL CEMENTO, S.A. (PRECESA).—León.  
 PREFABRICADOS DE HORMIGON, S.A. (CUPRE-SAPRE).—Valladolid.  
 PREFABRICADOS PARA NAVES Y VIVIENDAS, S.A.—Zaragoza.  
 PREFABRICADOS POUASA, S.A.—Santa Perpetua de Moguda (Barcelona).  
 PREFABRICADOS UNILAND, S.A.—Barcelona.  
 PREVALESA, S.L.—Valencia.  
 RUBIERA, S.A. FORJADOS Y CUBIERTAS.—León.  
 RUBIERA BURGOS, S.A.—Burgos.  
 SERVICIO MILITAR DE CONSTRUCCIONES.—Barcelona.  
 SERVICIO MILITAR DE CONSTRUCCIONES.—Burgos.  
 SERVICIO TERRITORIAL DE CARRETERAS.—Gerona.  
 SESTRA, S.A.L.—Andoain (Gujpúzcoa).  
 SOCIEDAD ANONIMA ESPANOLA TUBO FABREGA.—Madrid.  
 SPANDECK CATALANA, S.A.—Barcelona.  
 TECNICA Y PROYECTOS, S.A.—Madrid.  
 TERRATEST, S.A.—Madrid.  
 TEXSA, S.A.—Barcelona.  
 TIGNUS, S.A. Valencia.  
 TUBERIAS Y PREFABRICADOS, S.A. (TYPASA).—Madrid.  
 UNIVERSIDAD DE CADIZ.—Algeciras (Cádiz).  
 UNIVERSIDAD DE CANTABRIA. Biblioteca Universitaria.—Santander.

UNIVERSIDAD DE OVIEDO. Biblioteca Universitaria.—Oviedo.  
UNIVERSIDAD POLITECNICA. Hemeroteca.—Valencia.  
VIGUETAS MUBEMI, S.A.—Torrente (Valencia).  
VORSEVI, S.A.—Ingeniería y Control de Calidad.—Sevilla.  
V.S. INGENIERIA Y URBANISMO, S.L.—Sevilla.

### **EXTRANJERO**

ABCP/LIBRIS.—EBSCO.—Río de Janeiro (Brasil).  
ASSOCIACAO BRASILEIRA DE CIMENTO PORTLAND.—Sao Paulo (Brasil).  
COLTENZA, S.A.—Santa Fé de Bogotá. D.C. (Colombia).  
FACULTAD DE INGENIERIA/UBA.—Estados Unidos de Norteamérica.  
LABORATORIO DE ENGENHARIA DE ANGOLA.—Luanda (República Popular de Angola).  
PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATOLICA DEL PERU.—Lima (Perú).  
POSTES, S.A.—Lima (Perú).  
UNIVERSIDAD CATOLICA DE QUITO. Biblioteca.—Quito (Ecuador).  
UNIVERSIDAD CATOLICA DE VALPARAISO. Biblioteca Central.—Valparaíso (Chile).  
UNIVERSIDAD DE PUERTO RICO. Biblioteca.—Mayagüez (Puerto Rico).

### **MIEMBRO CORRESPONDIENTE**

ASOCIACION BOLIVIANA DEL PRETENSADO (A.B.P.).—La Paz (Bolivia).

\* \* \*

### **AVISO IMPORTANTE**

#### **DISCUSION DE LOS ARTICULOS ORIGINALES PUBLICADOS EN LA REVISTA "HORMIGON Y ACERO"**

Todos los artículos originales que se publican en "Hormigón y Acero", quedan sometidos a discusión y al comentario de nuestros lectores. La discusión debe limitarse al campo de aplicación del artículo, y ser breve (cuatro páginas mecanografiadas a doble espacio, como máximo, incluyendo figuras y tablas).

Debe tratarse de una verdadera discusión del trabajo publicado y no ser una ampliación o un nuevo artículo sobre el mismo tema; el cual será siempre aceptado para su publicación en nuestra Revista, pero con tal carácter.

Debe ofrecer un interés general para los lectores. De no ser así, se trasladará al autor del artículo al que se refiera, para que la conteste particularmente.

Los comentarios deben enviarse, por duplicado, a la Secretaría de la A.T.E.P., Apartado 19.002, 28080 Madrid, dentro del plazo de tres meses contados a partir de la fecha de distribución de la Revista.

El autor del artículo cerrará la discusión contestando todos y cada uno de los comentarios recibidos.

Los textos, tanto de las discusiones y comentarios como de las contestaciones de los autores de los correspondientes artículos, se publicarán conjuntamente en una Sección especial que aparecerá en las últimas páginas de la Revista.

# hormigón y acero n.º 193

## índice

Págs.

- 457-0-209 Límites de esbeltez por razones de deformación en estructuras de hormigón armado de edificación.....** 9-35  
Limites d'élançement des pièces fléchies des bâtiments en béton armé pour éviter les problèmes de déformation.  
Limits of span/depth ratios in R.C. building structures to avoid deflection problems.  
*A. del Río Bueno y J. Ortíz Herrera.*
- 457-0-210 Aproximaciones analíticas del comportamiento en el tiempo de puentes continuos de hormigón construidos mediante elementos prefabricados.....** 37-50  
Aproximations analytiques du comportement dans le temps de ponts continus en béton construits à partir d'éléments préfabriqués.  
Analytical approaches for the time-dependent behaviour of the continuous-span concrete bridges made up of precast elements.  
*J. Murcia.*
- 457-5-30 Acumulación no lineal del daño en el hormigón sometido a cargas alternadas de tracción.....** 51-61  
Acumulation non linéale du dégat souffert dans le béton qui est soumis aux charges alternées de traction.  
Non linear damage accumulation in concrete subjected to alternating tensile loading.  
*I. Molinas Vega; M. Asghar Bhatti y W.A. Nixon.*
- 457-5-31 Efectos dinámicos en puentes. Variación del coeficiente de impacto.....** 63-72  
Effets dynamiques sur les ponts. Variation du coefficient d'impact.  
Dynamic effects in bridges. Variation of the impact coefficient.  
*E. López del Hierro Fernández; J.J. Benito Muñoz; J. Gallego Velarde y R. Alvarez Cabal.*
- 457-8-181 Protección y prevención catódica de las armaduras en las construcciones de hormigón armado y pretensado.....** 73-82  
Protection et prévention cathodique des armatures en béton armé et précontraint.  
Cathodic protection and prevention of rebars in the reinforced and postensioned constructions.  
*P. Pedefferri; L. Bertolini y F. Bolzoni.*

<b>591-2-254</b>	<b>Construcción de dos "Puentes gemelos", en La Coruña</b> Construction de deux "ponts à haubans jumaux", à La Coruña. Construction of twin stayed bridges in La Coruña. <i>A. González Serrano y C. Prada Gatón.</i>	<b>83-84</b>
<b>591-6-15</b>	<b>Cubiertas rígidas transformables</b> ..... Toitures rigides et transformables. Transformable rigid roofs. <i>F. Escrig y J. Pérez Valcárcel.</i>	<b>85-104</b>
<b>685-0-27</b>	<b>Determinación de la porosidad y la permeabilidad del hormigón endurecido</b> ..... Détermination de la porosité et la perméabilité du béton durci. The calculation of porosity and permeability on hardened concrete. <i>R. García de Arriba; J. Díez-Cascón Sagrado y J.A. Polanco Madrazo.</i>	<b>105-116</b>
<b>837-3-15</b>	<b>Desarrollo y aplicaciones de un anclaje para tirantes</b> ..... Développement et application d'un ancrage pour haubans. Development and use of a stay cable anchorage. <i>J. Ayats.</i>	<b>117-122</b>

# Normas que deben cumplir los artículos que se envíen para su publicación en "Hormigón y Acero"

## 1. CONDICIONES GENERALES

Los originales de los artículos que se desee publicar en "Hormigón y Acero", se enviarán a la Secretaría de la ATEP. Deberán cumplir rigurosamente las normas que a continuación se especifican. En caso contrario, serán devueltos a sus Autores para su oportuna rectificación.

Los que cumplan los requisitos exigidos pasarán al Comité de Redacción de la Revista el cual, previo informe y evaluación de su calidad por el correspondiente Cuerpo de Censores, decidirá si procede o no su publicación, sugiriendo eventualmente al Autor los cambios que, en su opinión, deben efectuarse para su final publicación en "Hormigón y Acero". Toda correspondencia en este sentido se mantendrá directamente con el Autor o primero de los Autores que figuren en el Artículo.

Los originales que por cualquier causa no fueran aceptados serán devueltos al Autor.

## 2. PRESENTACION DE ORIGINALES

Los originales se presentarán mecanografiados a doble espacio, por una sola cara, en hojas tamaño UNE A4. De cada artículo se enviará original y dos copias.

### 2.1. Título

El título, *en español, francés e inglés* deberá ser breve y explícito, reflejando claramente el contenido del artículo. A continuación se hará constar nombre y apellidos del Autor o Autores, titulación profesional y, si procede, Centro o

Empresa en el que desarrolla sus actividades.

### 2.2. Resumen

Todo artículo deberá ir acompañado de un resumen, *en español e inglés*, de extensión no inferior a cien palabras (unas ocho líneas mecanografiadas) ni superior a ciento cincuenta palabras (doce líneas).

### 2.3. Gráficos y figuras

Los gráficos y figuras deberán ir numerados correlativamente en el orden en que se citen en el texto, en el cual deberá indicarse el lugar adecuado de su colocación.

Se presentarán delineados en tinta china negra sobre papel vegetal o sobre papel blanco, o en reproducibles de muy buena calidad. Todas las figuras llevarán su correspondiente pie explicativo.

Los rótulos, símbolos y leyendas deberán ser tales que, tras su reducción a la anchura de una o dos columnas de la Revista (setenta y dos o ciento cincuenta mm, respectivamente) queden letras de tamaño no inferior a 1,5 mm y sean, en todo caso, fácilmente legibles.

### 2.4. Fotografías

Se procurará incluir sólo las que, teniendo en cuenta la reproducción, sean realmente útiles, claras y representativas. Podrán presentarse en copias de papel opaco negro o en color, en negativo, o en diapositivas. Se tendrán en cuenta las normas sobre tamaño de rótulos y leyendas dadas en el punto 2.3 anterior. Irán

numeradas correlativamente y llevarán su correspondiente pie explicativo.

### **2.5. Tablas y cuadros**

Cumplirán las proporciones y dimensiones indicadas para las figuras. Llevarán numeración correlativa, citada en el texto, y un pie con la explicación adecuada y suficiente para su interpretación directa.

### **2.6. Unidades**

Las magnitudes se expresarán, preferiblemente, en unidades del Sistema Internacional (S.I.) según las UNE 5001 y 5002.

### **2.7. Fórmulas, letras griegas, subíndices y exponentes**

En las fórmulas se procurará la máxima calidad de escritura y emplear las formas más reducidas siempre que no entrañen riesgo de incompreensión. Para su identificación se utilizará, cuando sea necesario, un número entre paréntesis a la derecha de la fórmula.

Se cuidará especialmente que todas las letras griegas, subíndices y exponentes resulten perfectamente identificables, procurando evitar los exponentes complicados y letras afectadas simultáneamente de subíndices y exponentes.

Cualquier expresión que, por su complejidad, pueda dar lugar a interpretaciones equivocadas, se presentará manuscrita. Se diferenciarán claramente mayúsculas y minúsculas y aquellos tipos que puedan inducir a error (por ejemplo, la / y el l; la O y el cero; la K y la k, etc.).

### **2.8. Referencias bibliográficas**

Las referencias bibliográficas citadas en el texto se recogerán al final del mismo dando todos los datos precisos sobre la fuente de publicación, para su localización.

Las citas en el texto se harán mediante números entre paréntesis. En lo posible, se seguirán las normas internacionales utilizadas generalmente en las diversas publicaciones, es decir:

#### **Referencias de artículos publicados en revistas**

Apellidos e iniciales del Autor o Autores; título del artículo; nombre de la publicación; número del volumen y fascículo; fecha de publicación, y número de la primera y última de las páginas que ocupa el artículo al que se refiere la cita.

#### **Referencias de libros**

Apellidos e iniciales del Autor o Autores; título del libro; edición; editorial, y lugar y año de publicación.

## **3. PRUEBAS DE IMPRENTA**

De las primeras pruebas de imprenta se enviará una copia al Autor para que, una vez debidamente comprobadas y corregidas, las devuelva en el plazo máximo de quince días, con el fin de evitar el riesgo de que la publicación de su artículo tenga que aplazarse hasta un posterior número de "Hormigón y Acero".

En la corrección de pruebas no se admitirán modificaciones que alteren sustancialmente el texto o la ordenación del artículo original.

## Límites de esbeltez por razones de deformación en estructuras de hormigón armado de edificación

Alfonso del Río Bueno  
Jesús Ortiz Herrera

Departamento de Estructuras de Edificación  
E.T.S. de Arquitectura de Madrid

### INTRODUCCION

Desde la aparición de los materiales estructurales modernos, se ha venido extendiendo el uso de estructuras formalmente muy simples, basadas en el trabajo a flexión de la mayor parte de sus elementos y, consecuentemente, muy deformables. Pese a ello, el control de las deformaciones de las estructuras de edificación ha sido relegado tradicionalmente a un segundo plano, como comprobación "a posteriori", ignorándose generalmente como dato base del diseño. En el caso de las estructuras de hormigón, el problema se ve agravado por la dificultad de establecer modelos de fácil aplicación, capaces de reproducir con precisión la evolución en el tiempo de las deformaciones de sus elementos.

Por otra parte, en los últimos años, razones sobre todo funcionales han hecho aumentar considerablemente las luces de modulación en edificación, al tiempo que las divisiones constructivas se han independizado, en general, de las líneas principales de estructura. Paralelamente, se ha producido un progresivo incremento de resistencia de los materiales estructurales, un refinamiento de los modelos de cálculo frente a estados límites últimos, y una reducción de los márgenes de seguridad. Todo este conjunto de circunstancias ha fomentado el uso de estructuras con esbelteces crecientes, así como una reducción generalizada de las secciones y de la cantidad de material estructural.

En tales condiciones, se ha producido, en diferentes países, un considerable aumento de los daños en edificación derivados de la excesiva deformabilidad de las estructuras. Simultánea-

mente, ha crecido el interés por este tipo de cuestiones. Diferentes textos y normativas han definido o revisado los límites de deformación admisibles, han introducido o ajustado modelos de cálculo de deformaciones, o han propugnado criterios de diseño tendentes a evitar tales daños. En esta línea, las Instrucciones españolas EF y EH afrontaron el problema en sus ediciones de 1988, introduciendo límites de flecha, esbelteces luz-canto máximas en forjados y un método simplificado de cálculo de flechas, tomado del código ACI-318.

Aunque el balance de las modificaciones introducidas en EF-88 y EH-88 en materia de control y limitación de deformaciones debe ser considerado positivo, el método de cálculo de flechas diferidas propuesto en el artículo 45.4 presentaba fuertes discrepancias teóricas y prácticas respecto a otros métodos existentes en la literatura y la normativa. Dos estudios publicados en 1989 por los autores de este escrito (**Refs. 1 y 2**), evidenciaron tales discrepancias, suscitándose una polémica que condujo a la modificación de dicho artículo, y que avivó el interés en la materia. Fruto de esta polémica, se ha publicado, en nuestro país, un considerable número de trabajos, entre ellos los artículos de **A. Marí, F. López Almansa y E. Mirambell (Refs. 3 y 4)**, de **J. Murcia (Refs. 5 y 6)**, de **F. Fargueta, M. A. Fernández y P. Miguel (Refs. 7 y 8)**, o de los autores de este escrito (**Refs. 9 y 10**); el libro de **Calavera y Dutari (Ref. 11)**; o la tesis de **F. Fargueta (Ref. 12)**.

La mayor parte de los trabajos señalados inciden, fundamentalmente, en aspectos relativos al cálculo de flechas en piezas de hormigón, materia en la cual se han producido sin duda aportaciones

de interés. Sin embargo, las investigaciones de los últimos años en nuestro país, no han incidido en la definición de criterios elementales de diseño que aseguren deformaciones tolerables y, en consecuencia, eviten, en la práctica, la necesidad de calcularlas. En este sentido, una variable fundamental del problema es evidentemente la esbeltez o relación luz-canto (más propiamente canto útil en estructuras de hormigón). El control de esta variable geométrica en el diseño de la edificación resulta muy eficaz para mantener las deformaciones dentro de límites tolerables y, bajo ciertas circunstancias, puede evitar la comprobación de las mismas. De hecho, la idea de definir límites de esbeltez que eviten comprobar deformaciones se encuentra recogida en diversas normativas, entre ellas el **Eurocódigo EC-2 (Ref. 13)**, el **Código Modelo C.E.B.-F.I.P. (Ref. 14)**, la **Norma Británica BS-8110 (Ref. 15)** o el **Código ACI-318 (Ref. 16)**. Tal idea, de indudable utilidad en la práctica del proyecto de estructuras de hormigón, no se halla recogida en la vigente **Instrucción EH-91 (Ref. 17)**. Sin embargo, la **Instrucción EF-88 (Ref. 18)** introduce, para forjados, una tabla de esbelteces máximas por razones de deformabilidad (exigiéndose en todo caso la preceptiva comprobación de flecha).

Aunque el estudio y comparación de criterios y límites de esbeltez establecidos en la literatura y la normativa es una cuestión previa esencial para un planteamiento riguroso del problema, la importación directa de los mismos no resulta aconsejable. Gran parte de ellos responde a limitaciones de deformación diferentes a las vigentes en España y, lógicamente, no contemplan las peculiaridades que puede presentar la construcción en nuestro país.

En consecuencia, el presente trabajo, previo estudio del estado actual de conocimientos en la materia, se propone la deducción racional de límites de esbeltez por razones de deformabilidad, aplicable a estructuras usuales en la edificación española, y adaptados a la normativa, y a las condiciones de carga y ejecución usuales en nuestra construcción. Dichos límites se establecen en una triple dirección:

- En primer lugar, en paralelo con otras normativas, se definen *esbelteces básicas* por debajo de las cuales, en las condiciones usuales de edificación, puede obviarse la comprobación de flecha, garantizándose el cumplimiento de los límites establecidos en la Instrucción EF-88, a condición de que, frente a estado último, la sección de la pieza se dimensione de modo que no se requiera armadura de compresión y la armadura de tracción sea correcta en términos de resistencia.
- En segundo lugar, generalizando la idea introducida para forjados en EF-88, se definen cotas superiores de esbeltez, a las que se ha denominado *esbelteces límites*, por encima

de las cuales no se recomienda el proyecto de piezas flectadas de hormigón armado, ya que, para conseguir mantener la flecha dentro de límites tolerables, se necesitarían armados enormemente sobreadundantes o no viables, y/o anchos superiores a sus límites eficaces.

- En tercer lugar, del estudio efectuado se concluye que es posible definir límites inferiores de esbeltez, a las que se ha denominado *esbelteces ultrarrígidas*, por debajo de las cuales, si las piezas se arman correctamente por resistencia, se garantiza el cumplimiento de los límites de deformación vigentes, incluso con dimensionados de ancho muy reducido que exijan la disposición de considerables cuantías de armadura de compresión.

Ya desde esta introducción, se desea poner de manifiesto que el trabajo no pretende polemizar acerca de la adecuación de los vigentes límites de flecha en relación con los problemas de daños en elementos estructurales. Tampoco se pretende profundizar la discusión sobre los diferentes modelos de cálculo de deformaciones existentes en la literatura y la normativa, toda vez que la mayoría de tales modelos, en términos prácticos, concuerdan entre sí y con la propuesta de la EH-91. Por el contrario, el objetivo del trabajo es definir criterios de esbeltez y en general de dimensionamiento de secciones, que garanticen deformaciones de cálculo inferiores a las prescritas y, por tanto, aseguren el cumplimiento de la normativa vigente en materia de control de flechas.

#### LIMITES DE ESBELTEZ POR RAZONES DE DEFORMACION, EN LA NORMATIVA INTERNACIONAL

Como ya se ha señalado, la idea de establecer límites de esbeltez que orienten desde sus fases iniciales el proyecto de estructuras de hormigón y eviten ulteriores problemas de excesiva deformabilidad, se encuentra recogida en diversas normativas de ámbito nacional y supranacional. Así, desde su edición de 1989, el **Eurocódigo EC-2 (Ref. 13)** define, para diversos elementos a flexión, con diferentes condiciones de extremo, relaciones "luz / canto útil" por debajo de las cuales no es necesario comprobar deformaciones. Tales *esbelteces básicas* se facilitan en la tabla 4.13 del artículo 4.4.3.2 y, en general, garantizan flechas totales inferiores a  $L/250$  y flechas activas inferiores a  $L/500$ <sup>1</sup>. La citada tabla considera dos posi-

<sup>1</sup> Tales límites son los marcados por la norma ISO4356. Sin embargo, debe señalarse que, tanto el artículo 4.4.3.1 como el apéndice 4 del Eurocódigo EC-2 sugieren que las flechas se calculen para la combinación de acciones cuasi-permanente, y no para la totalidad de la carga de servicio, como propone la EF-88.

**TABLA 4.13 de Eurocódigo EC-2**

**Esbelteces básicas,  $L/d$ , para elementos de hormigón armado en flexión simple**

Sistema estructural	Hormigón fuertemente comprimido	Hormigón ligeramente comprimido
Viga bi-apoyada Placa uni o bidireccional, simplemente apoyada	18	25
Viga continua en un extremo. Placa bidireccional continua en la dirección larga	23	32
Viga continua en sus dos extremos. Tramos interiores de placa uni o bidireccional	25	30
Placa sobre soportes aislados	21	30
Voladizos	7	10

**TABLA 3.10 de la Norma Británica BS-8110**

**Esbelteces  $L/d$  básicas, para vigas de sección rectangular o en "T"**

Condiciones de apoyo	Sección rectangular	Sección T ( $b_w/b \leq 0,3$ )
Voladizo	7	5,6
Doblemente apoyada	20	16,0
Continua	26	20,8

bles niveles de compresión en el hormigón: hormigón ligeramente comprimido, correspondiente a una cuantía geométrica de armado longitudinal del 0,5% (losas); y hormigón fuertemente comprimido, correspondiente a cuantías geométricas de armado longitudinal del 1,5% (vigas usuales de edificación). Todos los límites han sido deducidos para una tensión de servicio en la armadura de la sección central del vano, o de arranque en voladizos, de 250 N/mm<sup>2</sup> que, en condiciones normales, correspondería a un acero intermedio entre los españoles AEH-400 y AEH-500. Para otros diferentes tipos de acero, o criterios de armado, los valores pueden multiplicarse por  $250/f_s$ , siendo  $f_s$  la tensión de servicio en la sección determinante.

Estas *esbelteces básicas* son aplicables a secciones rectangulares, de vanos con luces inferiores a 7 metros. Para secciones tipo "T" con ancho de ala superior a 3 veces el ancho del nervio, los valores deben multiplicarse por 0,8. Para luces superiores a 7 metros<sup>2</sup>, las esbelteces deben corregirse por el factor  $7/L$ .

Las esbelteces básicas definidas en el **Eurocódigo**

**EC-2** que evitan comprobar deformaciones son prácticamente las mismas que adopta el **Código Modelo C.E.B.-F.I.P. (Ref. 14)**, coincidente también en lo que a límites de deformación se refiere.

Para vigas de sección rectangular o "T", con vanos de longitud inferior a 10 metros, la **Norma Británica BS-8110 (Ref. 15)** proporciona relaciones luz/canto útil, por debajo de las cuales se garantizan deformaciones totales inferiores a  $L/250$  y flechas activas inferiores a  $L/350$  y 20 mm. La Tabla 3.10 de la BS-8110, proporciona tales esbelteces para vigas rectangulares o en "T", con relaciones entre ancho de nervio y ancho de ala,  $b_w/b$ , inferiores a 0,3. Relaciones  $b_w/b$  superiores, pueden interpolarse linealmente entre los valores dados. En edificación convencional, el cumplimiento de estas esbelteces, exime al proyectista de comprobar deformaciones. Para luces mayores de 10 metros, siempre que no se trate de voladizos ni sea necesario limitar las deformaciones activas, las esbelteces de la tabla pueden utilizarse corregidas por el factor  $10/L$ , siendo  $L$  la luz del vano en metros<sup>3</sup>. Se considera así el efecto de la luz sobre la flecha, penalizándose las relaciones  $L/d$  correspondientes a luces elevadas.

<sup>2</sup> Como se evidencia de los contenidos de apartados posteriores, esta corrección es coherente con establecer, además de los límites de flecha relativa señalados, un límite absoluto de flecha, igual al que resulta de aplicar tales límites relativos para una luz  $L = 7$  m.

<sup>3</sup> La aplicación de esta corrección es coherente con un límite absoluto de flecha total de  $10 \text{ m}/250 = 4$  cm.

El código británico permite además considerar el efecto de la armadura de tracción y compresión. Para ello, las expresiones que siguen facilitan factores correctores de las *esbelteces básicas*, en función de las cuantías geométricas de tracción y compresión, así como de la tensión de servicio de las armaduras. Tales expresiones se encuentran tabuladas en 3.11 y 3.12 de la BS-8110:

– Factor modificador para la armadura de tracción:

$$0,55 + \frac{477 - f_s}{120 \left( 0,9 + \frac{M}{bd^2} \right)} \leq 2,0$$

donde  $M$  es el momento último de cálculo en el centro del vano, o en la sección de arranque en caso de voladizos (expresado en MN·m); y  $f_s$  es la tensión de servicio en la armadura de tracción (expresada en MN/m<sup>2</sup>).

– Factor modificador para la armadura de compresión:

$$1 + \frac{\frac{100 A'_{s,real}}{bd}}{3 + \frac{100 A'_{s,real}}{bd}} \leq 1,5$$

donde  $A_{s,real}$  incluye todas las barras en compresión, incluso las no efectivamente sujetas por la armadura transversal.

El **Código ACI-318 (Ref. 16)** proporciona también un cuadro de espesores mínimos o relaciones límite "luz/canto total" para vigas y losas unidireccionales que no sustenten elementos muy dañables por deformaciones excesivas, por debajo de las cuales no se precisa la comprobación de deformaciones. Las esbelteces indicadas permiten evitar comprobar que la flecha activa es inferior a  $L/400$ , siempre que el límite elástico del acero sea igual o inferior a 60.000 psi (4.220 kp/cm<sup>2</sup>). Para aceros de superior límite elástico, tales esbelteces deben dividirse por el siguiente coeficiente:

$$0,4 + \frac{f_{yk}(psi)}{100.000} \equiv 0,4 + \frac{f_{yk}(kp/cm^2)}{7.000}$$

Las ediciones españolas de la Instrucción EH correspondientes a los años 1980 y 1982, facilitaban, en los comentarios del artículo 47, una tabla de esbelteces básicas en forjados de edificación de luz inferior a 6 metros, que permitían obviar la comprobación de deformaciones en los mismos. Tales esbelteces se definían en función de las condiciones de sustentación de cada tramo y de la naturaleza de las divisiones unidas al forjado. En este último sentido se distinguían 4 posibles

**TABLA 9.5 (a) de ACI-318**

**Esbelteces L/h máximas de vigas o losas unidireccionales de h.a. no unidas a elementos muy dañables, salvo que se comprueben deformaciones**

Elemento	Bi-apoyada	Un extremo continuo	Dos extremos continuos	Voladizo
Losa maciza unidireccional	20	24	28	10
Viga o losa nervada unidireccional	16	18,5	21	8

**TABLA art. 47 de EH-80 y EH-82**

**Esbelteces L/h que no exigen comprobar deformaciones**

Condiciones de sustentación	Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 4
Tramos bi-apoyados	24	20	18	14
Un extremo continuo	28	24	20	18
Dos extremos continuos	32	28	24	20
Voladizos	16	14	12	10

**TABLA incluida en el artículo 6.3.5 de EF-88**

**Esbelteces L/h máximas en forjados unidireccionales de hormigón armado o pretensado**

Tipo de tramo	Aislado		Continuo				Voladizo ( $L_0 = 1,6 L$ )	
			Extremo		Interior			
Acero AEH-	500	400	500	400	500	400	500	400
De cubierta, sin elementos dañables inferiores	26	27	29	30	34	35	10	11
De piso, con elementos dañables	22	24	26	28	29	31	9	9
De piso, con elementos muy dañables o muros	20	22	22	24	27	29	8	8

casos, correlacionados con los correspondientes límites de flecha que había que verificar.

Caso 1: Forjados que no han de soportar tabiques ni muros<sup>4</sup>:  $d < L/300$ .

Caso 2: Forjados que han de soportar fábricas construidas con pasta de yeso<sup>5</sup>:  $\delta < L/300$ .

Caso 3: Forjados que han de soportar fábricas construidas con mortero de yeso<sup>5</sup>:  $\delta < L/400$ .

Caso 4: Forjados que han de soportar fábricas construidas con mortero de cemento<sup>5</sup>:  $\delta < L/500$ .

Las esbelteces de EH-82 fueron analizadas por Villegas (Ref. 19) en 1986, a partir de la evaluación de las flechas de varios forjados usuales en la edificación española, aplicando los métodos generalmente conocidos como "método de Branson" y "método de los coeficientes globales", propuestos respectivamente por el Código ACI (Ref. 16) y el Manual sobre fisuración y deformaciones del C.E.B. (Ref. 20). Los resultados obtenidos en este trabajo, que no cuestionaba los límites de flecha de la Instrucción, determinaban en general relaciones luz/canto más exigentes que las recomendadas por la EH-82, ya que aceptando éstas no se satisfacían necesariamente las limitaciones de deformación impuestas por la misma norma.

La Tabla de la EH-82 que facilitaba esbelteces de forjados para las cuales no se requería comprobación de flechas, no fue recogida en la nueva Instrucción EF-88 (Ref. 18). Este reglamento optó, sin embargo, por definir, en su artículo 6.3.5, *esbelteces límites* por razones de deformabilidad, sólo superables si se comprueba experimentalmente que no se producen flechas perjudiciales o vibraciones incómodas. Como se indica

en el mismo artículo, el cumplimiento de tales límites no exime de la correspondiente comprobación de deformaciones<sup>6</sup>.

Como puede comprobarse, las esbelteces básicas propuestas en los diferentes reglamentos analizados, presentan ciertas discrepancias, máxime si se consideran las diferentes limitaciones de flecha a que responden. Asimismo, resulta importante señalar que ninguna de las relaciones de esbelteces comentadas se corresponde con los límites de deformación prescritos en la normativa española vigente, ni menos aún con las características y procesos constructivos usuales en la edificación española. Los apartados que siguen abordan, precisamente, la propuesta de relaciones de esbeltez aplicables a las estructuras de hormigón armado de la edificación española, conforme a la normativa vigente y de acuerdo con sus características más destacadas.

#### CALCULO Y COMPROBACION DE DEFORMACIONES EN PIEZAS FLECTADAS, DE HORMIGON ARMADO DE EDIFICACION

Como cualquier estudio tendente a establecer criterios de diseño, la definición de órdenes de esbeltez en estructuras de hormigón armado de edificación, por razones de deformabilidad, exige previamente centrar la naturaleza y el alcance del problema y acotar sus principales variables.

En primer lugar, debe indicarse que el presente estudio se refiere exclusivamente al cálculo y

<sup>4</sup> Se limita la flecha instantánea debida a la carga total.

<sup>5</sup> Se limita la flecha activa sobre la tabiquería.

<sup>6</sup> De hecho, la satisfacción estricta de las esbelteces de la EF-88 en forjados de hormigón armado está, en muchos casos, bien lejos de permitir cumplir los límites de flecha marcados, si se arman los nervios en base sólo a criterios de resistencia.

comprobación de deformaciones en condiciones de servicio, en el caso usual de que las deformaciones de flexión predominen sobre las de cortante y, en consecuencia, la curvatura  $C$  sea el parámetro deformativo característico a nivel de sección. El estudio se limita, asimismo, al nivel de pieza, suponiéndose conocido el diagrama de momentos flectores. No se entra así en la redistribución de momentos hiperestáticos, que trascendería de dicho análisis a nivel de pieza.

En las condiciones citadas, la deformación de piezas flectadas se encuentra descrita en múltiples publicaciones, pudiéndose señalar el **Manual de Fisuración y Deformaciones del C.E.B. (Ref. 20)**, la obra de Favre y otros (Ref. 21), el texto de Calavera y Dutari (Ref. 11) o el primer artículo, ya citado, de los autores (Ref. 1). De acuerdo con las líneas básicas establecidas en la mayoría de dichas obras, el procedimiento de cálculo de flechas adoptado en el presente trabajo se ha fundamentado, entre otros, en los siguientes criterios y simplificaciones.

- Como procedimiento general de cálculo de deformaciones se ha considerado el método de integración de curvaturas preconizado por el **Eurocódigo EC-2 (Ref. 13)**, implementado con técnicas de integración numérica aproximada. Se señala, en todo caso, que, con las consideraciones que se desarrollan brevemente a continuación, la aplicación del método general de integración de curvaturas no conduce, en general, a resultados en exceso diferentes respecto a los que proporciona el procedimiento simplificado establecido en el artículo 45 de EH-91.
- En términos de modelización del comportamiento tenso-deformacional de hormigón y acero, se ha admitido un comportamiento elástico-lineal en ambos materiales, dado que el análisis se efectúa en condiciones de servicio. Así, para el hormigón se ha considerado un módulo de deformación instantáneo,  $E_c = 9.500 \cdot (f_{ck} + 8)^{1/3}$ , con  $E_c$  y  $f_{ck}$  en N/mm<sup>2</sup>, de acuerdo con la expresión propuesta por el Eurocódigo EC-2, más ajustada a los hormigones actuales que la correspondiente de EH-91. Para el acero se considera un Módulo de Young,  $E_s = 2.100$  t/cm<sup>2</sup>, independientemente de su clase.
- De acuerdo con las directrices marcadas en las obras antes citadas, la deformación de piezas en las que se ha alcanzado un estado de *fisuración discretamente repartida* (estado II) se interpola entre las deformaciones correspondientes a las situaciones de no fisuración (estado I) y completa fisuración (estado II<sub>0</sub>). De acuerdo con el método de integración de curvaturas propuesto, la interpolación se efectúa sobre las curvaturas ( $C$ ), utilizando como fórmula de interpolación la expresión sugerida por el **Eurocódigo (Ref. 13)**:

$$C_{II} = (1 - \zeta) C_I + \zeta C_{II0}$$

$$\zeta = 1 - \beta_1 \beta_2 \left( \frac{M_r}{M} \right)^2$$

siendo  $M_r$  el momento de fisuración;  $M$  el máximo momento actuante sobre la sección hasta el instante considerado<sup>7</sup>;  $\beta_1$  un coeficiente que considera la adherencia acero-hormigón, cuyo valor para barras corrugadas es 1,0; y  $\beta_2$  un coeficiente que depende de la duración y/o repetitividad de las cargas, cuyo valor es 1,0 para cargas monótonas instantáneas, 0,5 para cargas repetidas o de larga duración, y valores intermedios para situaciones en que coexistan diferentes tipos de cargas.

La anterior expresión se ha preferido a la interpolación de inercias mediante la generalización de la llamada *fórmula de Branson*. Sin embargo, debe señalarse que la aplicación de uno u otro criterio de interpolación origina diferencias muy limitadas en términos de resultados prácticos.

La resistencia a flexo-tracción considerada en cada caso, ha sido la correspondiente a aplicar la expresión  $f_{ct} = 0,8 \cdot (f_{ck})^{2/3}$ , definida en el artículo 45 de la EH-91.

- La incidencia de la fluencia se ha contemplado mediante la consideración, en cada instante, del correspondiente módulo de deformación longitudinal efectivo:

$$E_{c,t} = \frac{E_{c,28}}{(1 + \chi \phi_t)}$$

En esta expresión,  $\phi_t$  es el coeficiente de fluencia para el instante considerado, determinado de acuerdo con el artículo 26 de la EH-91, y  $\chi$  es un factor de envejecimiento que, de acuerdo con el método A.A.A.E.M. (Algebraic Age Adjusted Effective Modulus) propuesto por Bazant (Ref. 22) y Chiorino (Ref. 23), introduce el efecto de la mejora de rigidez del material con la edad y/o la variación del estado tensional de las fibras de hormigón.

- El efecto de la retracción se tiene en cuenta considerando un término adicional de curvatura, de valor  $C_{cs} = \epsilon_{cs} / d$  y signo igual al momento actuante, siempre que la sección haya alcanzado la fisuración. Se prefiere así el criterio establecido por Leonhardt (Ref. 24) y Johnson (Ref. 25), más simple que la elaborada propuesta del Eurocódigo EC-2 (Ref. 13), dado el limitado alcance en edificación de las deformaciones de retracción, especialmente en términos de flecha activa.
- La coexistencia de acciones de diferente

<sup>7</sup> Evidentemente, si  $M$  es inferior al momento de fisuración  $M_r$ , debe adoptarse  $\zeta = 1$ .

duración es habitual en las estructuras de edificación. En tal sentido, es preciso indicar que, una vez iniciada la fisuración, el principio de superposición deja de ser correcto, incluso dentro del dominio cuasi-lineal correspondiente a la situación de servicio analizada. Sin embargo, el error inherente a admitir tal superposición resulta generalmente reducido, siempre que al calcular por interpolación las deformaciones en el estado de fisuración discretamente repartido, se opere, en cada instante, con la solicitación total máxima actuante hasta el instante en cuestión. En todo caso, en el Apéndice 1 del ya citado artículo de los autores (Ref. 2) puede seguirse una revisión más rigurosa del problema.

En otro orden de cosas, al circunscribirse el presente trabajo al ámbito de la edificación usual española, es posible establecer ciertas simplificaciones y acotar algunas variables, en aspectos tales como materiales estructurales, acciones consideradas, proceso constructivo, etc. En este sentido, a juicio de los autores, las siguientes características y condiciones pueden considerarse representativas de la situación analizada:

#### *Características de los materiales estructurales:*

Los hormigones H-175, H-200 y, en menor medida, H-225, se consideran los usuales en la edificación convencional española. El hormigón H-200 se contempla como el más representativo, actualmente, de dicho conjunto. Las características mecánicas correspondientes se obtienen a partir de las expresiones establecidas en EH-91 o el Eurocódigo EC-2. En términos de comportamiento diferido en el hormigón, de acuerdo con el proceso constructivo expuesto, admitiendo dimensiones y condiciones termo-higrométricas medias, la aplicación conjunta del artículo 26 de EH-91 y del ya comentado método A.A.A.E.M. proporciona los siguientes coeficientes efectivos de fluencia y acortamientos unitarios por retracción:

$$j = 28 \text{ días; } t > 5 \text{ años: } \chi \cdot \phi = 2,0 ; \epsilon_{cs} = 25 \cdot 10^{-5}$$

$$j = 100 \text{ días; } t > 5 \text{ años: } \chi \cdot \phi = 1,5 ; \epsilon_{cs} = 18 \cdot 10^{-5}$$

Por otra parte, los aceros AEH-400 y AEH-500 son los usuales en la edificación española y, consiguientemente, han sido los considerados en este trabajo. En todo caso, se establecen posibles correcciones de los resultados obtenidos, para aceros con otro límite elástico o tensiones de servicio diferentes a las que corresponden en condiciones normales a tales aceros.

#### *Condiciones de carga y sustentación:*

Al centrarse el estudio en piezas de edificación, el esquema de acciones considerado sobre las mismas ha sido el de carga uniformemente distribuida. Sin embargo, los resultados obtenidos son

en gran medida aplicable a vigas en que coexista este tipo de carga con cargas puntuales y/o escalones de carga.

En lo que se refiere a condiciones de sustentación, se consideran piezas con extremos apoyados y continuos, contemplándose en este caso diferentes grados de coacción al giro.

#### *Luces y secciones contempladas:*

En términos de luces, el estudio realizado se ha concebido, a nivel teórico, con un carácter adimensional. Sin embargo, su generalización por encima del rango usual de luces de edificación (hasta el orden de 10 m), podría resultar problemática, ya que incluso serían cuestionables los límites de deformación marcados en EF-88, como brevemente se plantea en párrafos posteriores.

En términos de geometría de secciones, el estudio se concentra en secciones rectangulares, si bien resulta extensible a secciones en "T" aplicando correcciones como las ya comentadas del Eurocódigo EC-2 o de la Norma Británica BS-8110.

#### *Acciones consideradas:*

Dentro del marco de la edificación convencional española, se ha considerado la siguiente proporción en la distribución de acciones, típica de un edificio de oficinas o viviendas, con estructura a base de forjados aligerados:

- Peso propio de la estructura, estimado en un 40% de la carga total actuante sobre el elemento considerado.
- Peso propio de otros elementos constructivos (solado, tabiquería y cerramientos), estimado en el 30% de la carga total para la que se calcula el elemento considerado.
- Sobrecarga de uso, estimada en un 30% de la carga total que actúa sobre el elemento. Esta sobrecarga se supone introducida un año después del hormigonado. Aunque alrededor de un 30% de la misma tiene generalmente carácter cuasi-permanente, ello no se ha contemplado en el cálculo, al indicarse expresamente en EF-88 que se evalúen las flechas activas considerando sólo la componente instantánea de las deformaciones debidas a la sobrecarga de uso (comentario 1 del artículo 6.3.5).

Aunque las anteriores proporciones no son generalizables al conjunto de la edificación española, suponen un caso muy usual y relativamente desfavorable en términos de deformaciones activas, con una fuerte repercusión del peso de los elementos constructivos en relación con el peso de la estructura y la sobrecarga de uso. Precisamente esta reducida proporción del peso de la estructura, típica de las estructuras con forjados

aligerados, puede considerarse una característica diferenciadora de la edificación española.

#### *Niveles de control y coeficientes de seguridad adoptados:*

El estudio se realiza admitiendo niveles de control normales, diseñándose los elementos estructurales de acuerdo con los correspondientes coeficientes de seguridad según la vigente Instrucción EH-91 ( $\gamma_f = 1,6$ ;  $\gamma_c = 1,5$ ;  $\gamma_s = 1,15$ ).

#### *Armado mínimo:*

En el estudio que sigue, se han contemplado los criterios de armado mínimo, obligados o recomendados en la Tabla 38.3 de EH-91. Asimismo, a efectos de análisis de pieza, se ha considerado lo dispuesto en el artículo 40.1 sobre obligatoriedad de continuar hasta los apoyos una fracción de la armadura máxima de vano. En todo caso, al tratarse de criterios de carácter "proporcional", su implementación no altera el proceso de razonamiento adoptado. En otro orden de cosas, a efectos de obtener criterios y relaciones de aplicación práctica, ha parecido razonable considerar, de algún modo, una inevitable sobreabundancia de armadura por razones constructivas y de utilización de diámetros comerciales con secuencias discretas. A este efecto, en los análisis efectuados a nivel de pieza se ha contemplado un exceso medio de armadura, del 10%.

#### *Proceso constructivo:*

Aunque, evidentemente, no resulta posible establecer un proceso constructivo estándar en la edificación convencional española, en el presente estudio se ha considerado la siguiente secuencia simplificada:

- Descimbrado del elemento a 28 días. En menor medida, se han contemplado otras edades de descimbrado (entre 14 y 28 días), si bien se debe indicar que, dentro de ese rango, las diferencias son poco acusadas en términos de flecha activa.
- Colocación de tabiquería y solado, sensiblemente coincidentes en el tiempo, a una edad de 100 días contados desde la fecha de hormigonado.
- Actuación de la sobrecarga de uso, en cualquier momento a partir de la colocación del solado y la tabiquería.

Exclusivamente a efectos de evaluar la incidencia de la fisuración en el proceso de deformación, se considera que, inmediatamente después de su descimbrado, el elemento analizado alcanza niveles de carga no permanentes del mismo orden que los máximos de servicio. Esta circunstancia es bastante realista para elementos de plantas intermedias sobre las que se apean las superiores, o

cuando se producen acopios de material. En todo caso, se trata de una consideración de carácter conservador que permite suponer que, desde el descimbrado, se alcanza el nivel máximo de fisuración, con lo que se simplifica notablemente el cálculo de flechas, al poderse admitir el principio de superposición de forma suficientemente aproximada.

#### *Límites de deformación:*

La definición de unos u otros límites de esbeltez queda evidentemente mediatizada por la asunción de unos u otros límites de deformación. El estudio de esta última cuestión desborda los objetivos de este trabajo, que ha optado por asumir las limitaciones establecidas en la vigente EF-88:

- Flecha total máxima a tiempo infinito, inferior a  $L/250$  o  $L/500 + 1,0$  cm.
- Flecha activa máxima, en general inferior a  $L/400$  o  $L/800 + 0,6$  cm. Para luces inferiores a 8 metros, esta limitación puede sustituirse, conservadoramente, por  $L/500$ . Sin embargo, cuando el elemento estructural esté en contacto con elementos muy dañables (cerramientos de fábrica), la flecha activa se debe limitar a  $L/500$  o  $L/1.000 + 0,5$  cm.

En cualquier caso, ante la inevitable polémica que suscita la adopción de unos u otros límites de flecha, resulta conveniente efectuar unas breves reflexiones al respecto:

- En primer lugar, parece incuestionable que la normativa no puede ser ajena al problema de daños por excesiva deformabilidad de las estructuras que ha sufrido la edificación en los últimos años. Dicho esto, es igualmente de justicia señalar la práctica imposibilidad de establecer una correlación clara entre límites de deformación y daños en elementos no estructurales (tabiques, techos, etc.), constatándose con la experiencia y documentación disponible que flechas bien inferiores a las manejadas en las normativas pueden provocar daños sobre la tabiquería, observándose una enorme variabilidad de resultados según la geometría, longitud, material, mortero de unión, etc., de la misma. En este sentido, cabe destacar el trabajo de **Pfeffermann (Ref. 26)**, avalado por 28 ensayos a escala real, que evidencia la aparición de fisuras entre  $L/800$  y  $L/4.000$ . Por su parte, un estudio de **Mayer y Rüschi (Ref. 27)** basado en casi doscientos siniestros reales, pone de manifiesto la aparición de fisuras en los tabiques, para flechas de  $L/1.000$  e inferiores.

- Con independencia de las matizaciones que se efectúan en el párrafo siguiente, los límites de deformación impuestos en la Instrucción española EF-88 concuerdan razonablemente,

para las luces medias de edificación, con los preceptuados en otras normas de nuestro entorno, tanto en términos de flecha total, como de flecha activa.

- La experiencia acumulada sugiere que las limitaciones tendentes a evitar el daño en tabiques y divisiones, no pueden establecerse en términos de una única relación flecha (activa)/luz, siendo necesario controlar también el valor absoluto de las deformaciones activas o, al menos, hacer más exigentes los límites de flecha relativa, para luces superiores a las medias. Diferentes normativas, entre ellas la española, han asumido esta idea y penalizan las relaciones admisibles flecha activa/luz para luces elevadas. Otros códigos llegan más lejos y proponen límites absolutos de flecha activa. Tal es el caso de la Norma Británica BS-8110 que establece un máximo de 20 mm, y muy especialmente de las recomendaciones de la **Comisión ACI-435 (Ref. 28)** que fija una cota, tremendamente restrictiva, de  $0,3'' = 8$  mm. Así pues, tanto la experiencia como estas normativas, parecen sugerir una cierta prevención ante la utilización de los sistemas convencionales de tabiquería, para luces medio-altas.

## RELACIONES MOMENTO CURVATURA, EN SECCIONES RECTANGULARES DE HORMIGÓN ARMADO DE EDIFICACION

Conforme al procedimiento general de cálculo establecido en el apartado precedente, el estudio de la deformación de piezas flectadas de hormigón armado exige el estudio previo de las relaciones momento-curvatura en las diferentes secciones. De acuerdo con el objetivo de definir criterios de esbeltez de carácter general, dichas relaciones se expresan más convenientemente "adimensionalizadas" en términos de *momento reducido*,  $m = M / (A_c \cdot d \cdot f_{ck})$ , que para sección rectangular resulta,  $m = M / (b \cdot d^2 \cdot f_{ck})$ ; y de *curvatura reducida*,  $c = C \cdot d$ . En tales expresiones, M es el momento de servicio, b y d son el ancho y canto útil de la sección,  $f_{ck}$  es la resistencia característica del hormigón, y  $C = 1/R$  es la curvatura que, una vez iniciada la fisuración (estado II), se determina interpolando entre las correspondientes a los estados I (no fisurado) y completamente fisurado (estado II<sub>o</sub>).

Fijadas las características de los materiales estructurales, la forma de la sección (rectangular, con  $d = 0,9 \cdot h$ ) y los criterios de armado, resulta evidente que el momento reducido queda definido como función de la cuantía geométrica de armadura,  $A_s/A_c$ , o mecánica,  $U_s/U_c$ . De este modo, las relaciones *momento reducido - curvatura reducida*

(m/c), pueden expresarse, alternativamente, en términos de *cuantía (geométrica o mecánica) - curvatura reducida*.

Para secciones rectangulares ( $d \approx 0,9 \cdot h$ ), armadas estrictamente por razones resistentes, si se asumen las bases de cálculo establecidas en el apartado anterior, se comprende que el diagrama "adimensional" m/c sólo depende de la calidad de los materiales (fundamentalmente del límite elástico del acero), y de los coeficientes de seguridad adoptados<sup>8</sup>. De este modo, el diagrama resulta independiente de las dimensiones de la sección y, por tanto, idóneo para los objetivos del trabajo.

Así, para coeficientes de ponderación medios de edificación ( $\gamma_f = 1,6$ ;  $\gamma_r = 1,5$ ;  $\gamma_s = 1,15$ ), hormigones de resistencia también media ( $f_{ck} = 200$  kp/cm<sup>2</sup> o en general  $175 \text{ kp/cm}^2 \leq f_{ck} \leq 225$  kp/cm<sup>2</sup>), considerando el proceso constructivo y distribución de acciones anteriormente definidos como usuales en la edificación española, los diagramas adimensionales de las **figuras 1 y 2** representan relaciones adimensionales *momento reducido / curvatura reducida* (m/c) para aceros AEH-400 y AEH-500. Como ya se ha explicado, tales relaciones pueden, igualmente, expresarse en términos de *cuantía/curvatura reducida*, por lo que se ofrece una doble escala de ordenadas:

- Las curvas "i": representan las curvaturas instantáneas de las secciones
- las curvas "t": representan curvaturas reducidas totales (instantáneas y diferidas)
- las curvas "a": representan las curvaturas "activas", que se producen en las secciones con posterioridad a la colocación de la tabiquería, conforme al proceso constructivo asumido.

En aras de la claridad, es importante hacer notar que tales curvas no se refieren a una única sección, con un único armado. Por el contrario, cada *curvatura reducida* corresponde a un *momento reducido* (total y de servicio), y a una armadura determinada estrictamente para resistir el correspondiente momento de cálculo.

Una vez reiterada esta aclaración, resulta más fácil interpretar las diferentes zonas o tramos que presentan las curvas o relaciones m/c antes señaladas. Como puede apreciarse, en cada curva se distinguen tres tramos bien diferenciados:

- Una primera zona, hasta alcanzarse la fisuración ( $M \leq M_r = 0,04 b d^2 f_{cd}$ ;  $M_d \leq M_{r,d} \approx 0,07 b d^2 f_{cd}$ ), se caracteriza por una relación lineal entre momentos y curvaturas.

<sup>8</sup> El diagrama depende también del modelo de análisis de sección a efectos de armado por resistencia. Sin embargo, en flexión simple, las diferencias de armadura proporcionadas por los modelos generalmente admitidos (rectangular, parábola-rectángulo o momento tope) son realmente mínimas.

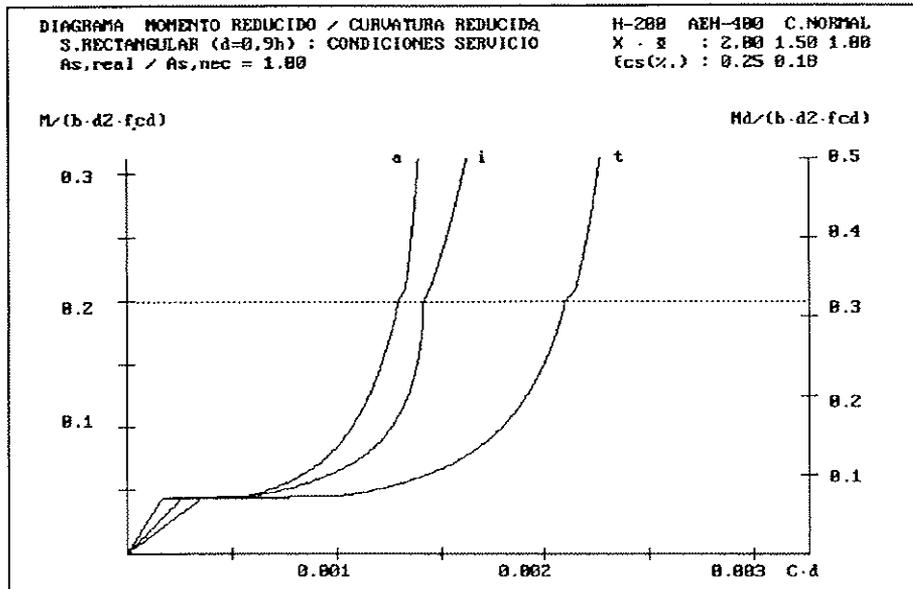


Figura 1: Curvas adimensionales m/c para secciones rectangulares (Acero AEH-400).

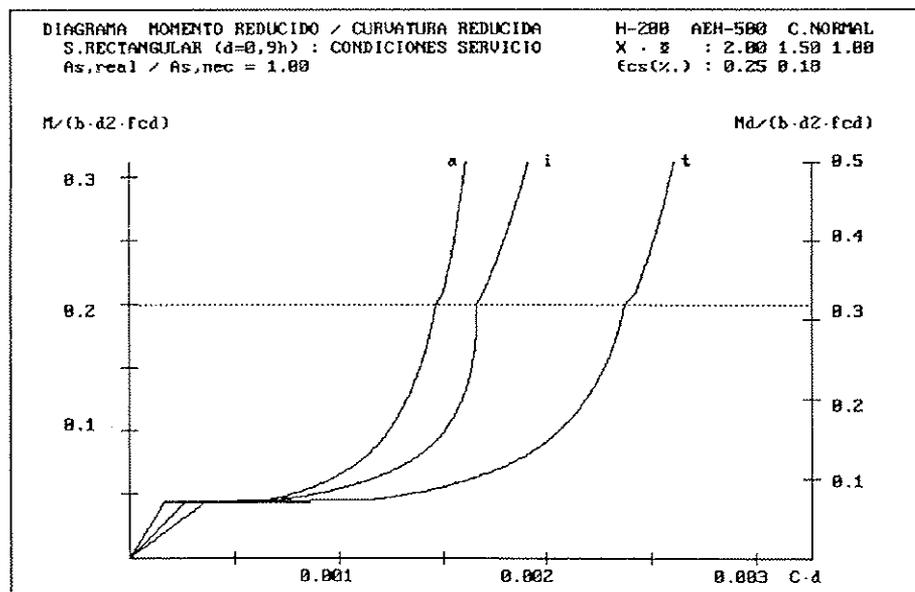


Figura 2: Curvas adimensionales m/c para secciones rectangulares (Acero AEH-500).

– Una zona intermedia, para momentos superiores al de fisuración pero inferiores a aquél que obliga a disponer armadura de compresión ( $M_f \leq M \leq 0,32 b d^2 f_{cd}/\gamma_f$ ), se caracteriza por relaciones muy variables entre momentos y curvaturas: para momentos próximos al de fisuración, se acusan pérdidas de rigidez muy acusadas, como consecuencia de la rápida progresión de la fisuración y, en menor medida, de la variación de la posición de la fibra neutra; para momentos superiores, la fisuración se estabiliza, así como la posición relativa de la fibra neutra y el progresivo incremento de armadura provoca la rigidización de las secciones, que se traduce en variaciones cada vez menores de las curvatu-

ras, al crecer el momento (y con él la armadura).

– La zona final, correspondiente a momentos que exigen disponer armadura de compresión ( $M \leq 0,32 b d^2 f_{cd}/\gamma_f$ ), se caracteriza por curvaturas cuasi constantes, con independencia del momento actuante. Ello obedece a que, para tales niveles de sollicitación, la fisuración se encuentra ya estabilizada, y la posición de la fibra neutra es prácticamente invariable. En consecuencia, al crecer la armadura (de tracción y compresión) casi proporcionalmente con el momento actuante, la curvatura resulta casi insensible a tal crecimiento del momento (y de la armadura).

## ESBELTECES QUE GARANTIZAN EL CUMPLIMIENTO DE LOS LÍMITES DE DEFORMACION VIGENTES

La aplicación del procedimiento general de (doble) integración de curvaturas a partir de los diagramas adimensionales *momento reducido/curvatura reducida* (m/c) analizados en el apartado anterior, permite a su vez ligar relaciones "flecha/luz" con esbelteces "luz/canto útil". Así, fijados los materiales estructurales y los coeficientes de seguridad, dadas unas condiciones de sustentación, y definido un criterio de dimensionamiento/armado (por ejemplo estableciendo la cuantía de armadura de la sección más solicitada), tales condiciones determinan una relación única entre esbeltez y flecha relativa, independiente de la luz, de la carga, o de las proporciones de la sección.

Para desarrollar de forma más clara el párrafo anterior, considérese una pieza biapoyada, bajo carga uniformemente repartida, realizada con materiales estándar (H-200; AEH-500), dimensionada con sección "bruta" rectangular, constante, ( $d = 0,9 \cdot h$ ), y armada estrictamente por resistencia, de acuerdo con los coeficientes de seguridad correspondientes a condiciones normales ( $\gamma_f = 1,6$ ;  $\gamma_c = 1,5$ ;  $\gamma_s = 1,15$ ). Considérese, asimismo, que en dicha pieza se concreta un criterio de armado, por ejemplo, fijando el momento reducido o la cuantía de armadura o el momento reducido en la sección central del vano. En tales condiciones, conforme a los criterios antes establecidos, la curvatura reducida  $c = C \cdot d$  (instantánea, total o activa) de dicha sección, y de todas las demás, queda definida de acuerdo con las relaciones establecidas en la **figura 2**, siempre que se suponga armado estricto en cada sección. Procediendo al cálculo de la flecha absoluta (instantánea, total o activa) mediante doble integración de las curvaturas ( $C = c/d$ ), dicha flecha absoluta resulta  $\delta = k \cdot L^2/d$ , mientras la flecha relativa resulta  $\delta/L = k \cdot L/d$ . En ambas expresiones,  $k$  es una constante que depende de la calidad de los materiales estructurales, de los coeficientes de seguridad adoptados, de las condiciones de sustentación, y del criterio de dimensionamiento/armado adoptado (cuantía en centro de vano), pero que, sin embargo, es independiente de la luz, de las dimensiones, y del nivel de carga (aunque no de su distribución).

En consecuencia, para cada conjunto de las condiciones citadas (materiales, coeficientes de seguridad, sustentación y criterio de dimensionamiento/armado), la flecha relativa (instantánea, total o activa) depende exclusivamente de la esbeltez, con la que crece linealmente.

En el caso de vigas biapoyadas, solicitadas por cargas uniformemente repartidas, realizadas con materiales estándar (H-200; AEH-500), y dimensionadas estrictamente por resistencia, en condiciones de control normales, las **figuras 3 y 4**

representan, respectivamente, las flechas relativas totales y activas en función de la esbeltez, para tres criterios representativos de dimensionamiento/armado, definidos en base al momento reducido en la sección central del vano, o a la cuantía geométrica o mecánica de esa misma sección:

- Criterio 1:  $M_d^+ = 0,15 \cdot b \cdot d^2 \cdot f_{cd}$ ;  $U_s/U_c = 0,15$  ;  
 $A_s/A_c = 4,50 \cdot 10^{-3}$
- Criterio 2:  $M_d^+ = 0,30 \cdot b \cdot d^2 \cdot f_{cd}$ ;  $U_s/U_c = 0,35$  ;  
 $A_s/A_c = 10,5 \cdot 10^{-3}$
- Criterio 3:  $M_d^+ = 0,45 \cdot b \cdot d^2 \cdot f_{cd}$ ;  $U_s/U_c = 0,52$  ;  
 $A_s/A_c = 15,5 \cdot 10^{-3}$

De las mismas figuras, se deduce que si se imponen unos determinados límites de flecha relativa (total o activa), el momento reducido (o la cuantía de armadura) de la sección determinante y la esbeltez, quedan biunívocamente relacionadas para el cumplimiento estricto de dichos límites (en las condiciones marcadas y si en cada sección el armado es estricto). Es decir, para cada criterio de armado, definido en términos de cuantía de armado o momento reducido de la sección determinante, existe una esbeltez por debajo de la cual se garantiza que las deformaciones no superan el límite marcado. Evidentemente, el cumplimiento de tal esbeltez evita tener que calcular y comprobar la flecha, ya que el armado finalmente dispuesto deberá ser superior, en todas las secciones, al estrictamente necesario por resistencia.

En consecuencia, fijados los materiales estructurales y dadas unas condiciones de sustentación, cada criterio de dimensionamiento/armado (definido, por ejemplo, por el momento reducido —o cuantía— de la sección más solicitada, o por el momento reducido isostático), queda relacionado biunívocamente con una esbeltez, para el cumplimiento estricto de un límite de flecha relativa (instantánea, total o activa). Así, en las **figuras 5.a y 5.b**, para vigas biapoyadas, realizadas con hormigón H-200 y acero AEH-400 (**5.a**) o acero AEH-500 (**5.b**), se representan en abscisas esbelteces y en ordenadas momentos reducidos isostáticos (en este caso coincidentes con los momentos máximos reducidos), que conjuntamente satisfacen estrictamente los límites de flecha relativa que se indican ( $\delta_{TOT} \leq L/250$ ;  $\delta_{ACT} \leq L/500$ )<sup>9</sup>.

Por su parte, las **figuras 6.a, 6.b** recogen idénticas relaciones para vigas con continuidad en un extremo, realizadas con acero AEH-400 (**6.a**) y acero AEH-500 (**6.b**), mientras las **figuras 7.a y 7.b** lo hacen para vigas con continuidad en ambos extremos, realizadas con acero AEH-400 (**7.a**) y acero AEH-500 (**7.b**)<sup>10</sup>.

<sup>9</sup> Se supone siempre armado estricto por resistencia, en todas las secciones, si bien suponiendo un exceso medio de armadura del 10%, por razones constructivas y de uso de diámetros comerciales.

<sup>10</sup> Un vano se ha considerado continuo cuando el momento de continuidad es, al menos, igual al 85% del correspondiente momento de empotramiento perfecto.

Sobre tales figuras, se han señalado los puntos correspondientes a la situación límite en que las vigas no precisan armadura de compresión en ninguna sección, definida por la condición:

$$M_{m\acute{a}x,d} = 0,32 \cdot b \cdot d^2 \cdot f_{cd}$$

Tal situación, constituye una referencia habitual en vigas de edificación que, por lo general, no se dimensionan con secciones que obliguen a disponer cuantías apreciables de armadura comprimida. En consecuencia, la esbeltez para la cual en dicha situación se garantiza que las deformaciones calculadas no superan las máximas admisibles, constituye también una referencia significativa, a la que se ha denominado *esbeltez básica*.

Por otra parte, como ya se ha indicado anterior-

mente, para cada condición de sustentación, las ordenadas de las gráficas anteriores pueden representarse, alternativamente, en términos de *momento isostático reducido*  $m_{iso} = M_{iso}/b \cdot d^2 \cdot f_{cd}$ , de momento máximo reducido  $m_{m\acute{a}x} = M_{m\acute{a}x}/(b \cdot d^2 \cdot f_{cd})$ , o de cuantía máxima  $\rho_{m\acute{a}x} = U_{s,m\acute{a}x}/U_c$ . Ahora bien, teniendo en cuenta que para la condición de carga uniformemente repartida considerada, el *momento isostático reducido* puede transformarse según:

$$m_{d,iso} = \frac{M_{d,iso}}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}} = \frac{q_d \cdot L^2}{8 \cdot b \cdot d^2 \cdot f_{cd}} = \frac{q_d}{8 \cdot b \cdot f_{cd}} \cdot \left(\frac{L}{d}\right)^2$$

siendo  $q_d$  la carga uniformemente distribuida mayorada,  $L$  la luz del vano,  $b$  y  $d$  el ancho y

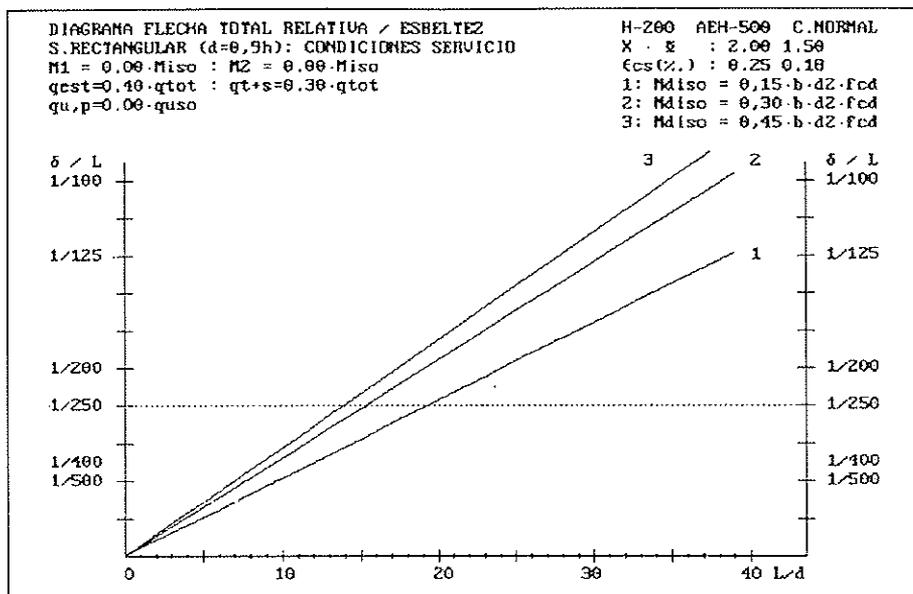


Figura 3: Diagramas flecha total relativa / esbeltez.

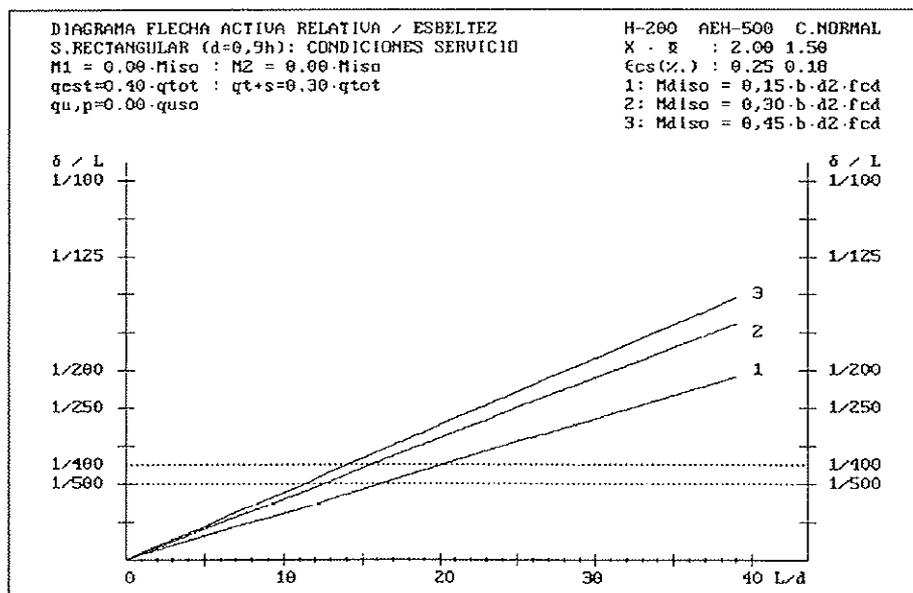


Figura 4: Diagramas flecha activa relativa / esbeltez.

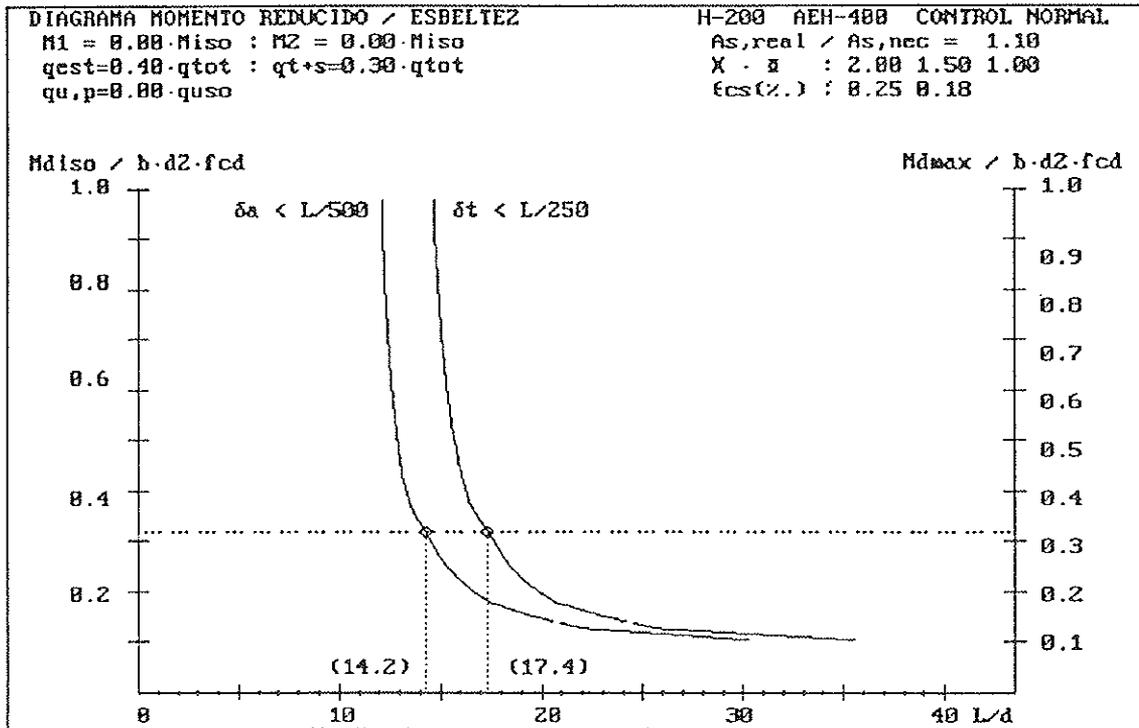


Figura 5.a: Relaciones momento reducido / esbeltez en vigas biapoyadas (Acero AEH-400).

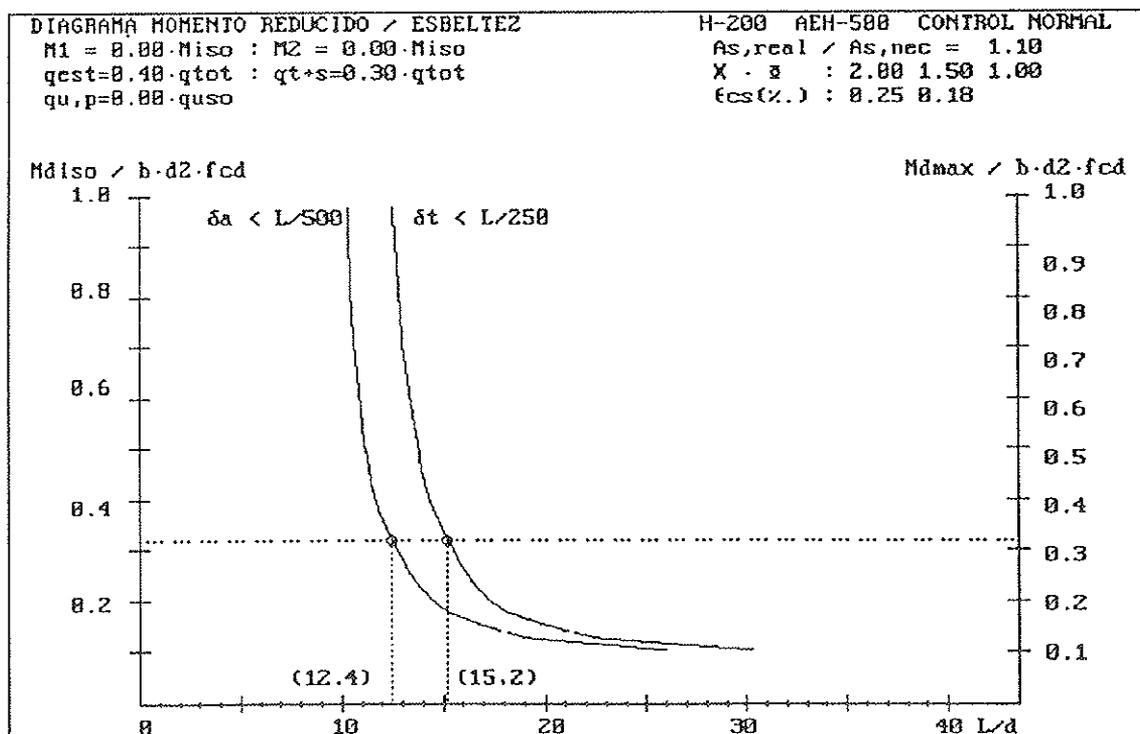


Figura 5.b: Relaciones momento reducido / esbeltez en vigas biapoyadas (Acero AEH-500).

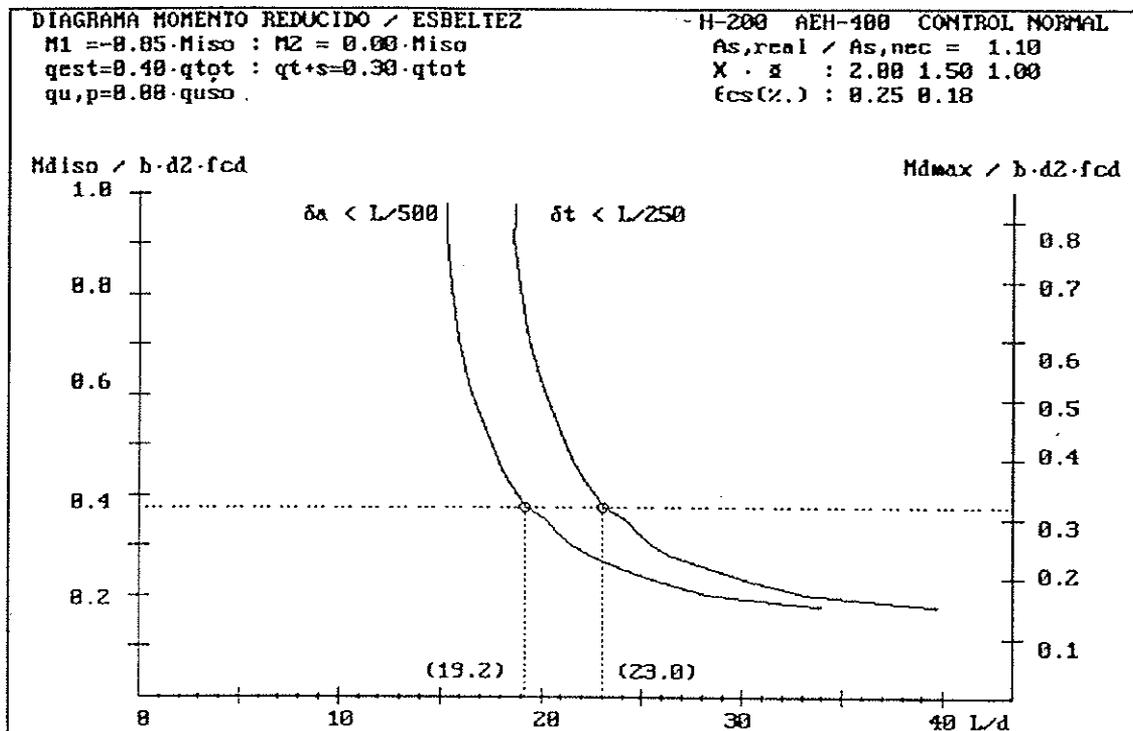


Figura 6.a: Relaciones momento reducido / esbeltez en vigas continuas en un extremo (Acero AEH-400).

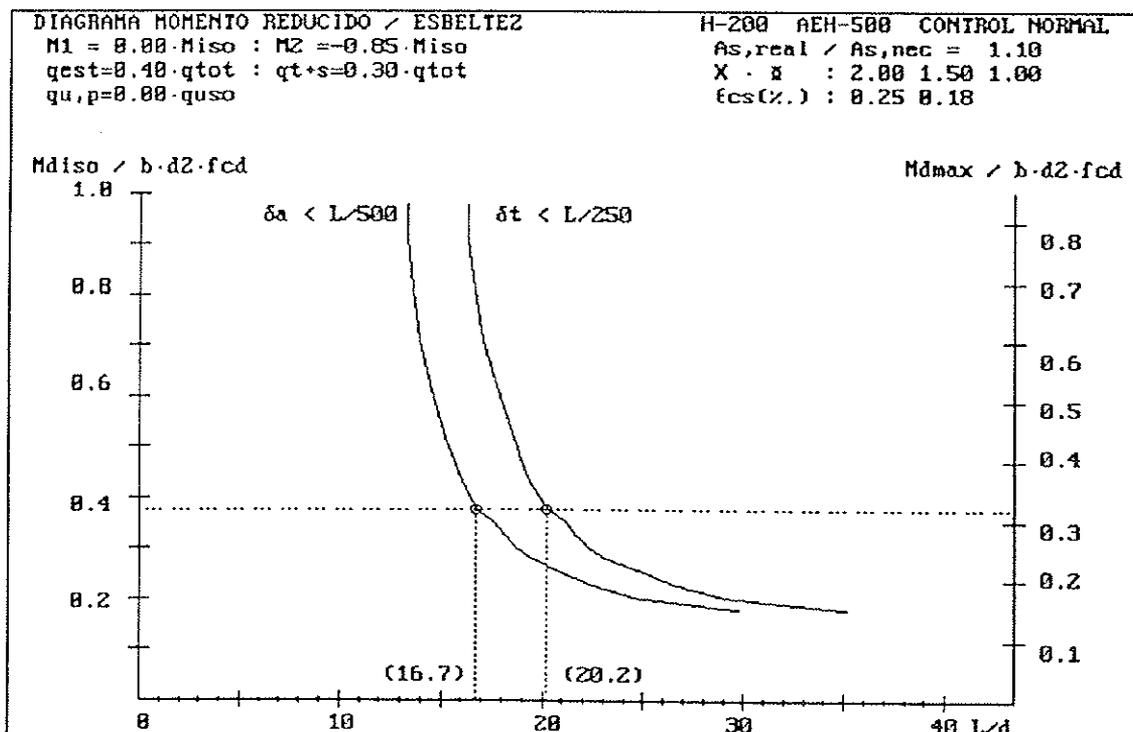


Figura 6.b: Relaciones momento reducido / esbeltez en vigas continuas en un extremo (Acero AEH-500).

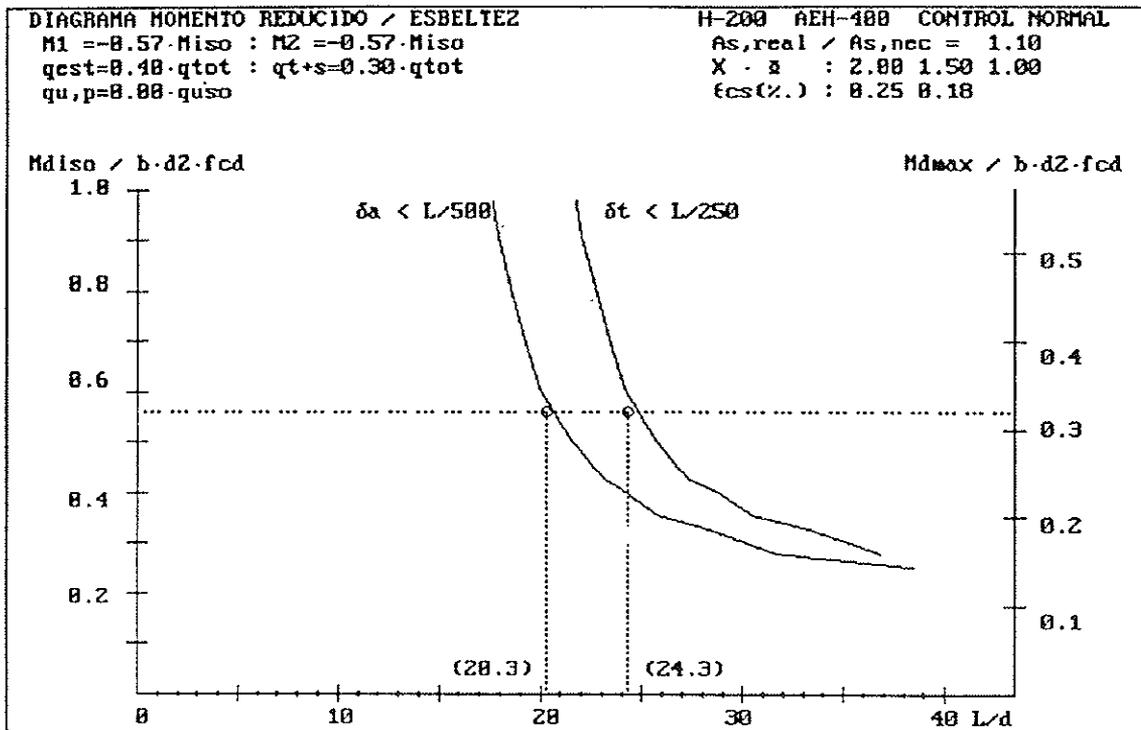


Figura 7.a: Relaciones momento reducido / esbeltez en vigas continuas en ambos extremos (Acero AEH-400).

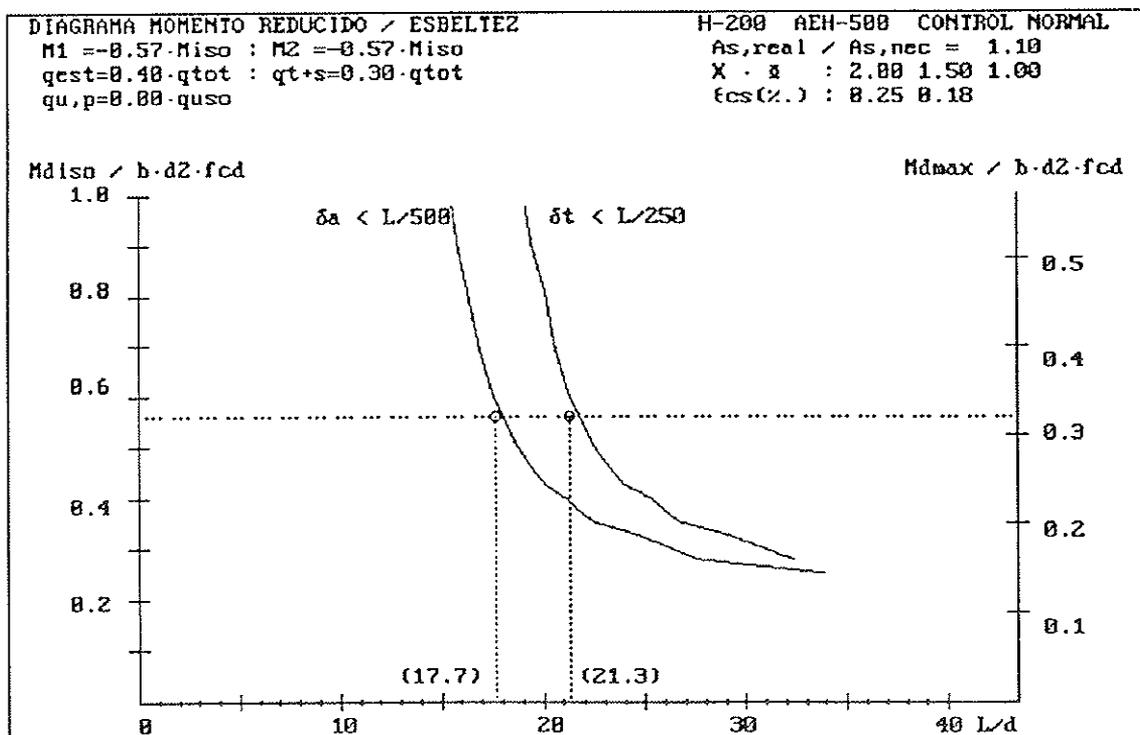


Figura 7.b: Relaciones momento reducido / esbeltez en vigas continuas en ambos extremos (Acero AEH-500).

canto útil de la sección, y  $f_{cd}$  la resistencia mínima del hormigón.

Se comprende así que las relaciones entre esbelteces y momentos reducidos o cuantías anteriormente deducidas y representadas, pueden expresarse muy apropiadamente, a efectos de diseño, como relaciones entre esbelteces y el parámetro adimensional que aquí se denominará *carga reducida*:

$$\pi = \frac{q_d}{b \cdot f_{cd}}$$

Así se ha hecho, para vigas biapoyadas, en las **figuras 8.a** (AEH-400) y **8.b** (AEH-500); para vigas con continuidad en un extremo, en las **figuras 9.a** (AEH-400) y **9.b** (AEH-500); y para vigas con continuidad en ambos extremos, en las **figuras 10.a** (AEH-400) y **10.b** (AEH-500). Todas estas figuras, en definitiva, permiten determinar, para cada esbeltez, un ancho mínimo de viga que garantiza el cumplimiento de los límites de flecha vigentes, en función del tipo de sustentación, de los materiales estructurales, y de la carga uniformemente repartida actuante.

Observando las mencionadas **figuras 8.a, 8.b, 9.a, 9.b, 10.a y 10.b**, se aprecia que las curvas *momento (isostático) reducido/esbeltez* y, más claramente, las curvas *carga reducida/esbeltez* son aproximadamente asintóticas a un valor límite inferior de esbeltez. Ello significa que, para esbelteces inferiores a dicho límite inferior, queda garantizado el cumplimiento de los límites de flecha vigentes, con independencia del criterio de dimensionamiento adoptado<sup>11</sup>. La concreción de este límite inferior, al que se ha denominado *esbeltez ultrarrígida*, se efectúa, de modo convencional, como la esbeltez correspondiente, en cada caso, a la máxima carga reducida considerada,  $\pi = q_d / (b \cdot f_{cd}) = 0,03$ . Los valores resultantes de la aplicación de este convenio, se encuentran reflejados en los gráficos *carga reducida/esbeltez*.

El establecimiento de un límite superior de esbeltez para cada caso contemplado, superado el cual, y siempre que el armado sea estricto, no resulte posible controlar las deformaciones a base de aumentar el ancho, resulta claramente más conflictivo, como se deduce de la forma de las curvas obtenidas. Sin embargo, en elementos lineales, la consideración de criterios de ancho eficaz, proporciona un orden de esbeltez máxima para cada caso, al limitar de hecho las posibilidades de dimensionamiento de la sección. La definición rigurosa del máximo ancho eficaz depende, en cada caso, de las características particulares del problema. No obstante, para el fin de establecer un orden de esbeltez máxima, puede resultar sufi-

ciente la aproximación simplista dada por la Norma DIN 4224 y citada por **Leonhardt (Ref. 24)**, que fija como ancho eficaz,  $b_e \approx \ell_0 / 3$ , siendo  $\ell_0$  la distancia entre puntos de momento nulo<sup>12</sup>.

Admitiendo este orden de ancho eficaz, y suponiendo una viga relativamente poco cargada, con una luz de forjado,  $s$ , igual a 0,8 veces la de la viga ( $s = 0,8 \cdot L$ ), una carga superficial media-baja ( $p = 0,6 \text{ t/m}^2$ ;  $\gamma_f \cdot p = 1,0 \text{ t/m}^2$ ) y un hormigón medio (H-200), la *carga reducida*,  $q$ , puede acotarse inferiormente, en función de las condiciones de sustentación:

$$\begin{aligned} \pi &= \frac{q_d}{b \cdot f_{cd}} = \frac{\gamma_f \cdot p \cdot s}{b_e \cdot f_{cd}} = \frac{\gamma_f \cdot p \cdot s}{\frac{\ell_0}{3} \cdot f_{cd}} = \\ &= \frac{3 \cdot \gamma_f \cdot p}{f_{cd}} \cdot \frac{0,8 \cdot L}{\ell_0} \approx 0,0017 \cdot \frac{L}{\ell_0} \end{aligned}$$

resultando, para las condiciones medias de edificación antes señaladas, los siguientes valores límite del parámetro *carga reducida*,  $\pi$ :

- Para vigas simplemente apoyadas,  $\pi \approx 0,0017$
- Para tramos extremos de vigas continuas,  $\pi \approx 0,0023$
- Para tramos interiores de vigas continuas,  $\pi \approx 0,0028$

Como se aprecia en las correspondientes figuras, tales valores límite del parámetro *carga reducida*, definen, sobre las curvas *carga reducida/esbeltez*, unos límites superiores de esbeltez, o *esbelteces límites*, por encima de las cuales, con armado estricto y en las condiciones medias de edificación antes señaladas, el control de las deformaciones requeriría, en general, anchos superiores al correspondiente ancho eficaz.

Como se deduce de la forma de las curvas, los valores concretos de dichos límites superiores de esbeltez resultan bastante sensibles al valor del parámetro *carga reducida* elegido como límite y, por tanto, a aspectos tales como la carga actuante sobre la viga ( $q = p \cdot s$ ), la calidad del hormigón y también a la formulación de ancho eficaz adoptada. En consecuencia, los mencionados límites superiores de esbeltez, o *esbelteces límites*, deben de entenderse, más que como cotas bien definidas, como un orden de esbeltez alrededor del cual los problemas de deformación resultan difícilmente controlables, requiriéndose, en cada caso, un estudio riguroso y particularizado del problema.

Como resumen de las conclusiones más significativas que se deducen del estudio de las **figuras 5 a 10**, la tabla siguiente recoge los valores de *esbel-*

<sup>11</sup> Evidentemente, siempre que la pieza se encuentre correctamente armada para las solicitaciones actuantes.

<sup>12</sup> Simplificadamente, pueden admitirse los siguientes valores de  $\ell_0$ , en función de la luz del tramo, L:  
 - Para vigas biapoyadas,  $\ell_0 = L$   
 - Para tramos extremos de vigas continuas,  $\ell_0 = 0,8 L$   
 - Para tramos interiores de vigas continuas,  $\ell_0 = 0,6 L$   
 - Para voladizos,  $\ell_0 = 1,5 L$

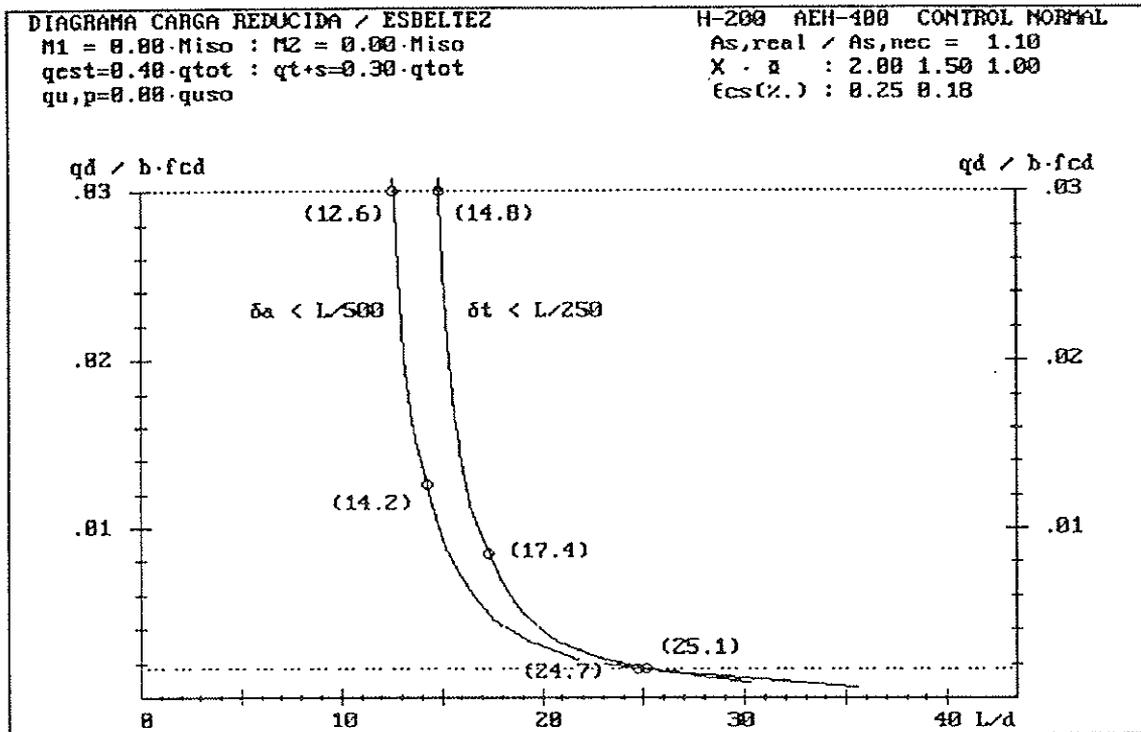


Figura 8.a: Relaciones carga reducida / esbeltez en vigas biapoyadas (Acero AEH-400).

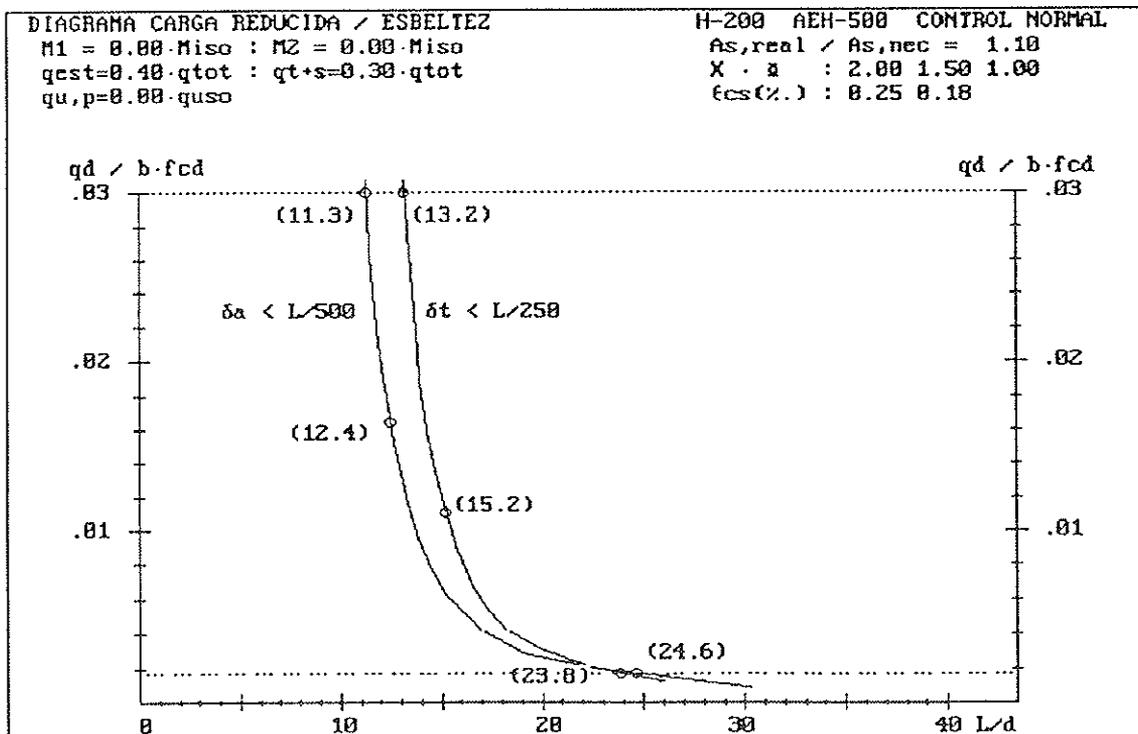


Figura 8.b: Relaciones carga reducida / esbeltez en vigas biapoyadas (Acero AEH-500).

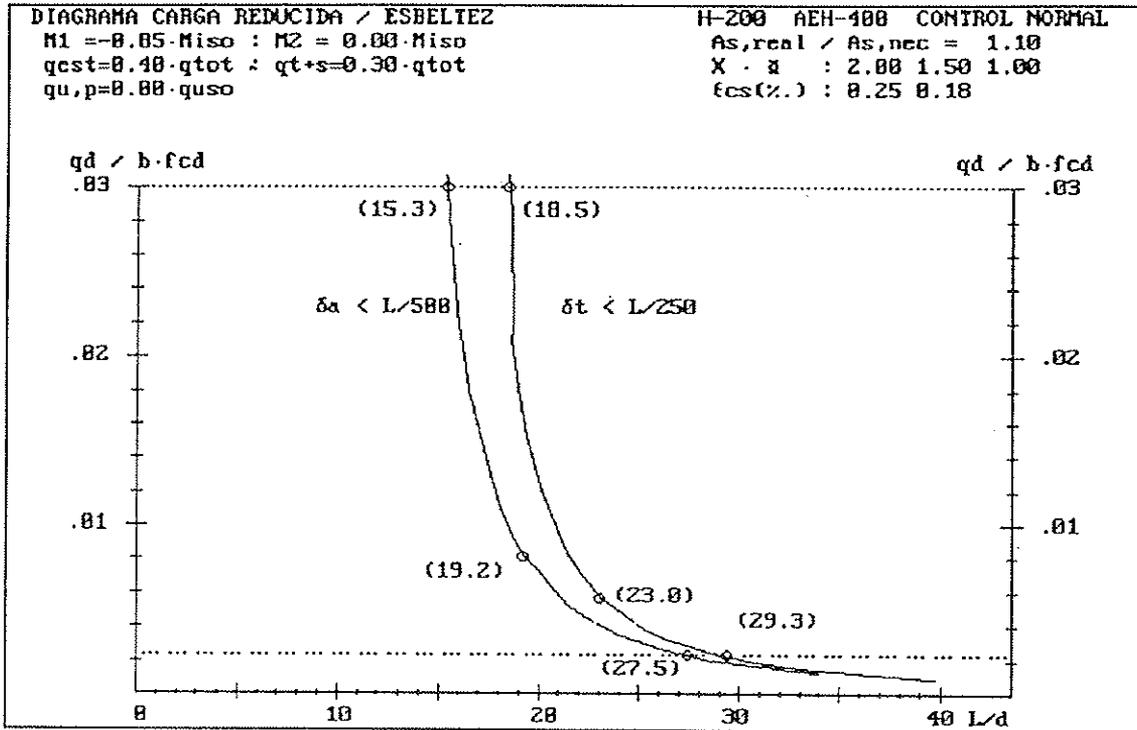


Figura 9.a: Relaciones carga reducida / esbeltez en vigas continuas en un extremo (Acero AEH-400).

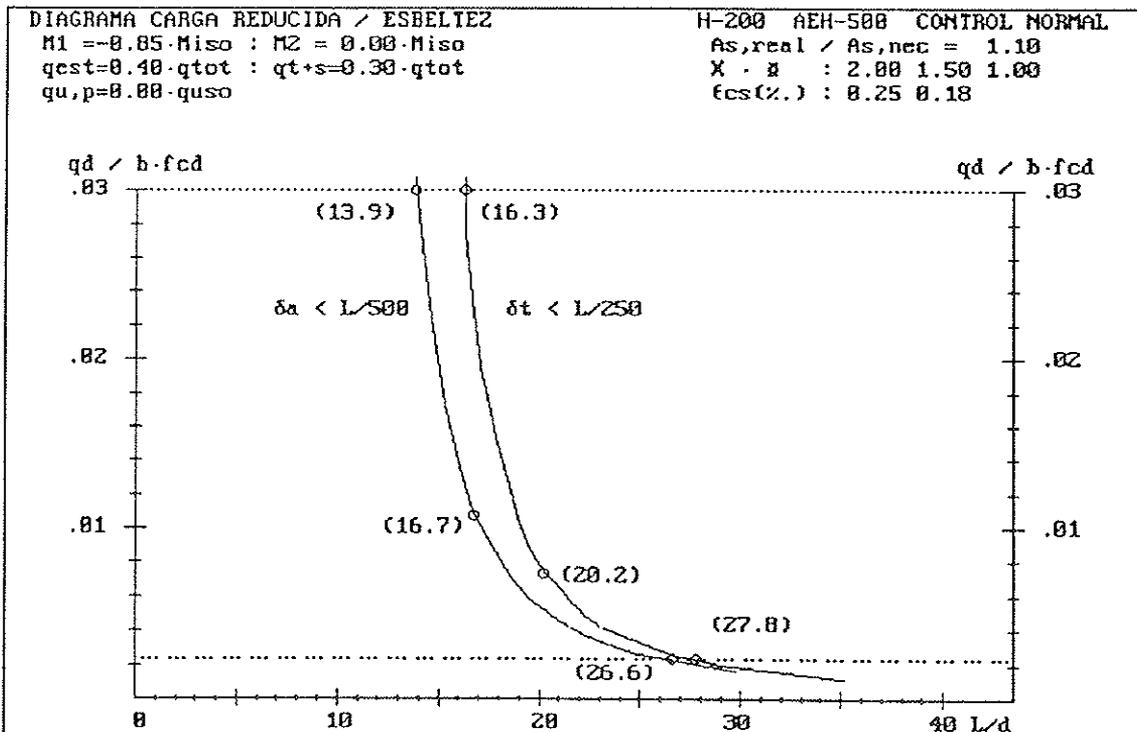


Figura 9.b: Relaciones carga reducida / esbeltez en vigas continuas en un extremo (Acero AEH-500).

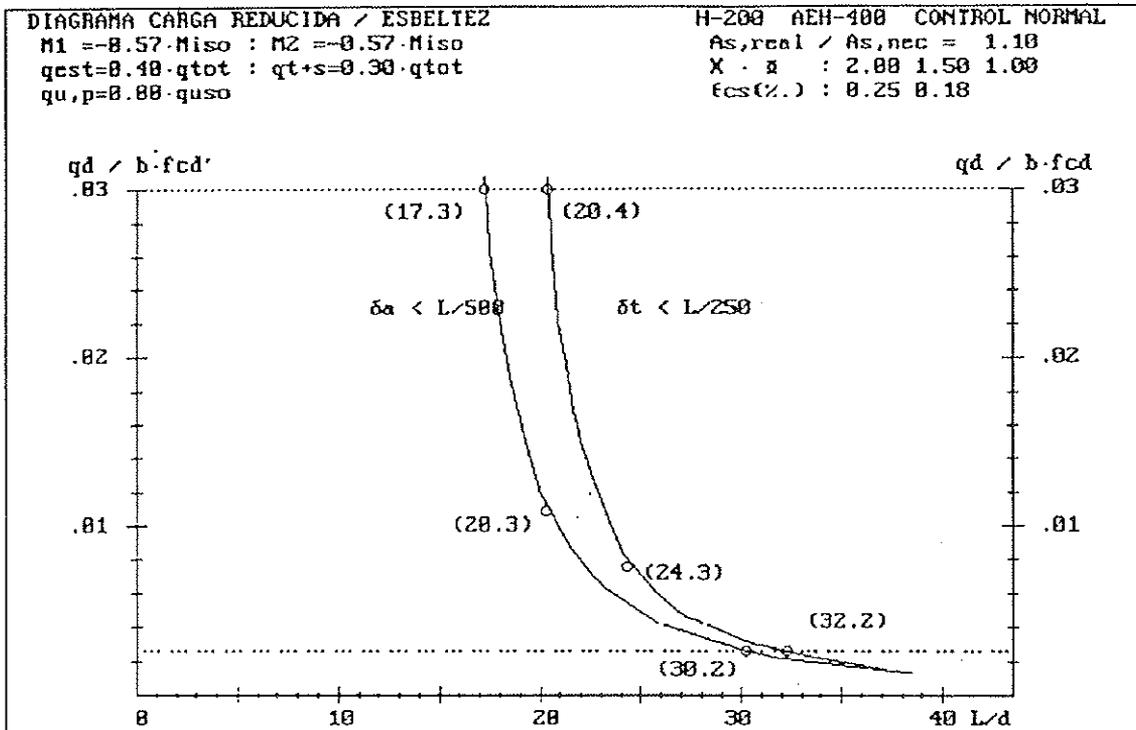


Figura 10.a: Relaciones carga reducida / esbeltez en vigas continuas en ambos extremos (Acero AEH-400).

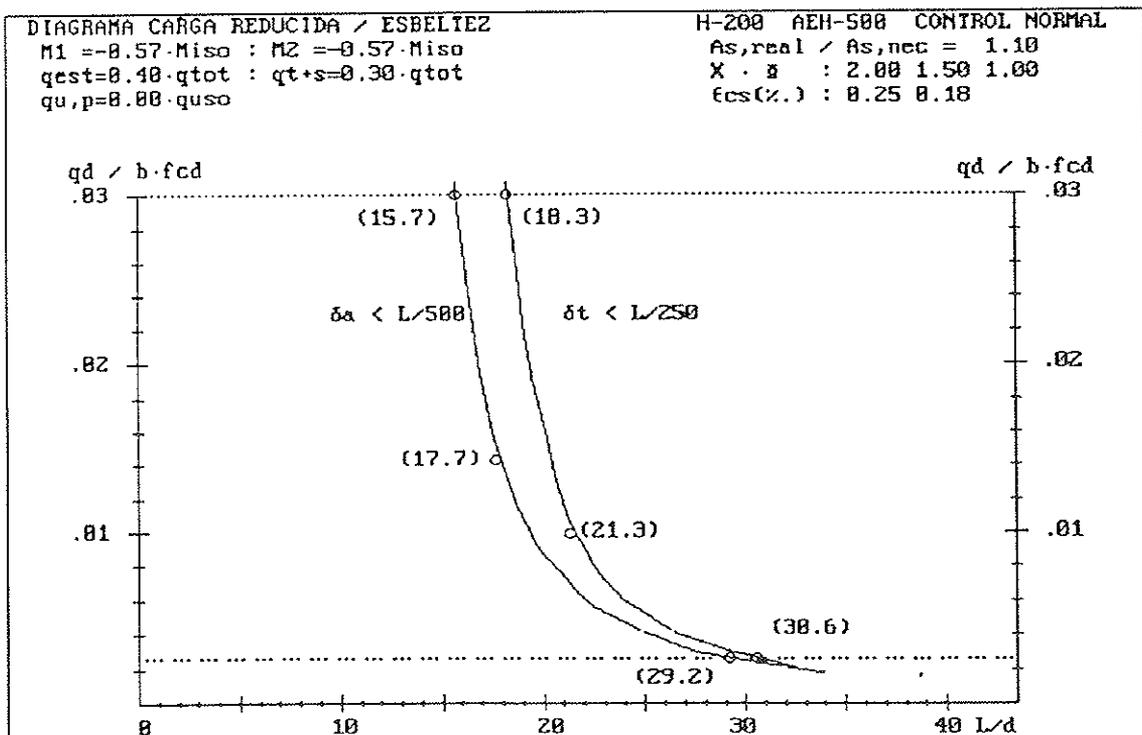


Figura 10.b: Relaciones carga reducida / esbeltez en vigas continuas en ambos extremos (Acero AEH-500).

**Esbelteces L/d ultrarrígidas, básicas y límites, en vigas rectangulares de edificación**

Límite de flecha	Condiciones de extremo	Acero AEH 400			Acero AEH 500		
		Esbeltez ultra-rígida (L/d) <sub>ur</sub>	Esbeltez básica (L/d) <sub>b</sub>	Esbeltez límite (L/d) <sub>l</sub>	Esbeltez ultra-rígida (L/d) <sub>ur</sub>	Esbeltez básica (L/d) <sub>b</sub>	Esbeltez límite (L/d) <sub>l</sub>
$\delta_{TOT} \leq L/250$ ó $\delta_{ACT} \leq L/400$	Tramo aislado	15	17	25	13	15	25
	Tramo continuo* en un extremo	19	23	29	16	20	28
	Tramo continuo* en dos extremos	20	24	32	18	21	31
$\delta_{ACT} \leq L/500$	Tramo aislado	13	14	25	11	13	24
	Tramo continuo* en un extremo	15	19	28	14	17	27
	Tramo continuo* en dos extremos	17	20	30	16	18	29

\* Un extremo se considera continuo si el momento correspondiente es igual o superior al 85% del respectivo momento de empotramiento perfecto.

teses básicas, ultrarrígidas y límites obtenidos para los límites de flecha, condiciones de apoyo y tipos de acero considerados.

Aunque ya ha quedado señalado, conviene insistir en que las *esbelteces límites* obtenidas son aplicables exclusivamente a elementos lineales, cumpliendo las condiciones medias de edificación anteriormente señaladas. En el caso de elementos superficiales unidireccionales, (tales como forjados o losas apoyadas sobre muros o sobre vigas

sidera una losa típica de edificación, con una carga total de servicio de alrededor de 1.200 kp/m<sup>2</sup>, realizada con hormigón H-200, la carga reducida resulta aproximadamente  $\pi = 0,00144$ . En consecuencia, si se impone el límite más desfavorable de los hasta ahora utilizados (flecha activa inferior a L/500) y se considera un acero AEH-400 o AEH-500<sup>13</sup>, de los gráficos de las figuras 8, 9 y 10 se deduce que pueden alcanzarse, sin problemas de deformación, las esbelteces recogidas en el cuadro siguiente:

**Esbelteces que evitan comprobar deformaciones en losas macizas unidireccionales**  
( $q_{total} \leq 1.200 \text{ kp/m}^2$ ;  $\delta_{ACT} \leq L/500$ ; acero AEH-400 ó AEH-500)

Condiciones de extremo del tramo	Esbeltez L/d
Tramo aislado	25
Continuo en un extremo	32
Continuo en los dos extremos	38

suficientemente rígidas) tales esbelteces pueden superarse, al disminuir considerablemente el parámetro *carga reducida* o bien, como sucede en el caso de losas macizas, no existir condicionamientos de ancho eficaz. A título de ejemplo, si se con-

<sup>13</sup> Dadas las bajas cuantías de armado que resultan en este tipo de losas, el uso de acero AEH-400 ó 500 da lugar a diferencias mínimas en términos de esbelteces máximas alcanzables.

## POSIBLES CORRECCIONES SOBRE LOS LÍMITES DE ESBELTEZ PROPUESTOS

Los límites de esbeltez obtenidos en el apartado precedente resultan particularmente sensibles al tipo de acero utilizado en la armadura de tracción y, más propiamente, a su tensión de servicio, así como a los límites de flecha que se impongan para su deducción. Por ello, pese a que el estudio efectuado ha considerado un cierto margen de variación de ambos aspectos, resulta conveniente plantear posibles correcciones para situaciones diferentes a las hasta ahora contempladas.

Así pues, en los subapartados que siguen, se abordan correcciones de los límites de esbeltez propuestos, tanto en base a la tensión de servicio de la armadura traccionada realmente dispuesta, como en base a la consideración de límites de deformación diferentes a los usuales. Adicionalmente, se recuerdan las correcciones propuestas en la literatura, para adaptar los límites de esbeltez obtenidos para secciones rectangulares, a secciones tipo "T".

### Modificación de los límites de esbeltez propuestos, en función de la tensión real de servicio de la armadura traccionada

La disposición de armadura sobreabundante, disminuye la tensión y alargamiento unitario en servicio de la misma y, en consecuencia, constituye un medio de reducir las deformaciones de las estructuras de hormigón armado. De hecho, como ya se ha comentado, la colocación de las armaduras con sentido constructivo, y la utilización de diámetros comerciales, provocan una sobreabundancia cierta de armadura, en todas o parte de las secciones de la pieza. Aunque tal sobreabundancia no puede establecerse con carácter universal, sin embargo, en la realidad, muchas vigas de edificación presentan un exceso medio de armadura, superior al 10% considerado en este trabajo.

El efecto beneficioso del exceso de armadura sobre las deformaciones, puede utilizarse como medio para mantenerlas dentro de límites tolerables. De este modo es posible dimensionar las secciones por debajo de los mínimos establecidos en el apartado anterior, utilizando esbelteces superiores a las correspondientes a las condiciones de sustentación y carga reducida ( $\pi = q_d/b \cdot f_{cd}$ ), siempre y cuando se reduzca la tensión de servicio del acero, sobre-armando la pieza respecto a consideraciones puramente resistentes. La reducción de deformaciones mediante la disposición de armaduras sobreabundantes tiene, sin embargo, un efecto relativamente limitado:

- Por una parte, la reducción de deformaciones no resulta lineal respecto al exceso de armadura, disminuyendo la efectividad conforme

se incrementa dicho exceso de armadura. A título orientativo, para una sección realizada con acero AEH-500 y hormigón H-200, en situación límite de no precisar armadura de compresión por razones resistentes, excesos de armadura del 25%, 50%, 75% y 100% provocarían, respectivamente, reducciones de la curvatura (instantánea + diferida) del 11%, 19%, 24% y 29%. En términos de flecha, las conclusiones resultan bien parecidas. Así, para una viga biapoyada, realizada con los materiales anteriores y dimensionada de modo que la sección más solicitada se encuentra en la situación límite de no requerir armadura de compresión, los mismos excesos de armadura del 25%, 50%, 75% y 100% determinan, respectivamente, reducciones de la flecha (tanto total como activa) del 12%, 21%, 27% y 31%.

- Por otra parte, razones constructivas y también económicas limitan, en la práctica, la posibilidad de controlar las deformaciones en base exclusivamente a aumentos de armadura. Fijar un límite de carácter general en este sentido, resulta nuevamente imposible. Sin embargo, a juicio de los autores, incrementos de armadura superiores al 75% o 100% no resultan ni razonables, ni viables en la práctica.

En todo caso, los límites de esbeltez deducidos en el apartado precedente pueden corregirse favorablemente, si se garantiza un exceso de armadura y, por tanto, una disminución de la tensión (y el alargamiento unitario) de servicio. Dicha corrección, que en propiedad depende de la tensión de servicio en la armadura traccionada, a lo largo de la pieza, en general puede expresarse convenientemente a partir de la tensión de servicio en la armadura de la sección determinante de la pieza (sección central en vanos) que, de manera en general suficientemente aproximada, puede expresarse según:

$$\sigma_s = \frac{f_{yk}}{\gamma_s \gamma_f \frac{A_{s,real}}{A_{s,nec}}}$$

siendo:

- $f_{yk}$  el límite elástico característico del acero de la armadura (en general 4.100 ó 5.100).
- $\gamma_f$  el coeficiente de mayoración de acciones (en general 1,6).
- $\gamma_s$  el coeficiente de minoración de resistencia del acero (en general 1,15).
- $A_{s,real}$  el área de armadura de tracción, realmente dispuesta en la sección.
- $A_{s,nec}$  el área de armadura de tracción, estrictamente necesaria por resistencia.

A partir de la anterior estimación de la tensión de servicio de la armadura traccionada en la sec-

ción determinante, los *límites de esbeltez* propuestos, tanto en el cuadro general cómo en los diferentes gráficos, pueden corregirse<sup>14</sup> a partir del factor:

$$\beta_S = 1,61 - \frac{\sigma_s}{f_{yk}}$$

que alternativamente se puede expresar según:

$$\beta_S = 1,6 - \frac{0,6}{\frac{A_{s,real}}{A_{s,nec}}}$$

siendo  $f_{yk}$  el límite elástico característico del acero que se ha considerado para obtener la esbeltez que se desea corregir,  $\sigma_s$  la ya mencionada estimación de la tensión de servicio de la armadura de tracción en la sección determinante, y  $A_{s,real}/A_{s,nec}$  la relación entre la armadura de tracción realmente dispuesta y la estrictamente necesaria en dicha sección determinante.

#### Modificación de las esbelteces propuestas, para otros límites de flecha

La corrección de los límites de esbeltez propuestos, para límites de flecha diferentes a los adoptados, resulta particularmente fácil. Para ello, basta considerar que, dadas unas condiciones de sustentación, materiales y cargas, y fijado un criterio de dimensionado/armado (por ejemplo en base al momento reducido de la sección más solicitada), la flecha relativa resulta linealmente creciente con la esbeltez. Esta circunstancia quedó evidenciada en las **figuras 3 y 4**, y permite corregir los límites de esbeltez previamente obtenidos, sin más que multiplicarlos por un factor  $\beta_L$ , definido del siguiente modo:

- Si se limita la flecha total,  $\beta_L = 250 \cdot (\delta_{TOT}/L)_{m\acute{a}x}$ , donde  $(\delta_{TOT}/L)_{m\acute{a}x}$  es el límite de flecha total relativa que se exige, en sustitución de la relación 1/250 considerada en el trabajo. Obviamente, en este caso  $\beta_L$  se aplica sobre las esbelteces obtenidas en base a limitar la flecha total por debajo de L/250.
- Si se limita la flecha activa,  $\beta_L = 500 \cdot (\delta_{ACT}/L)_{m\acute{a}x}$ , donde  $(\delta_{ACT}/L)_{m\acute{a}x}$  es el límite

de flecha activa relativa que se exige, en sustitución de la relación 1/500 considerada en el trabajo. Obviamente, en este caso  $\beta_L$  se aplica sobre las esbelteces obtenidas en base a limitar la flecha activa por debajo de L/500.

La corrección anterior presenta particular interés para la aplicación de los límites de flecha marcados en EF-88 que, para luces superiores a 5 metros, decrecen en términos de flecha relativa, al aumentar la luz. Así, para aquellas vigas en las que según la EF-88 deba aplicarse el límite de flecha (en cm)  $0,5 + L/1.000 \nless L/500$ , (el caso más exigente de la mencionada Instrucción), el factor corrector de los límites de esbeltez será (con L en cm):

$$\beta_L = 500 \cdot \frac{0,5 + \frac{L}{1.000}}{L} \nless 1$$

o bien, con L en metros:

$$\beta_L = \frac{5 + L}{2L} \nless 1$$

#### Modificación de las esbelteces propuestas, para secciones tipo "T"

Como ya se ha comentado en los apartados iniciales, tanto el **Eurocódigo EC-2 (Ref. 13)**, como la **Norma Británica BS-8110 (Ref. 15)**, recogen una corrección para aplicar los límites de esbeltez propuestos para secciones rectangulares, a secciones tipo "T". Dicha corrección es sensiblemente coincidente en ambos reglamentos, y consiste en multiplicar las esbelteces correspondientes a sección rectangular, por un factor  $\beta_T = 0,8$ , siempre que en la sección "T" la relación entre el ancho del nervio y del ala sea  $b_w/b \leq 0,3$ . Para relaciones  $b_w/b$  superiores, puede interpolarse linealmente entre los valores correspondientes a sección rectangular y a sección "T" (con  $b_w/b \leq 0,3$ ).

#### APLICACION PRACTICA DE LOS LIMITES DE ESBELTEZ PROPUESTOS

Con el fin de hacer evidente la sencillez de la aplicación práctica de los límites de esbeltez propuestos, en el presente apartado se propone su utilización en un ejemplo concreto. Se considera para ello una viga de edificación, con sección rectangular, hormigón H-200 y acero AEH-500, bajo condiciones de control normales, con 6,0 m de luz, y sometida a las cargas y la ley de momentos que se aprecian en la **figura 11**. Dicha viga se supone que sustenta elementos no estructurales que no son especialmente sensibles por lo que,

<sup>14</sup> La corrección propuesta se ha ajustado con considerable precisión para *esbelteces básicas* (aquéllas que permiten obviar comprobar flecha en vigas dimensionadas estrictamente, sin necesidad de armadura de compresión), con tensiones de servicio en la armadura traccionada de la sección determinante, en el rango  $1500 \leq f_s$  (kp/cm<sup>2</sup>)  $\leq 3000$ . Sin embargo, los resultados son extrapolables, sin errores de consideración, a otras condiciones de dimensionado, así como a tensiones de servicio fuera de las anteriores cotas.

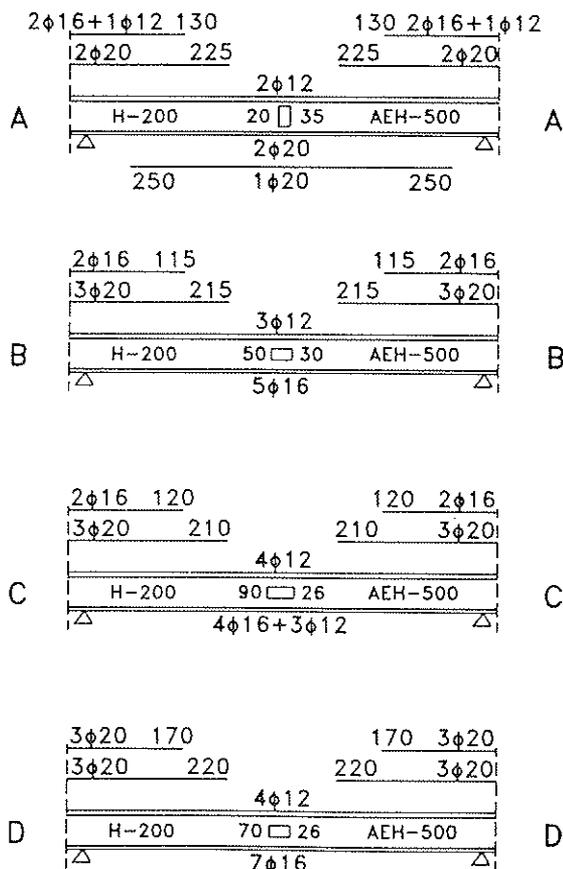
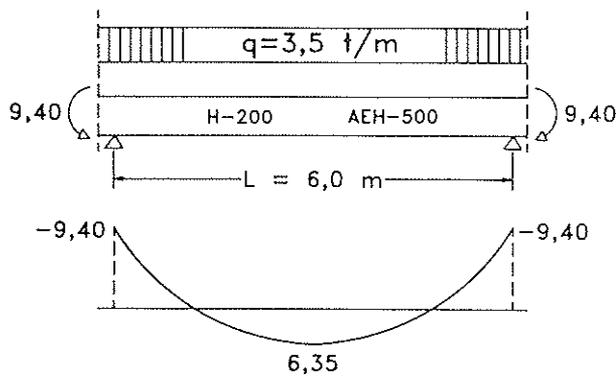


Fig. 11. Ejemplos de aplicación.

conforme al artículo 6.3.5. de EF-88, la flecha activa debería limitarse a  $L/800 + 0.6 \text{ cm} = 1.35 \text{ cm} \approx L/440$ . Sin embargo, a fin de facilitar el procedimiento seguido, en el ejemplo se ha considerado una limitación de la flecha activa<sup>15</sup> de  $L/400$ . Como ya se ha indicado, en las condiciones usua-

<sup>15</sup> Si se quisiera partir de la limitación estrictamente marcada, bastaría aplicar lo indicado en el apartado previo relativo a "Modificación de las esbelteces propuestas, para otros límites de flecha". En todo caso, como más adelante se comprueba, los cálculos finales efectuados aplicando el método de integración de curvaturas según los criterios marcados en el Eurocódigo EC-2, satisfacen también el límite de flecha marcado en la EF-88, como consecuencia de las simplificaciones "conservadoras" introducidas en el desarrollo de los criterios propuestos.

les de edificación, el cumplimiento de una flecha activa inferior a  $L/400$  garantiza, paralelamente, el cumplimiento de una flecha total inferior a  $L/250$ .

Como primera cuestión, se deben comprobar las condiciones de continuidad en los extremos de la viga. Para ello, se verifica que los momentos de extremo no son inferiores (en valor absoluto) al 85% de los correspondientes momentos de empostramiento perfecto. En el caso considerado es:

$$|M_1| = |M_2| = 9,40 \text{ m}\cdot\text{t} \leq 0,85 \cdot q \cdot L^2 / 12 = 8,93 \text{ m}\cdot\text{t}$$

por lo que la viga puede considerarse continua en ambos extremos y, consecuentemente, los límites de esbeltez correspondientes a los materiales y condiciones contemplados resultan ser:

- Esbeltez ultrarrígida  $(L/d)_{u,r} = 18$
- Esbeltez básica  $(L/d)_{bas} = 21$
- Esbeltez límite  $(L/d)_{lim} = 31$

De acuerdo con la *esbeltez ultrarrígida* obtenida, cualquier sección de viga cuyo canto útil sea  $d \geq 600/18 = 33 \text{ cm}$ , garantiza el cumplimiento de un límite de flecha activa inferior a  $L/400$  (y una flecha total inferior a  $L/250$ ), con la única condición de que la viga se arme correctamente por razones resistentes. En consecuencia, la solución A, con sección  $b \cdot h = 20 \times 36 \text{ cm}^2$  y el armado que se aprecia en la **figura 11.A**, obtenido estrictamente por resistencia, debería verificar tales límites. Calculando la flecha total y activa de dicha solución se obtienen los resultados de la columna A de la tabla adjunta, que confirman la validez de la solución, en términos de cumplimiento de la limitación de flecha impuesta.

De acuerdo con la *esbeltez básica* obtenida, cualquier viga cuyo canto útil sea de  $\geq 600/21 = 28 \text{ cm}$  y que se dimensione de modo que no requiera la disposición de armadura de compresión en ninguna sección, garantiza igualmente el cumplimiento del límite de flecha impuesto. Adoptando un canto total de 30 cm (que supone apurar ligeramente el canto útil mínimo obtenido), y considerando que el máximo momento de servicio (en valor absoluto) es  $|M_{m\acute{a}x}| = 9,40 \text{ m}\cdot\text{t}$ , la sección se dimensiona de modo que  $\gamma_f \cdot |M_{m\acute{a}x}| \leq 0,32 \cdot b \cdot d^2 f_{cd}$ , lo que determina un ancho mínimo de 48,5 cm, que se redondea a 50 cm. Se obtiene así la viga de la solución B, armada también estrictamente por resistencia, que se aprecia en la **figura 11.B**. Calculando las flechas activa y total, se obtienen los resultados consignados en la columna B de la tabla, que de nuevo confirman la validez de la solución adoptada, en términos de deformaciones.

De acuerdo con la *esbeltez límite* obtenida, la viga objeto de estudio puede dimensionarse con cantos útiles inferiores a los hasta ahora considerados, con la condición  $d \geq 600/31 = 19 \text{ cm}$ . En

tal caso, una vez definida la esbeltez  $L/d$  que se desea utilizar, el diagrama *carga reducida/esbeltez* que corresponda (en este caso el de la **figura 10 b**), proporciona la carga reducida máxima y, en consecuencia, el ancho mínimo de la pieza. Si se adopta un canto total  $h = 26$  cm, resulta  $d = 23$  cm, y  $L/d = 26 < 30,6$ . A partir de este último valor, la carga reducida máxima debe ser  $\pi = q_d/(b \cdot f_{cd}) \geq 0,0049$ , que equivale a que el ancho sea  $b \geq 86$  cm, redondeándose tal valor hasta  $b = 90$  cm. Para esta sección  $b \times h = 90 \times 26$  cm<sup>2</sup>, aplicando consideraciones puramente resistentes, se llega a la solución C que se aprecia en la **figura 11.C**. Calculando la flecha activa y total para dicha configuración, se obtienen los resultados indicados en la tabla para la solución C que, una vez más, satisfacen los límites impuestos.

Finalmente, los anchos obtenidos en la hipótesis de que se disponga la armadura estrictamente necesaria por resistencia, puede reducirse, a condición de (sobre)armar la pieza por encima de las consideraciones puramente resistentes. Así, la viga objeto de estudio puede también resolverse con una sección de  $70 \times 26$  cm<sup>2</sup>. En tal caso, el ancho es  $b = 70$  cm, la carga reducida es  $\pi = 0,0060$ , lo que de acuerdo con el diagrama *carga reducida/esbeltez* correspondiente (**figura 10,b**), exigiría una esbeltez  $L/d = 24$  ( $d = 25$  cm), en el supuesto de que la pieza se armara estrictamente por resistencia. Al haberse adoptado un canto útil inferior ( $d = 23$  cm), la esbeltez  $L/d = 26$  resulta 1,08 veces superior a la marcada, debiéndose corregir esta deficiencia en base a exceso de armadura, de modo que el factor corrector correspondiente a la armadura sea precisamente  $\beta_s = 1,08$  (igual al incremento de esbeltez o reducción de canto). En consecuencia, conforme a la expresión ajustada para dicho factor,  $\beta_s$  deberá ser:

$$\beta_s = 1,6 - \frac{0,6}{\frac{A_{s,real}}{A_{s,nec}}} = 1,09$$

De donde se obtiene  $A_{s,real}/A_{s,nec} = 1,2$ , lo cual implica que la pieza debe armarse disponiendo, en cada sección, una armadura como mínimo 1,2 veces la necesaria por resistencia, llegándose a la solución D que se observa en la **figura 11.D**. Si se calculan las flechas activa y total de dicha solución, se obtienen los resultados expuestos en la columna D de la tabla que, una vez más, satisfa-

cen los límites marcados.

En definitiva, los límites de esbeltez y los criterios de dimensionamiento propuestos, han permitido desarrollar con toda sencillez cuatro diseños diferentes de una misma pieza, que aseguran el cumplimiento de los límites de flecha marcados. Se comprueba así la efectividad de tales límites y criterios para introducir los problemas de deformación como dato básico de diseño, y alcanzar soluciones que no exigen el cálculo de flechas "a posteriori", pues garantizan automáticamente deformaciones dentro de los límites vigentes, bajo las hipótesis y condiciones establecidas en el trabajo.

## CONCLUSIONES

1. El control de deformaciones en piezas flechadas de hormigón armado, depende fundamentalmente de un número reducido de variables. Entre estas variables, la esbeltez o relación  $L/d$  sobresale como principal parámetro de diseño del problema, de modo que, bajo ciertas condiciones, su limitación garantiza flechas generalmente asumidas como tolerables, lo que puede evitar calcular y comprobar deformaciones. Sin embargo, existen otras variables con una incidencia considerable que, conjuntamente con la esbeltez, definen para cada caso el conjunto de diseños válidos por razones de deformación. Entre estas variables se encuentran la relación entre la carga y el ancho, contemplada en el trabajo a partir del parámetro adimensional denominado *carga reducida*  $\pi = q_d/(b \cdot f_{cd})$ ; la tensión de servicio de las armaduras, dependiente del tipo de acero y de los coeficientes de seguridad adoptados; o las características mecánicas del hormigón, generalmente definidas en base a su resistencia característica  $f_{ck}$ , si bien en el rango usual en edificación la incidencia de las características del hormigón resulta bastante poco variable.

2. La exigencia de satisfacer una determinada limitación de flecha (relativa a la luz), proporciona una relación entre las variables principales del problema: esbeltez, carga reducida (o relación carga/ancho), tensión de servicio en la armadura, y resistencia característica del hormigón, por este orden. Establecidos los materiales estructurales conforme a los estándares actuales de la edificación española (hormigón entre H-175 y H-225,

Tabla resumen de los resultados del ejemplo de aplicación

DEFORMACIÓN	MÉTODO DE CÁLCULO	SOLUCIÓN A	SOLUCIÓN B	SOLUCIÓN C	SOLUCIÓN D
FLECHA ACTIVA	EUROCÓDIGO EC-2	11,9 mm - L/503	12,6 mm - L/477	13,0 mm - L/463	13,1 mm - L/450
	INSTRUCCIÓN EH-91	14,6 mm - L/410	14,9 mm - L/401	14,8 mm - L/405	14,9 mm - L/401
FLECHA TOTAL	EUROCÓDIGO EC-2	18,4 mm - L/325	19,1 mm - L/313	19,3 mm - L/311	20,0 mm - L/300
	INSTRUCCIÓN EH-91	20,9 mm - L/287	21,4 mm - L/280	21,2 mm - L/283	21,5 mm - L/280

acero AEH-400 o AEH-500), y supuesta la pieza armada estrictamente por resistencia según los coeficientes de seguridad usuales, las dos últimas variables señaladas quedan fijadas. En estas condiciones, la esbeltez y la carga reducida (o la relación carga/ancho, o la cuantía de armadura en una sección determinante) quedan directamente relacionadas para el cumplimiento de la limitación de flecha relativa.

3. De acuerdo con la interrelación de variables señalada, la exigencia de satisfacer una determinada limitación de flecha relativa, no conduce a un único límite de esbeltez para cada problema, sino a un rango de límites de esbeltez, que se deberá matizar en función de las restantes variables esenciales, de acuerdo con los diferentes gráficos y factores correctores presentados en el trabajo. Sin embargo, suponiendo armado estricto por resistencia, un hormigón medio de edificación (H-200) y uno de los dos tipos de acero considerados (AEH-400 o AEH-500), para cada problema y límite de flecha relativa, es posible destacar algunos límites de esbeltez que presentan una especial significación:

- *Esbeltez ultrarrígida*: Se ha denominado así a la esbeltez por debajo de la cual puede asegurarse el cumplimiento del límite de flecha relativa marcado, independientemente del resto de variables del problema, por supuesto a condición de que la viga se encuentre correctamente armada por resistencia. Así, cualquier viga cuya esbeltez no supere la correspondiente esbeltez ultrarrígida, cumplirá el límite de flecha relativa impuesto, incluso para secciones de ancho muy restringido (carga reducida elevada) que impliquen armaduras de tracción y compresión considerables.
- *Esbeltez básica*: Se ha denominado así a aquella esbeltez por debajo de la cual se asegura el cumplimiento del límite de flecha relativa marcado, siempre que el dimensionamiento verifique unas mínimas condiciones, habituales en edificación y que, por supuesto, la pieza se arme correctamente por resistencia. La condición adoptada para precisar la esbeltez básica es que la pieza no requiera armadura de compresión (como comúnmente sucede en edificación) lo cual, según las condiciones del problema y los materiales estructurales, equivale a limitar la carga reducida, la relación carga/ancho, o la cuantía de armadura. En consecuencia, para toda viga dimensionada sin necesidad de armadura de compresión, con esbeltez igual o inferior a la esbeltez básica, puede asegurarse, sin necesidad de un cálculo explícito, el cumplimiento del límite de flecha relativa considerado.
- *Esbeltez límite*: Se ha denominado así a aquella esbeltez por encima de la cual el con-

trol de la deformación resulta muy problemático, incluso actuando sobre las restantes variables esenciales. En consecuencia, no se aconseja sobrepasar tal esbeltez; si bien hay que advertir que de los tres límites de esbeltez establecidos en el trabajo, este tercero aparece como el de evaluación más imprecisa o discutible.

4. La determinación de los anteriores límites de esbeltez efectuada en este trabajo para las situaciones más comunes de edificación (sección rectangular o "T", predominio de carga uniformemente repartida y materiales estructurales estándar), para diferentes condiciones de extremo, y diferentes límites de flecha relativa (total o activa), proporciona un procedimiento extraordinariamente simple para diseñar piezas flectadas con deformaciones tolerables, evitando relegar este problema a una comprobación "a posteriori" una vez calculada y armada la estructura. Este procedimiento se completa con gráficos y factores modificadores que contemplan la interrelación entre la esbeltez y las otras variables del problema (fundamentalmente carga reducida y tensión de servicio en la armadura), a efectos de controlar la deformación. De este modo, es posible ajustar el diseño de la pieza y, por ejemplo, ajustar el canto (esbeltez) en base a un incremento de ancho y/o armadura.

5. Los diseños efectuados en base al procedimiento propuesto aseguran el cumplimiento del límite de deformación correspondiente, con la única condición de que la pieza se arme correctamente por razones resistentes (o, en su caso, se arme en exceso, según la corrección obtenida). Sin embargo, dadas las simplificaciones de carácter conservador asumidas para su concreción, no se excluye que el límite de flecha impuesto pueda satisfacerse con secciones y armados más ajustados, aunque en este caso deben efectuarse las correspondientes comprobaciones.

## REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

1. ORTIZ, J., DEL RIO, A.: Estudio crítico del cálculo de flechas en vigas de hormigón armado según la Instrucción EH-88. Hormigón y Acero. Nº 173. 1989.
2. DEL RIO, A., ORTIZ, J.: Método simplificado para el cálculo de flechas en vigas de hormigón armado adaptado al Eurocódigo EC-2. Hormigón y Acero. Nº 173. 1989.
3. MARI, A., LOPEZ ALMANSA, F. y MIRAMBELL, E.: Interpretación analítica de la fórmula de Branson para el cálculo de flechas en piezas de hormigón armado. Hormigón y Acero. Nº 174. 1990.

4. MARI, A.: Propuesta de un método simplificado para la verificación del estado límite de deformación en estructuras de hormigón armado. *Hormigón y Acero*. Nº 180. 1991.
5. MURCIA, J.: Análisis aproximado en el tiempo, de secciones de hormigón armado en servicio. Propuesta de un nuevo factor de cálculo de flechas diferidas. *Hormigón y Acero*. Nº 181. 1991. (Comentarios adicionales del autor en el nº 183 de la misma revista).
6. MURCIA, J.: Análisis diferido en servicio de secciones en T y en cajón de hormigón armado. Factor de cálculo de flechas diferidas. *Hormigón y Acero*. Nº 183. 1991.
7. FARGUETA, F., FERNANDEZ, M. A., MIGUEL, P.: Un método alternativo para el cálculo de flechas instantáneas en piezas de hormigón armado. *Hormigón y Acero*. Nº 181. 1991.
8. FARGUETA, F., FERNANDEZ, M. A., MIGUEL, P.: Cálculo simplificado de flechas instantáneas en vigas de hormigón sometidas a flexión compuesta. Método propuesto para la Instrucción de hormigón pretensado EP-93. *Hormigón y Acero*. Nº 188. 1993.
9. DEL RIO, A., ORTIZ, J.: Limitación de deformaciones en estructuras de edificación. *Hormigón y Acero*. Nº 180. 1991.
10. DEL RIO, A.: Aplicación del principio de los trabajos virtuales al cálculo de las deformaciones de las estructuras. *Hormigón y Acero*. Nº 188. 1993.
11. CALAVERA, J. GARCIA DUTARI, L.: Cálculo de flechas en estructuras de hormigón armado. *Internac*. Madrid. 1992.
12. FARGUETA, F.: Cálculo práctico de flechas instantáneas en estructuras de hormigón. Tesis Doctoral. Dpto. de Ingeniería de la Construcción. Universidad Politécnica de Valencia. 1993.
13. EC-2. Eurocode Nº 2. Design of concrete structures. Part 1. General rules and rules for buildings. Commission of the European Communities. Revised final draft. 1989.
14. CEB-FIP. Model Code 1990.
15. BS-8110: Structural use of concrete. British Standard Institution. 1985.
16. ACI-318: Building code requirements Manual of concrete practice. American Concrete Institution. 1985.
17. EH-91. Instrucción para el proyecto y la ejecución de obras de hormigón en masa o armado. Comisión Permanente del Hormigón. M.O.P.U. 1991.
18. EF-88. Instrucción para el proyecto y ejecución de forjados unidireccionales de hormigón armado o pretensado. Comisión Permanente del Hormigón. M.O.P.U. 1988.
19. VILLEGAS, L.: Evaluación de las deformaciones en forjados para viviendas. Relaciones "canto/luz" que satisfacen las limitaciones de flecha especificadas por la EH-82. *Hormigón y Acero*. Nº 160. 1986.
20. COMITE EURO-INTERNATIONAL DU BETON: Fissuration et déformations. C.E.B. Bull. Nº 143. Lausanne. 1981.
21. FAVRE, R. KOPRNA, M., RADOJICIC, A.: Effets différés, fissuration et déformations des structures en béton. Ed. Georgi Saint Saphorin. Lausanne. 1980.
22. BAZANT, Z. P.: Prediction of Concrete Creep Effects using Age-Adjusted Effective Modulus Method. *A.C.I. Journal*, Vol. 69. 1972.
23. CHIORINO, M. A. (Ed.): Structural Effects of Time Dependent Behavior of Concrete. C.E.B. Manual Nº 142/142 bis. Georgi Pub. Co. Suiza. 1984.
24. LEONHARDT, F.: Estructuras de hormigón armado (Tomo IV: Verificación de la capacidad de uso). Ed. El Ateneo. Buenos Aires. 1985.
25. JOHNSON, A. I.: Deformations of Reinforced Concrete. *I.A.B.S.E. Pub.* Vol. 11. Zurich. 1951.
26. PFEFFERMANN, O.: The behaviour of brick partitions with deformation of their support. *Second Inst. Brick Masonry Conference*. Stoke on Trent. 1970.
27. MAYER, H., RUSCH, H.: Damage to building resulting from deflection of reinforced concrete members. *Deutscher Ausschuss für Stahlbeton*, Helf 193. Berlin 1967.
28. ACI-435: Allowable deflections. American Concrete Institute. Comité ACI-435. *Journal of ACI*. Junio 1968.

## RESUMEN

El control de la deformación de las estructuras dentro de límites que no comprometan su apariencia, durabilidad y funcionalidad, constituye un dato esencial en el diseño de las mismas. En el caso de piezas flectadas, de hormigón armado, de edificación, dicho control depende esencialmente de un reducido número de variables, entre las cuales la más importante es la esbeltez o relación luz/canto (útil). Bajo ciertas condiciones, el cumplimiento de determinados límites de esbeltez permite asegurar deformaciones tolerables, evitándose la necesidad de comprobaciones explícitas.

En el presente trabajo, previa revisión del estado actual de los conocimientos en la materia, se desarrollan criterios de diseño tendentes a evitar problemas de excesiva deformación en piezas

flectadas, de hormigón armado, en las condiciones usuales de la edificación convencional española. Tales criterios se fundamentan en la concreción de límites de esbeltez, en correlación con las restantes variables principales del problema, para diferentes condiciones de extremo y limitaciones de flecha (relativa). El conjunto de reglas desarrolladas configuran un procedimiento extraordinariamente simple para proyectar piezas flectadas con deformaciones tolerables, evitándose así relegar este problema a una comprobación "a posteriori", una vez calculada y armada la pieza.

## SUMMARY

Control of deformations of structures under limits which ensure their proper appearance, functioning and durability, should be formulated as a

basic condition of the structural design. In R.C. building flexural members, this control depends on a reduced number of variables, being the span/depth ratio the main design parameter. Under certain conditions, limits to span/depth ratio may be formulated to avoid deflection problems in normal circumstances, eluding to calculate and check deflections explicitly.

In this work, after reviewing the state of the art, design criteria to prevent excessive deflection problems in R.C. flexural members are developed, considering the normal circumstances of Spanish building structures. They are based on the establishment of span/depth ratios, for different end conditions and deflection limits, in accord with the rest of variables of the problem. The proposed rules, configure an extraordinarily simple procedure to design R.C. building flexural members with allowable deflections.

\* \* \*

## Simposio IABSE sobre "Cómo prolongar la vida útil de las estructuras" San Francisco, CA, EE.UU., 23-25 agosto 1995

Los edificios y los puentes de diseño moderno presentan frecuentemente signos de deterioro debido a la corrosión, a grietas pronunciadas, a la dudosa resistencia del terreno y a otras acciones que exigen reparaciones o refuerzos. Un estudio exacto del comportamiento de una estructura puede revelar que ésta no tiene ningún margen en caso de fallos o no puede garantizar un comportamiento aceptable. En áreas de actividad sísmica muchos puentes y edificios presentan configuraciones o detalles que pueden fallar durante un terremoto. Un cambio en el uso de los edificios existentes implica, generalmente, intervenciones importantes en su estructura.

Los propietarios consideran que los costos son exorbitantes cuando se trata de mantener o reparar edificios existentes, especialmente cuando estas reparaciones interfieren con el uso normal de la edificación. Por este motivo, los ingenieros deben planificar y diseñar los nuevos edificios para que tengan una larga vida útil, sean fáciles de mantener y reparar y se adapten a los cambios de utilización y a los avances de la tecnología.

El Simposio ofrece la oportunidad a las

Administraciones públicas, propietarios, ingenieros e investigadores de todo el mundo, de intercambiar experiencias y conocimientos en lo referente a estos problemas de ingeniería.

El programa técnico tratará cinco temas, relativos a edificios y puentes:

- Evaluación de las estructuras existentes.
- Control y mantenimiento para prolongar la vida útil de las estructuras.
- Reparación y refuerzo de las estructuras existentes.
- Refuerzo para mejorar el comportamiento sísmico.
- Criterios de diseño y construcción.

Los interesados en solicitar información suplementaria y la Invitación Preliminar deberán dirigirse a:

IABSE Secretariat  
ETH-Hönggerberg  
CH-8093 Zurich  
Suiza  
Tel.: (int. + 41 1) 633 26 47  
Fax: (int. + 41 1) 371 21 31

# SIMPOSIO INTERNACIONAL IASS 1995

5-9 Junio, 1995

Milán-Italia

## Estructuras espaciales: pasado, presente y futuro

El Simposio está organizado conjuntamente por la Asociación Internacional de Estructuras Laminadas (IASS) y el ISMES (Instituto Italiano de Investigación y Laboratorios de Ensayo de Estructuras).

### Objetivos

El Simposio es un foro internacional interdisciplinario para mantener discusiones sobre el pasado, presente y futuro de las estructuras espaciales. Los participantes describirán la evolución de muchas clases de estructuras espaciales, examinarán su diseño conceptual, construcción, estética y rehabilitación y recibirán información puesta al día de nuevos componentes y materiales.

### Temas

Se tratarán estructuras tales como láminas, membranas, estructuras espaciales, elementos estructurales en tensión y sistemas híbridos para su utilización en recintos deportivos, recreativos, de reuniones multitudinarias, residenciales, industriales, de transporte, comunicación y medio ambiente.

Las sesiones incluirán estudios sobre los siguientes temas generales:

A: Conceptos estructurales, estética y evaluación puntual.

B: Últimos avances en diseño y análisis.

C: Nuevas técnicas constructivas.

D: Historia, análisis y rehabilitación de bóvedas antiguas y estructuras espaciales.

E: Control activo y pasivo de vibraciones.

F: Sistemas expertos para proyecto y construcción.

G: Morfología de estructuras.

H: Nuevos componentes y materiales.

I: Durabilidad y seguridad.

### Presentación de artículos

Se invita a la remisión de artículos a ingenieros, arquitectos, investigadores, historiadores, constructores y a todas aquellas personas interesadas en los temas del Simposio.

Los resúmenes, de una página, clasificados según los temas, deberán ser enviados a:

Dr. A. Lomi, secretario

IASS Symposium 95 Scientific Committee  
ISMES - V. le G. Cesare, 29 24124 Bergamo  
Italy, telefax: intl + 35 307710

Deberán incluir la dirección completa, teléfono, telefax y dirección del autor.

–Fecha límite de presentación de artículos preparados para su composición fotográfica: Nov. 30, 1994.

–Aceptación final de artículos: Dic. 31, 1994.

–Fecha límite para registrarse el autor de un artículo, a precio reducido: Enero 31, 1995.

Todos los artículos aceptados se publicarán en los proceedings del Simposio.

### Idioma

El idioma oficial del Simposio es el Inglés, tanto para la presentación escrita como para la oral. No se facilitará traducción simultánea.

### Lugar de reunión

El Simposio se celebrará en el Palazzo delle Stelline (siglo XVII) situado en el centro de Milán, muy cerca del metro y del transporte de superficie, así como de la zona de comercios y hoteles.

### Correspondencia

IASS Symposium Organizing Committee  
c/o Redesco srl 5, via Gioberti  
20123 Milano Italy  
Fax intl + 2 436478

### Cuotas

	Hasta Febrero 28, 1995	Después
Miembros IASS	US \$ 550	600
No miembros	US \$ 650	700
Acompañantes	US \$ 300	350
Estudiantes	US \$ 50	50
Precio especial para autores	US \$ 500	hasta Enero 31, 1995

## Aproximaciones analíticas del comportamiento en el tiempo de puentes continuos de hormigón contruidos mediante elementos prefabricados

Juan Murcia

Profesor de Investigación del CSIC (ICMAB).

Actualmente en Dpto. Ingeniería de la Construcción, UPC (ETSICCP Barcelona)

### INTRODUCCION

Las estructuras de hormigón cuya construcción implica cambios de esquema estructural (en particular, al pasar del isostatismo al hiperestatismo) experimentan normalmente, además de la evidente evolución en su deformabilidad, redistribuciones de esfuerzos (y, por tanto, de tensiones) a lo largo del tiempo, por causa de las deformaciones diferidas del hormigón, esto es, la fluencia y la retracción. Por otro lado, siempre que se da una evolución en la sección aparecen también redistribuciones internas de tensiones, por el mismo motivo. Todos estos efectos en el tiempo, que no suelen ser despreciables, han de ser considerados en el análisis de tales estructuras, de cara a su proyecto y construcción.

La concepción de un particular tipo de puentes, basado sobre todo en un sistema constructivo que da lugar a tales evoluciones (6), ha requerido abordar un procedimiento ajustado para su adecuado análisis en el tiempo (5).

Ello centra el presente trabajo, orientado a

desarrollar aproximaciones analíticas sencillas, complementarias del anterior (5), para evaluar dichas redistribuciones diferidas. Tales aproximaciones, que sirvieron en principio para contrastar el procedimiento antes citado (5), basado en un modelo un tanto complejo, tienen, de cualquier modo, un interés por sí mismas en las fases de predimensionamiento dentro del proyecto.

### Descripción, sistema constructivo y opciones del mismo

En estos puentes el tablero está compuesto, en principio, por elementos prefabricados, unos de hormigón pretensado y otros de hormigón armado, a los que se une en obra una losa superior de hormigón armado y se da continuidad longitudinal. Las piezas prefabricadas, de sección artesana, pueden tener canto variable o constante.

El esquema básico de construcción se refleja globalmente en la figura 1.

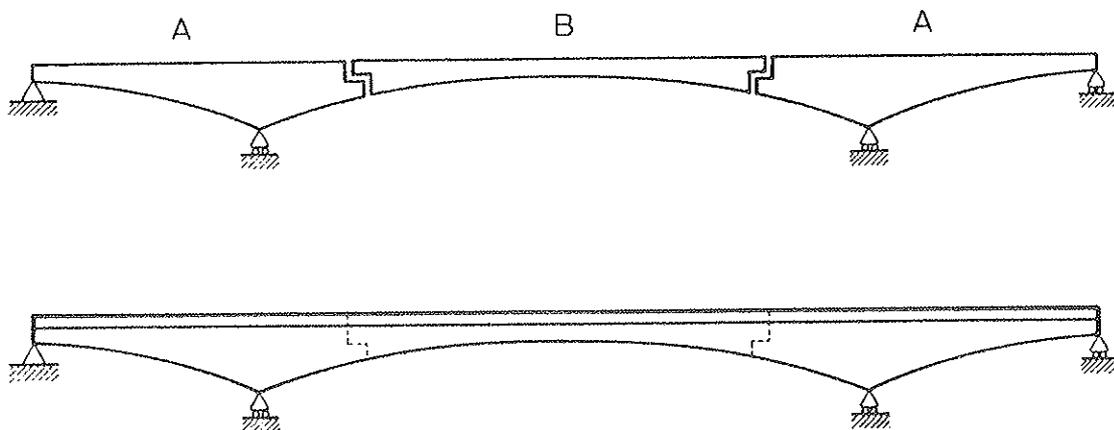


Fig. 1.

Los apoyos extremos lo son sobre estribos y los intermedios sobre pilas. Como se ve en la figura 1, normalmente las uniones o juntas se colocan en las zonas de vano, permitiendo alcanzar luces centrales superiores, aunque en el límite pueden estar sobre las pilas. Las piezas de hormigón pretensado se apoyan en las que tienen el voladizo, las cuales son de hormigón armado.

Naturalmente, los puentes aquí contemplados incluyen cualquier número de repeticiones del esquema básico indicado, de forma que, para más de tres vanos, existen unas piezas intermedias, de hormigón armado, sobre dos apoyos y con dos voladizos.

Sobre el esquema constructivo anterior, cabe plantear la alternativa de la colocación de apeos en la pieza central, normalmente sólo para posponer el efecto del peso de la losa sobre ella.

La construcción sin apeos permite distintas secuencias entre el montaje de la pieza central, el hormigonado de la losa y la unión en continuidad. A su vez, la alternativa con apeos admite además combinar el orden de la unión en continuidad y la retirada de los apeos.

Por otra parte, puede interesar que, transversalmente, el hormigonado de la losa (en especial, la existente sobre las piezas centrales) se realice en dos fases distintas (aunque consecutivas, normalmente), primero sólo con la anchura de la pieza y más tarde el resto.

En definitiva, para la construcción de estos puentes se contemplan muchas opciones posibles diferentes, al combinar las fases y variantes que se acaban de citar (en la referencia 5 se contemplan siete).

A continuación se describen, en síntesis, algunas de ellas.

1. Construcción sin apeos y unión previa a hormigonar parte de la losa, con hormigonado transversal de la losa en una sola fase:
  - Fabricación de las piezas A, de hormigón armado.
  - Fabricación de las piezas B, de hormigón pretensado.
  - Montaje en obra de las piezas A sobre estribos y pilas.
  - Hormigonado de la losa sobre las piezas A.
  - Montaje en obra de las piezas B sobre las A.
  - Unión (cosido) de las piezas A y B.
  - Hormigonado de la losa sobre las piezas B.
2. Construcción como la anterior, con hormigonado transversal de la losa en dos fases.
3. Construcción sin apeos y unión al final, con montaje no consecutivo de las piezas prefabricadas:
  - Fabricación de las piezas A, de hormigón

armado.

- Fabricación de las piezas B, de hormigón pretensado.
  - Montaje en obra de las piezas A sobre estribos y pilas.
  - Hormigonado de la losa sobre las piezas A.
  - Montaje en obra de las piezas B sobre las A.
  - Hormigonado de la losa sobre las piezas B.
  - Unión (cosido) de las piezas A y B.
4. Construcción sin apeos y unión al final, con montaje consecutivo de las piezas prefabricadas:
    - Fabricación de las piezas A, de hormigón armado.
    - Fabricación de las piezas B, de hormigón pretensado.
    - Montaje en obra de las piezas A sobre estribos y pilas.
    - Montaje en obra de las piezas B sobre las A.
    - Hormigonado de la losa a lo largo de todo el puente.
    - Unión (cosido) de las piezas A y B.
  5. Construcción sin apeos y unión de las piezas prefabricadas previa al hormigonado de la losa.
  6. Construcción con apeos y unión al final, antes de retirar aquéllos:
    - Fabricación de las piezas A, de hormigón armado.
    - Fabricación de las piezas B, de hormigón pretensado.
    - Montaje en obra de las piezas A sobre estribos y pilas.
    - Hormigonado de la losa sobre las piezas A.
    - Montaje en obra de las piezas B sobre las A, apeándolas después.
    - Hormigonado de la losa sobre las piezas B.
    - Unión (cosido) de las piezas A y B.
    - Retirada de los apeos.
  7. Construcción con apeos y unión al final, justo tras retirar aquéllos.
  8. Construcción con apeos y unión previa de las piezas:
    - Fabricación de las piezas A, de hormigón armado.
    - Fabricación de las piezas B, de hormigón pretensado.
    - Montaje en obra de las piezas A sobre estribos y pilas.
    - Montaje en obra de las piezas B sobre las A, apeándolas después.
    - Unión (cosido) de las piezas A y B.
    - Hormigonado de la losa a lo largo de todo el puente.
    - Retirada de los apeos.
- La colocación de las cargas muertas (pavimento, barandillas, etc.) se lleva a cabo normalmente sobre la estructura definitiva continua.

Respecto a las opciones de la referencia 5, debe indicarse que coinciden las numeradas como 1, 2, 3, 6 y 7; además, la 8 de aquí es la 5 de allí.

## ANÁLISIS EN EL TIEMPO

Las condiciones que corresponden al análisis diferido son las de servicio, ya que las acciones implicadas en el mismo son sólo las que tienen carácter de permanencia, esto es, las que afectan a la fluencia. Ello permite normalmente suponer la existencia de linealidad en los materiales y, en particular, el uso de la viscoelasticidad lineal para representar la fluencia del hormigón.

No obstante, el problema involucrado en relación al análisis del comportamiento en el tiempo de estos puentes es sumamente complejo. Hay que tener en cuenta, por un lado, que existe una doble evolución estructural: evolución transversal, con la consiguiente interacción (redistribución diferida de tensiones) entre elemento prefabricado y losa in situ, cuyos hormigones tienen distinto comportamiento diferido (en general, porque son diferentes, tienen edades diferentes y están sometidos a algunas acciones diferentes), una vez unidos ambos solidariamente; y evolución longitudinal, con redistribución diferida de esfuerzos. Por otro lado, existen distintos efectos que también interactúan con los anteriores, como son el debido a las armaduras, tanto activas (con su correspondiente relajación) como pasivas, y el de la fisuración del hormigón en las zonas armadas.

Como se indicó antes, en otro lugar (5) se ha efectuado un análisis ajustado de este tipo de estructuras en el citado ámbito, en el que se han considerado los diversos efectos arriba consignados, mediante un proceso paso a paso en el tiempo siguiendo las sucesivas configuraciones de la estructura. El procedimiento allí empleado se basa en introducir la fluencia y la retracción del hormigón (incluyendo sus efectos en la interacción transversal elemento-losa) como acciones geométricas a escala de sección, curvaturas y elongaciones, usando líneas de influencia para tales acciones; ello tiene, entre otras, la ventaja de evitar la repetición de sucesivos análisis similares sobre una misma estructura, en especial la que resulta finalmente.

## PLANTEAMIENTO DE LAS APROXIMACIONES ANALÍTICAS

En un análisis como el de estos puentes siempre resulta interesante la elaboración de alguna aproximación analítica más o menos sencilla, si ello es posible, para tratar de acotar el problema

global implicado: se puede acceder así a una orientación muy importante en relación a los resultados de modelos complejos y, por tanto, a una cierta referencia objetiva sobre su validez; como se ha dicho, esto es lo que se hizo respecto al procedimiento descrito en la referencia 5. Por otra parte, siempre es de interés en las fases previas del proyecto.

Evidentemente, no es factible reproducir con un útil que necesariamente no puede ser complejo todos los matices de un problema intrincado, como el que aquí se plantea, dada la cantidad de factores en juego y su actuación interactiva.

En lo que sigue desarrollaremos algunas aproximaciones al problema estructural fundamental implicado en este trabajo, basándonos en el modelo o función de fluencia de Dischinger (1). Dada la gran sencillez de ésta, puede parecer en principio que cualquier aproximación que se derive de ella será demasiado simplista; y ello es cierto en general. Sin embargo, el problema aquí involucrado, al menos, permite de hecho ciertos ajustes que palián buena parte de las limitaciones de la función, como se verá más adelante. Por ello, estas aproximaciones se muestran suficientes para los propósitos antes citados.

## Desarrollos básicos para el modelo de fluencia de Dischinger

En su forma más general, el modelo de Dischinger agrupa a las funciones de fluencia que tienen una expresión del coeficiente de fluencia  $\varphi(t, t_0)$  en forma de variables separadas. Tales funciones se expresan, por tanto, como

$$c(t, t_0) = \frac{1}{E_c(t_0)} + \frac{\varphi(t, t_0)}{E_c} = \frac{1}{E_c(t_0)} + \frac{\varphi(t) - \varphi(t_0)}{E_c},$$

donde  $E_c(t_0)$  es el módulo de deformación instantánea del hormigón, siendo  $E_c$  su valor para una edad del hormigón  $t_0$  determinada (normalmente, 28 días) y  $\varphi(t)$  una función monótona creciente y asintótica.

Estas funciones tienen la propiedad de que, al analizar la fluencia, la expresión integral general de la viscoelasticidad lineal, esto es,

$$\varepsilon_c(t, t_0) = \sigma_c(t_0) \cdot c(t, t_0) + \int_{t_0}^t \sigma_c'(\tau) \cdot c(t, \tau) \cdot d\tau,$$

donde  $\varepsilon_c$  y  $\sigma_c$  son, respectivamente, la deformación y la tensión del hormigón, puede sustituirse directamente, al derivar respecto al tiempo  $t$ , por una ecuación diferencial de la forma

$$\varepsilon_c'(t) = \frac{\sigma_c'(t)}{E_c(t)} + \frac{\sigma_c(t)}{E_c} \cdot \varphi'(t),$$

lo que simplifica bastante el análisis.

En efecto, al integrar por partes, la expresión integral anterior se convierte en

$$\varepsilon_c(t, t_0) = \sigma_c(t) \cdot c(t, t) - \int_{t_0}^t \sigma_c(\tau) \cdot c'_{\tau}(t, \tau) \cdot d\tau.$$

Si ésta se deriva respecto a  $t$ , dado que

$$c(t, \tau) = \frac{1}{E_c(\tau)} + \frac{\varphi(t) - \varphi(\tau)}{E_c}$$

y, por tanto, cumplirse que

$$c''_{tt}(t, \tau) = 0 \quad y \quad c(\tau, \tau) = \frac{1}{E_c(\tau)},$$

sucesivamente resulta

$$\begin{aligned} \varepsilon'_c(t) &= \sigma'_c(t) \cdot c(t, t) + \sigma_c(t) \cdot c'(t, t) - \\ &- \sigma_c(\tau = t) \cdot c'_{\tau}(t, \tau = t) = \sigma'_c(t) \cdot c(t, t) + \\ &+ \sigma_c(t) \cdot c'(t, t) - \sigma_c(t) \cdot [c'(t, t) - \\ &- \frac{\varphi'(t)}{E_c}] = \frac{\sigma'_c(t)}{E_c(t)} + \frac{\sigma_c(t)}{E_c} \cdot \varphi'(t). \end{aligned}$$

Al aplicar la expresión que acaba de obtenerse es posible, para simplificar las cosas, fijar la variable  $E_c(t)$  en su valor  $E_c$ . Pero no hay porqué hacerlo necesariamente: puede dejarse  $E_c(t)$  tal cual está y tratar de simplificar los cálculos, como se verá más adelante.

Con el apoyo de los resultados anteriores, basados en el modelo o función de fluencia de Dischinger, pasaremos ahora a desarrollar algunas aproximaciones analíticas de nuestro problema estructural.

Como es bien sabido, en el ámbito lineal es posible pasar las expresiones en función de tensiones y deformaciones, a escala puntual, a las mismas en base a momentos flectores y curvaturas, a escala seccional (introduciendo la inercia de la sección de hormigón  $I_c$ ). Por tanto, en ese ámbito y para la función de fluencia de Dischinger, si  $\gamma$  es la curvatura, se tiene

$$\gamma'(t) = \frac{M'(t)}{E_c(t) \cdot I_c} + \frac{M(t)}{E_c \cdot I_c} \cdot \varphi'(t),$$

expresión general en términos de curvaturas y momentos flectores.

Y, claro está, lo mismo puede hacerse para otros pares de variables tales como desplazamientos y fuerzas, giros y momentos, etc.

A partir de esta ecuación general, no es muy complicado plantear y resolver diferentes casos estructurales de análisis en el tiempo, que corresponden a una construcción evolutiva de estos puentes, donde las juntas pasan de no transmitir flexiones a transmitir las. Esto precisamente define la condición inicial común a todos ellos: en el instante de la unión en continuidad la flexión en las juntas es nula.

Veamos a continuación unas aproximaciones analíticas basadas en el desarrollo anterior, agrupándolas en dos amplios casos según el tipo de acción implicada en la fluencia: acciones de tipo mecánico (cargas permanentes) y geométricas (retracción). Como se verá, las mismas no sólo tratan el análisis longitudinal sino también el transversal, con la interacción entre losa y pieza; y, precisamente, el segundo grupo aborda el principal efecto de la retracción: la interacción diferida entre losa y pieza debida a la retracción diferencial entre ambas.

Como se ha avanzado, el análisis comienza con la unión en continuidad, lo que en la práctica equivale a trabajar sobre la estructura continua final (con acciones derivadas de fases isostáticas, en el primer grupo). Las cargas que actúan ya sobre dicha estructura no se consideran normalmente, ya que suelen incidir poco en la redistribución diferida de esfuerzos.

Aunque estas aproximaciones se ajustan al caso básico del puente de tres vanos, no resulta difícil su extrapolación a otros casos.

## APROXIMACIONES ANALITICAS PARA CARGAS PERMANENTES

Se va a abordar esto a través de un ejemplo genérico, ajustado en lo posible a las situaciones en estudio, en el que se obtienen los esfuerzos diferidos por compatibilidad longitudinal a partir del instante en que la estructura es continua.

Para no complicar de entrada las cosas sin necesidad, se toma un puente simétrico de tres vanos. Se construye a partir de dos piezas prefabricadas laterales con voladizo y otra central apoyada en ellas.

El esquema estructural que se tiene es el de la figura 2.

A partir de la continuidad, que se supone en el instante  $t_0$  respecto a un cierto origen de tiempo determinado (por ejemplo, el instante del hormigonado de la pieza más antigua), por compatibilidad aparecen flexiones en las uniones o juntas.

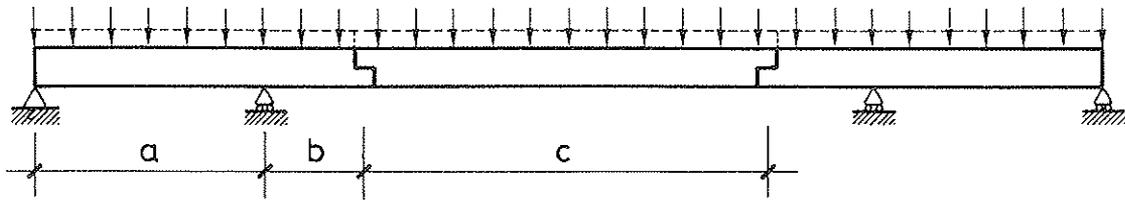


Fig. 2.

Si  $\theta_g$  y  $\theta_M$  son los giros debidos, respectivamente, a la carga permanente  $g$  y a los momentos que aparecen como respuesta, la condición de compatibilidad en el tiempo respecto al giro en la junta (o giro relativo entre las dos piezas que se unen) es

$$\theta'_g + \theta'_M = 0,$$

donde se deriva respecto al tiempo y se toman como positivos los giros producidos en la junta por momentos positivos (compresiones arriba) en las piezas.

Supongamos ahora, de momento, que  $E_c(t) = E_c$ .

Si denotamos con el subíndice 0 a los giros instantáneos, se tiene

$$\theta'_g = \theta_{0g} \cdot \varphi'.$$

Por otra parte, si  $\theta_{0M_1}$  es el giro en la junta para una ley de momentos de respuesta con un momento unidad en el vano central y  $M$  es el momento en dicha zona, empleando la expresión general de Dischinger relativa a giros y momentos, resulta

$$\theta'_M = \theta_{0M_1} \cdot M' + \theta_{0M_1} \cdot M \cdot \varphi'.$$

Por tanto, la condición de compatibilidad anterior queda como

$$\theta_{0g} \cdot \varphi' + \theta_{0M_1} \cdot M' + \theta_{0M_1} \cdot M \cdot \varphi' = 0,$$

donde se ha supuesto que el hormigón es el mismo en toda la estructura y, con ello, la variable  $\varphi$  es única.

Se llega, pues, a una ecuación diferencial cuya solución general es

$$\theta_{0g} + \theta_{0M_1} \cdot M = K \cdot e^{-\Phi};$$

como, para  $t = t_0$ , ocurre que  $\varphi = 0$  y  $M = 0$ , resulta

$$M = - \frac{\theta_{0g}}{\theta_{0M_1}} [1 - e^{-\Phi}].$$

Así, el  $\varphi$  que figura es en realidad  $\varphi(t, t_0)$ .

Para calcular el valor de los giros  $\theta_{0g}$  y  $\theta_{0M_1}$  lo más cómodo es tener en cuenta que, por simetría, el giro en el centro de la estructura es siempre nulo.

A partir de la expresión anterior es ya posible considerar las diversas opciones constructivas, que afectan únicamente al giro  $\theta_{0g}$ .

Pero, para evaluar  $\theta'_g$ , procede estudiar las consecuencias que, a lo largo del tiempo, se derivan del cambio de sección, al pasar de pieza a sección conjunta: la fluencia de la pieza, para las acciones permanentes que soportó sola al principio (peso propio, peso de la losa sobre ella, pretensado, etc.), prosigue entonces. En definitiva, se trata de analizar la interacción diferida entre losa y pieza que se produce por fluencia.

### Interacción transversal por fluencia

Revisemos, por tanto, dicha interacción diferida entre losa y pieza.

Considerando sólo curvaturas, es posible aplicar aquí el proceso de compatibilización a cero y reequilibrio, utilizado en la referencia 5. En este caso, su esquema queda reflejado en la figura 3.

En efecto, para un cierto diferencial de tiempo, la fluencia (giro) de la pieza es contrarrestada por una flexión sobre ella, al compatibilizar a deformación nula; para equilibrar, aparece esa misma flexión con signo contrario sobre la sección conjunta. En definitiva, la fluencia (giro) de esta última es menor, siendo su relación respecto a la original de la pieza inversamente proporcional a sus respectivas inercias.

Por tanto, en este tipo de aproximaciones y otras similares, para tener en cuenta la interacción diferida por fluencia entre losa y pieza basta con referir la fluencia de las cargas permanentes sobre la pieza a la inercia de la sección conjunta; esto

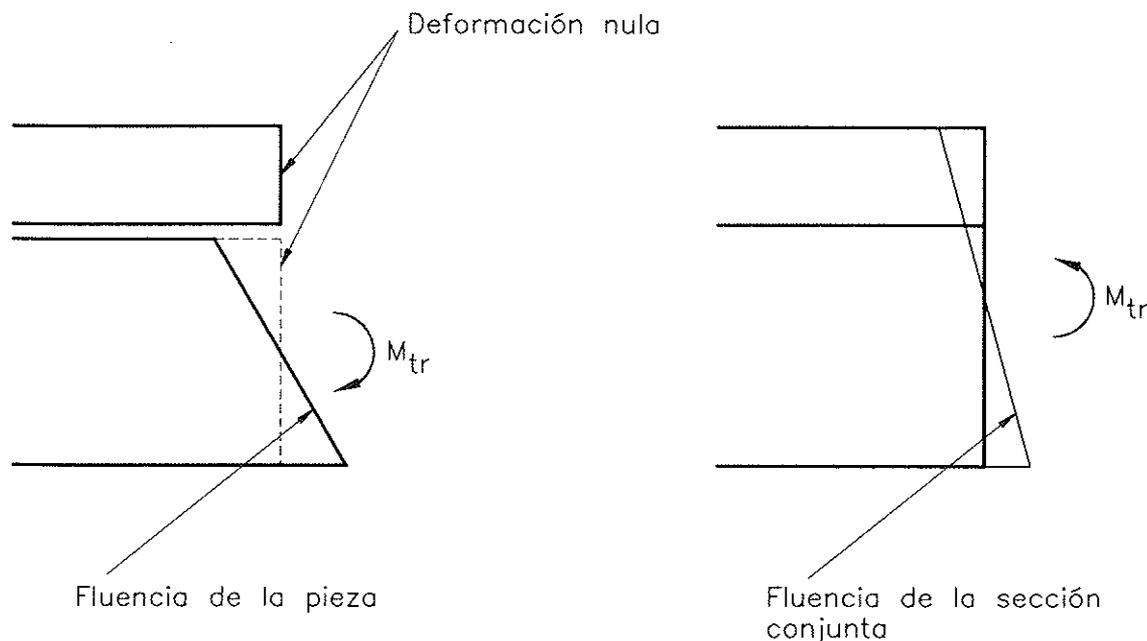


Fig. 3.

es, como si tales cargas actuaran sobre esta última sección, aunque *sólo a efectos diferidos*.

Al proceder así, se desprecia la fluencia de las tensiones que se van transfiriendo a la losa. Aunque, en relación a la fluencia de las cargas permanentes en la pieza, la verdaderamente importante de cara a la redistribución de esfuerzos en el tiempo, ello resulta razonable.

En conclusión, como este análisis es de ámbito diferido, la fluencia se refiere siempre a la sección conjunta, como se verá en lo que sigue.

#### Aplicación básica a una opción constructiva

Estudiemos la aplicación de lo anterior a la *opción 3* (o la *opción 4*, que para este análisis resulta prácticamente similar), tomándola como caso básico o de referencia.

Supongamos, para simplificar, que existe un único tipo de hormigón. Asimismo, se supone que la sección conjunta final es constante y también que  $g$  es sólo el peso propio.

Teniendo en cuenta lo demostrado antes, respecto a la sección a la que debe referirse la fluencia, y que la carga puntual sobre los extremos de los voladizos de las zonas A es  $\frac{c \cdot g}{2}$ , se tiene

$$\theta_{0g} = \frac{g}{E_c I_c} \cdot \left( \frac{a^3}{24} - \frac{a \cdot b^2}{6} - \frac{b^3}{6} - \frac{a \cdot b \cdot c}{6} - \frac{b^2 \cdot c}{4} + \frac{c^3}{24} \right),$$

donde  $I_c$  es la inercia de la sección conjunta.

Por otra parte, como

$$\theta_{0, M_1} = \frac{1}{E_c I_c} \cdot \left( \frac{a}{3} + b + \frac{c}{2} \right),$$

el momento que aparece viene definido, ya en notación completa, por

$$M(t, t_0) = - \frac{g}{6} \cdot \frac{\frac{a^3}{4} + \frac{c^3}{4} - b^3 - a \cdot b^2 - \frac{3}{2} \cdot b^2 \cdot c - a \cdot b \cdot c}{\frac{a}{3} + b + \frac{c}{2}} \cdot [1 - e^{-\Phi(t, t_0)}].$$

#### Influencia del pretensado

En lo visto hasta ahora no se ha incluido el pretensado de la pieza B. Ello puede hacerse, si el trazado es curvo y se considera la carga repartida que introduce sobre el hormigón, corrigiendo el coeficiente que afecta al término en  $c^3$ , que resultará menor (en valor absoluto) o de signo contrario al que tenía antes. Si el trazado es recto o asimilable a tal, aparece un nuevo término en  $c$  (cuyo signo es opuesto al de  $c^3$ ) que refleja el efecto de los momentos que el pretensado genera en el hormigón; en efecto, en este caso se tiene

$$M(t, t_0) = - \frac{g}{6} \cdot \frac{\frac{a^3}{4} + \frac{c^3}{4} - b^3 - a \cdot b^2 - \frac{3}{2} \cdot b^2 \cdot c - a \cdot b \cdot c - 3 \frac{P \cdot e}{8} \cdot c}{\frac{a}{3} + b + \frac{c}{2}} \cdot [1 - e^{-\Phi(t, t_0)}].$$

### Ajuste del coeficiente de fluencia

El desarrollo anterior, como se ha visto, lleva consigo una serie de simplificaciones (hormigón único, operaciones constructivas diferentes que se concentran como si se efectuaran prácticamente a la vez, etc.), que parecen razonables y adecuadas al tipo de análisis planteado.

No obstante, sí parece existir un cierto error en que, aun con un único hormigón, la fluencia para la carga y para los esfuerzos de respuesta son cada vez menos susceptibles de representarse por la misma variable, conforme se amplía el tiempo transcurrido entre el instante en que la estructura entra inicialmente en carga y el de su continuidad.

En este sentido, es bien conocido que el modelo de Dischinger supone, por su gran sencillez (una sola variable  $\varphi(t)$ , que determina el coeficiente de fluencia), una fluencia no siempre ajustada, con tendencia a magnificar el envejecimiento hasta el punto de implicar una fluencia nula para hormigones viejos (1); y entonces, en nuestro ejemplo, si la continuidad se estableciese a edades avanzadas del hormigón, casi no habría redistribución de esfuerzos (cuando se sabe que siempre queda una cierta fluencia remanente). Así, cuando se parte de este modelo puede parecer que todo esto es inevitable.

Sin embargo, es factible no tener que ceñirse a un único valor de  $\varphi$ : tomando como base el que corresponde al instante de la unión en continuidad  $t_0$ , esto es,  $\varphi(t, t_0)$ , que afecta a la flexión  $M$ , puede ajustarse el que afecta a la carga  $g$  en función del anterior; tratando, por supuesto, de no complicar mucho el análisis. Ello es posible, por otra parte,

porque en realidad la ecuación diferencial de Dischinger implica sólo a la fluencia de  $M$ .

La manera más sencilla de realizar dicha corrección es a través de un factor  $k$ , lo que además parece ser suficiente en general. Este nuevo factor sería

$$k = \frac{\varphi(t, t_g) - \varphi(t_0, t_g)}{\varphi(t, t_0)},$$

donde  $t_g$  es el tiempo, respecto al mismo origen que  $t_0$ , en que aparece la carga  $g$ . Los valores del coeficiente de fluencia de la fórmula anterior vienen ilustrados en la figura 4.

Por supuesto, ante la situación descrita, parece lógico que los distintos valores citados se extraigan de funciones de fluencia más realistas que las que responden al modelo de Dischinger. Por ejemplo, utilizando las del nuevo Código Modelo del CEB (2, 3), como se hace en los ejemplos que se incluyen más adelante.

Lo anterior, junto con la corrección citada, consigue aunar precisión y simplicidad, evitando las limitaciones que se acaban de comentar, derivadas de utilizar sin más el modelo de Dischinger.

Entonces, la condición de compatibilidad quedaría replanteada como

$$\theta_{0g} \cdot k \cdot \varphi' + \theta_{0M_1} \cdot M' + \theta_{0M_1} \cdot M \cdot \varphi' = 0$$

y el momento resultante

$$M = -k \cdot \frac{\theta_{0g}}{\theta_{0M_1}} \cdot [1 - e^{-\varphi}],$$

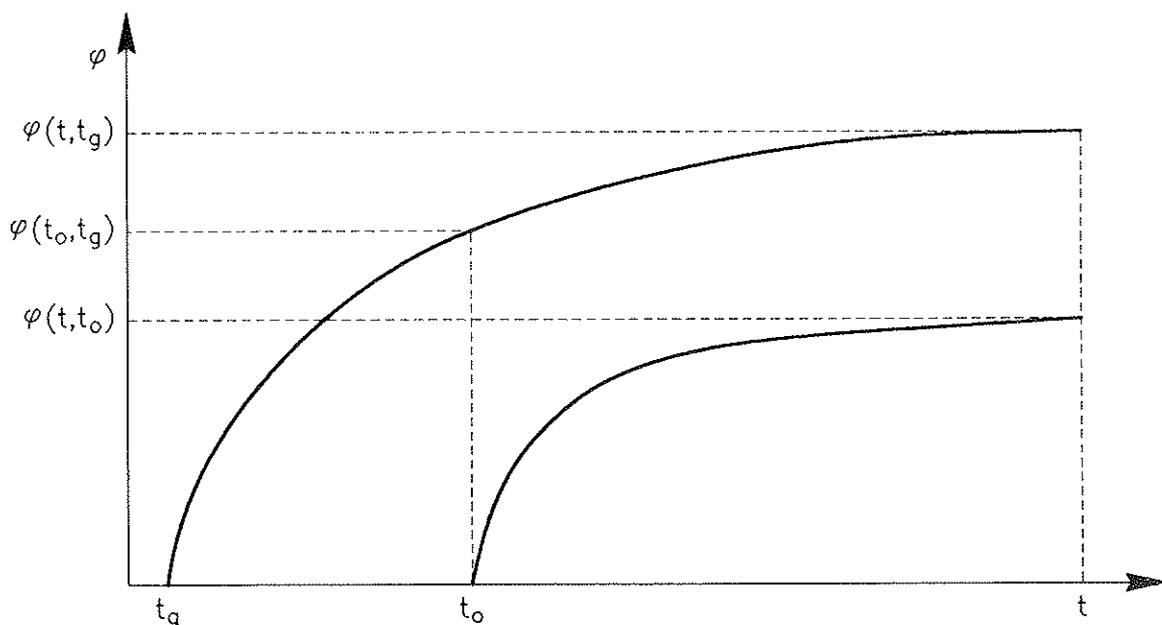


Fig. 4.

es proporcional, con el factor  $k$ , al obtenido antes de la corrección, siempre que se haya referido todo al mismo  $\varphi$ , esto es, como antes se indicó, a  $\varphi(t, t_0)$ .

Más allá de lo realizado no parece posible afinar mucho más. Pero, si se ajusta bien  $\varphi(t, t_0)$ , la aproximación resulta ya bastante adecuada a lo que se pretende.

### Aplicación a otras opciones constructivas

Comentemos brevemente el caso para la opción 1 (o la opción 2).

Se supone de nuevo la existencia de un único tipo de hormigón.

Para que sea posible reproducir esta opción sin complicar más el caso, parece que lo mejor es añadir la hipótesis de que la losa en la zona B (que aquí es posterior a la continuidad) se coloca tan tarde que no interfiere en este análisis.

Hecho esto, si se supone en principio que la sección que interviene es constante (la de la pieza junto con la losa en A es igual a la de la pieza B) y  $g$  es una vez más el peso propio, la expresión de  $M$  que resulta es idéntica a la vista para la opción 3.

Si la sección operativa no es constante (por ejemplo, en el caso de sección total constante), hay que tener en cuenta que en la zona B tanto el peso propio como la inercia son menores que en el resto de la estructura, introduciendo los correspondientes coeficientes correctores.

Por lo demás, caben comentarios idénticos a los del caso anterior.

Veamos ahora un caso similar para las opciones con apeos.

Las diferencias más importantes existentes, respecto a las opciones sin apeos, estriban en lo siguiente:

- Las acciones de la pieza de la zona B inciden en la fluencia (término en  $c^3$  dentro del giro  $\theta_{0g}$  y, en su caso, término en  $c$ ) sólo desde el instante del desapeo; si bien su peso en la zona A (restantes términos en los que aparece  $c$ ) lo hace desde el comienzo de la unión;
- del mismo modo, el término en  $c$  del giro  $\theta_{0M1}$  también incide sólo desde el instante del desapeo;
- en las opciones 6 y 8, el peso de la losa en la zona B no interfiere en las flexiones que surgen después de la unión en continuidad, ya que el mismo actúa ya, al desaparecer, sobre la estructura final; por tanto, en estas opciones dicha carga no aparece nunca en las expresiones de los giros y del momento  $M$ .

Por supuesto, en todos los casos, si hubiera diferentes hormigones, lo que cambia es que no hay una única función de fluencia: ya no existe un solo coeficiente  $\varphi$ ; pero puede ajustarse su valor, con relación al de uno de ellos, como se hizo antes para tener en cuenta las distintas edades de carga de un mismo hormigón. Y, en fin, si la sección no es constante, aparecen ya las inercias de las distintas partes.

### APROXIMACIONES ANALITICAS PARA RETRACCION

Según se avanzó antes, la retracción que realmente cuenta en estos puentes es la diferencial entre losa y pieza. Su efecto se estudiará a continuación, también con un ejemplo genérico ajustado a lo que interesa, obteniendo los esfuerzos diferidos por compatibilidad en la estructura final.

De nuevo, para evitar de entrada complicaciones innecesarias, se toma un puente simétrico de tres vanos, pero ya continuo, que está sometido a la diferencia de retracción entre la losa y la pieza, cuyo esquema responde a la estructura definitiva del mostrado en la figura 2.

### Interacción transversal y compatibilidad longitudinal

Si la sección es constante y el hormigón el mismo a lo largo de toda la estructura, pero de distinta edad en losa y pieza, ocurre que la diferencia de retracción  $\Delta \epsilon_r$ , entre ambas partes de la sección provoca una curvatura de signo positivo (la losa retrae más que la pieza porque su hormigón es más joven) constante a lo largo del puente, pero que crece con el tiempo.

La interacción transversal entre losa y pieza que así resulta se esquematiza en la figura 5.

Tomando de momento otra vez  $E_c(t) = E_c$ , dicha curvatura es

$$\gamma_r(t) = \frac{\Delta \epsilon_r(t) \cdot E_c \cdot A_{cL} \cdot y_L}{E_c \cdot I_c} = \frac{\Delta \epsilon_r(t) \cdot A_{cL} \cdot y_L}{I_c},$$

donde  $A_{cL}$  e  $y_L$  son, respectivamente, el área de la losa y la distancia entre su baricentro y el de la sección conjunta.

Entonces, a partir de la continuidad, en el instante  $t_0$ , aparecen momentos flectores en la estructura.

Si  $\theta_r$  es el giro inducido por la citada curvatura y  $\theta_M$  el debido a los momentos que aparecen, la

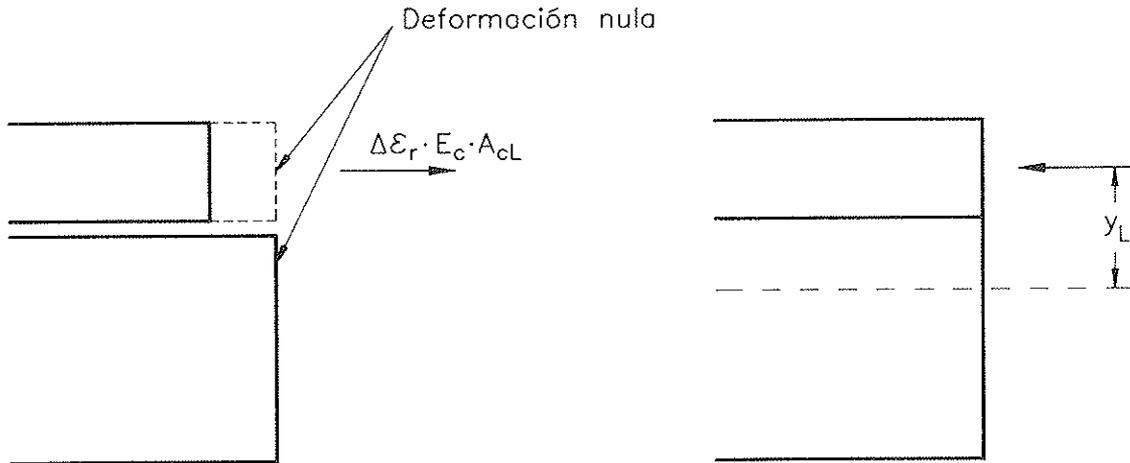


Fig. 5.

condición de compatibilidad en el tiempo para el eje de simetría de la estructura, donde el giro es siempre nulo, se expresa como

$$\theta'_r + \theta'_{M} = 0.$$

Suponiendo que la diferencia de retracción, y con ella la curvatura y el giro generados, experimentan un crecimiento con la misma forma que el de la fluencia, se tiene

$$\theta'_r = \frac{\theta_{r\infty}}{\Phi_{\infty}} \cdot \varphi',$$

donde el subíndice  $\infty$  indica valores asintóticos (para tiempos muy grandes).

Por otro lado, si de nuevo  $\theta_{0,M1}$  es el giro instantáneo producido por una ley con momento unitario en el vano central y  $M$  es el momento en dicha zona, aplicando la expresión general de Dischinger y suponiendo el mismo coeficiente  $\varphi$  en toda la sección, resulta

$$\theta'_{M} = \theta_{0,M1} \cdot M' + \theta_{0,M1} \cdot M \cdot \varphi'.$$

Así, despreciando de nuevo la fluencia de las tensiones que se van transfiriendo internamente, la condición de compatibilidad se expresa como

$$\frac{\theta_{r\infty}}{\Phi_{\infty}} \cdot \varphi' + \theta_{0,M1} \cdot M' + \theta_{0,M1} \cdot M \cdot \varphi' = 0,$$

ecuación diferencial cuya solución general es

$$\frac{\theta_{r\infty}}{\Phi_{\infty}} + \theta_{0,M1} \cdot M = K \cdot e^{-\varphi};$$

como, para  $t = t_0$ , ocurre que  $\varphi = 0$  y  $M = 0$ , se llega a

$$M = - \frac{\theta_{r\infty}}{\theta_{0,M1} \cdot \Phi_{\infty}} \cdot [1 - e^{-\varphi}].$$

Pero, teniendo en cuenta que

$$\begin{aligned} \theta_{r\infty} &= \gamma_{r\infty} \cdot \left( \frac{a}{2} + b + \frac{c}{2} \right) = \\ &= \frac{\Delta \epsilon_{r\infty} \cdot A_{cL} \cdot y_L}{I_c} \cdot \left( \frac{a}{2} + b + \frac{c}{2} \right) \end{aligned}$$

y

$$\theta_{0,M1} = \frac{1}{E_c \cdot I_c} \cdot \left( \frac{a}{3} + b + \frac{c}{2} \right),$$

con todo se llega finalmente, ya en notación completa, a

$$\begin{aligned} M(t, t_0) &= - \frac{\Delta \epsilon_{r\infty} \cdot E_c \cdot A_{cL} \cdot y_L}{\Phi_{\infty}} \cdot \\ &\cdot \frac{\frac{a}{2} + b + \frac{c}{2}}{\frac{a}{3} + b + \frac{c}{2}} \cdot [1 - e^{-\varphi(t, t_0)}]. \end{aligned}$$

## Aplicación a distintas opciones constructivas

El análisis anterior, además de aislar la incidencia de la retracción, no siempre corresponde al proceso constructivo que aquí se contempla. Pero puede adaptarse a las distintas *opciones constructivas* de forma muy sencilla, corrigiéndolo de manera adecuada; por ejemplo, que la retracción diferencial no sea igual de una zona a otra (e, incluso, que en la práctica se dé sólo en la zona B, cuya losa se hormigona siempre la última); de nuevo, como se hizo antes para el coeficiente  $\phi$ , si es preciso puede tratarse de poner la retracción diferencial en función de la de una sola zona.

Por otra parte, las opciones con apeos tienen idénticas implicaciones a las señaladas en el apartado anterior, en lo que respecta a los giros  $\theta_r$  (en lugar de  $\theta_{0r}$ ) y  $\theta_{0M_1}$ , antes y después del desapeo.

Sin embargo, al contrario que en dicho apartado, parece que puede tener cierta importancia no considerar que el módulo  $E_c$  es variable, (ahora hay que resaltar la diferencia de edad entre los hormigones de losa y pieza, al menos en una parte de la estructura, precisamente para que exista una retracción diferencial). Y, sobre todo, para las opciones en que la losa en la zona B se coloca después de la unión en continuidad y durante las primeras edades de la misma: en teoría, habría que tratar de tenerlo en cuenta también en la variación de la rigidez de la sección conjunta pieza-losa resultante en esas primeras edades. Ello no es demasiado complicado de abordar, si se toma una forma de sección sencilla, pero sí lo suficientemente farragoso como para desviarse de los objetivos implícitos en este análisis.

En efecto, como es posible considerar el módulo variable  $E_c(t)$  en el modelo de Dischinger, hay que tratar de simplificar los cálculos suponiendo, por ejemplo, que su forma de variación es la misma que la del coeficiente  $\phi$  (u otra función sencilla del mismo y con una tendencia similar); aunque no vale quizá demasiado la pena hacerlo en unas aproximaciones como las que ahora se proponen.

Finalmente, si los hormigones son distintos a lo largo de la estructura, lo que cambia es que ni hay un único valor de la retracción diferencial ni tampoco un solo coeficiente  $\phi$ , existiendo la posibilidad de corrección ya aludida con anterioridad. Por otro lado, si la sección no es constante, aparecen ya las inercias de las distintas partes.

## CONSIDERACION DE LAS ARMADURAS Y LA FISURACION

Hasta aquí se han hecho, además de otras ya indicadas, algunas simplificaciones que conviene

mencionar. Así, se ha tomado siempre toda la sección de hormigón como la que trabaja (y, por tanto, fluye), sin tener en cuenta la posible fisuración en las zonas de hormigón armado; además, se ha supuesto que no existen armaduras.

Para tener en cuenta dichos aspectos, de una forma acorde con el tratamiento anterior, cabe indicar lo siguiente:

- La fisuración, en las zonas de hormigón armado, se introduce a través de la rigidez fisurada  $E_c \cdot I_{fis}$ . La fluencia y la retracción en ellas se consideran mediante el factor  $\lambda$  (4), que relaciona la curvatura diferida con la instantánea.
- Las armaduras inciden en el análisis precisamente a través del factor  $\lambda$ , en las zonas fisuradas de hormigón armado. En cuanto a las zonas no fisuradas, que en estos análisis vienen a ser en la práctica las de hormigón pretensado, aunque podrían tratarse mediante un factor similar al anterior, donde las armaduras entran también en juego, en general ello no merece la pena, dado que las cuantías de armadura suelen ser bajas y toda la sección fluye (con lo que  $\lambda \approx \phi$ ).

Entrando más en detalle en el tratamiento de las zonas fisuradas en estas aproximaciones, hay que indicar en primer lugar que, por supuesto, aquí procede siempre el uso de las formulaciones simplificadas de tipo práctico del factor  $\lambda$ , de la forma

$$\lambda = \frac{x_0 - d'}{d - d'} \cdot \frac{\phi + \frac{\epsilon_r}{\epsilon_{c0}}}{1 + 20 \cdot \frac{A'_s}{b \cdot h_c}}$$

para sección en T o en cajón (con los significados indicados en la referencia 4); o bien

$$\lambda = \frac{x_0}{d} \cdot \frac{\phi + \frac{\epsilon_r}{\epsilon_{c0}}}{1 + 150 \cdot p'}$$

para secciones rectangulares y en T o en cajón (con los significados y en las circunstancias señalados en la referencia 4).

Entonces, para dichas zonas, si también se ajusta la retracción como proporcional a  $\phi$ , es inmediato poner  $\lambda$  como  $\lambda = C \cdot \phi$ , donde  $C$  es un coeficiente que depende sobre todo de las correspondientes cuantías de armadura de compresión y tracción.

Debe advertirse que el papel de  $\lambda$  en las zonas de hormigón armado fisuradas es el mismo que el de  $\phi$  en las no fisuradas: ambos son la relación entre la curvatura diferida y la instantánea, para flexión constante, de las correspondientes secciones.

Así, es sencillo comprobar que, para las funciones de Dischinger y tomando una vez más que  $E_c(t_0) = E_c$ , se tiene

$$\begin{aligned}\gamma'(t) &= \frac{1}{E_c \cdot I_{fis}} \cdot [M'(t) + M(t) \cdot \lambda'(t)] = \\ &= \frac{1}{E_c \cdot I_{fis}} \cdot [M'(t) + M(t) \cdot C \cdot \varphi'(t)].\end{aligned}$$

Por tanto, en las zonas de hormigón armado fisuradas, las expresiones de las variables son similares a las obtenidas antes, pero sustituyendo  $\varphi$  por  $\lambda$ , esto es, por  $C \cdot \varphi$ .

Así, en estas zonas la retracción tiene un efecto sobre la sección, que se incluye con el de la fluencia en el factor  $\lambda$ .

Normalmente, en la práctica, la fisuración de las zonas de hormigón armado se considera ya en la estructura definitiva (con sección conjunta), cuando las solicitaciones a las que se ve sometida son ya relativamente importantes (5).

## EJEMPLOS

Siempre es conveniente ilustrar los desarrollos teóricos con ejemplos de aplicación. Por ello, a continuación se presentan unos ejemplos sobre un mismo puente, enmarcables en los dos amplios casos estructurales estudiados más arriba, según el tipo de acción implicada en la fluencia: el primero se orienta a las acciones de tipo mecánico (cargas permanentes) y el segundo a las geométricas (retracción).

Se trata de un puente de carretera, con 3 vanos, que, en principio, se construye mediante la *opción 4* (construcción sin apeos, montaje consecutivo de las piezas y unión en continuidad al final).

Los vanos laterales, contruidos a partir de piezas de hormigón armado, tienen ambos una luz de 18 m, con voladizos de 4 m. Por tanto, la longitud de dichas piezas es 22 m (véanse figuras 1 y 2).

La pieza central, de hormigón pretensado, tiene 32 m de longitud. Así, el vano central tiene 40 m de luz.

La losa es rectangular, con canto constante de 28 cm y ancho de 9 m. Su hormigón tiene una resistencia  $f_{ck}$  de 25 MPa.

Las piezas son de sección artesa con canto constante de 1,7 m. La resistencia de su hormigón es  $f_{ck} = 47,5$  MPa.

La fuerza media de pretensado de la pieza central es 26,8 MN y el trazado puede considerarse en la práctica como recto.

La humedad relativa del aire es del 80%.

## Calendario de construcción

- Fechas de hormigonado y montaje de las piezas y de hormigonado de la losa.

- Piezas laterales de hormigón armado:

Hormigonado: 15 días antes del comienzo de la obra.

Montaje: en la fecha del comienzo de la obra.

Hormigonado de la losa (sobre estas piezas):

7 días después del comienzo de la obra.

- Pieza central de hormigón pretensado:

Hormigonado: 15 días antes del comienzo de la obra.

Pretensado: 8 días después del hormigonado.

Montaje: en la fecha del comienzo de la obra.

Hormigonado de la losa (sobre esta pieza): 7

días después del comienzo de la obra.

- Unión en continuidad: 35 días después del comienzo de la obra.

- Colocación de las cargas muertas: 42 días después del comienzo de la obra.

Puede observarse que se toma como fecha de comienzo de la obra la relativa al montaje de las piezas (la cual es única en este caso).

El análisis, que como se sabe comienza con la continuidad, se inicia para  $t_0 = 50$  días, al referir dicho instante a la edad del hormigón de las piezas (también única en este caso).

Como se ha visto anteriormente, el análisis propio de estas aproximaciones no considera en principio ni la fisuración del hormigón ni la "existencia de armaduras". Además, se excluyen las cargas que actúan sobre la estructura final (continua), ya que normalmente no producen una redistribución significativa de esfuerzos.

Por otra parte, para los valores de la fluencia y la retracción se toman los correspondientes al nuevo Código Modelo del CEB (2, 3).

## Aproximaciones para las cargas permanentes

A partir de la continuidad, en el instante  $t_0$ , la fluencia debida a las cargas permanentes operativas  $g$  conduce a que aparezcan por compatibilidad flexiones en la estructura.

En cuanto a  $t_g$ , instante en que aparecen dichas cargas (aquí sólo el peso propio), para simplificar se toma una fecha única:  $t_g = 18$  días, referida de nuevo a la edad del hormigón de las piezas. Así, se tiene en cuenta que, aunque los pesos de las piezas y la losa no empiezan a actuar a la vez, lo hacen en fechas próximas (la fecha es intermedia entre las del montaje de las piezas y el hormigonado de la losa).

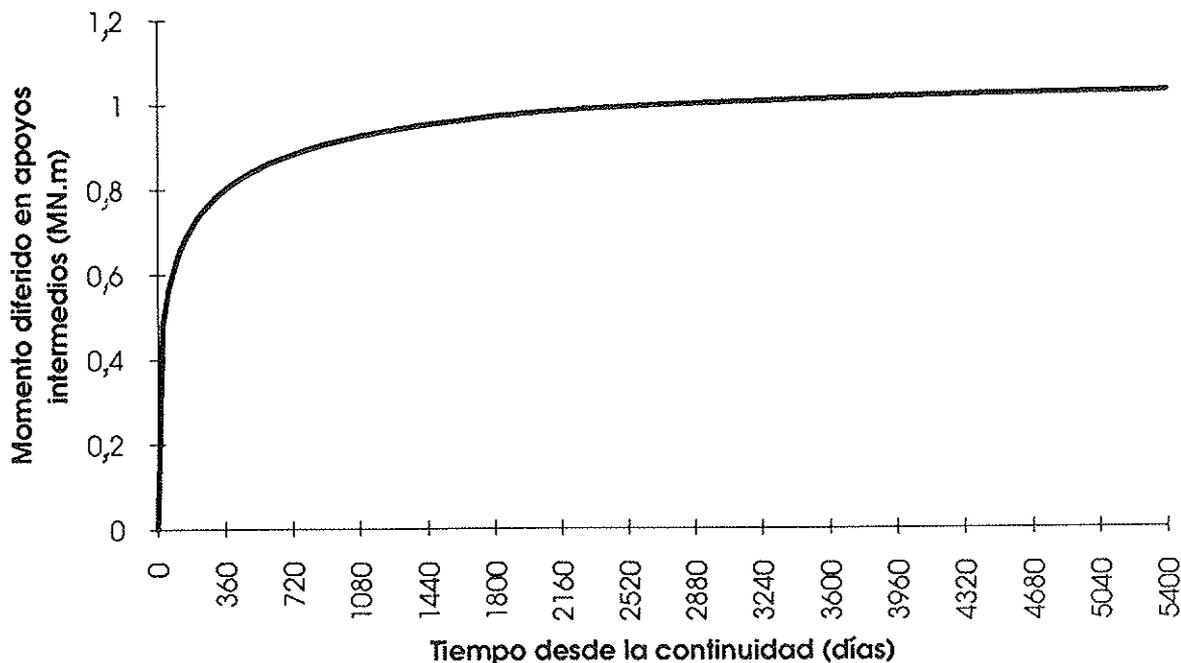


Fig. 6.

Se supone, para simplificar, que existe un único tipo de hormigón en la estructura (intermedio entre el de las piezas y el de la losa).

Para la opción 4, que corresponde al proceso constructivo real del puente, se tiene entonces

$$M = -k \cdot \frac{g}{6} \cdot \frac{\frac{a^3}{4} + \frac{c^3}{4} - b^3 - a \cdot b^2 - \frac{3}{2} \cdot b^2 \cdot c - a \cdot b \cdot c - 3 \frac{P \cdot e}{g} \cdot c}{\frac{a}{3} + b + \frac{c}{2}} \cdot [1 - e^{-\varphi}]$$

donde

$$k = \frac{\varphi(t, t_g) - \varphi(t_0, t_g)}{\varphi(t, t_0)}$$

Como se vio antes, el coeficiente  $\varphi$  utilizado en el análisis es precisamente  $\varphi(t, t_0)$ . En este ejemplo concreto, con  $t_g = 18$  días y  $t_0 = 50$  días, para un tiempo  $t$  muy grande ( $t \rightarrow \infty$ ), resulta  $\varphi = 1,27$  y  $k = 0,83$ .

Aplicando la formulación anterior a este caso ( $a = 18$  m,  $b = 4$  m,  $c = 32$  m,  $P = 26,8$  MN,  $e = 0,35$  m) se obtiene el momento diferido sobre los apoyos intermedios cuya evolución se muestra en la figura 6 (en la fuerza  $P$  empleada ya se incluye una reducción por pérdidas).

Su valor máximo, para un tiempo  $t$  muy grande ( $t \rightarrow \infty$ ), es  $M = 1,07$  MN·m.

#### Aproximaciones para la retracción

A partir de la continuidad, en el instante  $t_0$ , aparecen flexiones en la estructura por la existencia de una diferencia de retracción  $\Delta \epsilon_r$ , entre pieza y losa, al tener distinta edad sus hormigones, y la consiguiente aparición de curvaturas (de signo positivo).

Se supone una vez más un único tipo, intermedio, de hormigón en la estructura. Con ello, en el

instante de la continuidad, como el hormigón más joven (el de la losa) tiene ya cuatro semanas, puede considerarse que la variación con la edad del módulo  $E_c$  interfiere ya poco, de forma que el valor de tal módulo es único en toda la estructura. En este caso, en el proceso de análisis resulta  $E_c = 36963$  MPa.

Veamos de nuevo la opción 4.

La expresión general del momento en la junta es

$$M = - \frac{\Delta \epsilon_{r\infty} \cdot E_c \cdot A_{cl} \cdot y_L}{\varphi_{\infty}} \cdot \frac{\frac{a}{2} + b + \frac{c}{2}}{\frac{a}{3} + b + \frac{c}{2}} \cdot [1 - e^{-\varphi}]$$

Recordando que  $\varphi = \varphi(t, t_0)$ , se tiene, como antes,  $\varphi_{\infty} = 1,27$ .

Por otro lado, la retracción diferencial desde la continuidad que se obtiene es  $\Delta \epsilon_{r\infty} = 3,85 \cdot 10^{-6}$ , un valor muy bajo (sólo hay 22 días de diferencia entre los hormigones de la pieza y la losa).

Aplicando la formulación anterior a este caso ( $a = 18$  m,  $b = 4$  m,  $c = 32$  m,  $A_{cl} = 2,52$  m<sup>2</sup>,  $y_L = 0,55$  m) se obtiene un momento diferido sobre los apoyos intermedios muy pequeño. En efecto, su valor máximo (para un valor de  $t$  muy grande:  $t \rightarrow \infty$ ) es  $M = -0,12$  MN·m, y hasta alcanzarlo sigue una curva en el tiempo similar a la de la figura 6.

#### Comentarios finales

Se observa, por tanto, que en este caso el efecto de la retracción es despreciable en comparación con el de la fluencia debida a las cargas permanentes (peso propio), por ser la retracción diferencial entre pieza y losa muy baja, ya que las edades de sus hormigones no difieren demasiado. Dado el calendario habitual de construcción de estos

puentes, el resultado anterior parece ser tónica general en ellos.

Además, se constata que los momentos diferidos antes mostrados son del orden de magnitud de los que se obtienen en el mismo puente para las cargas muertas ( $0,04 \text{ MN/m} \approx 4 \text{ t/m}$ ), aunque sus signos no coinciden. Por otro lado, no difieren demasiado de los resultantes al utilizar un procedimiento ajustado de análisis en un puente muy similar (luces de 17, 40 y 15 m y con los mismos voladizos de 4 m), aunque de canto variable y construido mediante la opción 2 (5); el hecho de que aquí sean menores se debe sobre todo al canto constante (que repercute sobre todo a través del mayor peso de la pieza central).

Por otra parte, la fisuración de las zonas de hormigón armado (en especial, en torno a los apoyos intermedios, con momentos negativos), así como las armaduras existentes en ellas, pueden tenerse en cuenta modificando la ecuación diferencial básica de la forma antes indicada.

## CONCLUSION

El análisis estructural de los puentes aquí contemplados, cuya técnica constructiva se muestra muy interesante y prometedora, requiere normalmente el uso de procedimientos basados en modelos muy complejos donde intervienen muchas variables en forma interactiva (5). En tal situación, resulta interesante la elaboración de alguna aproximación analítica sencilla, si ello es posible, para tratar de acotar el problema global implicado. Ello ha orientado la realización del presente trabajo.

El citado interés se basa fundamentalmente en dos razones:

1. Tales aproximaciones proporcionan una orientación muy importante sobre la bondad de resultados de los procedimientos ajustados que se empleen en la etapa de comprobación del proyecto y, por tanto, una cierta referencia objetiva sobre su validez.
2. Siendo en sí mismas un modo de análisis relativamente sencillo y manejable, se configuran como un útil de gran interés para la propia definición de la estructura y sus fases constructivas en las etapas de concepción y dimensionamiento dentro del proyecto.

Como es lógico, las aproximaciones analíticas tienen necesariamente que simplificar el problema involucrado, un tanto complicado, en el que se combinan, con la retracción y la fluencia, factores tales como las evoluciones longitudinal y transversal, los efectos de las armaduras activas y pasivas, el distinto comportamiento del hormigón de piezas y losa, la fisuración y otros.

Entre otras cosas, dicha simplificación supone

la reducción del número de parámetros (unificando los distintos hormigones, agrupando operaciones constructivas, etc.), con lo que sólo parecen ajustarse bien, en general, a casos no muy realistas. No obstante, tomando unos valores adecuados para los parámetros (por ejemplo, un hormigón intermedio entre el de las piezas y el de la losa), las mismas pueden ser utilizadas en el proyecto como base para el dimensionamiento, a modo de guías del orden de magnitud.

En cualquier caso, aunque en ellas pueden tenerse en cuenta las armaduras, tanto activas como pasivas, y la fisuración en las zonas armadas, por razones prácticas no convendrá, en general, considerarlas cuando se usen para dimensionamiento, dejándolas entonces tal como se han formulado inicialmente (salvo en situaciones en que sea clara la gran incidencia de tales factores).

En este trabajo se han estudiado, por separado, los efectos diferidos de las cargas con carácter de permanencia y de la retracción (en especial, la diferencial entre losas y pieza); evidentemente, su efecto conjunto se obtiene superponiendo los respectivos resultados. Como consecuencia, se ha establecido una formulación para ambos casos, que admite variantes según las opciones constructivas.

Por otra parte, se ha hecho un énfasis especial en la redistribución de esfuerzos que aparece en el tiempo por fluencia y retracción, debida a la doble evolución (longitudinal y transversal) de estos puentes. Otros resultados diferidos (redistribución interna de tensiones, etc.) no han sido reflejados, pero pueden obtenerse también como resultado de este mismo análisis.

Los ejemplos desarrollados en el trabajo, aunque también se hayan limitado a resultados de la redistribución de esfuerzos, dan una idea del alcance práctico de las aproximaciones elaboradas en el mismo. En general, dada la baja retracción diferencial entre losa y pieza, su efecto suele ser pequeño en comparación con el de las cargas permanentes.

Los parámetros que en la práctica influyen más sobre la redistribución diferida de esfuerzos son, además de las luces de vanos y su relación, el pretensado y las longitudes de voladizo de las piezas A. Pero también incide bastante la armadura pasiva de la losa, sobre todo en las zonas de momentos negativos donde normalmente es importante, dada su influencia significativa en el comportamiento diferido de las mismas.

Aunque, en fin, los parámetros que se muestran normalmente como más interesantes en proyecto para poder jugar con dichos esfuerzos de manera conveniente, si ello fuera preciso, son las citadas longitudes de voladizo y la armadura pasiva de la losa (con la que, además, se puede jugar al final, en obra); las luces de vanos y el pretensado vie-

nen ya más condicionados por otras razones estructurales y económicas.

## REFERENCIAS

1. **CEB (M. A. Chiorino et al.).** *Manuel de Calcul "Effets structuraux du fluage et des déformations différées du béton"*. Bulletin d'Information n° 80. Comité Euro-International du Béton. Paris, 1972.

2. **CEB.** *CEB-FIP Model Code 1990 (First Draft)*. Bulletins d'Information n° 195, 196 & 198. Comité Euro-International du Béton. Lausanne, 1990.

3. **CEB.** *CEB-FIP Model Code 1990 (Final Draft)*. Bulletins d'Information n° 203, 204 & 205. Comité Euro-International du Béton. Lausanne, 1991.

4. **J. Murcia.** Análisis diferido en servicio de secciones en T y en cajón de hormigón armado. Factor práctico para el cálculo de flechas diferidas. *Hormigón y Acero* n° 183 (pp. 19-25). Madrid, 1992.

5. **J. Murcia y L. H. Coelho.** Análisis en el tiempo de puentes continuos de hormigón contruidos a partir de elementos prefabricados. *Hormigón y Acero* n° 192. (pp. 51-71). Madrid, 1994.

6. **J. Montaner y J. L. Lleyda.** Puentes prefabricados monoviga de canto variable parabólico. Próxima publicación en *Hormigón y Acero*.

## RESUMEN

Las estructuras de hormigón cuya construcción supone cambios de esquema estructural experimentan normalmente redistribuciones de esfuerzos a lo largo del tiempo, por causa de la fluencia y la retracción; por otro lado, siempre que se produce una evolución en la sección se dan también redistribuciones internas de tensiones. Estos efectos, no despreciables en general, han de considerarse en el análisis.

La concepción de un particular tipo de puentes en España, basado sobre todo en un sistema constructivo que da lugar a tales evoluciones, requirió desarrollar un procedimiento ajustado para su adecuado análisis en el tiempo. En estos puentes el tablero está compuesto en principio por elementos prefabricados, unos de hormigón pretensado y otros de hormigón armado, a los que se une en obra una losa superior de hormigón armado y se da continuidad longitudinal.

Ello centra el presente trabajo, donde se desarrollan aproximaciones analíticas sencillas, complementarias del anterior, para evaluar dichas redistribuciones diferidas. Tales aproximaciones,

que en principio sirvieron para contrastar el mencionado procedimiento (basado en un modelo un tanto complejo), tienen de todas formas un interés por sí mismas en la etapa de dimensionamiento dentro del proyecto.

Las aproximaciones se agrupan en dos amplios casos ligados a las acciones implicadas en la fluencia: acciones de tipo mecánico (cargas permanentes) y acciones geométricas (retracción).

Por otra parte, los dos casos de estas aproximaciones se aplican a un ejemplo concreto de puente de tres vanos, obteniendo así resultados prácticos (en especial, la redistribución de esfuerzos en el tiempo).

Finalmente, se apuntan diversas conclusiones sobre el alcance de las mismas, en particular las relativas a su aplicación al proyecto del tipo de puentes estudiado.

## SUMMARY

Actual time-dependent analysis can hardly be avoided in evolving concrete structures, due to the generally relevant effects of creep and shrinkage. Changes in structural configuration, together with creep and shrinkage, cause delayed compatibility effects (that, in general, are not negligible) when passing from one stage to another.

A new technology of bridges has begun to be used in Spain. These bridges, composed of both precast prestressed concrete and reinforced concrete elements, and a cast-in-place concrete deck slab, are made continuous later. Their double evolution, until reaching their final structural configuration, made necessary to develop a general procedure for the accurate analysis of their delayed effects.

This work presents analytical approaches for the time-dependent analysis of concrete structures with longitudinal and transversal evolution. Such approaches are complementary of the general procedure and, at the very beginning, they were developed in order to validate its results. But, besides, they are an interesting tool for the design.

The approaches are divided in two groups, concerning the actions which are involved in creep: mechanical actions (permanent loads) and geometrical actions (shrinkage).

On the other hand, both groups of approaches are applied to a real three-span bridge for obtaining practical results (mainly, delayed redistribution of moments).

Finally, conclusions about such approaches are pointed out, particularly those concerning their application to the design of this type of bridges.

## Acumulación no lineal del daño en el hormigón sometido a cargas alternadas de tracción

Idelin Molinas Vega, Ph. D.

Profesor Encargado de Cátedra, Dpto. de Ingeniería Civil,  
Facultad de Ciencias y Tecnología, Universidad Católica.

Asunción, Paraguay

M. Asghar Bhatti, Ph. D.

Profesor Asociado, Dpto. de Ingeniería Civil y Ambiental,  
Universidad de Iowa, EE.UU.

Wilfrid A. Nixon, Ph. D.

Profesor Asistente, Dpto. de Ingeniería Civil y Ambiental,  
Universidad de Iowa, EE.UU.

### INTRODUCCION

Las estructuras de hormigón se encuentran frecuentemente sometidas a cargas alternas, producidas por la naturaleza o por sistemas mecánicos, y su comportamiento se ve influenciado significativamente por las propiedades del hormigón en tracción. Estas propiedades controlan la formación de fisuras que, a su vez, afectan a la rigidez general de las estructuras de hormigón. Las propiedades del hormigón en tracción, se modifican bajo la acción de cargas alternadas. Con cargas dinámicas, su influencia es aún más significativa, dado que la durabilidad y la seguridad de las estructuras pueden ser afectadas.

Aunque se ha reconocido la influencia de las propiedades en tracción sobre el comportamiento general de estructuras de hormigón, durante muchos años, aún no se ha estudiado a fondo el comportamiento en fatiga del hormigón en tracción. La mayoría de los estudios sobre el comportamiento en fatiga del hormigón, han sido bajo cargas de compresión. Hoy en día, un número creciente de estructuras, desde carreteras y pavimentos de aeropuertos hasta instalaciones de reactores nucleares y estructuras marinas, requieren que el número de fisuras se reduzca al mínimo, para asegurar un comportamiento apropiado. Por lo tanto, el estudio de las propiedades del hormigón en tracción se vuelve cada vez más importante.

Varias investigaciones se ocuparon del comportamiento en fatiga del hormigón en tracción, bajo cargas de amplitud constante. Estos estudios se realizaron en muestras sujetas a tensión axial (Kolias y Williams, 1978; Cornelissen y Timmers, 1981; Cornelissen, 1984 a, b), tensión en flexión (Crepps, 1922; Hatt, 1924; Williams,

1943; Raithby, 1974; Hsu, 1981; Klaiber y Lee, 1982) y en compresión diametral (Linger y Gillespie, 1966; Tepfers, 1979, 1982). Como resultado de estos estudios, la influencia de varios parámetros fue determinada, como por ejemplo, el tipo de cargas, el tamaño de los agregados, la tensión promedio, contenido de aire y resistencia del hormigón (Molinas Vega, 1992; Cornelissen, 1987). De estas pruebas, fue posible obtener expresiones para la resistencia del hormigón (curvas S-N), relacionando el número total de ciclos necesarios para producir el fallo de la muestra, el valor máximo y mínimo de las cargas cíclicas y la influencia de los factores recién mencionados. Sin embargo, estos modelos no ofrecen información sobre la propagación del daño durante la aplicación de cargas cíclicas.

Se suele suponer que la propagación del daño bajo fatiga y su acumulación en el hormigón, se pueden modelar con la Regla de Miner-Palmgren (Palmgren, 1924; Miner, 1945). Este modelo supone que la velocidad de propagación del daño es constante y la acumulación es lineal. Además, supone que el fallo del espécimen está asociado con un valor unitario del "Número de Miner". Este valor se define como:

$$M = \sum \frac{N_i}{N_{fi}}$$

donde:

M = Número de Miner

$N_i$  = Número de ciclos aplicados para el nivel de tensión "i"

$N_{fi}$  = Número de ciclos para que falle al nivel de tensión "i"

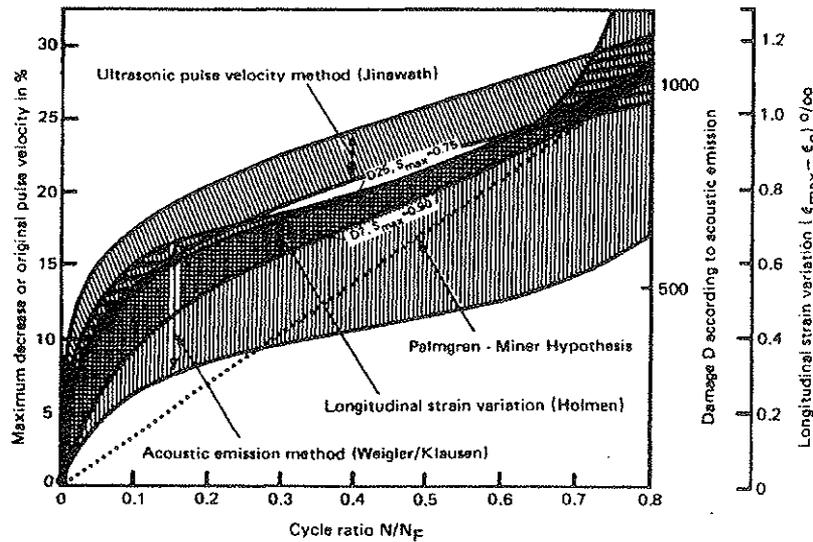


Fig. 1. La Evolución del Daño Según Técnicas Diferentes (Holmen, 1982).

Varios investigadores han realizado trabajos experimentales para evaluar la validez de esta suposición cuando se aplica al hormigón, tanto en compresión como en tensión. De los resultados experimentales de Holmen (1982), Cornelissen y Timmers (1981), Cornelissen (1984 a, b) y Allische y Francois (1987), se puede observar que la evolución del daño bajo fatiga es no-lineal y que existen tres etapas claramente identificadas. La Figura 1 presenta los resultados obtenidos para la evolución del daño a través de diferentes técnicas (tal como los presenta Holmen, 1982). Se puede notar que los resultados de las tres técnicas diferentes —es decir, la velocidad de pulso, las emisiones acústicas y la variación longitudinal de la deformación— muestran la misma forma de evolución del daño por fatiga del hormigón. Además, estos resultados muestran que la evolución es no-lineal, lo cual contradice las suposiciones de la Regla Miner-Palmgren.

La Figura 2 muestra una representación de la

evolución del daño por fatiga, en el hormigón sujeto a cargas de amplitud constante. Tal como se mencionó anteriormente, y como se puede notar en la Figura 1, esta evolución presenta tres etapas. La primera etapa comprende, aproximadamente, un 20% de la vida útil bajo fatiga, donde el daño se acumula rápidamente. Esta etapa está asociada con la propagación de microfisuras situadas en la interfase entre los agregados y la pasta de cemento. La propagación de estas microfisuras es detenida por la resistencia de la pasta de cemento.

En la segunda etapa, la velocidad de propagación del daño es casi constante y está comprendida, aproximadamente, entre el 20% y el 80% de la vida útil bajo fatiga. En esta etapa, las microfisuras se forman y acumulan dentro de la pasta de cemento, y su propagación es detenida por los agregados de mayor resistencia y distribuidos al azar. Finalmente, durante la última etapa, las microfisuras detenidas durante la primera y

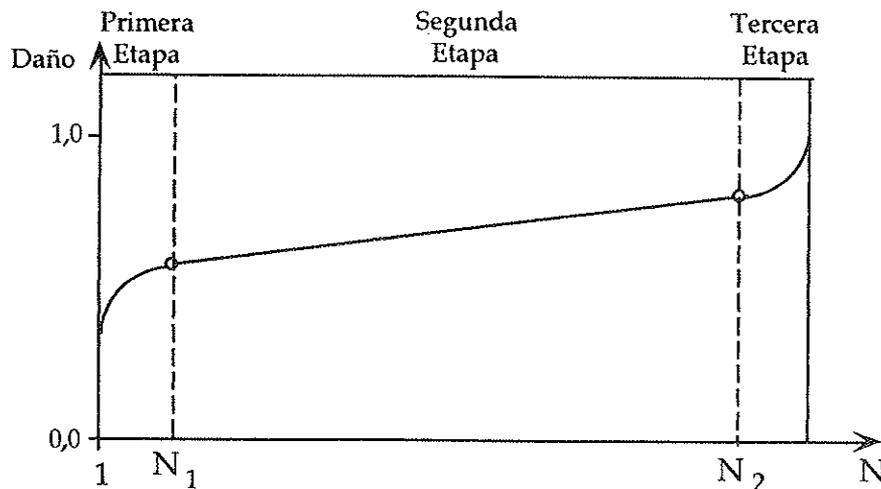


Fig. 2. La Evolución del Daño Bajo Cargas de Amplitud Constante.

segunda etapas, concurren para formar varias microfisuras, que llevan al fallo del espécimen. Esta etapa final se caracteriza por una acumulación rápida del daño.

El efecto de diferentes niveles de tensiones cíclicas alternadas, fue estudiado por varios investigadores, tanto bajo cargas de compresión como de tracción. El trabajo experimental de Holmen (1982), Tepfer et al. (1977) en compresión; Cornelissen (1984 a) y Cornelissen y Reinhardt (1984) en tracción axial, y Hilsdorf y Kesler (1966) y Oh (1991) en flexión, revelan un efecto muy claro de la secuencia de cargas en el comportamiento en fatiga del hormigón. Esto, una vez más, contradice la hipótesis de Miner-Palgregm.

Pocos modelos han sido propuestos para explicar la propagación y acumulación no lineales del daño en el hormigón bajo cargas de fatiga. Holmen (1982) propuso que el valor del Número de Miner, en el momento de la falla y para cargas al azar, se debería calcular como una función del nivel de tensión aplicado. Shah (1984) propuso una función única de evolución del daño bajo fatiga, para el hormigón, representado por un polinomio cúbico; este modelo explica la propagación no lineal del daño, pero supone una acumulación lineal del mismo. Otro modelo para la propagación no lineal y acumulación lineal del daño bajo fatiga es el propuesto por Alliche y Francois (1987), basado en pruebas en flexión. Este modelo es capaz de reproducir la primera y segunda etapa de la propagación del daño y supone que la falla del espécimen se asocia con un valor crítico del daño, que depende del tipo de hormigón. Finalmente, Oh (1991 a, b) presentó un modelo que explica tanto la propagación no lineal como la acumulación no lineal del daño bajo fatiga. Este modelo supone que la evolución del daño es regida por un polinomio cúbico, cuyos coeficientes son una función del nivel de tensión aplicada. Los coeficientes para estas funciones se calcularon basados en tres niveles de tensión diferentes, presentados por Holmen (1982).

En este trabajo, presentamos un nuevo modelo para el daño bajo fatiga del hormigón en tracción, que explica tanto la propagación como la acumulación no lineal. El modelo se basa en conceptos derivados de la Mecánica del Daño (Kachanov, 1958; Lemaitre y Chaboche, 1990) y se calibra a través de resultados experimentales de tracción axial (Cornelissen y Timmers, 1981; Cornelissen, 1984 a). La validez del modelo propuesto para explicar los efectos de secuencia de cargas, se comprueba comparando los resultados con los experimentales presentados por Oh (1991).

#### FORMULACION PARA LA FATIGA, BASADA EN LA MECANICA DEL DAÑO

Como señalamos anteriormente, la propagación del daño en el hormigón bajo cargas de fatiga

es asociada con el desarrollo y coalescencia de microfisuras en los diferentes componentes de la mezcla. Este fenómeno se puede explicar a través de la teoría de la Mecánica del Daño (MD) (Kachanov, 1958; Robotnov, 1963; Lemaitre y Chaboche, 1990; Chow y Wei, 1991). El término Mecánica del Daño ha sido adoptado para describir la evolución de microscópicas fisuras y vacíos, hasta la iniciación de fisuras macroscópicas (Jason y Hult, 1977). Los conceptos asociados con la Mecánica del Daño se encuadran dentro del marco general de la Termodinámica de Procesos Irreversibles (Lemaitre y Chaboche, 1990; Chaboche, 1981).

Dentro del marco de la Mecánica del Daño (MD), el efecto de microvacíos y microfisuras presentes en la muestra, puede ser representado por el tensor de tensiones efectivas, el cual se puede escribir, en una forma generalizada, como:

$$\underline{\underline{\sigma}}_{\sim\text{eff}} = \underline{\underline{M}}(D) \underline{\underline{\sigma}}_{\sim}$$

con:

$$\underline{\underline{\sigma}}_{\sim} = [\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{xy}, \tau_{xz}, \tau_{yz}]^T = \text{Tensor de Tensiones de Cauchy}$$

$$\underline{\underline{\sigma}}_{\sim\text{eff}} = \text{Tensor de Tensiones Efectivas de Cauchy.}$$

$$\underline{\underline{M}}(D) = \text{Tensor de 4º Orden de los Efectos del Daño}$$

Si se supone que las microfisuras y los microvacíos están distribuidos homogéneamente en el espécimen, entonces la variable de estado interna  $D$ , que describe la acumulación del daño, se puede tratar como una cantidad escalar. Es decir, se supone que el material es isotrópico, aún cuando ha sufrido daño. Con esta suposición, el tensor del efecto del daño se escribe así:

$$\underline{\underline{M}}(D) = \frac{1}{1-D} \underline{\underline{I}} \quad (3)$$

donde:

$$\underline{\underline{I}} = \text{Tensor Unitario de 4º Orden.}$$

La energía elástica de deformación se toma como el potencial termoelástico (Chow, 1991). Según la hipótesis de equivalencia de energía de deformación (Sidorof, 1980), la energía elástica de deformación, para el material dañado, está representado por:

$$\begin{aligned} W^e(\underline{\underline{\sigma}}_{\sim}, D) &= W^e(\underline{\underline{\sigma}}_{\sim\text{eff}}) = \frac{1}{2} \underline{\underline{\sigma}}_{\sim\text{eff}}^T \underline{\underline{C}}^{-1} \underline{\underline{\sigma}}_{\sim\text{eff}} \\ &= \frac{1}{2} \underline{\underline{\sigma}}_{\sim}^T \underline{\underline{M}}(D)^T \underline{\underline{C}}^{-1} \underline{\underline{M}}(D) \underline{\underline{\sigma}}_{\sim} \end{aligned} \quad (4)$$

donde:

$$\underline{\underline{C}}^{-1} = \text{Tensor de 4º Orden del Material no Dañado.}$$

Por lo tanto, las ecuaciones constitutivas para el material dañado, se escriben así:

$$\begin{aligned} \xi^e &= \frac{\partial W^e(\underline{\sigma}, D)}{\partial \underline{\sigma}} = (\mathbf{M}(D))^T \mathbf{C}^{-1} \mathbf{M}(D) \underline{\sigma} = \\ &= \mathbf{C}_{\text{eff}}^{-1} \underline{\sigma} \end{aligned} \quad (5)$$

con:

$\mathbf{C}_{\text{eff}}^{-1} = \mathbf{M}(D)^T \mathbf{C}^{-1} \mathbf{M}(D)$  = Tensor Efectivo de Propiedades Elásticas.

Además, la velocidad de disipación de la energía de deformación producida por el daño, se expresa como (Lemaitre y Chaboche, 1990).

$$\begin{aligned} Y &= -\frac{\partial W^e}{\partial D} = -\frac{1}{2} \underline{\sigma}^T \frac{\partial \mathbf{C}_{\text{eff}}^{-1}}{\partial D} \underline{\sigma} = \\ &= -\frac{1}{2} \underline{\sigma}^T \left( \frac{\partial \mathbf{M}^T}{\partial D} \mathbf{C}^{-1} \mathbf{M} + \mathbf{M}^T \mathbf{C}^{-1} \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial D} \right) \underline{\sigma} = \\ &= -\frac{1}{2} \underline{\sigma}^T \left( \frac{1}{1-D} \mathbf{M}^T \mathbf{C}^{-1} \mathbf{M} + \mathbf{M}^T \mathbf{C}^{-1} \frac{1}{1-D} \mathbf{M} \right) \underline{\sigma} \end{aligned} \quad (6)$$

6

$$Y = \frac{1}{1-D} \underline{\sigma}^T \mathbf{C}_{\text{eff}}^{-1} \underline{\sigma} \quad (7)$$

Siguiendo los principios de la Termodinámica de los Procesos Irreversibles (Lemaitre y Chaboche, 1990), la velocidad del aumento del daño se expresa como:

$$\dot{D} = -\frac{\partial \Phi}{\partial Y} \quad (8)$$

con:

$\dot{D}$  = Velocidad de Propagación del Daño.

$\Phi$  = Función de Disipación.

$Y$  = Velocidad de disipación de la energía de deformación producida por el daño.

En el caso de daño bajo fatiga, la velocidad de propagación del daño por ciclo, se define como (Lemaitre y Chaboche, 1990).

$$\dot{D} = -\frac{dD}{dN} \quad (9)$$

Para identificar la evolución del daño, se suele escoger uno de los dos métodos siguientes (Lemaitre y Chaboche, 1990): el primer método consiste en identificar la forma de la función de disipación y de ésta se obtiene la ecuación que gobierna el aumento del daño, según la Ecuación (8). El segundo método, un método fenomenológico, consiste en determinar la evolución del daño, basándose en el análisis de los resultados experimentales. El primer método requiere conocimientos más completos sobre el proceso de daño interno y una gran intuición. El segundo método se basa en observaciones experimentales de la evolución de parámetros seleccionados del daño. Es el segundo método el que se utilizará para este trabajo.

### SELECCION DEL PARAMETRO DEL DAÑO

Los parámetros del daño deben ser seleccionados de tal manera que representen su evolución

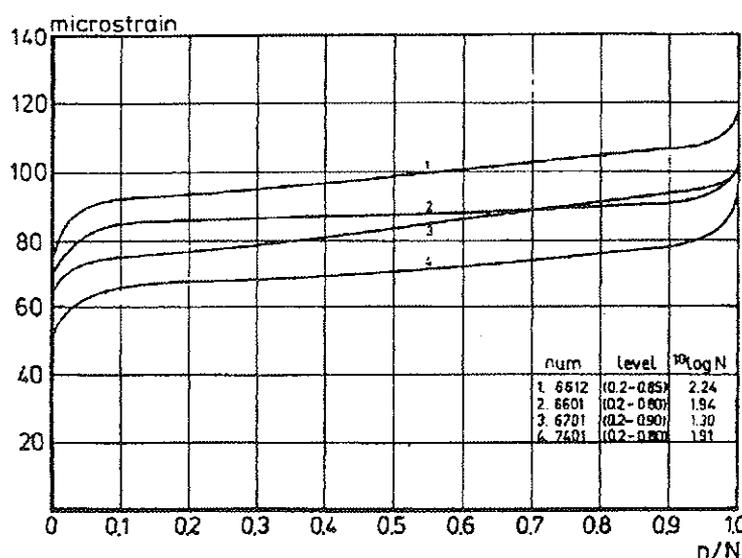


Fig. 3. Evolución de la Deformación Longitudinal Máxima para un Número Creciente de Ciclos y Diferentes Rangos de Tensiones (Cornelissen, 1984 b).

bajo las condiciones impuestas. Las observaciones experimentales (Holmen, 1982; Alliche y Francois, 1987; Cornelissen y Timmers, 1982; Cornelissen, 1984 a, b) han señalado una forma característica de la evolución de deformaciones máximas, que sigue la misma tendencia que la propagación del daño (véase la Figura 1). Por lo tanto, para el caso de cargas bajo fatiga, es conveniente seleccionar la deformación máxima en tracción, medida como función del número de ciclos, como un indicador de la propagación de daño.

Los resultados presentados por Cornelissen (1984 a, b) y Cornelissen y Timmers (1981), de los ensayos bajo cargas de fatiga en tracción uniaxial y amplitud constante, muestran la evolución de la deformación unitaria máxima en tracción, como una función del número de ciclos normalizados, con respecto al número de ciclos en el momento de fallo del espécimen. Estos resultados fueron recogidos para diferentes rangos de tensiones. Una representación gráfica típica se presenta en la Figura 3 (Cornelissen, 1984 b).

Las diferentes curvas de la Figura 3, representan la evolución de la deformación máxima en tracción, para diferentes rangos de tensiones. Para esta figura en particular, la tensión máxima es de 80%, 85% y 90% de la resistencia a tracción, y la tensión mínima de 20% de la resistencia a tracción. El eje horizontal representa la vida útil en fatiga, expresado en términos del número normalizado de ciclos para llegar a la rotura. La normalización se efectúa utilizando el número total de ciclos hasta llegar a la rotura  $N_F$ , también indicado en la Figura 3.

Para este trabajo, el parámetro de daño bajo fatiga es seleccionado como una transformación lineal de la evolución de deformaciones unitarias máximas en tracción, con un número creciente de ciclos de aplicación de carga. Se supone que el

aumento en la deformación máxima se debe tan sólo a la acumulación y propagación de microvaños y microfisuras dentro del espécimen. La transformación lineal que define la acumulación del daño se aplica a cada uno de los resultados experimentales y está definida por:

$$D_i = \frac{\epsilon_i - \epsilon_0}{\epsilon_{ult} - \epsilon_0} \quad (10)$$

donde:

$D_i$  = Daño para un valor dado de  $N/N_F$ ,

$\epsilon_i$  = Valor máximo de la deformación en tracción, para un valor dado de  $N/N_F$ ,

$\epsilon_0$  = Valor máximo de la deformación en tracción, para el primer ciclo de carga,

$\epsilon_{ult}$  = Valor máximo de la deformación en tracción, para el último ciclo de carga, esto es, para  $N/N_F = 1,0$ .

#### FUNCION DE LA EVOLUCION DEL DAÑO BAJO FATIGA

Una función para la evolución del daño, debe incorporar los resultados experimentales; es decir, la función propuesta debe representar la evolución y acumulación no lineales del daño. En una forma general, esta función se puede escribir así:

$$D = f(D, \sigma_{max}, \sigma_{min}, N) \quad (11)$$

con:

$D$  = Valor del coeficiente del daño.

$\sigma_{max}$  = Tensión cíclica máxima.

$\sigma_{min}$  = Tensión cíclica mínima.

$N$  = Número de ciclos aplicados.

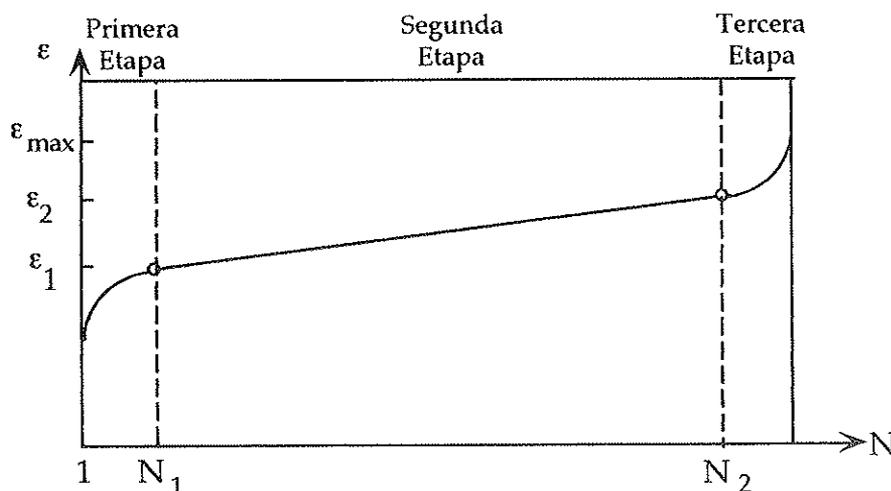


Fig. 4. Evolución del Daño en el Hormigón, bajo Carga Cíclica.

La forma de la Ecuación (11) debe representar la evolución del parámetro del daño, como una función de la vida útil en fatiga. Como se observa en los resultados experimentales, la evolución del daño tiene una forma característica, tal como se observa en la Figura 4. La forma de esta curva es parecida a la curva sigmoidea que se encuentra en la propagación de fisuras bajo carga cíclica, en metales. Para estos casos, la curva sigmoidea representa la relación entre la velocidad de aumento del tamaño de la fisura, como función de la variación del factor de intensidad de tensión (Broek, 1982).

Para modelar la acumulación del daño no lineal, la Ecuación (11) no debe permitir una separación de las variables  $D$ ,  $\sigma_{m\acute{a}x}$  y  $\sigma_{m\acute{i}n}$ . El requisito impuesto a la Ecuación (11) implica que se define una curva distintiva para la evolución del daño, para cada par de  $\sigma_{m\acute{a}x}$  y  $\sigma_{m\acute{i}n}$ . Una justificación matemática de este requisito se presenta en el trabajo realizado por Ostergren y Krempl (1979).

#### UN MODELO PARA LA EVOLUCION DEL DAÑO BAJO FATIGA, EN HORMIGON BAJO CARGAS DE AMPLITUD CONSTANTE

Para cumplir con los requisitos arriba mencionados, se evaluaron las expresiones para las funciones del daño, en puntos discretos de la vida útil en fatiga. El eje normalizado de la vida útil en fatiga, fue dividido en 14 puntos, entre 0,00 y 1,00. Los puntos seleccionados tuvieron una separación menor en las zonas inicial y terminal de la viga útil en fatiga. Esta división de la vida útil normalizada, se hizo para minimizar el error en el modelado y para introducir, de una manera indirecta, la condición de no-separación de las variables  $D$ ,  $\sigma_{m\acute{a}x}$ ,  $\sigma_{m\acute{i}n}$  y  $N/N_F$  (Ostergren y Krempl, 1979).

Para cada uno de los valores elegidos se desarrolló un modelo de regresión lineal, entre el nivel de daño ( $D$ ) y los valores máximos y mínimos de las tensiones alternantes. Se probaron varias combinaciones de las variables citadas, siendo seleccionada la más apropiada. Se decidió utilizar la misma forma de la ecuación en cada uno de los valores discretos de  $N/N_F$ , para simplificar su implementación. Esta decisión implica que la forma de la ecuación no es la más apropiada para algunos valores de  $N/N_F$ , pero es la forma que mejor se adecua al comportamiento general. La selección de la forma final de la ecuación se basó en requisitos impuestos por el método de los Mínimos Cuadrados y siguiendo los criterios para elegir el mejor modelo (Myers, 1990).

La expresión general que describe el daño como función de las tensiones máxima y mínima es:

$$D = \alpha_0 \sigma_{r\ m\acute{a}x}^2 + \alpha_1 \sigma_{r\ m\acute{a}x} \sigma_{r\ m\acute{i}n} + \alpha_2 (\sigma_{r\ m\acute{a}x} - \sigma_{r\ m\acute{i}n}) \quad (12)$$

con:

$D$  = Daño para un valor dado de  $N/N_F$ ,

$\sigma_{r\ m\acute{a}x}$  = Tensión máxima relativa, aplicada al espécimen

$$= \frac{\sigma_{m\acute{a}x}}{f_t} > 0,0$$

$\sigma_{r\ m\acute{i}n}$  = Tensión mínima relativa, aplicada al espécimen

$$= \frac{\sigma_{m\acute{i}n}}{f_t} > 0,0$$

$\sigma_{m\acute{a}x}$  = Valor máximo de la tensión aplicada,

$\sigma_{m\acute{i}n}$  = Valor mínimo de la tensión aplicada,

$f_t$  = Resistencia a tracción del hormigón.

Los coeficientes  $\alpha_0$ ,  $\alpha_1$  y  $\alpha_2$  para diferentes puntos sobre el eje de vida útil en fatiga, se presentan en la Tabla 1. Las Figuras 5 a 7 comparan los valores calculados por el modelo y los datos experimentales. Se puede observar claramente que existe un buen acuerdo entre los resultados experimentales y los valores calculados, lo cual indica que el modelo se adapta apropiadamente a los resultados experimentales.

TABLA I

Valores de los Coeficientes que Definen la Función de Evolución del Daño

$N_r = N/N_F$	$\alpha_0$	$\alpha_1$	$\alpha_2$
0,025	0,182	0,110	0,085
0,050	0,371	-0,084	0,020
0,100	0,191	0,280	0,225
0,150	-0,028	0,631	0,437
0,200	-0,053	0,698	0,479
0,300	-0,161	0,891	0,627
0,400	-0,525	1,260	0,978
0,500	-0,694	1,500	1,170
0,600	-0,666	1,490	1,200
0,700	-0,680	1,550	1,260
0,800	-0,762	1,690	1,380
0,850	-0,756	1,690	1,410
0,950	-0,810	1,770	1,590
0,975	-1,080	2,120	1,900

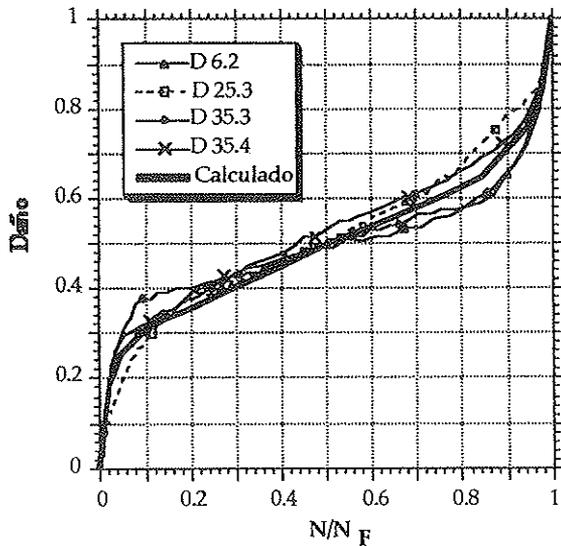


Fig. 5. Valores Experimentales y Calculados, para Curvas de Evolución del Daño en Fatiga,  $\sigma_{r\text{máx}} = 0,80$  y  $\sigma_{r\text{mín}} = 0,00$ .

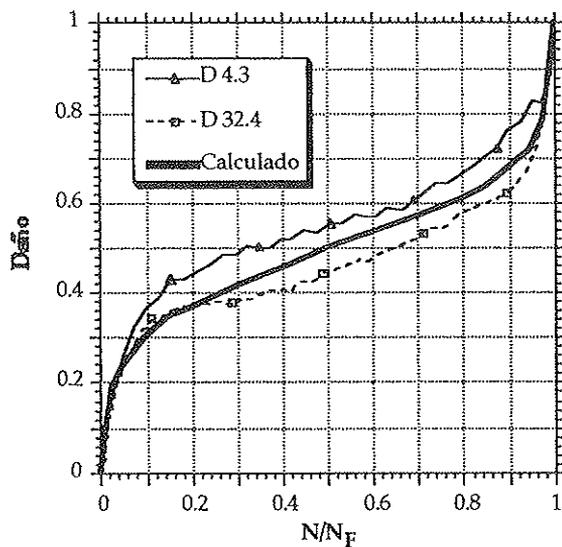


Fig. 6. Valores Experimentales y Calculados, para Curvas de Evolución del Daño en Fatiga,  $\sigma_{r\text{máx}} = 0,80$  y  $\sigma_{r\text{mín}} = 0,20$ .

### CONVALIDACION DEL MODELO PROPUESTO PARA EL CASO DE CARGAS DE AMPLITUD VARIABLE

Para convalidar el modelo propuesto, se utilizaron los resultados experimentales presentados por Oh (1991a). Esta serie de experimentos consistió en vigas de hormigón, sujetas a cargas de fatiga por flexión, bajo cuatro programas de cargas diferentes. La sección transversal de los especímenes fue de 100 mm por 100 mm y el largo total fue de 500 mm. El tamaño máximo del agregado fue de 20 mm. La desviación estandar de la resistencia a compresión y módulo de rotura fueron de 1,2

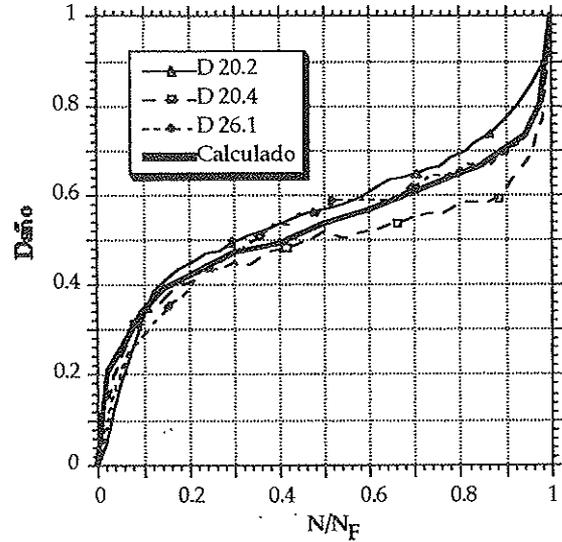


Fig. 7. Valores Experimentales y Calculados, para Curvas de Evolución del Daño en Fatiga,  $\sigma_{r\text{máx}} = 0,85$  y  $\sigma_{r\text{mín}} = 0,40$ .

N/mm<sup>2</sup> y 0,21 N/mm<sup>2</sup>, respectivamente. Luego del desencofrado, todos los especímenes se curaron bajo agua durante un período de alrededor de 50 días. Las muestras fueron retiradas del agua 24 horas antes de someterlas a cargas de fatiga (Oh, 1991a).

En base a 40 especímenes sujetos a cargas de amplitud constantes, se obtuvo una relación entre las cargas aplicadas y el número de ciclos hasta llegar al fallo (Oh, 1991b). Las cargas de amplitud constante se tomaron con valores de 65%, 75% y 85% de la resistencia a la flexión. La tensión mínima aplicada se mantuvo constante e igual a cero. La expresión que relaciona las tensiones máximas relativas aplicadas y el número de ciclos para llegar a la rotura es:

$$\sigma_r = \frac{\sigma_{r\text{máx}}}{f_t} = 1,132 - 0,0873 \log_{10}(N) \quad (13)$$

N = Número de ciclos aplicados de la carga alternada.

Con esta relación, el número de ciclos necesarios para alcanzar la rotura para las tensiones aplicadas, iguales a 65%, 75% y 85% de la resistencia a la flexión, resultan:

	$\sigma_r = 0,65$	$\sigma_r = 0,75$	$\sigma_r = 0,85$
$N_{\text{fall}}$	332.040	23.752	1.699

Los cuatro casos de carga diferentes utilizados para estudiar el efecto de bloques de cargas secuenciales de amplitud constante, pueden ser observados en la Figura 8. En todos los casos, la tensión mínima aplicada fue cero. Los primeros dos casos consistieron en cargas de amplitud

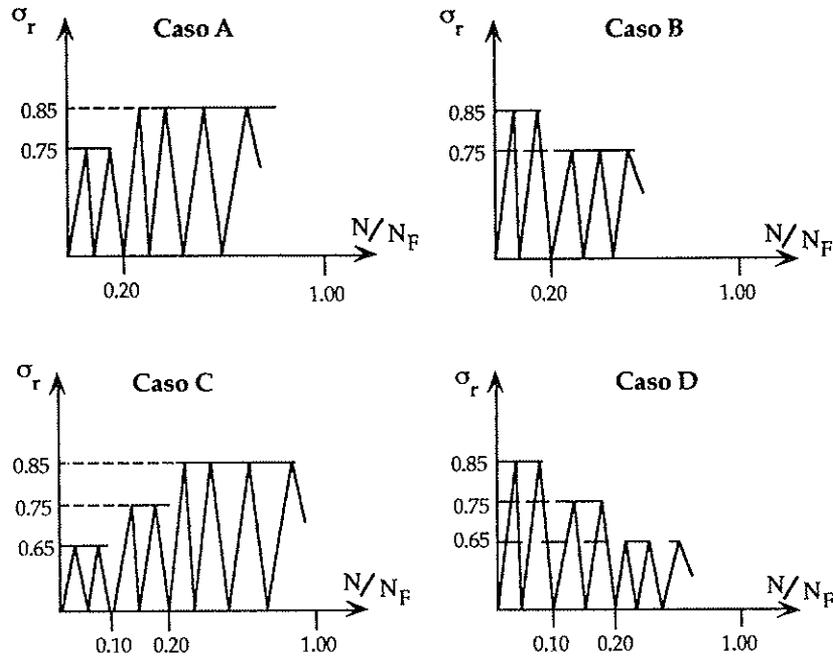


Fig. 8. Diferentes Programas de Cargas Alternadas: a) Carga en Dos Bloques de Intensidad Creciente; b) Carga en Dos Bloques de Intensidad Decreciente; c) Carga en Tres Bloques de Intensidad Creciente, y d) Carga en Tres Bloques de Intensidad Decreciente.

constante, en dos bloques, con las tensiones de flexión máximas iguales a 75% y 85% de la resistencia a la tracción en flexión. En el Caso A, las cargas se aplicaron en orden de magnitud creciente. Primeramente, se aplicó una tensión en flexión igual a 75% de la resistencia a la tracción, hasta que el número de ciclos llegara al 20% de la vida útil por fatiga, bajo una amplitud constante (es decir, 4.750 ciclos). A continuación, la tensión máxima fue aumentada a 85% de la resistencia a la tracción en flexión y se continuó hasta la rotura del espécimen. En el Caso B, la secuencia de carga se hizo al revés. Por lo tanto, una tensión en flexión máxima igual a 85% de la resistencia a la tracción en flexión, fue aplicada, primeramente, hasta que el número de ciclos llegara a 20% de la vida útil por fatiga bajo cargas de amplitud constante (es decir, 340 ciclos). Entonces se redujo la carga aplicada de manera que la tensión máxima en flexión fuera 75% de la resistencia a la tracción en flexión y se continuó hasta la rotura del espécimen.

Los Casos de carga C y D consisten en secuencias de carga de tres bloques, con tensiones máximas en flexión entre 65% y 85% de la resistencia a la tracción en flexión. En el Caso C, las cargas variables se aplicaron en orden creciente, empezando con la tensión máxima igual a 65% de la resistencia a la tracción y aplicada durante un número de ciclos igual a 10% de la vida útil por fatiga (es decir, 33.204 ciclos). A continuación, la tensión máxima se aumentó a 75% de la resistencia a la tracción en flexión y fue aplicada hasta obtener 10% de la vida útil por fatiga (es decir, 2.375 ciclos). Luego, la tensión máxima se

aumentó a 85% de la resistencia a la tracción y se aplicó hasta llegar a la rotura. En el Caso D, el orden de la aplicación de las cargas fue invertido; es decir, primero se aplicó una tensión relativa máxima de 85% durante 10% de la vida útil por fatiga, seguido por una tensión relativa máxima de 75% que se aplicó durante otro 10% de la vida útil por fatiga bajo cargas de amplitud constante. Finalmente, se redujo la tensión máxima a 65% de la resistencia a la tracción en flexión y la carga cíclica fue aplicada hasta la rotura del espécimen.

Un grupo de 12 vigas fue utilizado para cada condición de carga y los valores promedios del Número de Miner, para cada caso, resultó ser:

	Caso A	Caso B	Caso C	Caso D
Número de Miner	1,33	0,76	2,01	0,96

Estos resultados demuestran que los valores promedios de la suma de Miner son diferentes de la unidad y el orden de aplicación de la carga tiene un efecto significativo sobre la vida útil en fatiga. Se puede observar que, al aumentar paulatinamente la magnitud de las cargas de fatiga, el valor de la suma es mayor a uno (Casos A y C), y es menor que uno cuando se disminuyen paulatinamente las cargas de fatiga.

Para convalidar el modelo de acumulación de daño propuesto en este trabajo, se generan las tres curvas de evolución del daño correspondientes a tensiones máximas de 65%, 75% y 85% de la resistencia a tracción. En la Figura 9 se observan las funciones de evolución del daño, para tensio-

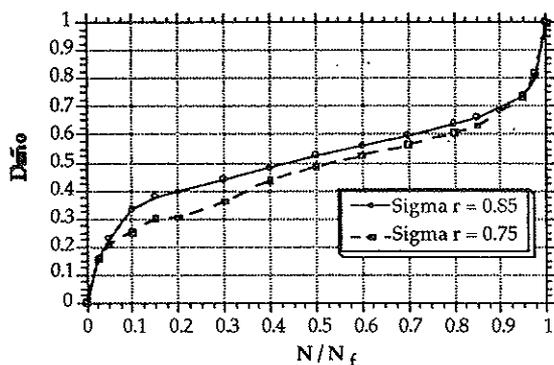


Fig. 9. Curvas Calculadas de Evolución del Daño, para  $\sigma_r = 0,75$  y  $0,85$ , correspondientes a los Casos A y B.

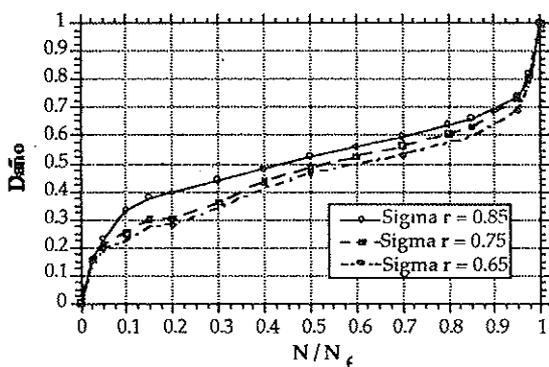


Fig. 10. Curvas Calculadas de Evolución del Daño, para  $\sigma_r = 0,65$ ;  $0,75$  y  $0,85$ , correspondientes a los Casos C y D.

nes máximas iguales a 75% y 85% de la resistencia a tracción, que fueron aplicadas a los Casos A y B. La Figura 10 representa las curvas de evolución del daño para los Casos C y D.

En el Caso A, y refiriéndonos a la Figura 9, el daño se propaga desde el origen siguiendo la curva correspondiente a  $\sigma_r = 0,75$ , hasta consumir el 20% de la vida útil en fatiga. A continuación, la carga aumenta y ahora el daño se propaga siguiendo la curva que corresponde a  $\sigma_r = 0,85$ . El cambio de una curva a la otra debe ocurrir a un nivel de daño constante. Por lo tanto, es posible evaluar la vida útil en fatiga, restante. Se puede evaluar el valor del Número de Miner siguiendo el procedimiento arriba descrito; para este caso:

$$M_A = 0,20 + (1,00 - 0,08) = 1,12 \quad (14)$$

En el Caso B, el daño se propaga inicialmente a lo largo de la curva que corresponde a  $\sigma_r = 0,85$ , hasta consumir el 20% de la vida útil en fatiga. Luego, la tensión máxima se disminuye a 75% de la resistencia y el daño debe propagarse a través de la curva que corresponde a  $\sigma_r = 0,75$ . El valor del Número de Miner en este caso es:

$$M_B = 0,20 + (1,00 - 0,34) = 0,86 \quad (15)$$

Los valores del Número de Miner para los

casos C y D se pueden evaluar con la ayuda de la Figura 10, siguiendo el mismo procedimiento descrito arriba. Para estos casos, encontramos:

$$M_C = 0,10 + 0,10 + (1,00 - 0,06) = 1,14 \quad (16)$$

$$M_D = 0,10 + 0,10 + (1,00 - 0,36) = 0,84 \quad (17)$$

Los valores del Número de Miner dados por las Ecuaciones (14) a (17) son consistentes con los valores promedios de los resultados experimentales presentados por Oh (1991a). Esto implica que el modelo propuesto aquí puede tomar en cuenta la no-linealidad, tanto en la propagación como en la acumulación del daño en el hormigón.

## UTILIZACION DEL MODELO

El modelo presentado en este trabajo ha sido utilizado en un modelo de Pavimentos Rígidos, empleando el Método de los Elementos Finitos (Molinas Vega y otros, 1991; Molinas Vega, 1992). Para ello, el modelo de elementos finitos considera que el modelo uniaxial presentado aquí es válido para la tensión principal de tracción obtenida en cada uno de los puntos de integración. El modelo de elementos finitos ofrece así una herramienta computacional para el análisis paramétrico de pavimentos rígidos sometidos a cargas de vehículos pesados, donde el agrietamiento inducido por las mismas produce cargas de naturaleza cíclica y de amplitud no constante.

Por otra parte, el modelo puede ser utilizado en el análisis de vigas de hormigón sometidas a cargas dinámicas, como en el caso de puentes, y para otras estructuras donde la naturaleza cíclica de las cargas induzca tensiones de tracción en la estructura.

## CONCLUSIONES

El propósito de este estudio ha sido el desarrollar una herramienta mejorada para el análisis del daño bajo fatiga en estructuras de hormigón sujetas a cargas de tracción. Se han utilizado conceptos de la Mecánica del Daño para poder establecer una expresión para la acumulación del daño en fatiga. Este marco teórico fue utilizado para desarrollar un modelo fenomenológico de acumulación del daño en fatiga, basado en observaciones experimentales.

El modelo propuesto fue verificado con resultados presentados para la acumulación del daño bajo cargas de fatiga de amplitud no constante, con resultados satisfactorios. Se demuestra que el modelo no sólo es capaz de reproducir las tendencias asociadas con la secuencia de cargas aplicadas, sino también el número promedio de ciclos para llegar al momento del fallo.

La Mecánica del Daño ofrece un marco apropiado para modelar la propagación y acumulación del daño por fatiga en el hormigón. En el modelo desarrollado en el presente trabajo se ha utilizado

un parámetro del daño escalar. Esta elección ha probado ser válida para reproducir los resultados disponibles y la naturaleza axial del problema modelado. Sin embargo, se sugiere más investigación en la selección de otro parámetro del daño, posiblemente de naturaleza tensorial, para modelar con más precisión la unidireccionalidad del problema y para incluir otros tipos de situaciones de carga.

## BIBLIOGRAFIA

Alliche, A. and Francois D. (1987): *Fatigue Damage of Concrete. Fracture of Concrete and Rock: SEM-RILEM International Conference*. Houston, TX, USA. Ed.: Shah, S.P. and Swartz, S.E. Springer-Verlag, pp. 88-95.

Broek, D. (1982): *Elementary Engineering Fracture Mechanics*. Martinus Nijhoff Publishers. The Hague.

Chaboche, J.L. (1981): *Continuous Damage Mechanics - A Tool to Describe Phenomena Before Crack Initiation*. Nuclear Engineering and Design. Vol.: 64 (2), pp.: 233-247.

Chow, C.L. and Wei, Y. (1991): *A Model of Continuum Damage Mechanics for Fatigue Failure*. International Journal of Fracture. Vol.: 50 (3), pp. 301-316.

Cornelissen, H.A.W. (1984a): *Fatigue Failure of Concrete in Tension*. Heron. Delft, The Netherlands.

Cornelissen, H.A.W. (1984b): *Constant-Amplitude Tests on Plain Concrete in Uniaxial Tension and Tension-Compression*. Technical Report No 5-84-1. Stevin Laboratory, Delft University of Technology, Delft, The Netherlands.

Cornelissen, H.A.W. and Reinhardt, H.W. (1984): *Uniaxial Tensile Fatigue Failure of Concrete Under Constant-Amplitude and Programme Loading*. Magazine of Concrete Research. Vol.: 36 (129), pp.: 216-226.

Cornelissen, H.A.W. and Timmers, G. (1981): *Fatigue of Plain Concrete in Uniaxial Tension and in Alternating Tension-Compression*. Technical Report N° 5-81-7. Stevin Laboratory, Delft University of Technology, Delft, The Netherlands.

Crepps, R.B. (1922): *Fatigue of Mortar*. Proceedings of the ASTM. Vol.: 23 (2), pp. 123-143.

Hatt, W.K. (1924): *Fatigue of Concrete*. Proceedings of the Highway Research Board. Vol.: (4), pp.: 342-367.

Hilsdorf, H.K. and Kesler, C.E. (1966): *Fatigue Strength of Concrete Under Varying Flexural Stresses*. Journal of the American Concrete Institute. Vol.: 63 (October), pp.: 1059-1075.

Holmen, J.O. (1982): *Fatigue of Concrete by Constant and Variable Amplitude Loading. Fatigue of Concrete Structures, SP-75*. Detroit, Michigan. Ed.: American Concrete Institute, pp.: 11-45.

Hsu, T.T.C. (1981): *Fatigue of Plain Concrete*. Journal of the ACI. Vol.: 78 (4), pp.: 292-305.

Janson, J. and Hult, J. (1977): *Fracture Mechanics and Damage Mechanics a Combined Approach*. Journal de Mécanique Appliquée. Vol.: 1 (1), pp.: 69-84.

Kachanov, M.L. (1958): *Time of the Rupture Process Under Creep Conditions*. Tech. Nauk. Izvestia Akad. Nauk SSR (in Russian).

Klaiber, F.W. and Lee, D.-Y. (1982): *The Effects of Air Content, Water-Cement Ratio and Aggregate Type on the Flexural Fatigue Strength of Plain Concrete. Fatigue of Concrete Structures, SP-75*. Ed.: American Concrete Institute. American Concrete Institute, pp.: 45-68.

Kolias, S. and Williams, R.I.T. (1978): *Cement-Bound Road Materials: Strength and Elastic Properties measured in the Laboratory*. TRRL Report No. 344.

Lemaitre, J. and Chaboche, J.-L. (1990): *Mechanics of Solid Materials*. Cambridge Press University, Cambridge, U.K.

Linger, D.A. and Gillespie, H.A. (1966): *A Study of the Mechanism of Concrete Fatigue and Fracture*. Highway Research Board News. Vol.: 22 (2).

Miner, M. (1945): *Cumulative Damage in Fatigue*. Journal of the Applied Mechanics, Transactions of the ASME. Vol.: 67 (9), pp.: A159-A164.

Molinas Vega, J.P.I. (1992): *Non Linear Fatigue Damage Accumulation for Concrete in Tension and its Application to Concrete Pavement Systems*, Tesis presentada como requisito para la obtención del doctorado en Ingeniería Civil (Ph. D.), The University of Iowa, Iowa, USA.

Molinas Vega, J.P.I. Bhatti, M.A. y Stoner, J.W. (1991): *Non-Linear Response of Rigid Pavements under Heavy Vehicle Loadings*, Convención del ACI (American Concrete Institute), Boston, EE.UU.

Myers, R.H. (1990): *Classical and Modern Regression with Applications*, Second Edition, The Duxbury Advanced Series in Statistics and Decision Sciences, PWS-Kent Publishing Co., Boston, MA; pp. 488.

Oh, B.H. (1991a): *Cumulative Damage Theory of Concrete Under Variable-Amplitude Fatigue Loadings*. ACI Material Journal. Vol.: 88 (1), pp.: 41-48.

Oh, B.H. (1991b): *Fatigue-Life Distributions of Concrete for Various Stress Levels*. ACI Mate-

rials Journal. Vol.: 88 (2), pp.: 122-128.

Ostergren, W.J. and Krempl, E. (1979): *A Uniaxial Damage Accumulation Law for Time-Varying Loading Including Creep-Fatigue Interaction*. Transactions of the American Society of Mechanical Engineering (ASME). Vol.: 101 (1), pp.: 1189-124.

Palmgren, A.G. (1924): *Die Lebensdauer von Kugellagern (The Durability of Ball Bearing)*. VDI-Zeitschrift des Vereines Deutscher Ingenieure. Vol.: 68 (14), pp.: 339-341.

Raithby, K.D. (1974): *Some Flexural Fatigue Properties of Concrete-Effects of Age and Methods of Curing. Presented at the First Australian Conference on Engineering Materials, University of New South Wales*.

Shah, S.P. (1984): *Predictions of Cumulative Damage for Concrete and Reinforced Concrete*. Materials and Structures, RILEM. Vol.: 17 (97), pp.: 65-68.

Sidoroff, F. (1981): *Description of Anisotropic Damage Application to Elasticity. Physical Non-Linearities in Structural Analysis - IUTAM*. Ed.: Hult, J. and Lemaitre, J. Springer-Verlag, New York, N.Y., USA. pp.: 237-244.

Tepfers, R. (1979): *Tensile Fatigue Strength of Plain Concrete*. Journal of the American Concrete Institute (ACI). Vol.: 76 (8), pp.: 919-933.

Tepfers, R. (1982): *Fatigue of Plain Concrete Subjected to Stress Reversals. Fatigue of Concrete Structures, SP-75*. Detroit, Michigan. Ed.: American Concrete Institute, pp.: 195-215.

Tepfers, R., Fridén, C. and Georgsson, L. (1977): *A Study of the Applicability to the Fatigue of Concrete of the Palmgren-Miner Partial Damage Hypothesis*. Magazine of Concrete Research. Vol.: 29 (100), pp.: 124-130.

Williams, H.A. (1943): *Fatigue Tests of Lightweight Aggregate Concrete Beams*. Vol.: 39 (5), pp.: 234-258.

## RESUMEN

Aunque el hormigón se utiliza principalmente

por sus propiedades bajo carga de compresión, se requiere un conocimiento sobre su comportamiento en tracción, para situaciones en las cuales las fisuras, y el cambio inducido por ellas en la rigidez, son críticas para el servicio y la duración última de la estructura. Un aspecto importante del comportamiento del hormigón en tracción es su rendimiento bajo carga cíclica. La mayoría de los estudios anteriores sobre el comportamiento del hormigón bajo carga cíclica de tracción, se han concentrado en el caso de cargas de amplitud constante. Sin embargo, en los últimos años, el efecto de cargas de amplitud variable también se ha destacado. Este trabajo desarrolla un modelo para la acumulación del daño por fatiga, en el hormigón sujeto a cargas cíclicas, no constantes, de tracción. El modelo se basa en los conceptos de la Mecánica del Daño y explica la propagación y la acumulación no lineales del daño. Se realiza una calibración del modelo utilizando datos experimentales existentes, y su validez se comprueba a través de una comparación con resultados publicados recientemente. Se hace referencia al uso del modelo en el análisis de pavimentos rígidos.

## SUMMARY

Although concrete is mostly used because of its properties under compressive loading, a knowledge of its tensile behavior is necessary in situations in which cracking, and the induced change in stiffness, are critical for the service and ultimate life of the structure. One important aspect of the tensile behavior of concrete is its performance under cyclic loading. The majority of past studies on the tensile fatigue performance of concrete have focused on the behavior under constant amplitude loads. However, in recent years, the effect of variable amplitude loading has also been emphasized. In this work a model is developed for fatigue damage accumulation for concrete subjected to non-constant tensile cyclic loads. The model is based on concepts of Continuum Damage Mechanics and is able to account for the nonlinear propagation and accumulation of damage. Calibration of the model is done using existing experimental data, and its validity is checked against recently published tests. Indications on the use of the model for concrete pavement analysis are also given.

**NUEVA PUBLICACION  
MANUAL H.P. 7-92**

**RECOMENDACIONES PARA LA  
CONSERVACION DE PUENTES  
PRETENSADOS**

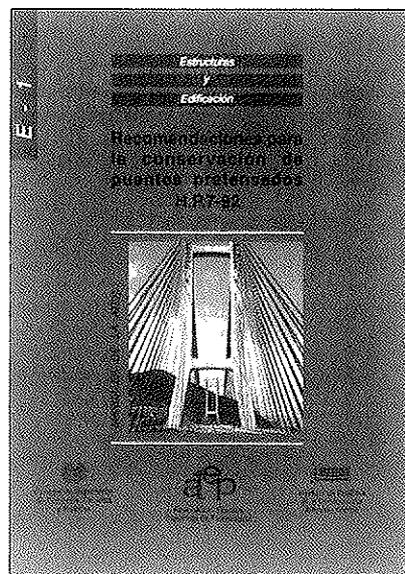
Continuando con la serie de Manuales que esta Asociación Técnica Española del Pretensado viene publicando, en los cuales se recogen las recomendaciones que se consideran idóneas para conseguir una adecuada realización de las obras pretensadas y su buen comportamiento a lo largo de su vida de servicio, se ha editado ahora el Manual H.P. 7-92, con el título "Recomendaciones para la conservación de puentes pretensados".

La necesidad de la conservación de las obras, cualquiera que sea su tipo y el material utilizado en su construcción, nace del inevitable deterioro que sufren en el transcurso del tiempo, y de las propias deficiencias inherentes, tanto a su proyecto como a su construcción, que se ponen de manifiesto, así mismo, a lo largo del tiempo. Por otra parte, la conservación permite también evitar la progresión de los daños hasta situaciones en que puede llegar a ser muy costosa, o incluso imposible, la reparación de la obra.

Pero no es esto sólo. Ocurre, además, que la conservación, tomada en su más amplio sentido, es fuente importantísima de enseñanzas para el proyecto, la construcción y la propia conservación de las futuras obras, evitando la repetición de errores.

Por todo ello, y a falta de una normativa oficial específica sobre el tema, se ha considerado de la mayor importancia preparar este Manual, con las recomendaciones necesarias para conseguir una buena conservación de los puentes pretensados, salvándose así la laguna hasta ahora existente en nuestro país en relación con este problema que en la actualidad tanto preocupa a todas las naciones del mundo, como lo demuestra la numerosa bibliografía existente sobre el particular y el que, en diversas Organizaciones y Reuniones Internacionales, la conservación de estas construcciones se haya elegido como tema fundamental de estudio.

Por otra parte, se ha estimado también interesante recoger en este Manual las oportunas recomendaciones para la mejor



aplicación de la técnica del pretensado en la realización de reparaciones y refuerzos de puentes.

Es evidente que, en numerosas ocasiones, se recurre a este tipo de actuaciones como a una operación más de la conservación. Y también lo es que la utilización del pretensado en estos casos, constituye uno de los medios más eficaces y de más creciente uso, con amplias aplicaciones en estructuras construidas con toda clase de materiales.

El precio de este Manual, de 166 páginas, tamaño DIN-A 4, con numerosas fotografías y tablas, es de DOS MIL QUINIENTAS PESETAS, IVA incluido, (VEINTIUN DOLARES USA, para el extranjero). No obstante, como siempre, a los Miembros de la A.T.E.P. se les concede un sensible descuento y podrán adquirir cuantos ejemplares deseen, al precio especial de MIL QUINIENTAS PESETAS, IVA incluido, (TRECE DOLARES USA, para el extranjero) cada uno.

Los pedidos deben dirigirse a esta Asociación Técnica Española del Pretensado, Apartado 19002, 28080 Madrid.

Debe tenerse en cuenta que, de conformidad con las normas al efecto establecidas, sólo podrán ser atendidas aquellas peticiones que vengan acompañadas, bien de cheque extendido a nombre de la Asociación por el importe total del pedido formulado, o bien de copia de la correspondiente orden de transferencia efectuada a la cuenta que la A.T.E.P. tiene abierta, con el número 1560/271, en la sucursal de Potosí, calle Bolivia nº 11, 28016 Madrid, del Banco Español de Crédito.

## Efectos dinámicos en puentes Variación del coeficiente de impacto

**Enrique López del Hierro Fdez.**  
**Ingeniero Industrial (E.T.S.I. Industriales U.N.E.D.)**  
**Juan José Benito Muñoz**  
**Dr. Ingeniero Industrial (E.T.S.I. Industriales U.N.E.D.)**  
**Javier Gallego Velarde**  
**Dr. Ingeniero Industrial (TIFSA)**  
**Ramón Álvarez Cabal**  
**Dr. Ingeniero Industrial (E.T.S.I. Industriales U.P.M.)**

### I. INTRODUCCION

En el presente artículo se exponen los resultados obtenidos en el análisis de la interacción dinámica vehículo-estructura en puentes de carretera y de ferrocarril. El artículo se estructura en tres bloques básicos, en los que se describe el modelo numérico utilizado, los principales resultados obtenidos y un estudio paramétrico que afecta a las variables básicas del problema.

El objetivo final del trabajo es la evaluación de la importancia relativa de cada una de las variables básicas del problema, la simulación numérica de procesos dinámicos de carga y, a través de las sucesivas historias analizadas, la estimación de parámetros clásicos de diseño, como puede ser el coeficiente de impacto.

### II. DESCRIPCION DEL MODELO

En el proceso de modelización, se pueden distinguir cuatro bloques fundamentales. Los tres primeros corresponden a la formulación de los modelos relativos al puente, vehículo e irregularidades de la vía. En el cuarto bloque se integran las ecuaciones resultantes del ensamblaje del conjunto, correspondientes a los tres bloques anteriores.

A continuación se presentan, por separado, cada uno de los bloques comentados, con el fin de mostrar detalladamente todas las características del modelo.

### II. 1 Modelización del puente

En este estudio se ha simulado el puente mediante una viga simplemente apoyada, de sección constante. La viga está definida por sus características a flexión, debido a que sólo se estudia su movimiento vertical, prescindiendo de los esfuerzos axiales inducidos por el frenado o arranque de los vehículos; lo cual es representativo de los casos reales que se tratan de estudiar.

La deformada del puente se aproxima mediante una base de funciones de forma

$$y(x,t) = \sum_{i=1}^n A_i(t)S_i(x) \quad (2.1)$$

que incluye, tanto las que representan los movimientos de sólido rígido del puente, como aquellas funciones que aproximan los modos de vibración del mismo. La utilización de este tipo de base proporciona aproximaciones razonables, como se desprende de los estudios realizados en (1) y (2), así como en (3) sobre puentes de ferrocarril.

Las funciones de forma correspondientes a la traslación y giro como sólido rígido, se introducen con objeto de tener en cuenta el comportamiento de los apoyos del puente a base de neoprenos, los cuales han sido simulados mediante un muelle y un amortiguador, equivalentes.

La aplicación del Principio de los Trabajos Virtuales, utilizando como funciones de ponderación

las mismas que en la aproximación de la deformada del puente, y tras imponer las condiciones de contorno naturales de momento nulo en los extremos, conduce a:

$$\int_0^L S_i''(x) EI y''(x,t) dx + [S_i(x) EI y''''(x,t)]_0^L = \int_0^L S_i(x) q(x,t) dx \quad (2.2)$$

dónde  $q(x,t)$  representa las fuerzas actuantes sobre el sistema

$$q(x,t) = p(x,t) - M\ddot{y}(x,t) - C\dot{y}(x,t) \quad (2.3)$$

en donde  $p(x,t)$  son las fuerzas exteriores y los otros términos son, respectivamente, las fuerzas de inercia y amortiguamiento, que incluyen el efecto propio del puente ( $Cp$ ) y de los neoprenos ( $Cn$ ).

Con ello, finalmente se obtiene:

$$\begin{aligned} & \int_0^L S_i''(x) EI y''(x,t) dx + [S_i(x) EI y''''(x,t)]_0^L + \\ & + \int_0^L S_i(x) M \ddot{y}(x,t) dx + \\ & + \int_0^L S_i(x) [C_p(x, S_i) + C_n(x, S_i)] \dot{y}(x,t) dx = \\ & = \int_0^L S_i(x) p(x,t) dx \quad (2.4) \end{aligned}$$

El acoplamiento con el vehículo aparece a través del término  $p(x,t)$ , que representa el sistema de cargas exteriores.

## II.2 Modelización del vehículo

El vehículo que recorre el puente se representa como un sistema de masas interconectadas entre sí y con el terreno o el puente, mediante muelles y amortiguadores, como puede apreciarse en el ejemplo de la figura 1. Dichas masas son repartidas, y se asocian a un nodo coincidente con su centro de gravedad, al que se asignan dos grados de libertad, uno de traslación vertical y otro de giro.

La ventaja fundamental que supone este tipo de modelización, además de su gran flexibilidad y adaptación a las tendencias actuales (O.R.E. Kulakowsky, etc.), es que la carga que recibe el puente es realmente la superposición de la carga estática y de la carga dinámica implícitas del vehículo.

Las ecuaciones de equilibrio de fuerzas verticales y momentos, para cada una de las masas, proporcionan:

$$\begin{aligned} m_k L_k g &= m_k L_k \ddot{z}_k + \sum_{k=1}^n C_k \cdot [\dot{z}_k + d_k \dot{\Theta}_k - \dot{y}(x,t)] - \\ & - \sum_{k\ell=1}^n C_{k\ell} (\dot{z}_\ell + d_\ell \dot{\Theta}_\ell - \dot{z}_k) + \\ & + \sum_{k=1}^n K_k [z_k + d_k \Theta_k - y(x,t)] - \\ & - \sum_{k\ell=1}^n K_{k\ell} (z_{k\ell} + d_\ell \Theta_\ell - z_k) \\ 0 &= m_k \frac{L_k^3}{12} \ddot{\Theta}_k + \sum_{k=1}^n C_k d_k [\dot{z}_k + d_k \dot{\Theta}_k - \dot{y}(x,t)] - \\ & - \sum_{k\ell=1}^n C_{k\ell} d_k (\dot{z}_\ell + d_\ell \dot{\Theta}_\ell - \dot{z}_k) + \\ & + \sum_{k=1}^n K_k d_k [z_k + d_k \Theta_k - y(x,t)] - \\ & - \sum_{k\ell=1}^n K_{k\ell} d_\ell (z_\ell + d_\ell \Theta_\ell - z_k) \quad (2.5) \end{aligned}$$

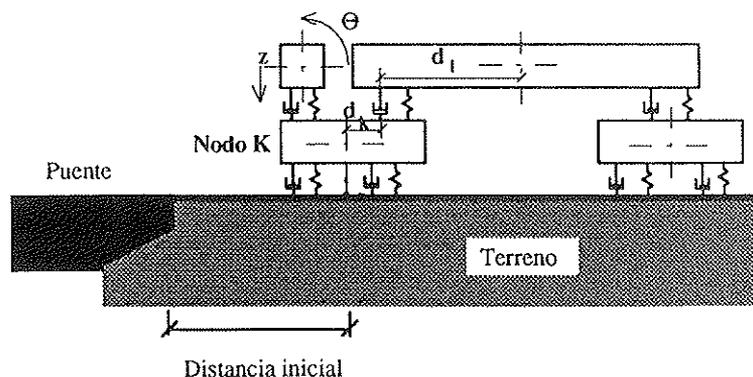


Figura 1.

en donde  $m_k$  y  $L_k$  son la masa por unidad de longitud y la longitud de la masa asociada al nodo  $k$ ,  $C_k$  y  $K_k$  los amortiguadores y muelles conectados a la masa  $k$ , y  $C_{k\ell}$  y  $K_{k\ell}$  los amortiguadores y muelles conectados entre las masas  $k$  y  $\ell$ . Así mismo,  $d_\ell$  y  $d_k$  son las distancias desde el punto de conexión del muelle o del amortiguador, al nodo asociado a la masa  $\ell$  o a la masa  $k$ , respectivamente.

### II.3 Modelización de la irregularidad

Parece intuitivo que el efecto de las diferentes irregularidades de la calzada puedan crear ciertas vibraciones en el vehículo y que estas vibraciones puedan influir, en cierta manera, sobre el mismo o sobre el puente. Por ello, se modelizan las irregularidades de la calzada por la que circula el vehículo, con objeto de estudiar su influencia y poder realizar estudios cuantitativos sobre su influencia en la interacción vehículo-puente.

La modelización de las irregularidades se realiza de tres maneras diferentes:

- **Escalón:** Se utiliza para simular asentamientos del terreno, los cuales implican un brusco descenso de las ruedas del vehículo.
- **Rampa:** Se establece para poder simular deficiencias de mayor longitud en la vía.
- **Rugosidad:** Se simula mediante una serie de esfuerzos aleatorios sobre los muelles y amortiguadores conectados al terreno. Estos esfuerzos son los equivalentes a la imposición real de desplazamientos sobre estos mismos elementos, los cuales se toman de una función aleatoria que está acotada entre dos valores estimados oportunos, que son función del tipo de terreno que se desea simular.

### II.4 Resolución del sistema

Como se indicó anteriormente, las fuerzas exteriores que actúan sobre el puente se representan por el término  $p(x,t)$  y estableciendo el equilibrio con el vehículo se puede escribir:

$$p(x,t) = \sum_{i=1}^n C_i [\dot{z}_k + d_k \dot{\Theta}_k - \dot{y}(x,t)] + \sum_{j=1}^n K_j [z_k + d_k \Theta_k - y(x,t)] \quad (2.6)$$

en donde  $C_i$  y  $K_j$  son los amortiguadores y muelles conectados al puente, y  $d_k$  las distancias de los puntos de conexión de los muelles y amortiguadores a los nodos correspondientes.

Al sustituir esta última ecuación y la (2.1) en la (2.4) y reagrupar términos, se tiene:

$$\begin{aligned} & \int_0^L S_i(x) C_n \sum_{j=1}^n \dot{A}_j(t) S_j(x) dx + \\ & + \int_0^L S_i(x) C_p \sum_{j=1}^n \dot{A}_j(t) S_j(x) dx + \\ & + \int_0^L S_i(x) M \sum_{j=1}^n \ddot{A}_j(t) S_j(x) dx + \\ & + \int_0^L S_i''(x) EI \sum_{j=1}^n A_j(t) S_j''(x) dx + \\ & + \int_0^L S_i(x) \sum_{h=1}^l C_h \sum_{j=1}^n \dot{A}_j(t) S_j(x) dx + \\ & + \int_0^L S_i(x) \sum_{h=1}^l K_h \sum_{j=1}^n A_j(t) S_j(x) dx - \\ & - \int_0^L S_i(x) \sum_{h=1}^l K_h z_k(x,t) dx - \int_0^L S_i(x) \sum_{h=1}^l C_h z_k(x,t) dx - \\ & - \int_0^L S_i(x) \sum_{h=1}^l C_h d_k \dot{\Theta}_k(x,t) dx - \\ & - \int_0^L S_i(x) \sum_{h=1}^l K_h d_k \Theta_k(x,t) dx + \\ & + \left[ EIS_i(x) \sum_{j=1}^n A_j(t) S_j'''(x) \right]_0^L = 0 \end{aligned} \quad (2.7)$$

que junto a las ecuaciones (2.5), que definen el comportamiento del vehículo, constituyen un sistema, cuyas incógnitas son los grados de libertad asociados a cada una de las masas, y las amplitudes de los modos.

Para la resolución de este sistema de ecuaciones diferenciales (2.7) y (2.5) se han ensayado diferentes métodos de integración, como diferencias centrales, Runge-Kutta, Bulirsch-Stoer y Adams-Bashford-Moulton, obteniéndose los mejores resultados con éste último.

### III. RESULTADOS OBTENIDOS

Puesto que, a que a cada nodo situado en el centro de gravedad de las diferentes masas que forman el vehículo, se le asignan dos grados de libertad, pueden analizarse los desplazamientos y giros de cada una de dichas masas, así como obtener los valores de las velocidades y/o aceleraciones de cada una de ellas, lo que posibilita la realización de estudios sobre el confort del pasajero. Además, pueden obtenerse los valores de las fuerzas instantáneas que ejerce el vehículo sobre el

terreno, usualmente denominadas fuerzas de contacto.

No obstante, el tipo de resultados que ahora más interesa, corresponde a la obtención de la línea de influencia en el centro del vano del puente, debida al paso del vehículo, lo que permite ver gráficamente su comportamiento frente a dicha acción, así como estudiar el comportamiento dinámico del puente una vez que ha cesado la excitación.

Este análisis de la evolución de la flecha en el centro del vano, permite, inicialmente, realizar una validación del modelo propuesto, mediante la comparación con los valores registrados en ensayos sobre puentes reales.

La primera de estas comparaciones se ha establecido, gracias a la información suministrada por INTEMAC, S.A., con un puente de carretera, de 20,7 m de luz y 6.350 kg/m, situado sobre el río Nora, el cual es atravesado por un camión trailer de 40 toneladas de peso. Se trata de un puente de hormigón pretensado, con apoyos de neopreno, con amortiguamiento de 10.000 N/ms<sup>2</sup> y rigidez de 1E10 N/m, cuyo amortiguamiento crítico, determinado experimentalmente mediante el análisis del decremento logarítmico, es del 1,22%, y la frecuencia fundamental es de 6,75 Hz.

En la figura 2 se aprecia el buen grado de aproximación conseguido.

Se ha realizado una segunda validación mediante la comparación con los valores obtenidos en los ensayos dinámicos realizados por TIFSA en el puente de La Cantera, P.K.139/731

de la línea de ferrocarril de Córdoba a Málaga. En este caso, se trata de un puente de 70,2 m, en un solo vano, formado por dos celosías metálicas, con un valor de EI de 255709230000 kg. m<sup>2</sup>.

Los resultados obtenidos con el programa (Figuras 3b, 4b y 5b) se comparan con los del ensayo real (Figuras 3a, 4a y 5a) correspondientes a la circulación de dos locomotoras de la serie 276 (6 ejes de 20 t/eje), a las velocidades de 10 km/h, 50 km/h y 80 km/h, respectivamente.

Es importante en este punto resaltar la evolución de la flecha del puente en la prueba estática. El estado de la vía en el tramo inmediatamente anterior al puente, determina la excitación inicial de las locomotoras, que a su vez inciden directamente en la evolución dinámica de la flecha del puente. Esta situación registrada en el ensayo, se ha podido simular gracias a la modelización realizada del vehículo y a la introducción de una pequeña rampa a la entrada del puente. Este comportamiento hubiera sido imposible reflejarlo, si el modelo el vehículo se representara por un tren de cargas puntuales. El comportamiento antes señalado se pone de manifiesto, también, en los ensayos a 50 y 80 km/h, aunque no con tanta intensidad.

#### IV. ANALISIS PARAMETRICO. ESTUDIO DEL COEFICIENTE DE IMPACTO

A continuación se muestra un análisis paramé-

### ENSAYO DEL PUENTE SOBRE EL RIO NORA PROGRAMA PUENTE

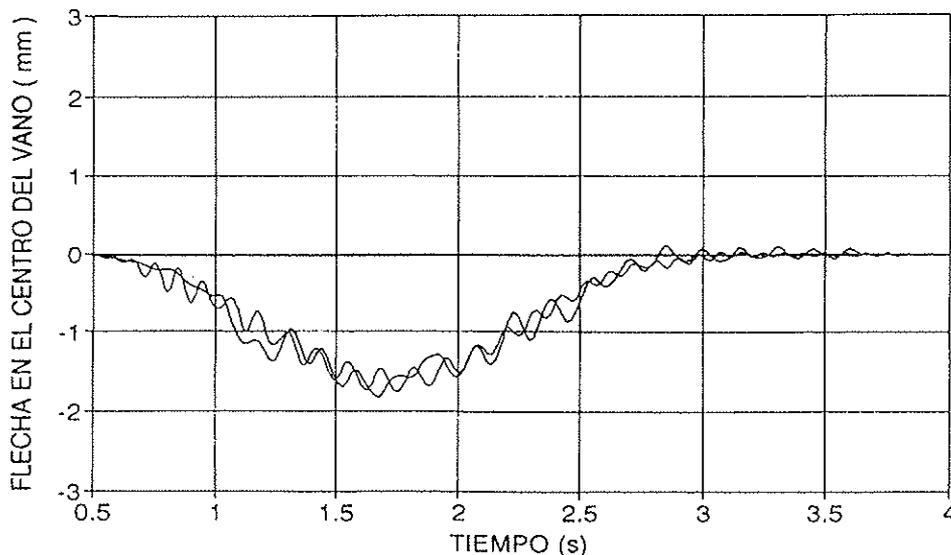


Figura 2.

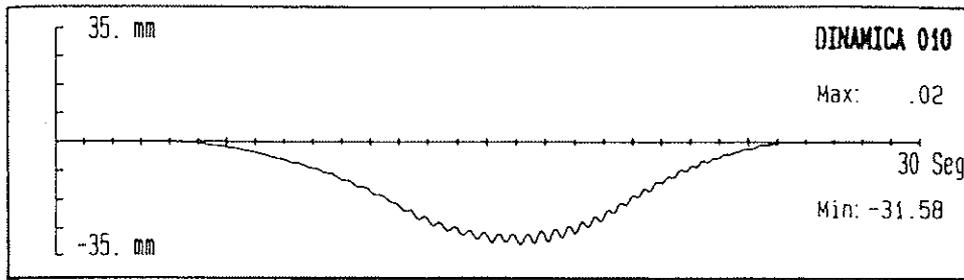


Figura 3a.  
Ensayo del puente de la cantera.

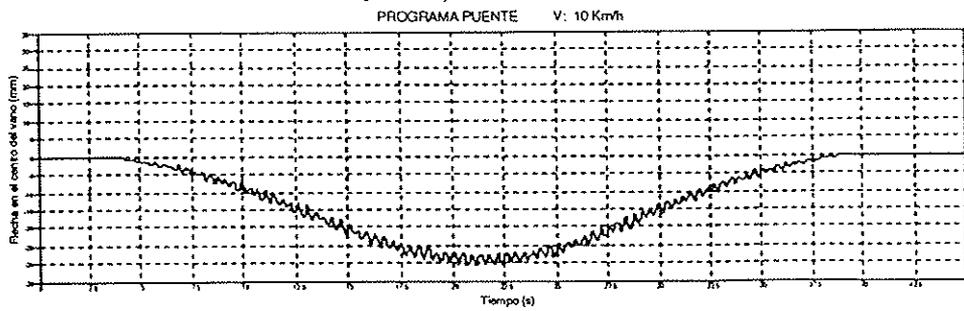


Figura 3b.

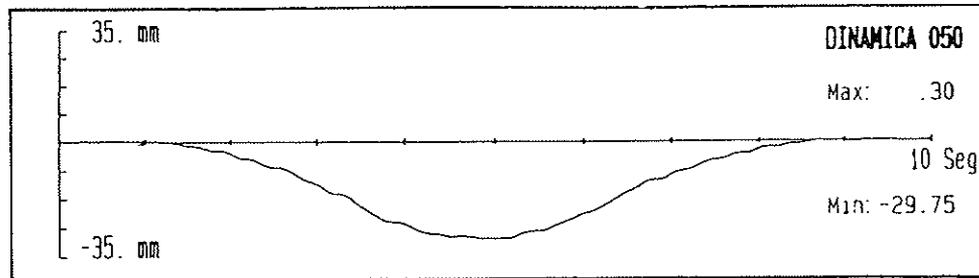


Figura 4a.  
Ensayo del puente de la cantera.

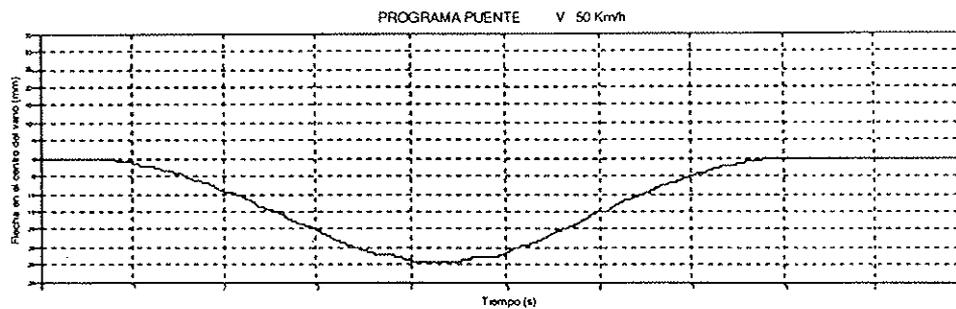


Figura 4b.

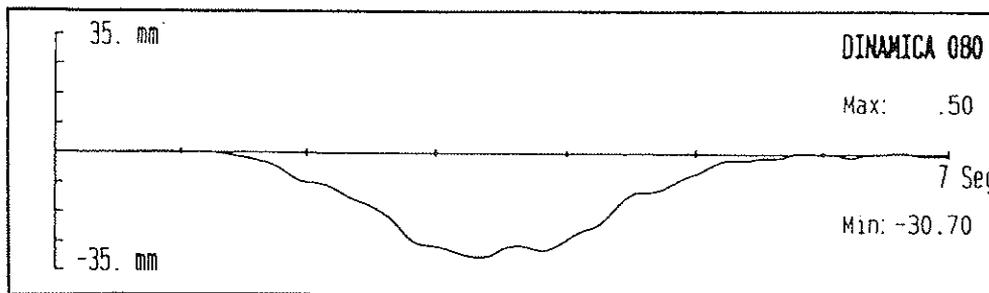


Figura 5a.

### Ensayo del puente de la cantera.

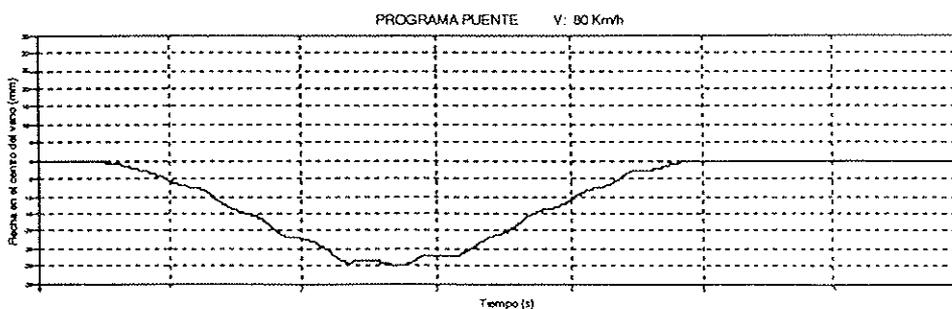


Figura 5b.

trico realizado con el fin de estudiar el comportamiento del coeficiente de impacto frente a diversas variables.

Las variables que se han utilizado para realizar los diferentes ensayos han sido:

- Limitación de la flecha.
- Velocidad del paso del vehículo.
- Luz del puente.

Este análisis se ha realizado sobre puentes de ferrocarril y de carretera. Para los primeros, se han considerado luces comprendidas entre los 20 y 80 metros, mientras que para los segundos se han hecho variar entre 10 y 25 metros.

Para el cálculo de las rigideces de los puentes en función de las limitaciones de flecha, se ha utilizado, en cada caso, el vehículo que iba a recorrer el puente; es decir, la limitación de flecha está establecida para el vehículo en cuestión.

#### IV.1 Puentes de carretera

El tipo de vehículo utilizado se corresponde con el camión-trailer tipo NR-52 de la A.S.T.M., con un peso total de 40 t.

Las limitaciones de flecha con las que se han calculado las rigideces de los puentes, han sido L/800, L/1.000, L/1.500, L/2.000, L/2.500 y L/3.000; con estos valores se puede estudiar la

variación del coeficiente de impacto frente a la progresiva rigidización del puente.

Otro de los parámetros utilizados ha sido la luz del puente, que se ha hecho variar entre 10 y 25 metros, a intervalos de 5 metros.

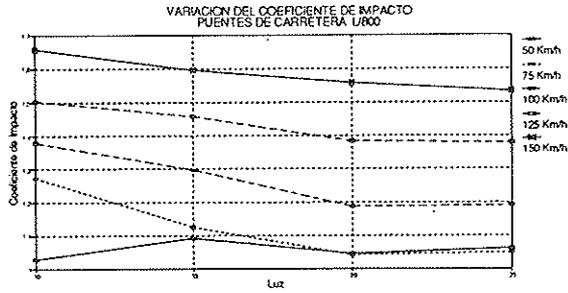
Por último, la tercera variable ha sido la velocidad del vehículo; las velocidades utilizadas han sido de 1 km/h (pasada cuasiestática), 50 km/h, 75 km/h, 100 km/h, 125 km/h, 150 km/h y 200 km/h.

De cada uno de los análisis realizados se ha obtenido un coeficiente de impacto, y las gráficas de estos frente a la velocidad de paso del vehículo o frente a la luz del puente, pueden verse en las gráficas (GC-1, GC-6), agrupadas por limitaciones de flecha de los puentes.

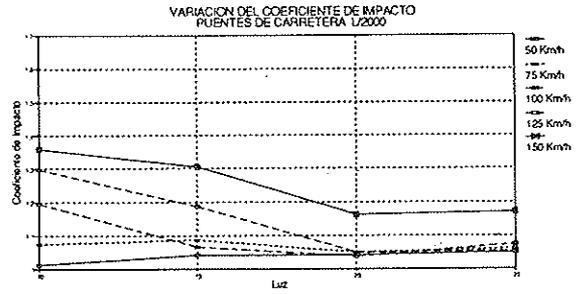
#### IV.1.1 Conclusiones

Del examen de las gráficas GC-1 a GC-6 se extraen las siguientes conclusiones:

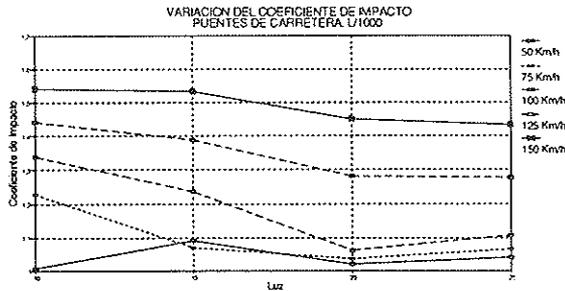
- El coeficiente de impacto disminuye al aumentar la rigidez del puente; esta es una consecuencia lógica, ya que al ir aumentando la rigidez del puente se aumenta el valor de sus frecuencias propias y se aleja de la frecuencia de excitación comunicada por el vehículo.
- El coeficiente de impacto aumenta al aumen-



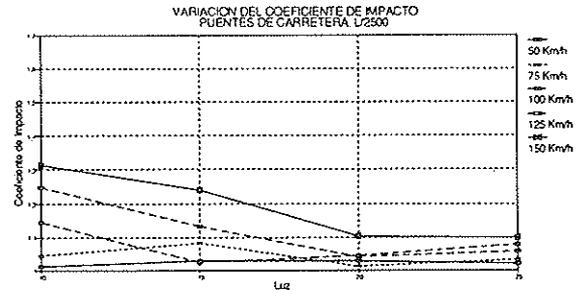
Gráfica GC-1.



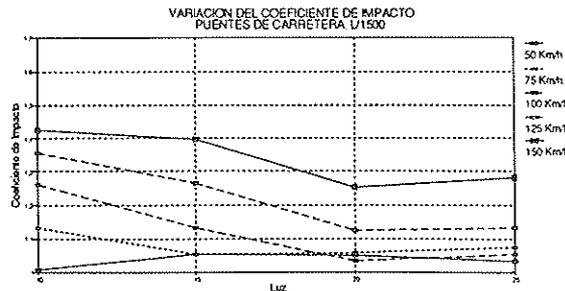
Gráfica GC-4.



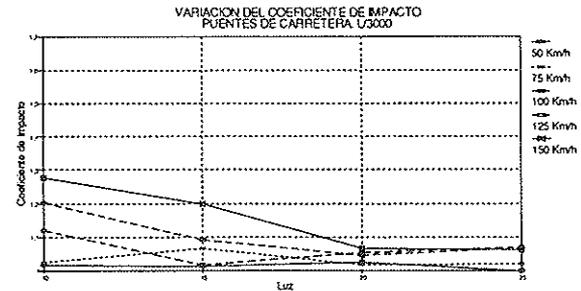
Gráfica GC-2.



Gráfica GC-5.



Gráfica GC-3.



Gráfica GC-6.

tar la velocidad del vehículo, puesto que se aumenta la frecuencia de la excitación.

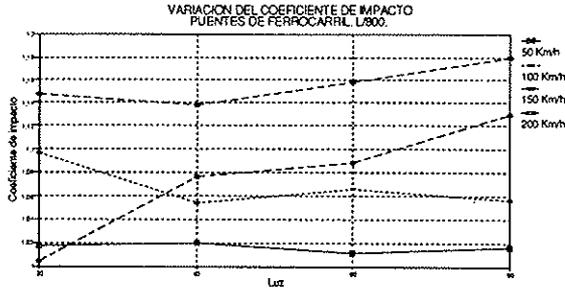
- El coeficiente de impacto disminuye al aumentar la luz del puente, como resultado lógico de que al aumentar ésta, con la misma limitación de flecha, aumenta la frecuencia de los modos propios de vibración del puente (puesto que aumenta más el valor de EI para esa limitación de flecha que el valor de la luz al cuadrado), y en consecuencia, la frecuencia de vibración comunicada por el vehículo se aleja de estos.
- Para valores de velocidad de paso del vehículo por el puente menores de 50 km/h, los coeficientes de impacto obtenidos son del orden del 10%; mientras que para valores de velocidad mayores se obtienen coeficientes de impacto superiores.

• Cuando el coeficiente de impacto es igual o inferior al 10%, la velocidad de paso del vehículo deja de ser la variable más significativa, lo que conlleva un comportamiento irregular del mismo.

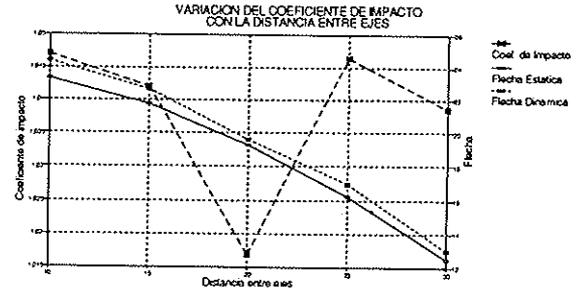
## IV.2 Puentes de ferrocarril

En este análisis se ha utilizado una locomotora tipo 252, circulando por puentes con limitaciones de flecha de L/800, L/1.000 y L/1.500 y luces de 20, 40, 60 y 80 m.

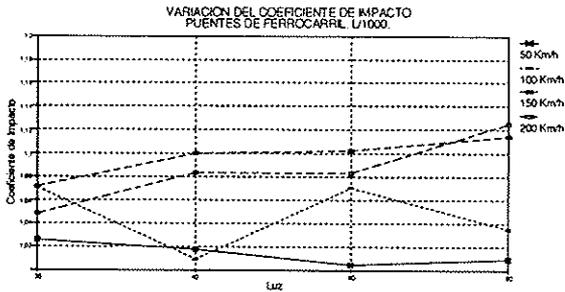
Las velocidades utilizadas para el vehículo han sido de 10, 50, 100, 150 y 200 km/h, que abarcan todos los casos habituales correspondientes al paso de un tren por un puente, aunque últimamente se pueden encontrar algunos casos en los que se



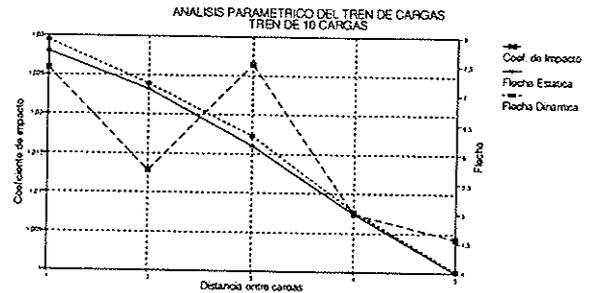
Gráfica GF-1.



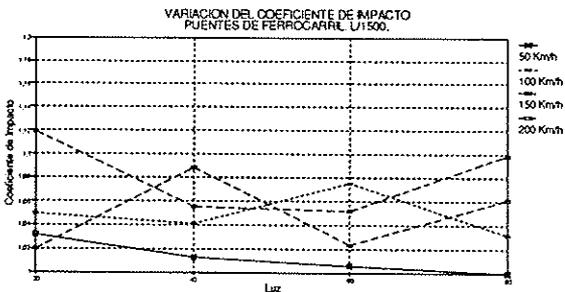
Gráfica GF-4.



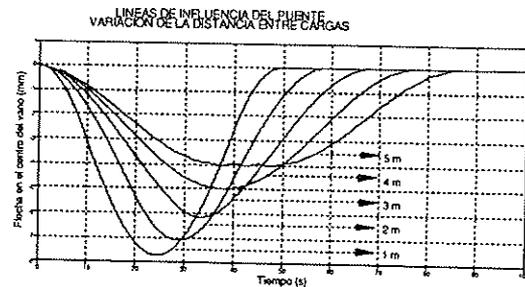
Gráfica GF-2.



Gráfica GF-5.



Gráfica GF-3.



Gráfica GF-6.

pueden superar dichas velocidades, en las líneas de trenes de alta velocidad (AVE, TALGO).

Los resultados de estas simulaciones pueden verse en las gráficas GF-1 a GF-3, en las que se muestra la variación del coeficiente de impacto en función de las variables antes descritas.

A la vista de los resultados, se puede apreciar cómo el coeficiente de impacto crece con la velocidad y disminuye con el aumento de la luz. Además, para los casos en que el coeficiente de impacto es superior al 10%, se puede apreciar un comportamiento semejante, a diferentes velocidades, lo que no ocurre para valores del coeficiente de impacto inferiores a dicho 10%.

Debido a estas irregularidades en el comportamiento del coeficiente de impacto se introdujo otra variable que anteriormente se había mantenido constante. Dicha variable es la distancia entre

ejes de la locomotora. Para analizar esta nueva variable y su influencia en el comportamiento del puente frente a diferentes casos, se han realizado nuevas modelizaciones, correspondientes a una limitación de flecha de  $L/1.000$ , un puente de 40 m de vano y una velocidad de paso del vehículo de 100 km/h; con estas constantes, se han variado las distancias entre los ejes del vehículo, entre 5 y 30 m. Los resultados de la variación del coeficiente de impacto frente a las diferentes distancias entre ejes, se pueden ver en la gráfica GF-4.

Como complemento a este último análisis, se ha hecho recorrer el puente por un tren de cargas individuales, sobre el que se ha ido variando la distancia entre dichas cargas. Este tren de cargas no se corresponde con ninguna modelización de un vehículo existente, sino que es una modelización compuesta por diez masas independientes, separadas entre sí 1, 2, 3, 4 y 5 m. Con dicho tren

se ha recorrido el puente de 40 m y con limitación de flecha de  $L/1.000$ , utilizado en el análisis anterior.

Los resultados de esta ampliación pueden verse en la gráfica GF-5.

#### IV.2.1 Conclusiones

Al igual que en el estudio paramétrico realizado para puentes de carretera, del examen de las gráficas GF-1 a GF-3 se pueden extraer las conclusiones análogas.

Como resultado de las ampliaciones del análisis realizadas, se pueden deducir las siguientes conclusiones:

- La variación de la distancia entre los ejes modifica el coeficiente de impacto, dentro de un margen de un 5%.
- La influencia de la entrada de un tren de cargas, que comunica al puente una serie de excitaciones periódicas en distintos estados de deformación, se pone de manifiesto en un aumento del coeficiente de impacto, al disminuir el período de la excitación, y lo contrario al separar las cargas, pudiéndose apreciar en GF-6 la respuesta del puente excitado por cada uno de los trenes de cargas.

#### AGRADECIMIENTOS

A TIFSA y a la U.N.E. de Mantenimiento de Infraestructuras de R.E.N.F.E., por su colaboración en el suministro de información referente a los ensayos realizados en el puente de La Cantera.

A INTEMAC, S.A. y a la Dirección General de Infraestructura del Transporte Ferroviario, por su colaboración en el suministro de información referente a los ensayos realizados en el puente sobre el río Nora.

#### BIBLIOGRAFIA

1. Alarcón, E. "*Efectos Dinámicos en los Puentes*". Tesis Doctoral. E.T.S.I. Caminos (U.P.M.) (1970).
2. Alarcón, E., Alvarez, R., Doblaré, M., Molina, J. "*Interacción Dinámica Vehículo-Vía-Estructura-Cimiento en puentes de Ferrocarril*". Anales de la Ingeniería Mecánica. Año 1 / Nº 1 / Diciembre 1983 / pp. 451-460.
3. Hacar, M. A., Alarcón, E. "*Elementos de la Dinámica aplicada a las Estructuras*". (1972).

4. Alarcón, E., Alvarez, R., Doblaré, M., Molina, J. "*Efectos Dinámicos en Puentes de Ferrocarril*". Memoria de Ponencias presentadas en la XIII Asamblea Técnica Nacional de la Asociación Técnica Española del Pretensado.

5. Alvarez, R. "*Interacción Dinámica Vehículo-Vía-Estructura en Puentes de Ferrocarril*". Tesis Doctoral. E.T.S.I. Industriales (U.P.M.) (1984).

6. Biggs, Suer and Low. "*The Vibration of Simple Span High-way Bridges*". Proc. A.S.C.E. Structural Division. March 1957.

7. Kortum, W. and Wormley, D. N. "*Dynamic Interactions Between Travelling Vehicles and Guideway Systems*". Vehicle System Dynamics Vol. 10 pp. 285-317 (1981).

8. O.R.E.-U.I.C. "*Flèche Admissible des Ponts*". Question D-160. Rapport nº 1 (1983).

9. O.R.E.-U.I.C. "*Flèche Admissible des Ponts*". Question D-160. Rapport nº 2: "*Analyse des Programmes de Calcul Existents*". (1984).

10. O.R.E.-U.I.C. "*Flèche Admissible des Ponts*". Question D-160. Rapport nº 3. (1985).

11. Chiu, W. S. Smith, R. G. and Wormley, D. W. "*Influence of Vehicle and Distributed Guideway Parameters on High Speed Vehicle Guideway dynamic Interactions*". ASME. J. of Dynam. Syst. Meas. and Control. March. pp. 25-34. (1971).

12. Molina, J. "*Estudio Dinámico de Puentes de Ferrocarril*". Proyecto de fin de carrera. E.T.S.I. Industriales (U.P.M.). (1985).

13. Rodríguez, G. "*Efectos Dinámicos en Puentes de Carretera*". Proyecto de fin de carrera. E.T.S.I. Industriales (U.P.M.). (1991).

#### RESUMEN

En el presente artículo se exponen los resultados obtenidos en el análisis de la interacción dinámica vehículo-estructura en puentes de carretera y de ferrocarril. Formalmente, se articula en tres bloques básicos, en los que se describe el modelo numérico utilizado, los principales resultados obtenidos y un estudio paramétrico que afecta a las variables básicas del problema.

Todo el análisis se establece en un sistema bidimensional, elástico y básicamente lineal, si bien se utilizan leyes de comportamiento no lineales para la modelización de elementos concretos. El desarrollo es determinista, si bien se admiten como entradas, registros aleatorios generados artificialmente.

El objetivo final del trabajo es la evaluación de la importancia relativa de cada una de las varia-

bles básicas del problema, la simulación numérica de procesos dinámicos de carga y, a través de las sucesivas historias analizadas, la estimación de parámetros clásicos de diseño, como puede ser el coeficiente de impacto.

## SUMMARY

In the present article are exposed the results obtained in the analysis from the dynamics interaction structure-vehicle in highway bridges and from railway. Formally it is articulated in three basic blocks in those which is described the numerical model used, the principals results

obtained and a parametric study that affects to the basic variables of the problem.

All the analysis is established in a two-dimensional system, elastic and basically linear, although are used laws of non linear behavior for the modeling of concrete elements. The development is determinist, although are admitted as income random records generated artificially.

The final objective of the work is the evaluation of the relative importance of each one of the basic variables of the problem, the numerical simulation of dynamic processes with load and, through the successive analyzed histories, the estimation of classic parameters of design as can be the impact coefficient.

\* \* \*



# BASES DE DATOS

Consejo Superior de Investigaciones Científicas

- **CIRBIC:** Catálogo colectivo de Libros y Revistas existentes en las bibliotecas del CSIC. Su temática es multidisciplinar.

**Volumen Libros:** 317.652

**Volumen Revistas:** 36.183 Referencias

- **ISOC:** Base de datos referencial que recoge y analiza más de 1.600 revistas españolas relativas a Humanidades y Ciencias Sociales. Se subdivide, según las distintas áreas temáticas en:

- ECOSOC (Economía-Sociología-Política)
- ISOC-ARTE (Bellas Artes)
- ISOC-DC (Documentación Científica)
- HISTORIA (Historia-Ciencias Auxiliares)
- JURIDOC (Ciencias Jurídicas)
- LIN-LIT (Lingüística y Literatura)
- PSEDISOC (Psicología-CC. Educación)
- URBISOC (Urbanismo-Geografía)

**Volumen:** 202.630 Referencias

**Crecimiento Anual:** 18.300 Referencias

- **IME:** Base de datos referencial que recoge y analiza más de 330 revistas médicas españolas.

**Volumen:** 149.339 Referencias

**Crecimiento Anual:** 10.500 Referencias

- **ICYT:** Base de datos referencial que recoge y analiza más de 600 publicaciones periódicas españolas, dentro de los campos de la Ciencia y la Tecnología.

**Volumen:** 78.409 Referencias

**Crecimiento Anual:** 18.300 Referencias

- **AMÉRICA LATINA**

**Volumen:** 13.724 Referencias

**Crecimiento Anual:** 1.500 Referencias

- **Datos enero 1994**

**Para información y suscripciones: CENTRO DE INFORMACIÓN  
Y DOCUMENTACIÓN CIENTÍFICA (CINDOC)  
SERVICIO DE DISTRIBUCIÓN DE BASES DE DATOS**

Joaquín Costa, 22  
28002 MADRID  
Teléfono: (91) 562 14 62  
Fax: (91) 564 26 44

## Protección y prevención catódica de las armaduras en las construcciones de hormigón armado y pretensado

Pietro Pedferri, Luca Bertolini y Fabio Bolzoni  
Dipartimento di Chimica Fisica Applicata,  
Politecnico di Milano, Italia

### EL DESARROLLO DE LA TECNICA

La protección catódica se ha utilizado desde los años '20-'30 en el sector de las estructuras metálicas enterradas (oleoductos, gaseoductos) y desde los años '40-'50 en estructuras metálicas en contacto con agua de mar (estructuras de puertos, offshore, barcos); también ha sido aplicada desde los años '60, aunque en escala reducida, a estructuras enterradas, de hormigón armado o pretensado (esencialmente acueductos) y, finalmente, desde la mitad de los años '70, también a construcciones aéreas contaminadas o susceptibles de contaminación por cloruros.

En este último caso, la técnica se ha desarrollado lentamente, pasando por tres fases distintas.

La *fase pionera* empieza en '74, en California, a través de Stratfull [6] y dura más o menos un decenio. Los experimentos se efectúan bajo el impulso del Organismo dedicado a la gestión de las autopistas de los Estados Unidos. Se protegen tableros de puentes contaminados por sales de deshielo (constituidas principalmente por cloruros sódico y cálcico). Se prueban sistemas de distribución de la corriente (ánodos, overlays, etc.) y de monitorización (electrodos de referencia, macropares, etc.) y se ponen a punto criterios de protección y de proyecto completamente distintos de los utilizados para la protección catódica en terreno o en agua de mar. Y, sobre todo, se comprueba que la protección catódica es una técnica particular-

mente idónea en presencia de cloruros, donde otros métodos de reparación son ineficaces.

Al finalizar estos experimentos, el organismo americano define la protección catódica como "la única técnica que ha sido capaz de bloquear la corrosión sobre tableros de puentes contaminados por cloruros, independientemente de su concentración" [7].

La *segunda fase* empieza, aproximadamente en la mitad de los años '80, con la introducción de nuevos sistemas de ánodos a base de redes de titanio activado, mucho más seguros y frecuentemente más sencillos de aplicar que los antecesores de base grafito (membrana o pinturas conductoras). En esta fase, se difunde el método también en los países europeos y medio-orientales para la reparación, no solo de tableros de puentes y viaductos, sino también de otras sub-estructuras (vigas, pilares) o de construcciones marinas, instalaciones industriales, garajes y edificios para usos civiles, afectados por la corrosión por cloruros. La primera aplicación italiana es de este período (Ponte di Rio Veggio, en el tramo de los Apeninos de la Autostrada del Sole, en 1987-88). Debido al riesgo de fragilización que se puede producir, a bajos potenciales, sobre los aceros de alta resistencia (carga límite elástico  $\sigma > 1.000$  MPa) la protección catódica no se aplica a las partes pre o postensadas. Tampoco se utiliza para estructuras carbonatadas, porque los métodos tradicionales de reparación resultan, en este caso, suficientemente

TABLA I

Valores orientativos de las características operativas de la protección catódica aplicada a estructuras nuevas o ya dañadas por corrosión

	Tensión de alimentación (V)	Corriente distribuida por cada fuente (A)	Densidad de corriente en las armaduras (mA/m <sup>2</sup> )	Potencia requerida para proteger 100 m <sup>2</sup> (W)
Estructuras ya dañadas por corrosión	2-5	1-3	5-10	10-40
Estructuras nuevas	1-3	1-2	1-2	1-4

**TABLA 2**

**Obras italianas en hormigón armado (h.a.) y pretensado (h.a.p.) protegidas catódicamente (de [8] modificada)**

Localización, nombre, año de construcción del puente o viaducto	Año de aplicación de la P.C.	Tipo de estructura	Elementos protegidos	Superficie protegida (m <sup>2</sup> )	Tipo de ánodo
Autopista del Sol (tramo Bologna-Firenze) Rioveggio, 1961	1987-88	h.a.	tableros y quitamiedos	3.700	titanio activado
Autopista Roma-Teramo S. Nicola, 1991 Stura, 1991	1992	h.a.p.	tableros	10.000	titanio activado
Autopista Torino-Fréjus Pietrastretta Brunetta Passeggeri Venaus Clarea Giaglione Ramat Deveys 1989-91	1989-92	h.a.p.	tableros y quitamiedos	6.600 16.500 8.000 13.200 15.200 13.900 21.300 6.600	titanio activado
Dora, Río Secco, 1984	1993	h.a.p.	tableros y quitamiedos	800 2.300	membrana conductora
Autopista Mestre-Cortina Meschio, 1992	1992	h.a.	tableros y quitamiedos	5.000	membrana conductora

eficaces y más económicos.

Sólo al final de los años '80 se clarifican los principios electroquímicos básicos del método anteriormente utilizado para la protección catódica de las estructuras metálicas enterradas o en agua de mar. Se inicia así la *tercera fase* que es puramente italiana. La protección catódica no se aplica sólo a estructuras ya dañadas por el fenómeno corrosivo, sino también a estructuras nuevas que se prevé que, en un futuro, puedan ser fuertemente contaminadas por cloruros. Esta variante de la protección catódica utiliza los mismos esquemas eléctricos y los mismos sistemas anódicos y de monitorización que la "tradicional", pero es muy diferente.

En primer lugar, en los objetivos, ya que no bloquea la corrosión de las armaduras, que en las estructuras nuevas ya están pasivas y que permanecerán así hasta que la concentración de cloruros en su superficie no supere un valor crítico; sino

que la previene haciendo subir este límite, con el fin de que no sea alcanzado en toda la restante vida de servicio de la estructura. En segundo lugar, en las condiciones operativas, que son menos costosas que las requeridas para bloquear el proceso ya iniciado (Tabla 1) y, en particular, están más lejos de las condiciones que provocan el desprendimiento de hidrógeno. Y, finalmente, en la posibilidad de aplicación, que puede ser extendida también a estructuras pre o postensadas sin correr el riesgo de fragilizar los aceros de alta resistencia. Para subrayar la diferencia, el autor ha propuesto, en los años pasados, llamar "prevención catódica" a esta variante de la protección catódica. El nuevo nombre se utiliza ahora también a nivel internacional.

A partir de 1987, hasta hoy, la protección catódica ha sido utilizada en Italia en más de 130.000 m<sup>2</sup> de tableros de puentes y viaductos de autopistas (Tabla 2), por lo cual nuestro país ocupa la segunda plaza en este sector, después de los Esta-

dos Unidos (con unos 500.000 m<sup>2</sup>). Con respecto al panorama internacional, lo italiano es completamente original. En el extranjero, la técnica ha sido utilizada casi siempre en estructuras de hormigón armado ya dañadas por corrosión. En Italia, en la gran mayoría de los casos, a estructuras nuevas y pretensadas. En el extranjero, se ha aplicado principalmente sobre tableros y sub-estructuras de puentes, pero ha sido aplicada también a obras marinas, edificios, infraestructuras industriales; en Italia, sólo a tableros y quitamiedos de obras de autopista. En Italia se utilizan ánodos constituidos por redes o cintas de titanio activado con óxidos mixtos; y en las últimas aplicaciones, un nuevo ánodo con base cementicia; en el extranjero también se han utilizado pinturas conductoras y membranas con base de grafito.

### LOS EFECTOS DE PROTECCION INDUCIDOS POR EL FUNCIONAMIENTO CATODICO Y POR LA CIRCULACION DE CORRIENTE

Para comprender la forma de actuar de la protección catódica en el hormigón, y las diferencias entre esta forma de protección y la más utilizada que se aplica en el suelo o en agua de mar, es oportuno describir brevemente los diferentes efectos de protección ligados a la circulación de corriente entre un ánodo y la estructura que se quiere proteger, a través del electrolito interpuesto (en la Fig. 1 constituido por hormigón).

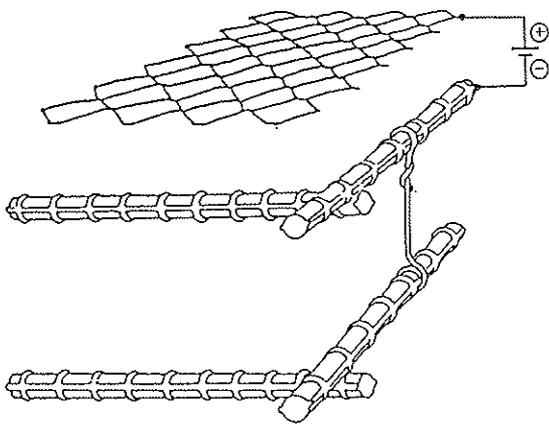


Fig. 1. Ilustración esquemática de un sistema de protección catódica de las armaduras en el hormigón. El ánodo (en este caso la red) se conecta al polo positivo de una fuente de corriente y, generalmente, recubre toda la superficie que hay que proteger.

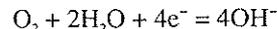
Esta circulación produce:

- Una disminución del potencial (E) de la estructura catódica,

TABLA 3

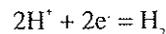
### Reacciones electroquímicas en la protección catódica del hormigón

En la armadura (cátodo) tiene lugar: reducción de oxígeno que llega por difusión según la reacción:

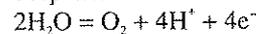


y, a potenciales más negativos del  $E_{\text{c},\text{H}}$ .

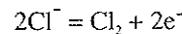
también desprendimiento de hidrogeno según la reacción:



En el ánodo tiene lugar la reacción de desprendimiento de oxígeno según:



y, en el caso en que estén presentes cloruros, también la de desprendimiento de cloro:



- una reacción electroquímica en la superficie catódica y anódica (Tabla 3),
- una migración de especies iónicas en el interior del electrolito.

### Efectos de protección relacionados con la disminución del potencial

Los efectos de protección relacionados con la disminución de potencial son ciertamente los más importantes, y son de dos tipos: uno, termodinámico y otro, cinético. Para aclarar su naturaleza es oportuno establecer previamente algunas definiciones y algunas consideraciones generales sobre los procesos corrosivos.

#### Condiciones de corrosión, inmunidad y pasividad

La posibilidad de un metal de oxidarse y, en el caso de que esta posibilidad se dé, la velocidad de oxidación (v) dependen del potencial del metal en el electrolito que lo rodea (E) y del de equilibrio ( $E_{\text{eq}}$ ) del mismo proceso de oxidación.

"E" varía con la naturaleza del metal y las características del medio en el que se encuentra, en particular con el poder oxidante. Varía también cuando el metal intercambia corriente con el electrolito: sube si la corriente pasa del metal al electrolito (es decir fluye en dirección anódica) y disminuye si pasa del electrolito al metal (es decir si fluye en dirección catódica).

$E_{\text{eq}}$  viene dado por la ley de Nernst:  $E_{\text{eq}} = E^{\circ} + K \log C$ , donde  $E^{\circ}$  es el potencial standard del metal y C es la concentración de sus iones en el electrolito en contacto con su superficie. En el caso de los medios donde se puede aplicar la pro-

tección catódica (agua, terrenos u hormigón) estas concentraciones no son fijadas, pero se supone que sean iguales a  $10^{-6}$  moles/l pudiéndose calcular  $E_{eq}$  directamente de los diagramas de Pourbaix.

El proceso de oxidación del metal (como cualquier proceso anódico) no tiene lugar para valores de  $E < E_{eq}$ . A estos potenciales, el metal no tiene ninguna tendencia a pasar a la forma oxidada y a dar lugar a productos de corrosión: estos tienden a reducirse a metal.

Estas condiciones se llaman de inmunidad termodinámica.

Para  $E > E_{eq}$  la oxidación del metal puede tener lugar. Y más concretamente:

- para la mayoría de los sistemas metal/medio, con comportamiento activo (y entre estos las estructuras de acero en contacto con el terreno o con agua de mar y, más generalmente, con disoluciones neutras y ácidas), la velocidad de oxidación crece con el potencial, como en la Fig. 2;

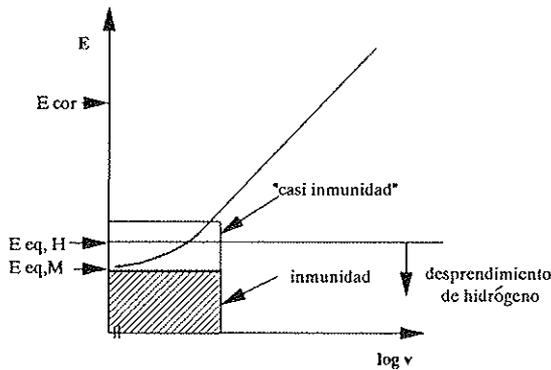


Fig. 2. Comportamiento anódico de tipo activo, con las indicaciones de inmunidad, casi inmunidad y desprendimiento de hidrógeno ( $E =$  potencial;  $v =$  velocidad de corrosión).

- para un número menor de casos, con comportamiento activo-pasivo (entre estos el caso de las armaduras en el hormigón y, más generalmente, el hierro en medios alcalinos), el comportamiento es más complejo (Fig. 3); la velocidad crece por encima de  $E_{eq}$  en un primer intervalo de potenciales de actividad, para después disminuir a valores bajísimos, como consecuencia de la formación de una capa protectora, quedando en estos valores para el intervalo siguiente, de pasividad.

#### Condiciones de desprendimiento de hidrógeno

Los criterios antes aplicados a la reacción de oxidación del metal, son válidos también para la de desprendimiento de hidrógeno, teniendo presente que esta última pasa en dirección contraria, ya que es catódica. Por tanto, el desprendimiento

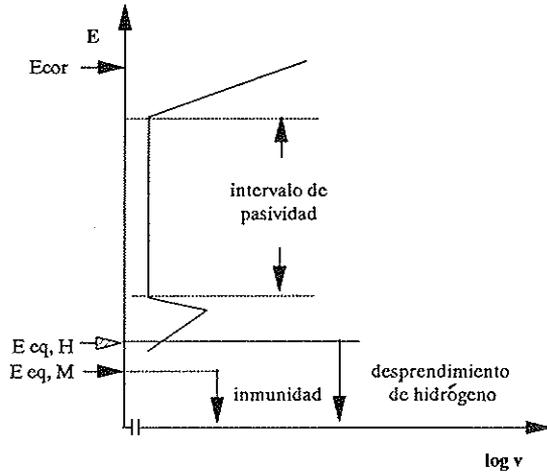


Fig. 3. Comportamiento anódico de tipo activo-pasivo, con las indicaciones de pasividad y desprendimiento de hidrógeno ( $E =$  potencial;  $v =$  velocidad de corrosión).

de hidrógeno se puede producir en la superficie de un metal en contacto con una solución acuosa, si el potencial del metal es inferior al de equilibrio del proceso de desprendimiento de hidrógeno, que según la ley de Nernst varía con el pH:  $E_{eq} = E^{\circ} - 0,059 \text{ pH}$  (Fig. 4).

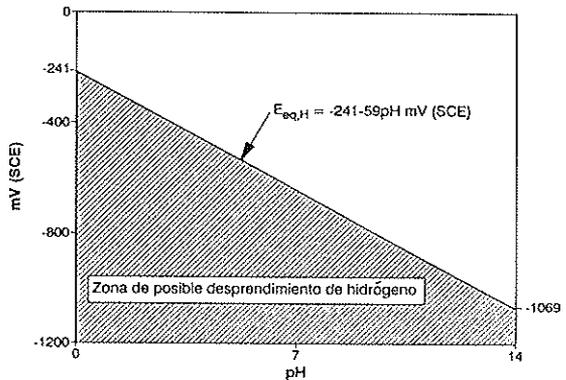


Fig. 4. Condiciones de potencial y pH donde es posible el desprendimiento de hidrógeno.

#### Potencial de corrosión, fuerza impulsora y resistencia de reacción

Todos los metales que se corroen, y por tanto los aceros en medios agresivos (terrenos, aguas, hormigón), presentan un potencial, llamado de corrosión ( $E_{cor}$ ) superior al de equilibrio del metal. La tendencia del metal a oxidarse, más frecuentemente definida como fuerza impulsora disponible para producirse el proceso anódico ( $L$ ), se mide por la diferencia entre el potencial de corrosión ( $E_{cor}$ ) y el potencial de equilibrio ( $E_{eq}$ ), siendo  $L = E_{cor} - E_{eq}$ .

Por otra parte, el paso efectivo de metal a producto de corrosión es balanceado por las resisten-

cias que el proceso anódico encuentra (R), que pueden resultar muy elevadas en los intervalos de potencial en los cuales es posible la formación, en la superficie del metal, de capas protectoras que llevan al metal a condiciones de pasividad. La velocidad de corrosión podría definirse, formalmente, como el cociente entre L y R, es decir  $v = L/R$ .

#### Efectos de tipo termodinámico

La protección catódica se alcanza cuando el potencial del metal llega al valor de equilibrio (por lo cual L se anula) o valores inferiores (por lo cual L se hace negativo) es decir, cuando el metal entra en condiciones de inmunidad.

Si la disminución del potencial frente a  $E_{cor}$  no es bastante para anular la fuerza impulsora (es decir  $E_{cor} > E > E_{eq}$ ), la velocidad de corrosión se reduce pero no se anula (condiciones de subprotección).

Desde un punto de vista práctico son importantes las condiciones llamadas de "casi inmunidad" que se alcanzan cuando el potencial se eleva a valores cerca del equilibrio, de tal forma que L se hace muy pequeño y la velocidad de corrosión despreciable.

Las estructuras de acero enterradas o en agua de mar, que están siendo protegidas catódicamente imponiendo potenciales más negativos de -850 mV vs Cu/CuSO<sub>4</sub> o de -950 mV en presencia de bacterias sulfato-reductoras (lo que quiere decir -800 y -900 mV vs SCE), operan en condiciones de inmunidad o casi inmunidad.

Sin embargo, en el hormigón, las armaduras protegidas catódicamente, si se encuentran en estas condiciones, estarán sobreprotegidas.

#### Efectos de tipo cinético

Los efectos de este tipo no están directamente relacionados con la reducción de la fuerza impulsora L (que también se verifica) sino con el hecho de que esta reducción provoca un aumento de la resistencia de reacción R. En algunos casos, la disminución del potencial puede llevar al material metálico a condiciones de pasividad (Fig. 3).

La protección catódica de las armaduras en hormigón contaminado por cloruros, utiliza sobre todo efectos de este tipo.

Se puede observar en la Fig. 3, cómo la disminución del potencial, necesaria para alcanzar condiciones de pasividad, resulta mucho menor de la necesaria para alcanzar condiciones de inmunidad; y cómo las condiciones de pasividad resultan lejos de las de posible desprendimiento de hidrógeno.

### Efectos de protección debidos a las reacciones catódicas

En la superficie catódica se produce la reacción de reducción de oxígeno, acompañada, si se alcanzan potenciales suficientemente negativos, de la de desprendimiento de hidrógeno. Estas reacciones tienen lugar con producción de alcalinidad, que se traduce normalmente en un efecto benéfico, añadido a lo directamente ligado a la reducción del potencial.

Sólo en algún caso aislado, éste es el principal efecto de protección. Por ejemplo, en una estructura carbonatada, una corriente catódica de pocos mA/m<sup>2</sup>, que causa solo una pequeña disminución del potencial, puede producir la alcalinidad suficiente para llevar al pH de las armaduras, desde valores inferiores a 9 hasta valores superiores a 12; y a las mismas armaduras, de condiciones de corrosión a condiciones de pasividad (Fig. 5).

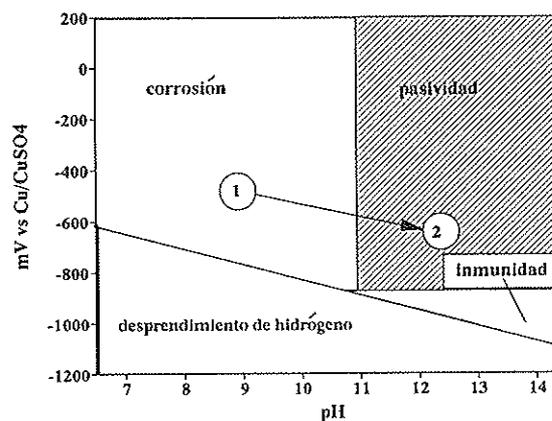


Fig. 5. Condiciones de potencial y pH en la superficie de las armaduras, en el hormigón carbonatado, antes y después de la aplicación de una débil corriente catódica.

En un efecto de este tipo se basa la técnica de reparación conocida como realcalinización electroquímica.

### Efectos de protección relacionados con el transporte de corriente

En el interior del hormigón, la corriente es transportada por los iones presentes en este electrolito, de forma proporcional a su concentración y movilidad. Los iones positivos se mueven en la misma dirección de la corriente, es decir, del ánodo al cátodo, y los iones negativos al revés. En el interior de hormigón contaminado por cloruros, la circulación de la corriente crea, en particular, un flujo de cloruros de la estructura catódica a la anódica. En los electrolitos habituales, las consecuencias de los fenómenos de electromigración son anulados por difusión y convección; al contrario que en el hormigón, donde estos últimos fenó-

menos se producen lentamente. En hormigón los efectos de electromigración no son despreciables, sobre todo si se trabaja con corrientes elevadas.

En este efecto se basa la técnica conocida como extracción electroquímica de los cloruros.

### EFFECTOS NEGATIVOS INDUCIDOS POR LA CIRCULACION DE CORRIENTE

Limitándonos sólo al caso de las estructuras de hormigón armado, los efectos negativos pueden afectar tanto al hormigón como a las armaduras.

Los efectos negativos que afectan al hormigón se relacionan con la alcalinidad producida por la reacción catódica, que puede provocar daños si los áridos son susceptibles de reaccionar con los álcalis, y con la acidez producida en el ánodo. Se pueden hacer estos efectos despreciables, si se trabaja con bajas densidades de corriente, sea en el ánodo o en el cátodo.

A potenciales muy negativos ( $< -1,1$  V vs SCE) existen reducciones de adherencia entre armaduras y hormigón. Se tienen que evitar estos potenciales, que, por otro lado, son difíciles de alcanzar.

El efecto negativo más importante se produce sobre la armadura y tiene el nombre de fragilización por hidrógeno.

#### La fragilización por hidrógeno

Algunos tipos de acero de alta resistencia (límite elástico  $\sigma > 1.000$  MPa) utilizados en las estructuras pre o postensadas pueden sufrir fragilización si su potencial es situado en valores que pueden dar lugar a desprendimiento de hidrógeno.

Parte de este hidrógeno puede penetrar en el interior de estos aceros y, en presencia de sollicitaciones (esfuerzos) de tracción, provocar fractura frágil.

En medios alcalinos ( $\text{pH} > 12$ ) el desprendimiento de hidrógeno puede ocurrir sólo a potenciales más negativos de, aproximadamente,  $-950$  mV (vs SCE), como se muestra en la Fig. 4. También, en las condiciones más críticas para la aparición del fenómeno (aceros más susceptibles de fragilización, como los templados y revenidos, velocidades de deformación críticas, presencia de defectos agudos, etc.) no se encuentran efectos de fragilización para potenciales menos negativos de  $-900$  mV, mientras que estos efectos se hacen más sensibles por debajo de  $-1$  V (Fig. 6).

Por tanto, en presencia de aceros susceptibles a la fragilización se puede poner el límite inferior de los potenciales para operar en condiciones de seguridad en  $-900$  mV (SCE).

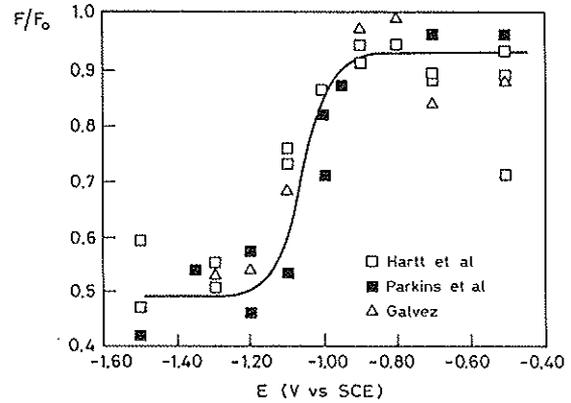


Fig. 6. Cargas de rotura normalizadas ( $F/F_0$ ), determinadas por diferentes investigadores sobre probetas preagrietadas de aceros de alta resistencia, susceptibles de fragilización por hidrógeno al variar el potencial ( $F_0$  y  $F$  son las cargas de rotura en aire y en hormigón) [9].

### DIFERENCIAS ENTRE PROTECCION Y PREVENCIÓN CATODICA

#### El inicio de la corrosión por cloruros y el potencial de pitting

Las armaduras en hormigón alcalino, presentan un comportamiento activo-pasivo fuertemente influenciado por la presencia de cloruros.

Como se muestra en la Fig. 7, al crecer su concentración, el límite superior del intervalo de pasividad disminuye y por ello se reduce la amplitud del mismo. El potencial que limita este intervalo, llamado potencial de pitting o de ruptura ( $E_{pit}$ ) depende de la concentración de cloruros (Fig. 8), pero también, aunque en menor medida, de la

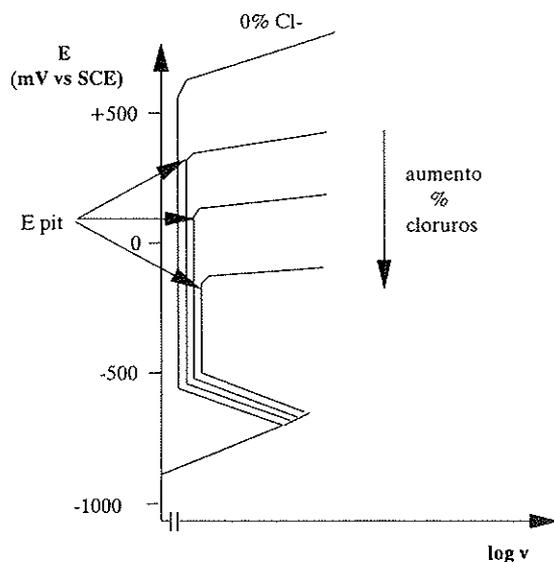


Fig. 7. Aspectos esquemático de la curva de polarización anódica (característica anódica) del acero para armaduras del hormigón, al variar la concentración de cloruros.

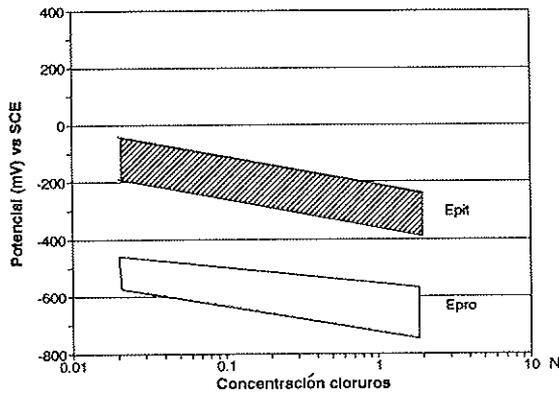


Fig. 8. Valores del potencial de pitting ( $E_{pit}$ ) y de protección ( $E_{pro}$ ), determinados en armaduras sumergidas en disolución saturada de hidróxido cálcico ( $pH = 12,6$ ), para diferentes concentraciones de cloruros.

alcalinidad del hormigón, de la temperatura, y de la capacidad del hormigón para combinar los cloruros.

Cuando el potencial de las armaduras, por ejemplo a causa de polarizaciones exteriores, alcanza valores más positivos que  $E_{pit}$ , o cuando, a causa de un aumento de la concentración de cloruros,  $E_{pit}$  está por debajo de  $E_{cor}$ , se produce la rotura de la capa protectora, en algunas zonas de la superficie, seguida de un ataque localizado (pitting). Las zonas donde la película se rompe, se corroen funcionando de ánodos con respecto a las circundantes pasivas que, por el contrario, se comportan catódicamente. La distribución de los potenciales en la zona de un pitting y en la que la rodea se indica en la Fig. 9.

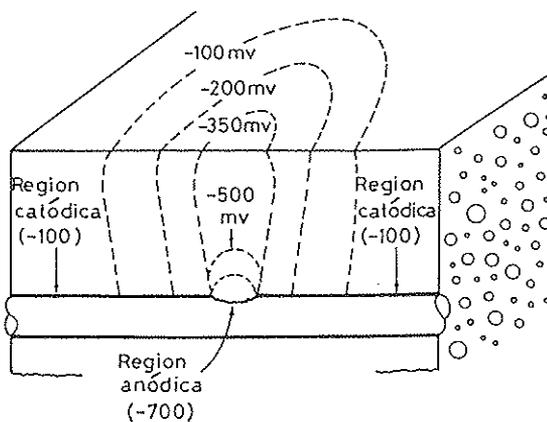


Fig. 9. Distribución de los potenciales alrededor de una zona de ataque localizado.

La corriente, que en el hormigón va de las áreas anódicas a las catódicas, transporta los cloruros y hace disminuir la alcalinidad en el interior de la picadura. El que se produzca el ataque favorece luego su ulterior propagación, porque lleva a un aumento de la agresividad en las zonas anódicas (mecanismo autocatalítico del pitting) donde se pueden conseguir penetraciones de la corrosión del orden de unas centenas de  $\mu m/año$ .

### El bloqueo de la corrosión activa y el potencial de repasivación

Una vez que el ataque se ha iniciado, no basta, para bloquearlo, con disminuir el potencial por debajo de  $E_{pit}$  sino que es necesario disminuirlo por debajo de  $E_{pro}$ , generalmente más negativo que  $E_{pit}$ , de 300 mV aproximadamente, como se indica en la Fig. 10. Por eso hay un intervalo de potenciales, entre  $E_{pit}$  y  $E_{pro}$ , en el cual el ataque corrosivo no se inicia pero si ya se ha iniciado se propaga.

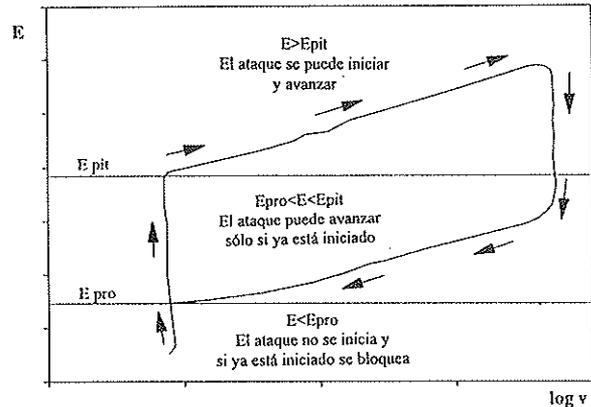


Fig. 10. Representación esquemática de los resultados de una polarización cíclica de un material activo-pasivo, que permite individualizar los potenciales de pitting ( $E_{pit}$ ) y de protección ( $E_{pro}$ ).

Pourbaix, que tiene el mérito de ser el que más ha contribuido a aclarar estos aspectos desde los años '70, llama a estas condiciones de "pasividad imperfecta", para distinguirlas de las de "pasividad perfecta" que se tienen por debajo de  $E_{pro}$ . Merece la pena observar el diagrama en el que, ya en el 1973, resumía sustancialmente todas las consideraciones hechas aquí (Fig. 11).

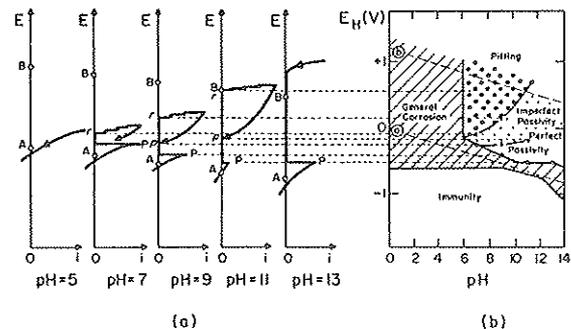


Fig. 11. Figura publicada en 1973 por Pourbaix, relativa al comportamiento del hierro en disoluciones con 335 ppm de cloruros, a diferentes pH: a) curvas de polarización anódica; b) condiciones de inmunidad, corrosión generalizada, corrosión localizada (pitting), pasividad perfecta o imperfecta. Pourbaix designa  $E_{pit}$  y  $E_{pro}$  con r y p.

### Las condiciones de actividad reducida

Cuando una estructura dañada por corrosión se

polariza catódicamente, el potencial de las regiones catódicas disminuye. Aunque la polarización no sea suficientemente alta como para repasar el material ( $E_{cor} < E < E_{pro}$ ) también comporta igualmente efectos benéficos. La disminución del potencial catódico y la reducción de la diferencia de potencial entre áreas anódicas y catódicas, conduce a una reducción de la corriente circulante así como de la actividad de los pares (macropares, zonas) activo-pasivo. Esta reducción se hace siempre a medida que el potencial se acerca a  $E_{pro}$ . En consecuencia, si en el interior del pit las condiciones de pasividad no están restablecidas, la velocidad de corrosión, que está ligada casi exclusivamente a la actividad de los pares (macropares, zonas) activo-pasivo, puede resultar sensiblemente reducida.

### Las condiciones operativas de la protección y de la prevención catódica

En la Fig. 12 están resumidas, de una forma esquemática, las consideraciones antes expuestas, indicando las condiciones de potencial y de concentración de cloruros en las que: a) el ataque de las armaduras se puede producir ( $E > E_{pit}$ : zona A), b) áquellas donde puede avanzar, sólo si ya está iniciado (entre  $E_{pit}$  y  $E_{pro}$ : zona B), c) donde las armaduras resultan siempre protegidas ( $E < E_{pro}$ : zona C) y d) finalmente, áquellas donde es posible el desprendimiento de hidrógeno y es posible la fragilización de los aceros susceptibles ( $< -900$  mV vs SCE: zonas D y E).

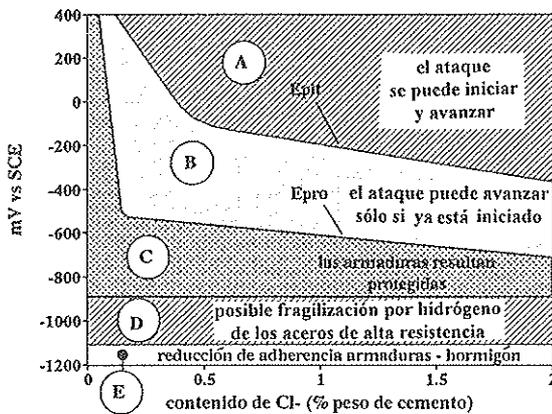


Fig. 12. Representación en diagrama potencial/concentración de cloruros, de las condiciones de: corrosión, prevención, protección, desprendimiento de hidrógeno. El aspecto de las curvas que dan los potenciales de pitting y de protección, y separan las zonas A, B y C, es solo indicativo.

En el interior de la zona B, en la parte cercana a la zona C, que no se indica en la Fig. 12, se sitúa la zona donde disminuye la actividad de los pares activo-pasivo. En esta zona las condiciones de pasividad no son restablecidas, pero la velocidad del ataque es modesta y frecuentemente aceptable.

En el mismo diagrama se ha indicado: para potenciales más negativos de  $-0,9$  V (SCE), la zona D de posible desprendimiento de hidrógeno, que hay que evitar siempre para estructuras pre o postensadas para no correr el riesgo de fragilización. Para potenciales más negativos de  $-1,1$  V, la zona E en la cual, además del desprendimiento de hidrógeno, se puede producir también reducción de adherencia entre armaduras y hormigón, por lo que se tiene que evitar para todo tipo de estructuras.

Resumiendo:

- La protección catódica para restablecer condiciones de pasividad, obra en la zona C en presencia de aceros de alta resistencia y también en la zona D en su ausencia; para reducir la velocidad de ataque (pero sin anularlo completamente) obra en la parte baja de la zona B.
- La prevención catódica obra en las zonas B y C en presencia de aceros de alta resistencia y también en la D en su ausencia.

Se puede ver cómo, para restablecer las condiciones de pasividad en la armadura que se está corroyendo, se tiene que disminuir el potencial en unos 300 mV por debajo del potencial suficiente para mantener la armadura pasiva.

Este hecho tiene dos importantes consecuencias positivas para la prevención.

En primer lugar, la corriente necesaria para prevenir la corrosión es menor, con respecto a la necesaria para bloquearla o para reducirla a valores aceptables; generalmente, en el primer caso se opera con una densidad de corriente entre 1 y 2 mA/m<sup>2</sup>, mientras que en el segundo caso se opera a un valor de casi un orden de magnitud superior. Esto es una ventaja de la prevención con respecto a la protección. Disminuyen con la corriente,

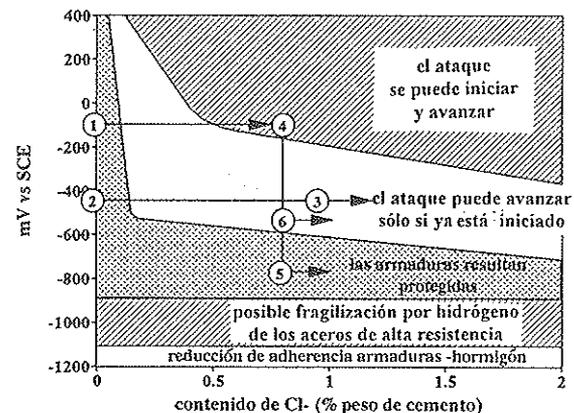


Fig. 13. Evolución del potencial y de la concentración de cloruros en la superficie de una armadura, durante la vida de servicio de una estructura con prevención catódica (recorrido 1-2-3), o con protección catódica que bloquea la corrosión (1-4-5), o que reduce la velocidad (1-4-6).

tanto el consumo de material anódico como los efectos de disipación en el interior de la estructura considerada, contribuyendo a obtener distribuciones de potencial mejores y, en general, a la reducción de todos los efectos negativos que la circulación de corriente puede provocar. En segundo lugar, los potenciales de prevención están mucho más lejos de los críticos para el desprendimiento de hidrógeno, por lo que existe un margen operativo notablemente mayor. En la Fig. 13 se compara la evolución (puesta en términos de potencial de las armaduras y de concentración de cloruros en el hormigón) de las armaduras protegidas catódicamente desde el momento de la entrada en servicio de la estructura, y de otras donde la protección catódica se aplica, sólo después de que la penetración de los cloruros ha llegado a superar el valor crítico y posteriormente a su corrosión.

En el primer caso, la disminución de potencial impuesta en el momento de entrada en servicio de la estructura (tramo 1-2) aumenta notablemente el contenido crítico de cloruros, por lo que si se obra en condiciones lejanas de las que pueden llevar a la fragilización por hidrógeno, las condiciones necesarias para la iniciación de la corrosión no se alcanzan prácticamente nunca. Un hecho que contribuye a que estas condiciones no se alcancen es que la corriente es transportada precisamente por la migración de los cloruros desde el cátodo hasta el ánodo, por lo que el paso de la corriente, por lo menos en las regiones donde la corriente y el flujo difusivo se mueven en la misma dirección, reduce la penetración de los cloruros, formando una barrera de protección, creciente con la misma corriente. Sin embargo, en el segundo caso, la armadura opera en condiciones de pasividad antes de que se supere el valor crítico de cloruros (1-4), soporta luego el ataque de corrosión, que se bloquea llevando al potencial de toda la superficie a la zona de pasividad perfecta (5) o se modera llevando al potencial a la zona de actividad reducida (6).

#### El poder penetrante de la protección y de la prevención catódica y la posibilidad de aplicarlas a estructuras pre o postensadas

El caso de las estructuras reales es más complicado de lo que se ha considerado hasta ahora, porque exhibe el problema de llevar a potenciales adecuados tanto a las armaduras cercanas al ánodo como a las más lejanas [11].

A causa de la elevada resistividad del hormigón, la distribución de la corriente entre las armaduras situadas a diferentes distancias del ánodo, que generalmente es puesto en la superficie que hay que proteger, no es uniforme. Se puede admitir que la corriente absorbida por las armaduras más externas y por eso más cerca del ánodo, está comprendida entre el 70% y el 90% de toda la corriente distribuida por el ánodo. Esto pasa tanto con cloruros como sin cloruros.

La protección catódica está muy desfavorecida por este hecho, ya que las condiciones de protección ( $E < E_{pro}$ ) generalmente no se pueden alcanzar en armaduras situadas en el interior del hormigón a distancias mayores de 20 cm con respecto a las armaduras más superficiales, a menos que se sobreprotegan estas últimas; es decir, a menos que se lleven a la zona D de la Fig. 12. Las cosas mejoran un poco si se consideran protegidas también las zonas que van a operar en las condiciones antes mencionadas de actividad reducida.

El caso de la prevención es diferente. La polarizabilidad del acero pasivo, más elevada que la del acero que se está corroyendo, y el hecho de que los potenciales necesarios para la prevención ( $E < E_{pit}$ ) sean menos negativos que los necesarios para la protección (y por ello más lejos de los que hacen posible el desprendimiento de hidrógeno) hacen que las condiciones necesarias para la prevención puedan ser alcanzadas también en armaduras distantes 80 cm de las más cercanas al ánodo, sin que estas últimas estén sobreprotegidas. Las consecuencias de este diferente comportamiento atañen sobre todo a las estructuras pre o postensadas. De hecho, mientras en general es posible aplicar la prevención catódica sin correr el riesgo de fragilizar las armaduras de alta resistencia, no es posible, excepto en el caso de estructuras muy sencillas, asegurar condiciones de protección o de reducida velocidad de corrosión, en toda la superficie de las armaduras ya afectadas por la corrosión sin que en algunas partes se alcancen condiciones de sobreprotección (es decir,  $E$  más negativos que  $-900$  mV vs SCE).

Sin olvidar que para cuestiones de seguridad es necesario, en la protección de estructuras pre o postensadas, evitar potenciales más negativos que  $-900$  mV vs SCE, es interesante notar, de cualquier forma, cómo también en acero "protegido" a potenciales inferiores a  $-900$  mV hasta a  $-1.100$  mV, la situación es menos crítica de la que se puede encontrar en las armaduras no protegidas, donde se manifiestan ataques tipo pitting. De

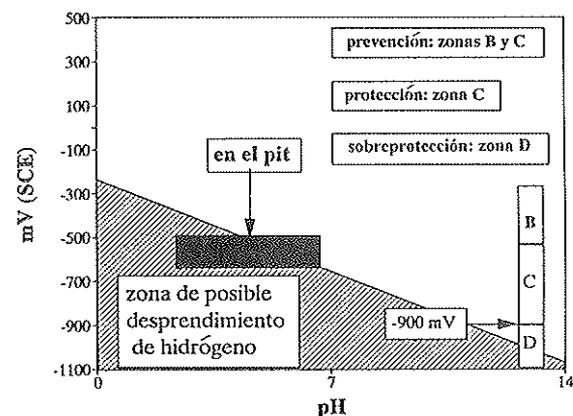


Fig. 14. Valores de potencial y de pH en el interior de una picadura y en armaduras de alta resistencia en condiciones de prevención, protección, sobreprotección y desprendimiento de hidrógeno.

hecho, la fuerza impulsora disponible para que se produzca el proceso de desprendimiento de hidrógeno ( $L = E_{eq} - E$ ), a causa de los bajos valores de pH y de potencial que se establecen en el interior del pit, resulta en las zonas sometidas a pitting comparable al que se tiene en condiciones de severa sobreprotección ( $E = -1.100$  mV).

La Fig. 14 (donde se indican los valores de pH y de potenciales de prevención, protección, sobreprotección y desprendimiento de hidrógeno, así como los que se pueden medir en el interior de una picadura) ayuda a aclarar estos aspectos. Para profundizar sobre este aspecto, véase [12, 13].

## BIBLIOGRAFIA

- [1] L. Lazzari, P. Pedferri, "La protezione catodica nel calcestruzzo", Edilizia, pp. 269-279, Milano, (1990).
- [2] Concrete Society and Corrosion Engineering Association. "Cathodic Protection of Reinforced Concrete". Concrete Society Technical Report, N &, London, (1990).
- [3] K. G. C. Berkeley, S. Pathmanaban, "Cathodic Protection of Reinforcement Steel in Concrete", Butterworths, London, (1990).
- [4] P. Pedferri, G. Mussinelli, M. Tettamanti, "Experiences in Anode Materials and Monitoring Systems for Cathodic Protection of Steel in Concrete" en "Corrosion of Reinforcements in Concrete" Ed. by Page, Treadaway and Bamforth, Society of Chemical Industry pág. 498, London, (1990).
- [5] A. A. Construction Repair, 7 (4), pp. 2-23, (1993).
- [6] R. F. Stratful "Cathodic Protection of a Bridge Deck" Mat. Pref. 13 (4), pág. 24, (1974).
- [7] Federal Highway Administration (US) Memorandum, "Bridge Deck Deterioration, a 1981 Perspective" Office of Research, (1981).
- [8] M. Grandi, B. Bazzoni, L. Lazzari, "Cathodic Protection Application to New and Existing Concrete Structures in Italy" Proc. of Int. Conf. on Deterioration and Repair of Reinforced Concrete in Arabian Gulf, October 1993.
- [9] W. H. Hartt, "A critical Evaluation of Cathodic Protection for Prestressing Steel in Concrete" en "Corrosion of Reinforcement in Concrete" Ed. by Page, Treadaway and Bamforth, Society of Chemical Industry pág. 515, London, (1990).
- [10] M. Pourbaix, "Lectures in Electrochemical corrosion", Plenum Press, New York, pág. 271, (1992).
- [11] L. Bertolini, F. Bolzoni, T. Pastore, P. Pedferri, "Current Distribution Problems in Ca-

thodic Protection of Reinforced Concrete Structures", Proc. of Int. Conf. on "Rehabilitation of Concrete Structures", pág. 189, Melbourne, (1992).

[12] P. Pedferri, "Cathodic Protection of Prestressed and Post-Tensioned Structures", Elektrochemische Schutzverfahren für Stahlbetonbauwerke, SIA, ETH, Zurich, (1990).

[13] P. Pedferri, "Cathodic Protection of New Concrete Construction", Proc. of Int. Conf. on "Structural Improvement through Corrosion Protection of Reinforced Concrete", Institute of Corrosion, London, (1992).

## RESUMEN

La protección catódica es una técnica electroquímica para el control de la corrosión de estructuras metálicas enterradas o puestas en contacto con agua de mar o con otros medios dotados de conductividad eléctrica apreciable: entre ellos se encuentra el hormigón contaminado por cloruros. Consiste en imponer una circulación de corriente continua entre un electrodo puesto en un medio agresivo (ánodo) y la estructura que se desea proteger (cátodo), lo que en algunos casos bloquea la corrosión, y en otros la previene.

Este trabajo trata de la protección catódica de las estructuras aéreas de hormigón armado y pretensado, que es muy diferente de la realizada en otros medios. De esta técnica se ilustrarán el desarrollo histórico y las realizaciones italianas; se discutirán los aspectos básicos, las variantes, más adelante indicadas, como protección y prevención catódica, y las posibilidades de aplicación a las estructuras pre o post-tensadas. Sin embargo, no se describirán los sistemas, los materiales y las tecnologías utilizadas, ni tampoco los criterios de proyecto y de seguimiento normalmente utilizados.

## SUMMARY

Cathodic protection has been widely applied to stop rebar corrosion in chloride contaminated reinforced concrete structures. Recently in Italy it also has been applied to new posttensioned constructions that are expected to become contaminated. This type of cathodic protection has been named cathodic prevention.

In the paper, the general aspects and the operating conditions of the two new techniques are illustrated and the relevant consequences regarding the hydrogen embrittlement of the high strength steels are illustrated. The application of cathodic prevention and protection to pre or post tensioned structures is discussed.

## Construcción de dos "Puentes gemelos", en La Coruña

**César Prada Gatón**  
Ingeniero Director de las Obras. Ayuntamiento de La Coruña

**Antonio González Serrano**  
Proyectista y Asesor. Director de Proxectos, S.L.  
Ingenieros de Caminos  
Empresa Constructora: **Cubiertas y M.Z.O.V. S.A.**

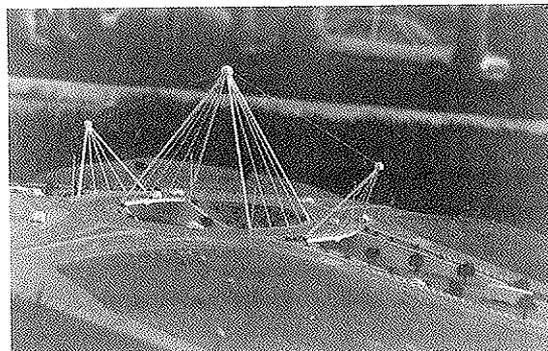
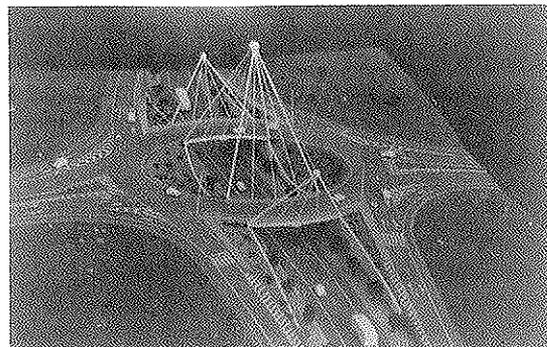
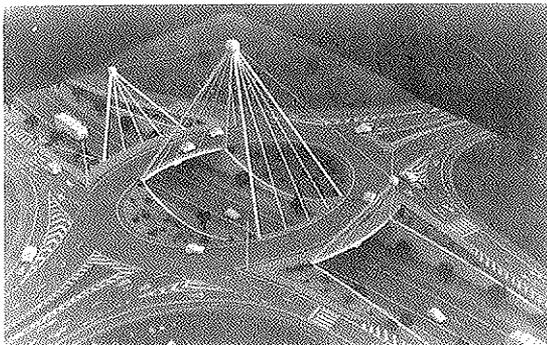
*Para ser grande, sé entero.  
Nada tuyo exagera o excluye.  
Se todo en cada cosa.  
Pon cuanto eres en lo mínimo que hagas.  
Así en cada lago brilla entera la luna,  
porque alta vive.*

*Fernando Pessoa*

Las perspectivas de la maqueta que se adjuntan, corresponden a la solución que se le dio a una

intersección en glorieta, que se va a construir en La Coruña, creando un cruce a distinto nivel mediante dos "puentes gemelos", atirantados entre sí, a partir de un punto fijo de simetría central, que constituyen una estructura sencilla, estética, y funcional.

La glorieta se diseñó con unas condicionantes de superficie que hubo que respetar y que obligaron a una planta elíptica. De todas formas, estas intersecciones dan un servicio óptimo, tanto para el tráfico rodado como para el tráfico peatonal, proporcionando una seguridad vial muy importan-



te al quedar ambos tráficos totalmente canalizados e independientes.

Esta intersección está formada por el cruce de la futura Avenida de la Universidad, que dará acceso al campus universitario de La Coruña, con la carretera actual de Pocomaco y el vial de entrada y salida al Coliseo y a Continente. Esta carretera se piensa desdoblarse, en el futuro, y este hecho se tuvo en cuenta en el diseño de los tableros.

Estas obras se están realizando por el Excmo. Ayuntamiento de La Coruña, con Fondos Europeos para el Desarrollo Regional.

Los puentes, con un trazado en planta en forma de arco elíptico, tendrán un canto de 65 cm y una luz de 26,00 m.

La sección transversal del tablero estará formada por una acera de 3,5 m de ancho, que dará un servicio peatonal importante a la Universidad de La Coruña, a la que se añade una calzada de 9,5 m, y un resguardo adicional de 1,00 m en el borde opuesto.

Las aceras no sobresaldrán por encima de la capa de rodadura del tablero, para no dar la sensación falsa de la existencia de un canto superior al real, e irán separadas de la calzada mediante un bordillo de granito rosa Porriño, en forma de barras paralelepédicas lineales intercaladas con troncos de cono del mismo material. Este bordillo proporciona la seguridad vial necesaria para el peatón, y elimina las famosas barreras de seguridad de doble onda, que tan poco nos agradan.

Las barandillas estarán formadas por círculos secantes entre sí y tangentes cada dos círculos consecutivos, añadiendo unos segmentos de recta horizontales para proporcionar un aspecto final equilibrado y agradable en un puente que se crea como un homenaje a la sección circular.

Los puentes se diseñan empotrados elásticamente en los hastiales y sustentados en tres tirantes en cada borde. Los tirantes están formados por elementos tubulares postesados, de 177,8 mm de diámetro exterior, por razones puramente estéticas. Estos tirantes se postesan con 7 y 10 cordones de 0,6" para anular en ellos el estado tensional debido al peso propio del tablero. El acero pasivo de los tirantes será ST 52-3 de baja resiliencia, y los tendones quedarán inyectados con lechada de cemento.

Los seis tirantes que parten de los bordes interiores confluyen en un punto de simetría central que se materializa por una esfera de acero inoxidable, de 2,20 m de diámetro, que se sitúa a 43,5 m de altura sobre la carretera actual de Pocomaco. Esta esfera se creó para ocultar al nudo más

importante de la estructura, aunque cumple otras misiones, como luego se verá.

De esta esfera parten cuatro pilares inclinados, tubulares, huecos, de 762 mm de diámetro, y de 43 metros de longitud, de acero ST-52-3 de baja resiliencia, que van hasta la intersección de los estribos con los bordes interiores de los tableros.

Los tirantes que parten de los bordes exteriores, con la misma tipología que los anteriores por razones estructurales, concurren en dos puntos situados a 23 m de altura sobre la rasante de la carretera actual, que también se materializarán por dos esferas de 1,6 m de diámetro.

De estos puntos parten cuatro pilares inclinados, tubulares, huecos, que concurren por parejas en la intersección de los estribos con los bordes exteriores de los tableros. Estos pilares se han diseñado de 610 mm de diámetro.

Como los tirantes no son coplanarios con los pilares exteriores, se produce un vuelco que se equilibrará con los tirantes que unen las esferas entre sí. Estos tirantes se pensó diseñarlos con una barra macaloy, de acero inoxidable, y se abandonó esta idea porque no nos agradaba que se vieran los manguitos de empalme. Por ello, se eligió un tirante postesado, formado por 3 tendones de 0,6", que se alojará en el interior de otro tubo de acero ST 52, de 56 mm de diámetro, manteniendo la tipología del tirante elegido.

Las esferas se aprovecharán, en el futuro, para iluminar la intersección y los puentes, que constituyen una estructura equilibrada, reposada y serena, de notable belleza, totalmente singular y novedosa.

## RESUMEN

En este artículo se expone la tipología estructural de dos puentes gemelos, atirantados entre sí a partir de un punto de simetría central, que se van a construir en la ciudad de La Coruña.

## SUMMARY

This paper deals with the novel design of twin stayed bridges suspended around a central symmetrical point. The two bridges will be built in La Coruña.

## Cubiertas rígidas transformables

**Félix Escrig y  
Juan Pérez Valcárcel  
Doctores Arquitectos**

### 1. INTRODUCCION

Aunque tenemos asumido que todo aquello que genere una ordenación, diseñada por el hombre, del espacio y de los elementos naturales es arquitectura, los conceptos primigenios de la actividad arquitectónica están ligados a la permanencia y a la inmutabilidad. Tanto es así que intervenir en una obra preexistente siempre genera la consabida polémica de si es lícito superponer valores nuevos sobre el lenguaje antiguo. Toda sociedad intenta, institucionalmente, consagrar su ideología mediante la permanencia de las formas arquitectónicas, mucho más que en los textos literarios, la música o las restantes artes. El poder se expresa mediante la construcción, en ese intento de reescribir la historia con los mismos materiales que existen desde el comienzo de los siglos y que durarán tanto como la propia naturaleza.

Es por ello que la transformabilidad no es un concepto ligado a la arquitectura y que sólo sociedades muy primitivas, que no sienten una cultura propia que perpetuar, o sociedades muy críticas, que no asumen verdades absolutas, han podido trabajar las formas constructivas con una libertad que pone en entredicho su imagen resultante y, por tanto, su constancia.

Arquitectura transformable es la que utilizan los pueblos nómadas para optimizar el transporte, la rapidez de montaje e incluso la combinatoria de elementos integrantes. Yurtas mongoles, tipis indios o jaimas bereberes son brillantes ejemplos de movilidad.

En el intervalo de las grandes civilizaciones que nos han precedido, encontramos pocos ejemplos y casi siempre ligados a campañas bélicas, salvo los entoldados de recintos urbanos o edificios públicos.

Es la civilización occidental de las posguerras la que asume la movilidad como un valor específico ligado o no a la función. Y comienza por citas contraculturales, con propuestas visionarias en el constructivismo ruso, sermones mesiánicos con Buckminster Fuller, o avances de ciencia ficción como los Metabolistas y Archigram, etc. Todo eso, digerido con fruición por una sociedad en busca de valores que no halla, se integra en la programación cultural junto con cualquier otra alternativa.

Podría pensarse que las nuevas necesidades han llevado a la aceptación de la movilidad, y que las técnicas aeroespaciales o las nuevas tecnologías han forzado el proceso. Pero, realmente, ninguna de las grandes construcciones transformables construidas hasta el momento precisan de materiales o conocimientos que no se tuvieran en el siglo pasado, excepto los métodos de cálculo. La aparición y aceptación de la transformabilidad en gran escala, más que motivada por la verdadera necesidad de resolver un problema, está determinada por la renuncia a que la arquitectura sea la intérprete estática de las ideas del momento. En este sentido, la liberación conceptual ha generado una fructífera pérdida de prejuicios.

La transformabilidad se ha convertido en un ejercicio de independencia y de autoafirmación humana, en un momento en que el tamaño, la altura o la luz ya no son un reto que sacuda las conciencias. Wright con su torre de una milla o Fuller con su cúpula para cubrir Manhattan, ya han sido integrados en la cultura contemporánea y resultan tan convencionales como el arte abstracto o las rebeliones juveniles. La transformabilidad queda ahora como una sorpresa inesperada que todavía puede causar asombro. Y la arquitectura está aprovechándola en propuestas de gran envergadura, para satisfacer simultáneamente su papel simbólico y sus requerimientos funcionales.

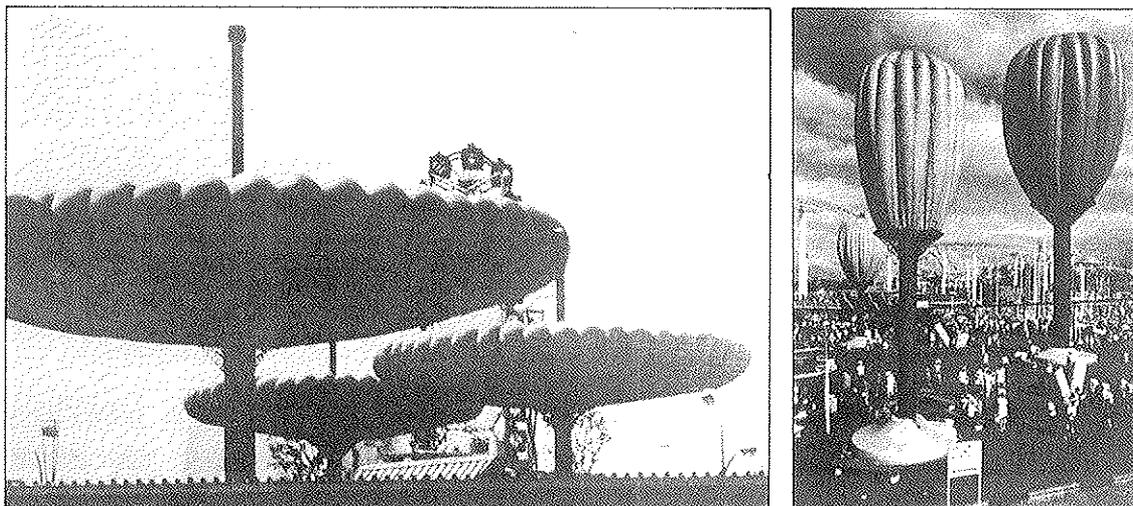


Fig. 1. Paraguas Neumáticos en Osaka, 1970. Taneko Oki & Associates.

Desde un punto de vista estrictamente descriptivo, podríamos definir la transformabilidad arquitectónica como la capacidad que tiene la forma para evolucionar hacia distintas envolventes sin detener el ejercicio de las actividades del edificio o hacerlo por muy breve tiempo.

Dentro de esta definición establecemos una división entre cubiertas "flexibles" y "rígidas", con tipologías muy distintas unas de las otras.

Las "flexibles" están construidas fundamentalmente con elementos de tracción y no son objeto de este trabajo. Aquí podríamos introducir las neumáticas, las colgadas, las tensadas y las automáticas. Para clarificar con ejemplos qué significa la transformabilidad con este tipo de propuestas, las Figuras 1, 2, 3 y 4 lo ilustran suficientemente. [Referencias 1, 2, 3 y 4].

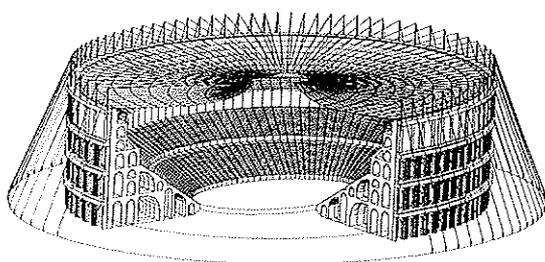


Fig. 2. Toldo sobre el Coliseo Romano.

En cuanto a las "rígidas", la clasificación es más amplia y vamos a detenernos más en cada apartado. Sin ánimo de ser exhaustivos, puesto que faltan monografías y estamos hablando de construcciones o ideas más recientes, proponemos la siguiente división:

- Desplegables de acordeón
- Desplegables en paraguas
- Desplegables telescópicas
  - Longitudinales
  - De abanico
  - Circulares
  - Mixtas
- Desplegables de diafragma
- Desplegables de articulaciones bloqueables
- Desplegables de articulaciones desenganchables
- Desplegables en aspa
- Máquinas y mecanismos

## 2. CUBIERTAS DESPLEGABLES DE ACORDEON

Su idea fundamental es la rotación de elementos planos en torno a sus aristas de contacto, tal como se hace en el papel plegado, para obtener geometrías cada vez más complejas (Fig. 5). La unión es mediante algún tipo de abisagramiento.

Es un tipo de estructura que se ha utilizado con relativa frecuencia, aunque hay pocos ejemplos de pequeñas dimensiones.

En la Fig. 6 se muestra el Pabellón de Venezuela en la EXPO'92, como ejemplo de cubierta de rápido montaje, basado en un modelo que se ilustra en la Fig. 7. Cerchas planas de aluminio se abisagran cordón contra cordón y se rigidizan en su posición abierta mediante barras transversales. Las medidas finales en planta cubierta eran de 30 x 20 m. Los paneles de cerramiento eran rígidos y se colocaron posteriormente. [Ref. 5].

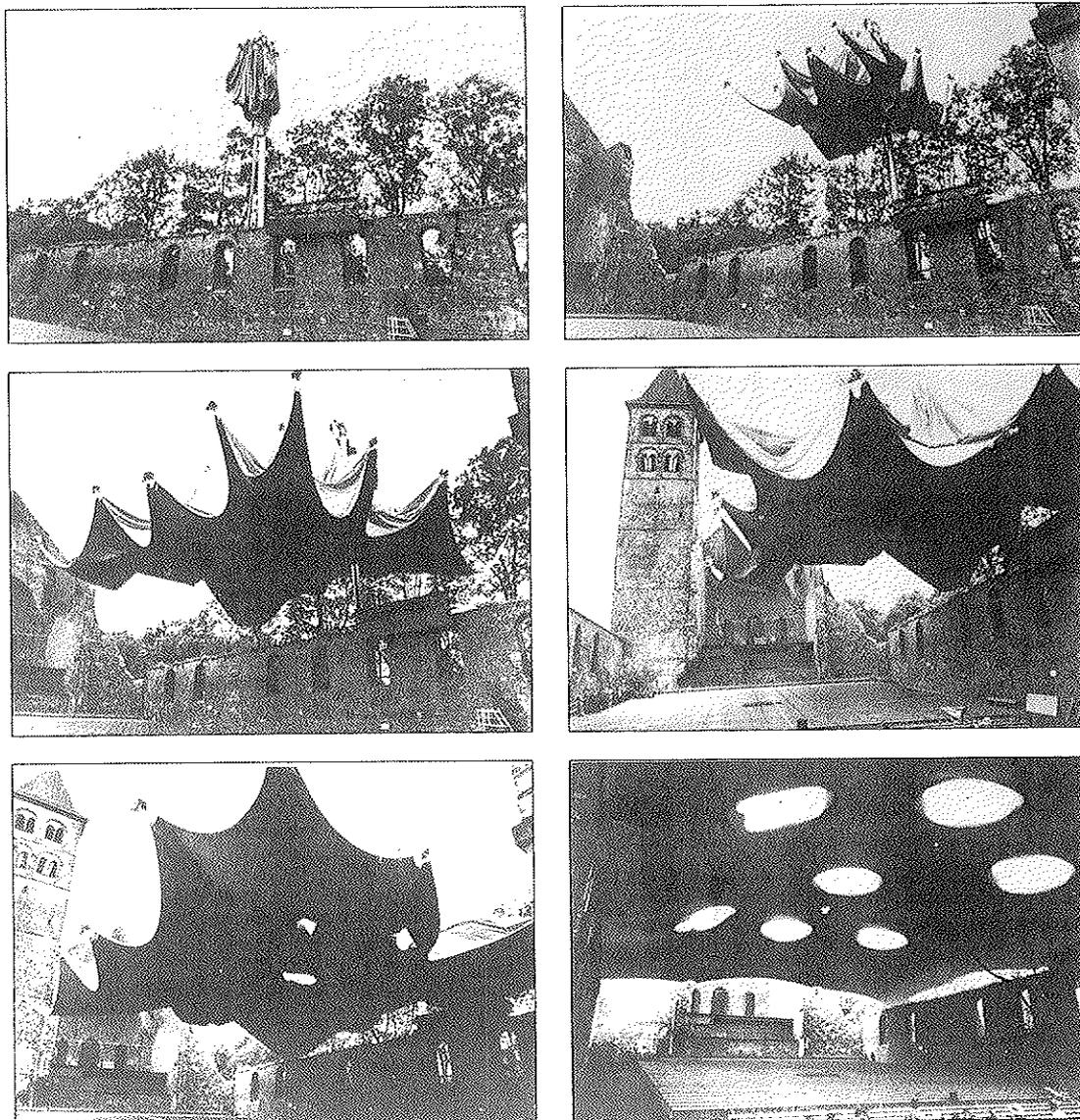


Fig. 3. Teatro abierto en Bad Hersfeld. Alemania, Frei Otto.

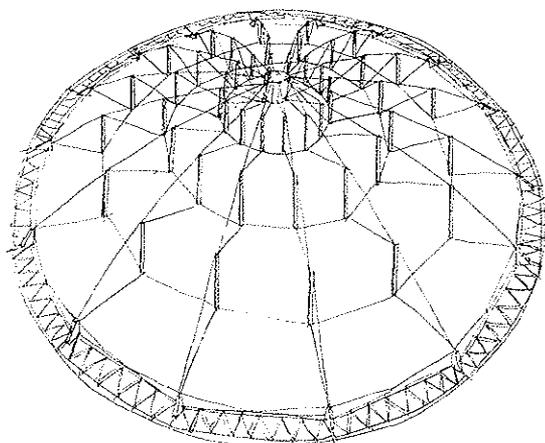


Fig. 4. Cubierta autotensada del Gimnasio de Seul.

La Fig. 8 muestra propiamente una cubierta transformable, puesto que la apertura y cierre sobre el estadio de béisbol de Chicago puede hacerse con el espectáculo en activo. Los arquitectos Ron Labinski y Rick DeFlon diseñaron la cúpula de acordeón, con muy pocas cerchas de cerca de 200 m, conectadas mediante correas abisagradas entre las que se tensa una cubierta textil. Unos cables de valle permiten mantener tensada esta cubierta en cualquier posición del despliegue.

### 3. CUBIERTAS DESPLEGABLES DE PARAGUAS

Las formas en paraguas, bien conocidas en la pequeña escala para actividades tan domésticas como la protección contra el sol o la lluvia, ha

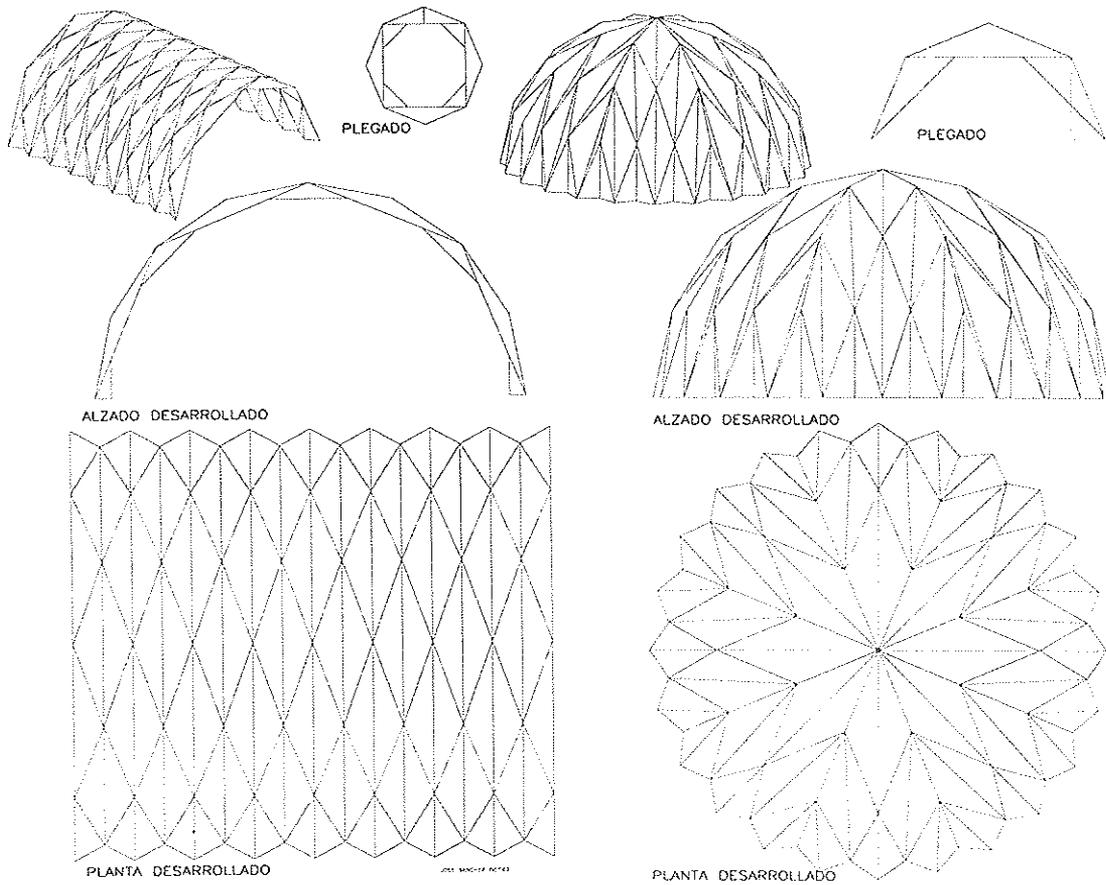


Fig. 5. Desplegables de papel. José Sánchez.

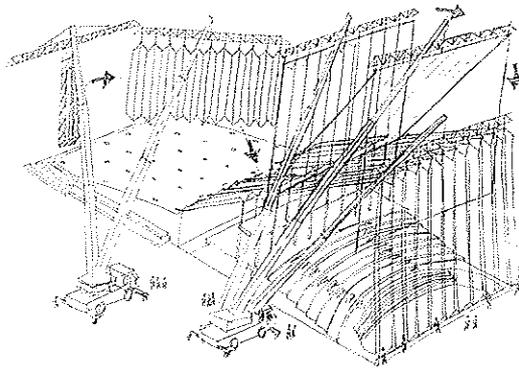


Fig. 6. Pabellón de Venezuela en la Expo '92. Hernández & Hermini.

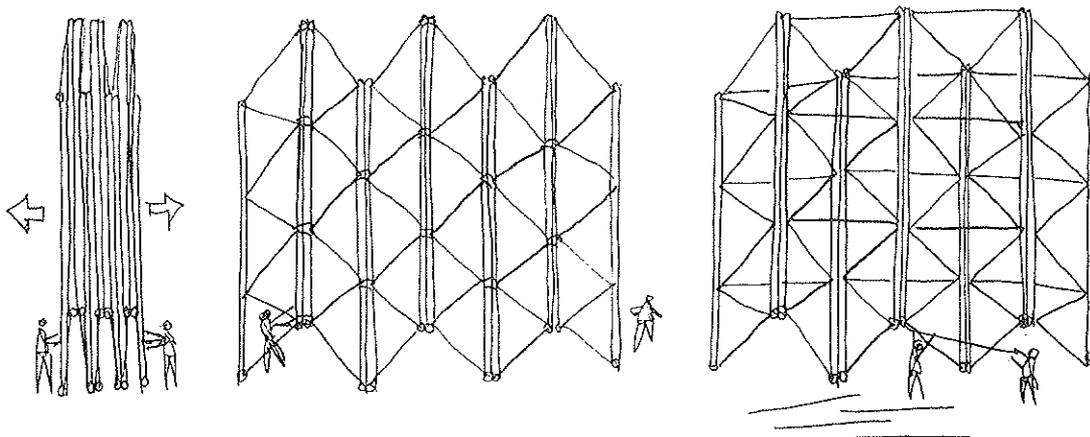


Fig. 7. Dibujo de Cerchas desplegadas.

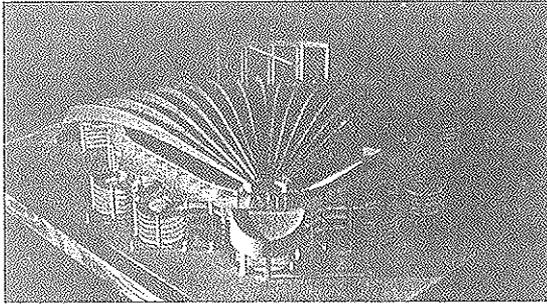


Fig. 8. El Fan Dome en Chicago. Labinski & Deflon.

sido objeto de interesantes propuestas en escala urbana.

Los paraguas pueden ser de articulación deslizante (Fig. 9) o de articulación giratoria (Fig. 10). En el códice de Madrid II de Leonardo, apareció un mecanismo de este tipo (Fig. 11) diseñado con todo lujo de detalles [Ref. 6]. Estas a su vez pueden ser de brazos rígidos o de brazos articulados (Figs. 12 y 13). En general, no dan soluciones de grandes dimensiones, debido a que están en voladizo, salvo en un tipo especial que explicaremos muy extensamente en el apartado "desplegables de aspas".

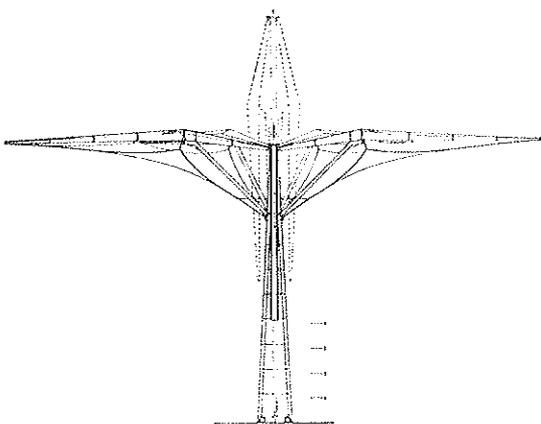


Fig. 9. Paraguas de articulación deslizante.

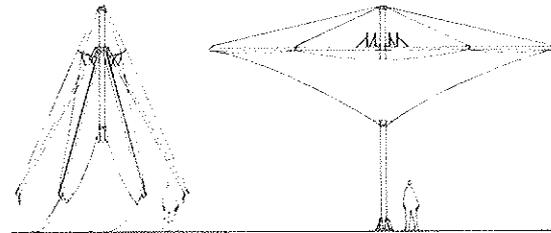
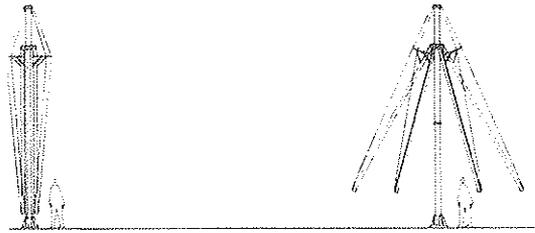


Fig. 10. Paraguas de articulación giratoria. Enrique Hernández.

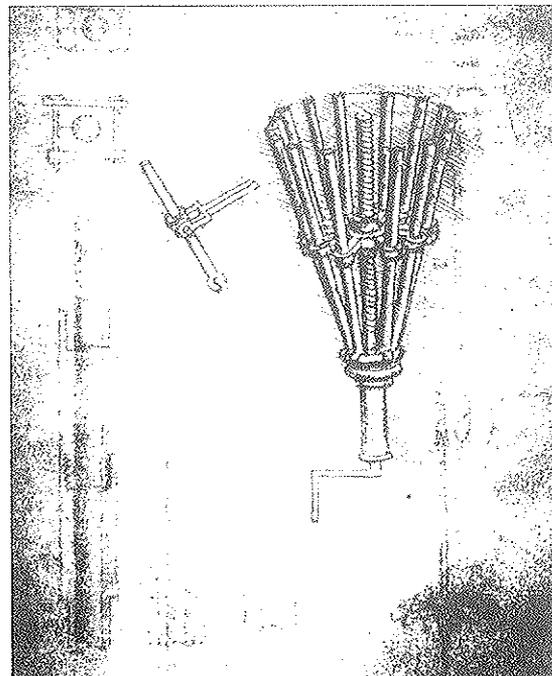


Fig. 11. Propuesta de estructura en forma de sombrilla. Leonardo de Vinci.

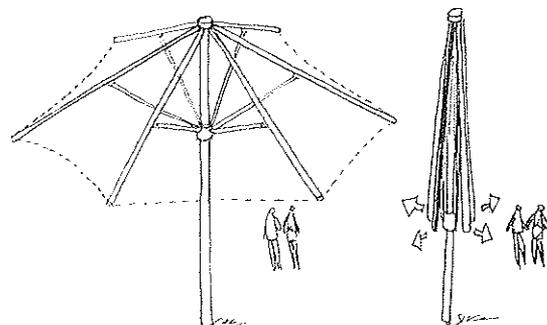


Fig. 12. Paraguas de barras fijas.

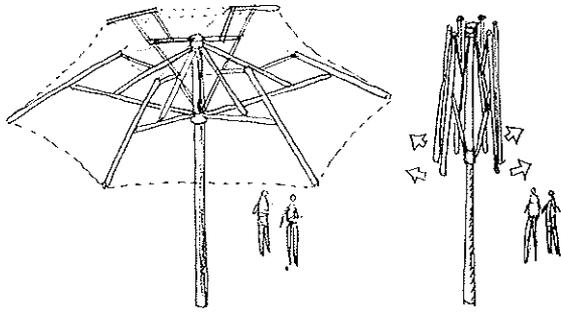


Fig. 13. Paraguas de barras articuladas.

Pero pueden combinarse entre sí dando lugar a composiciones poliédricas, como la inventada por Buckminster Fuller llamada "Fly seapod", en 1954, (Fig. 14) compuesta por 15 trípodes que se abren a modo de sombrilla de tres brazos (Fig. 15)

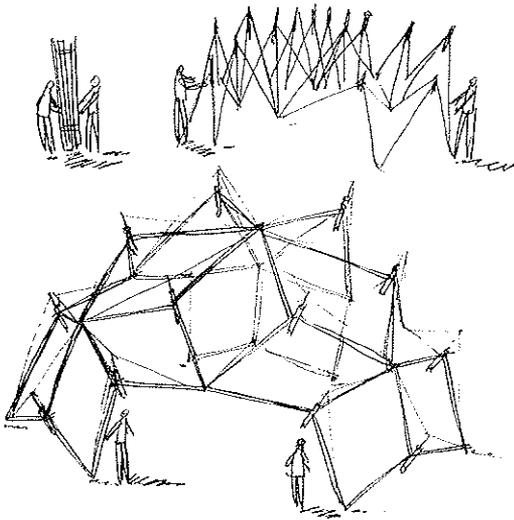


Fig. 14. Cúpula Fly Seapod. Buckminster Fuller.

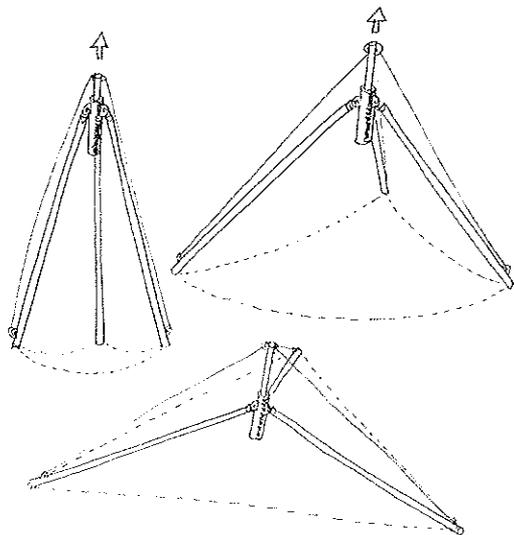


Fig. 15. Esquema del funcionamiento de la terna de barras del Fly Seapod.

y que se conectan entre sí. Este camino está determinado; pero podría ser enormemente fructífero para cubrir formas geodésicas. En realidad, cada uno de los trípodes es un paraguas de articulación deslizante que tiende a abrirse, como lo hacen los automáticos que habitualmente utilizamos contra la lluvia, mediante la fuerza motriz de un muelle en la pequeña escala o aire comprimido en las grandes dimensiones. [Ref. 7].

La Fig. 16 muestra una composición mediante la unión de tres paraguas octogonales convencionales.

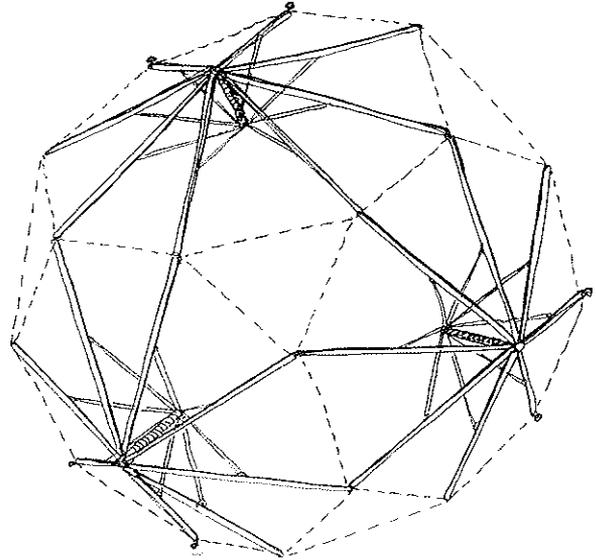


Fig. 16. Esquema del Fly Seapod con grupos de ocho barras.

#### 4. CUBIERTAS DESPLEGABLES TELESCÓPICAS

Son aquellas compuestas por paneles rígidos capaces de cubrir, cada uno de ellos, una porción de la superficie. En la posición plegada se superponen unos sobre otros para dejar el máximo de planta libre. Lógicamente, el amontonamiento de cada una de las partes dejará una zona fija, por lo que estas cubiertas tienen un rendimiento que oscila entre el 50% y el 80%. Valores mayores se obtienen cuando los paneles deslizan fuera del recinto y por tanto lo liberan con más eficacia.

Por el tipo de perímetro que cubren y por la forma de deslizarse podemos clasificarlas en:

- a) Telescópicas longitudinales.
- b) Telescópicas de abanico.
- c) Telescópicas circulares.
- d) Telescópicas mixtas.

Todas ellas han sido experimentadas con algunas importantes realizaciones y ostentan, en estos momentos, los mayores records en cubiertas transformables.

4.a. Las telescópicas longitudinales son de tipo cilíndrico y están compuestas por piezas concéntricas que penetran unas en las otras. Son las más clásicas y las de más fácil ejecución ya que consisten en vigas en arco deslizándose sobre dos vigas carril paralelas.

El Ejemplo más notable es el Ocean Dome, en el complejo turístico de Miyazaki (Japón). Tiene una planta de 300 x 100 m libres, con dos casquetes de remate en los extremos, hasta cubrir 36.000 m<sup>2</sup>. La cubierta está formada por cuatro paneles deslizantes sobre los dos sectores esféricos (Fig. 17). La estructura es de acero, recubierta con un textil de fibra de vidrio. El rendimiento de liberación es de un 65%. [Ref. 8].

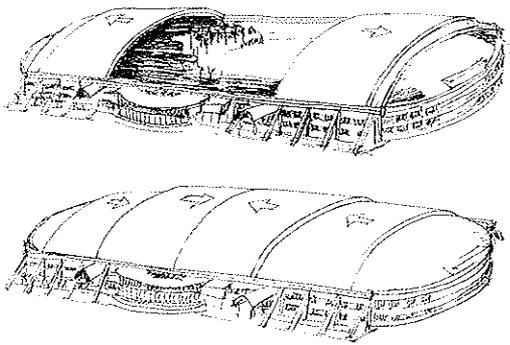


Fig. 17. Cubierto del Ocean Dome abierta y cerrada.

En este capítulo podríamos considerar alguna cubierta móvil que no es estrictamente telescópica sino deslizante. La del Coliseo de Ariake es llamativa porque fue diseñada con posterioridad al recinto deportivo y, por tanto, resultaba difícil integrar la complejidad de todos los elementos móviles sobre una estructura preexistente. Se optó por utilizar dos piezas independientes que desliza-

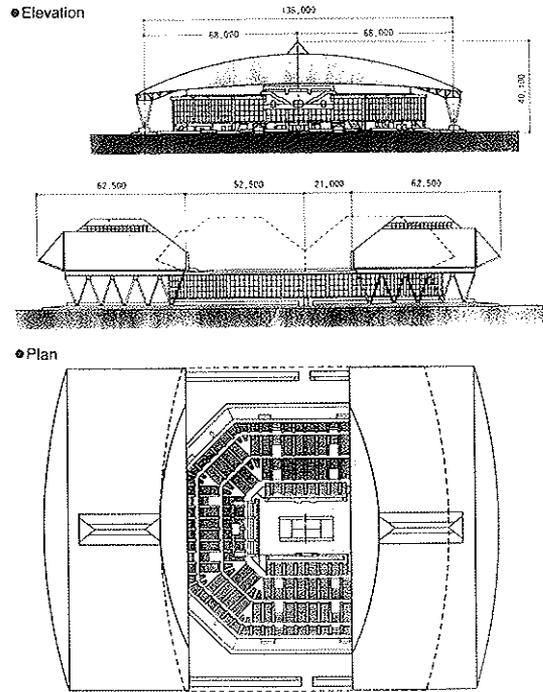


Fig. 18. Esquema del Coliseo de Ariake. Takenaka.

rán sobre el solar circundante (Figs. 18 y 19). En este caso, se cubren 25.000 m<sup>2</sup> con una luz de 136 m, y el acabado de superficie es de chapa plegada. [Ref. 9].

4.b. Las telescópicas de abanico están formadas por sectores de una superficie de revolución y funcionan igual que las anteriores, salvo que sólo sobre un carril circular porque uno de los puntos es pivotante.

La Fig. 20 muestra una pequeña piscina escolar, diseñada por Takenaka para cubrir 2.500 m<sup>2</sup> y que obtiene una atractiva espacialidad interior,

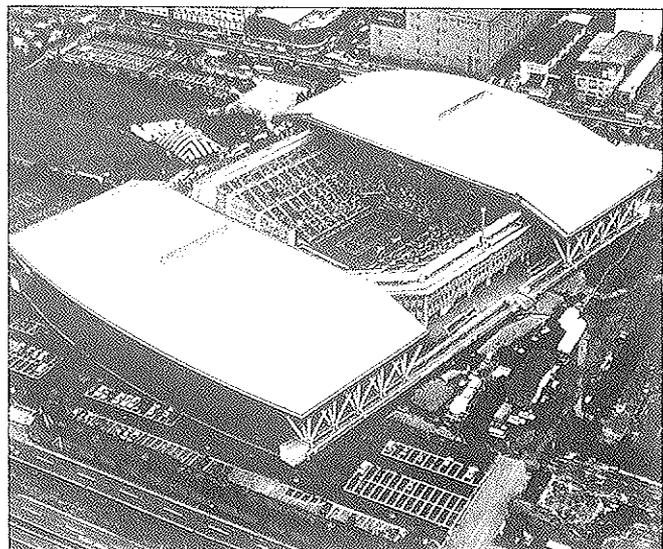
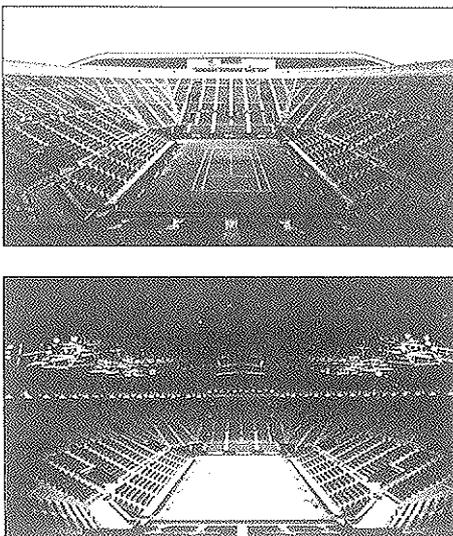


Fig. 19. Coliseo de Ariake en funcionamiento.

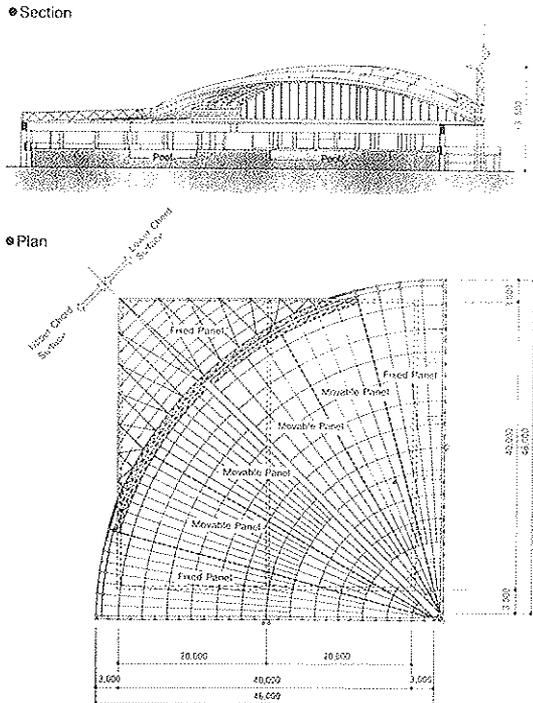


Fig. 20. Esquema de la piscina diseñada por Takenaka.

como se aprecia en la Fig. 21. El conjunto está formado por tres sectores fijos y cuatro móviles abriéndose hasta el 70%. [Ref. 9].

La Fig. 22 es una propuesta del mismo autor, en mayor escala.

4.c. Las telescópicas circulares son una variante de las anteriores. En ellas, el punto pivotante está centrado y por tanto no tiene apoyo, por lo que cada uno de los sectores giratorios debe ser estable por sí mismo.

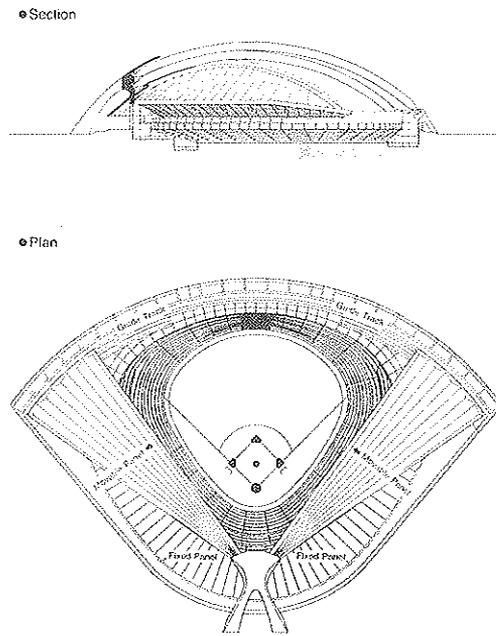


Fig. 22. Esquema de una cubierta en abanico, Tekenaka.

Es un sistema muy usual para pequeños recintos circulares (Fig. 23); pero recientemente se ha aplicado a cubrir un estadio completo, con un notable resultado. El Fukuoka Dome, con 220 m de diámetro, consta de tres sectores de 125°, de los cuales uno es fijo y los otros deslizan sobre él (Figs. 24 y 25). Cubre 72.000 m<sup>2</sup> y tiene una altura de 84 m. Es la cubierta móvil mayor jamás construida y, sin embargo, tanto su diseño como su sistema estructural son de gran sencillez. La Fig. 26 muestra algunos detalles del funcionamiento de los sectores móviles de la cubierta. [Ref. 9].

4.d. Obviamente, es posible mezclar estas opciones simples para configurar otras disposicio-

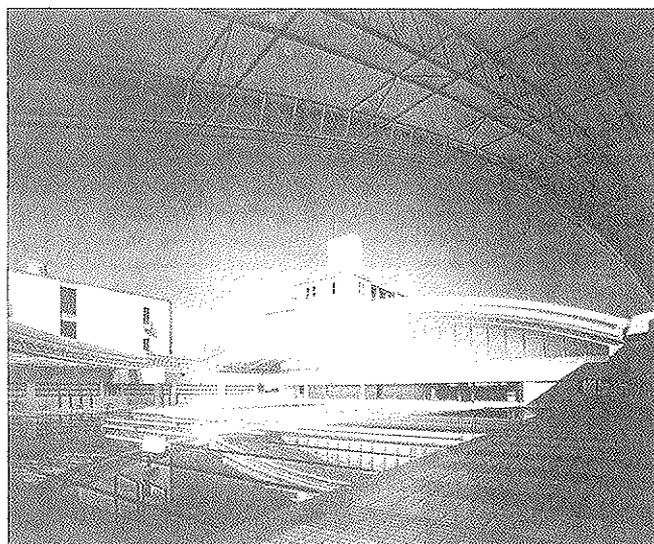
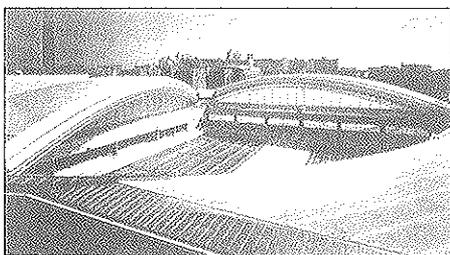


Fig. 21. Acabados de la piscina.

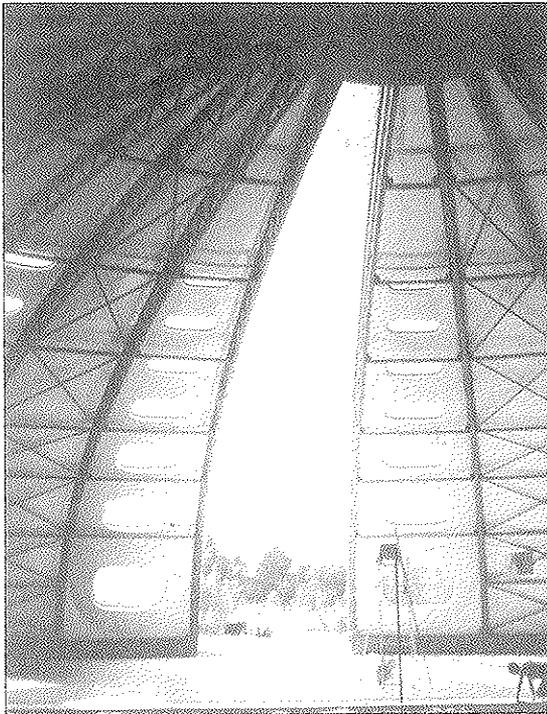


Fig. 23. Piscina telescópica circular de catálogo.

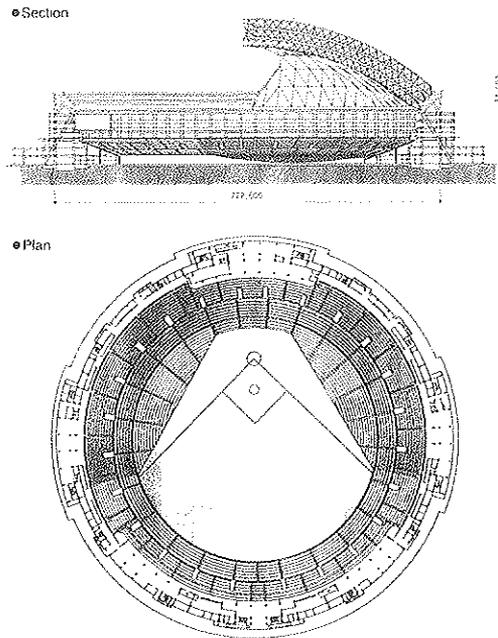


Fig. 24. Esquema de la Fukuoka Dome. Takenaka.

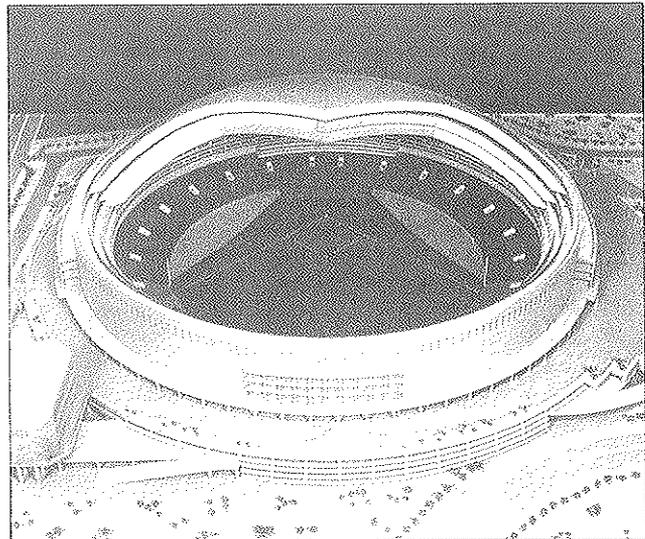
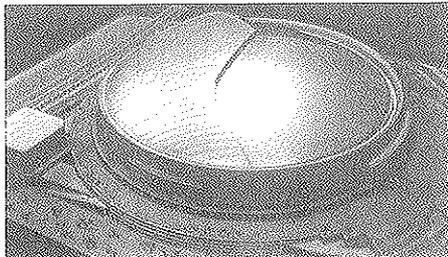
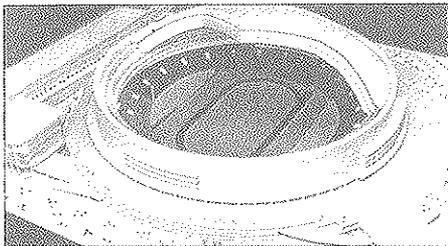


Fig. 25. Vistas de la Maqueta de Fukuoka Dome.

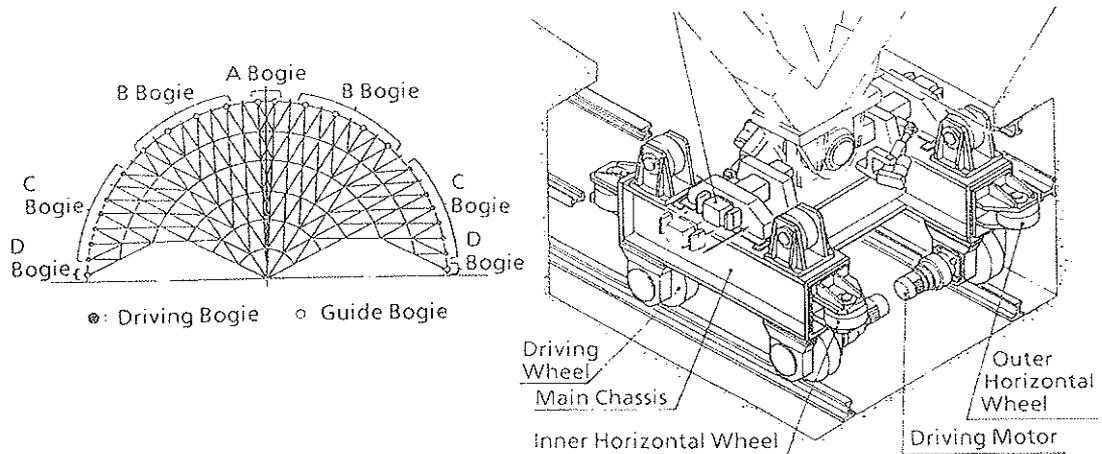


Fig. 26. Detalle del funcionamiento de dos sectores móviles, en el Fukuoka Dome.

nes que alcancen mayores prestaciones, principalmente mayor porcentaje de apertura. La combinación de rotaciones y traslaciones alcanza, hasta el momento, su mayor grado de realización en el Sky Dome de Toronto (Fig. 27), también sobre planta circular, con diámetro de 200 m. [Ref. 10].

En este caso, son cuatro los paneles; uno de segmento circular fijo, el 4 de la Fig. 28, otro similar pero rotatorio y dos cilíndricos.

La capacidad de apertura total es de 90%. El diseño es de Michael Allen y está suficientemente probado a razón de 100 aperturas y cierres por año, desde 1991, hasta con vientos de 65 Km/h, con tiempos medios de 20 minutos. Muchas de estas operaciones se han desarrollado simultáneamente a los espectáculos.

## 5. CUBIERTAS DESPLEGABLES DE DIAFRAGMA

Las cubiertas desplegables de diafragma aluden a su movimiento similar al del objetivo de la cámara fotográfica. Se trata de estructuras de tipo circular o poligonal que comienzan su apertura desde el centro y desplazan su material de cubierta hacia el perímetro. Están formadas por piezas sectoriales que permiten varios grados de apertura



Fig. 27. Sky Dome en Toronto. Michael Allen.

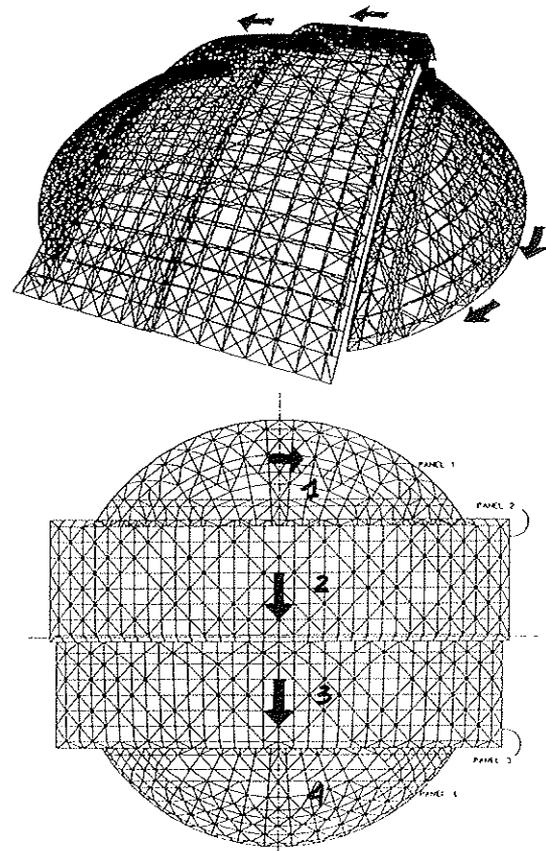


Fig. 28. Esquemas de deslizamiento del Sky Dome.

a partir de un óculo central que se va extendiendo hasta el borde.

Las propuestas que aportamos aquí han sido construidas tan sólo en modelo, en donde funcionan bien.

La Fig. 29 muestra una idea de Emilio Pérez Piñero, patentada recientemente por sus seguidores y sintetizada en la secuencia de plegado que se describe. Tiene la indudable ventaja de un material de cobertura rígido y que puede plegarse casi en su totalidad en planta, sobre todo si el casquete esférico es muy peraltado. Cada una de las piezas que forman el conjunto, todas iguales, se acodalan una sobre otra dando lugar a un conjunto muy rígido. [Ref. 11].

La Fig. 30 desarrolla la propuesta de Hoberman, en la que son elementos barra los que producen la secuencia de plegado. [Ref. 12].

También conseguimos descubrir casi la totalidad de la superficie y también incluye una cubierta rígida. Al ser una malla de una sola capa, la luz que es capaz de salvar puede verse muy limitada por pandeo local. Por otra parte, la compatibilidad cinemática se basa en articulaciones excéntricas con respecto a los ejes de las barras.

Los esfuerzos producidos por estas excéntri-

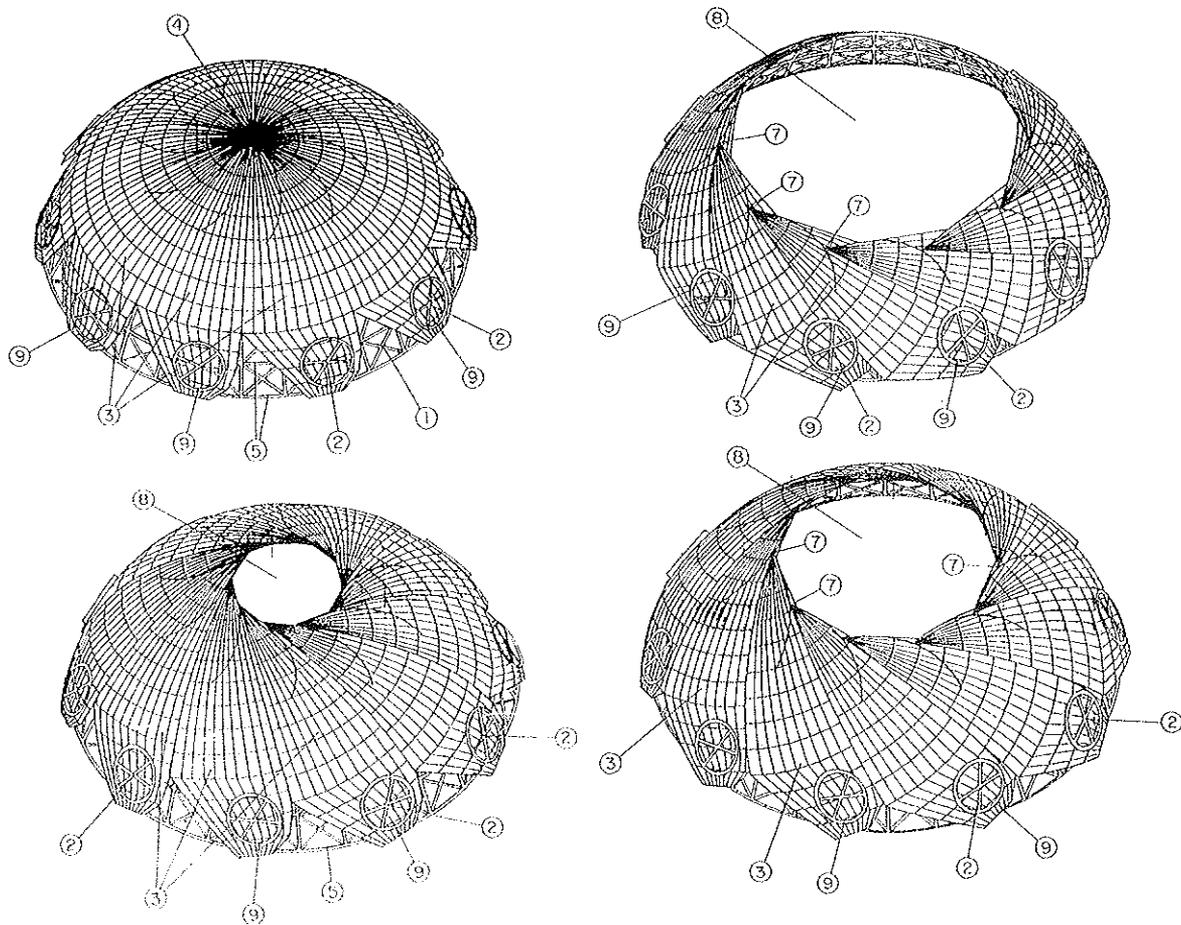


Fig. 29. Cúpula de diafragma. Emilio Pérez Piñero.

dades se equilibran en gran medida; pero sumados a la movilidad que las numerosas rótulas producen, hacen muy inestable el conjunto.

La posibilidad de plantear curvaturas importantes, junto con la indudable belleza de la solución, demandan una profunda investigación en la tipología.

## 6. CUBIERTAS DESPLEGABLES DE ARTICULACIONES BLOQUEABLES

La base de su funcionamiento se encuentra en la introducción en una malla espacial rígida, de tantas articulaciones en puntos intermedios de barras como para hacer que la estructura se pueda cerrar totalmente como mecanismo (Fig. 31). Cualquier malla rígida de barras puede empaquetarse por este procedimiento. Es una forma habitual de abrir grandes paneles enviados al espacio mediante lanzaderas y su dificultad principal estriba en que el nudo superior ha de permitir un acodamiento adecuado para que la estructura se haga rígida. [Ref. 13].

Si el conjunto sólo debe abrirse una vez, exis-

ten soluciones relativamente sencillas que permiten bloquear esos nudos una vez abiertos. En los cordones de tracción esto es inmediato. Incluso las estructuras de carácter permanente, pueden ser llevadas a obra en un paquete, ser extendidas y rigidizar con soldadura las articulaciones.

Para planteamiento de apertura y cierre continuados, hay que prever dispositivos más complejos. La Fig. 32 muestra una maqueta de este tipo.

Aunque se han mostrado ejemplos planos, la solución vale para mallas curvas, siempre que la posición de la articulación intermedia se determine por criterios de compatibilidad cinemática.

## 7. CUBIERTAS DESPLEGABLES DE ARTICULACIONES DESENGANCHABLES

En cierto modo, son parecidas a las anteriores, pero con mucha mayor capacidad de empaquetamiento, ya que aquéllas daban paquetes de una altura del orden del doble de la de las barras y en éstas son del mismo orden. [Ref. 11].

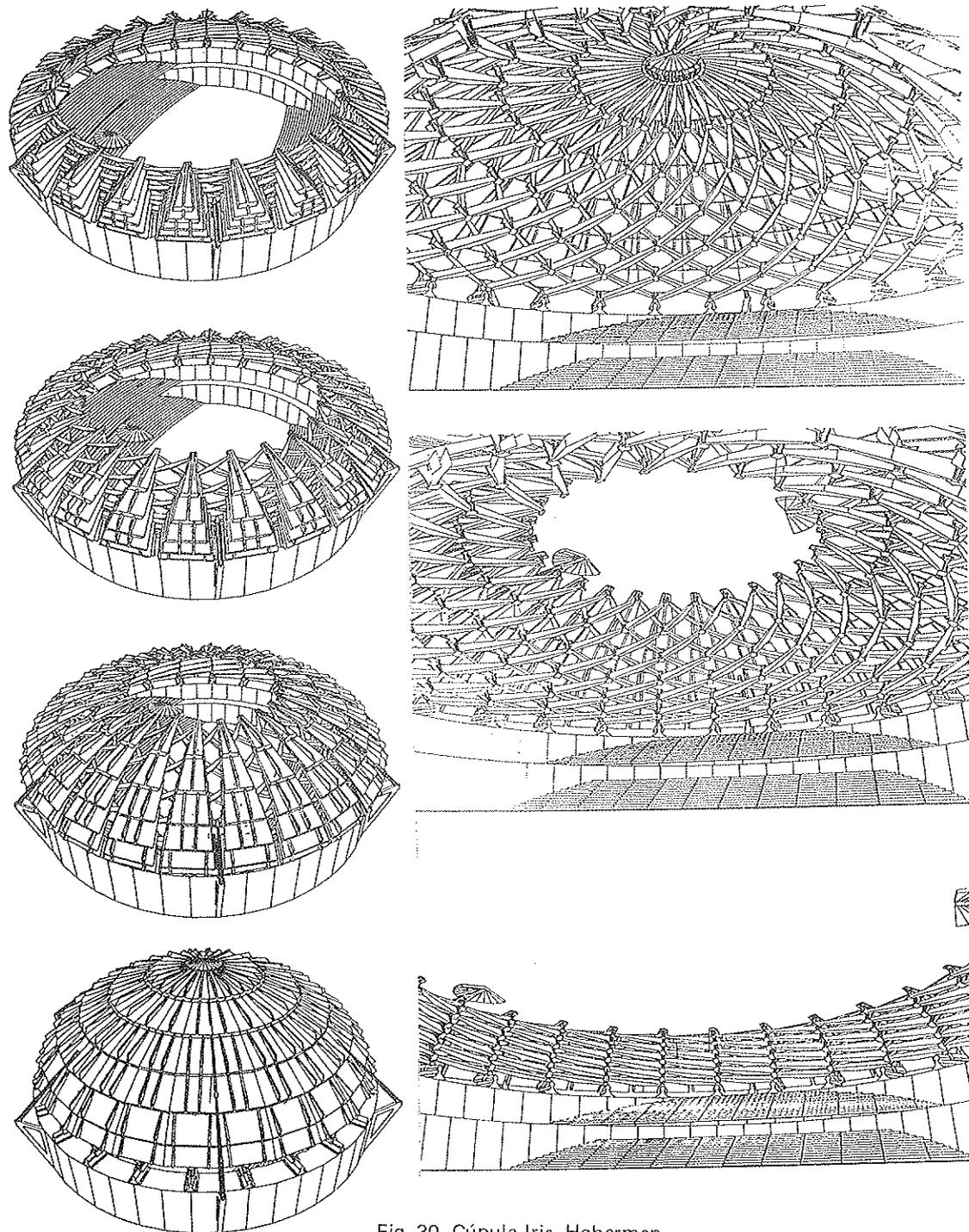


Fig. 30. Cúpula Iris. Hoberman.

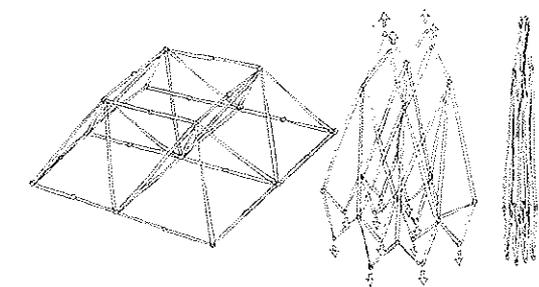


Fig. 31. Esquema de una malla espacial semioctaédrica colapsable por la introducción de articulaciones.

En la Fig. 33 se aprecia cómo funciona un modelo hexagonal en el que las barras que concurren en el vértice central están conectadas entre sí alternativamente y los dos conjuntos internos de tres barras pueden evolucionar separadamente deslizando sobre un eje común.

En la Fig. 34 se hace lo mismo con un módulo de planta cuadrada; y en la Fig. 35 con uno de planta octogonal.

Si componemos varios de estos módulos en el espacio formando poliedros con vértices desen-

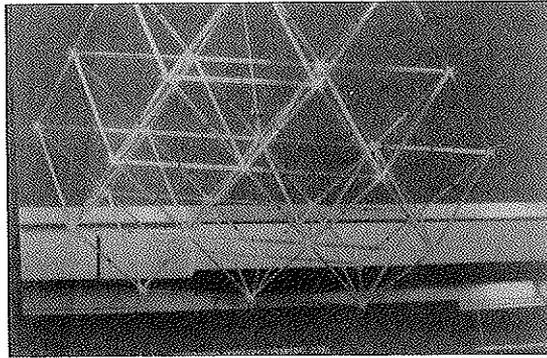
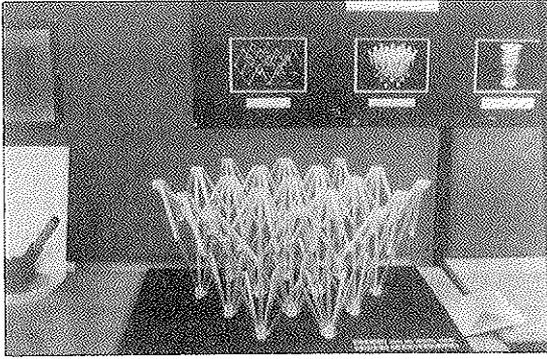


Fig. 32. Malla octaédrica colapsable, en el Instituto de Estructuras Ligeras de Surrey.

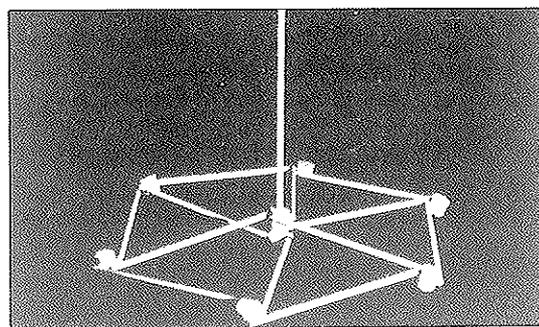
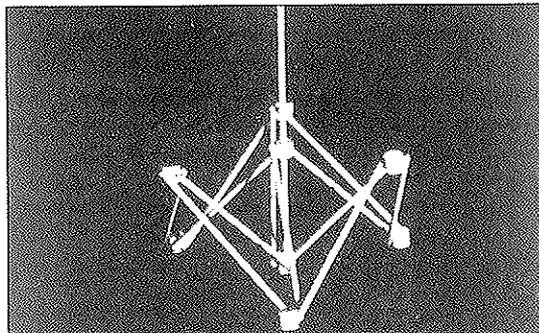
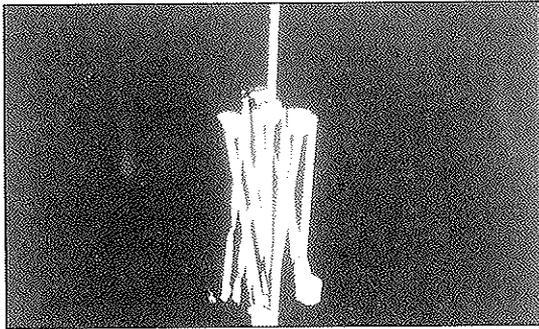


Fig. 33. Modelo hexagonal de articulación central desenganchable.

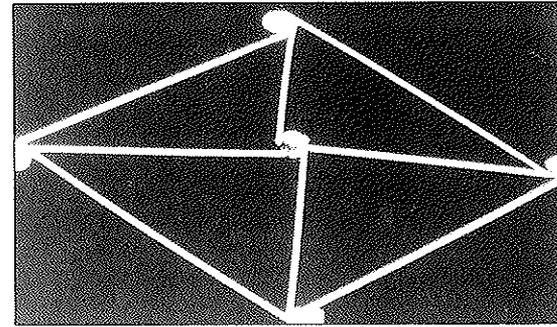
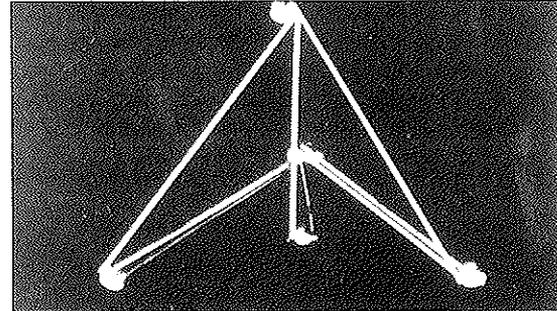
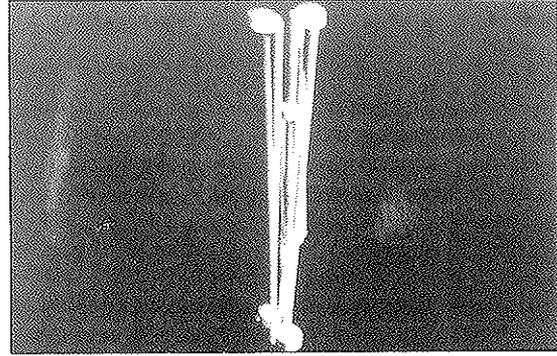


Fig. 34. Modelo cuadrado de articulación central desenganchable.

ganchables, el conjunto tendrá las mismas características de plegabilidad. La Fig. 36 muestra una cúpula formada por cuatro pirámides hexagonales y una cuadrada. Esto se puede extender a poliedros de mayor número de caras (Figs. 37 y 38), a poliedros geodésicos o incluso a estructuras estereas planas (Fig. 39).

Todas las maquetas ilustradas anteriormente están construidas por Santiago Calatrava, aunque no ha hecho aplicación de ninguna de estas propuestas a escala real.

## 8. CUBIERTAS DESPLEGABLES EN ASPA

Se basan en la capacidad que tienen, para moverse solidariamente, agrupaciones de módulos, como los de la Fig. 40, formados por aspas de barras con sus extremos conectados a otras del mismo tipo y con un punto interior de conexión articulada en otras barras. En esa figura vemos que las aspas pueden ser dobles (de dos barras), triples (triaspas) o cuádruples (tetraspas) y con ellas se pueden sistematizar conjuntos muy complejos. [Ref. 11].

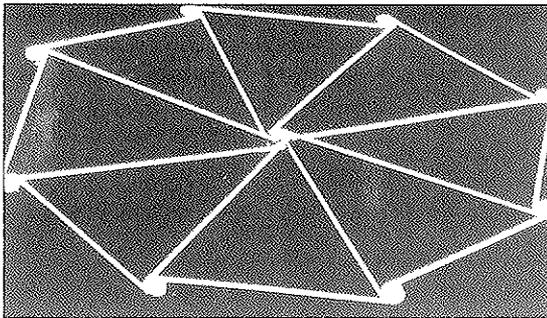
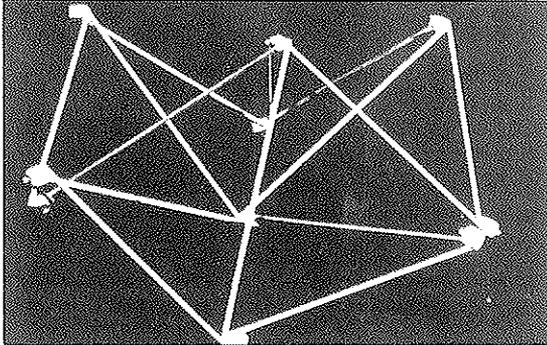
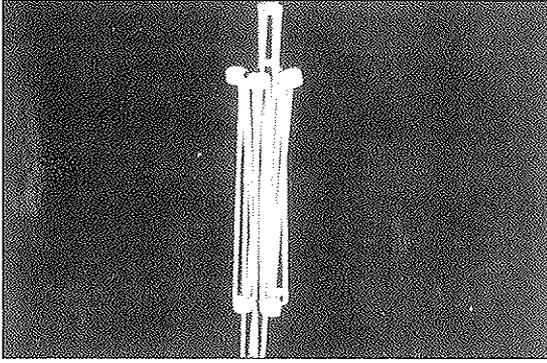


Fig. 35. Modelo octogonal de articulación central desenganchable.

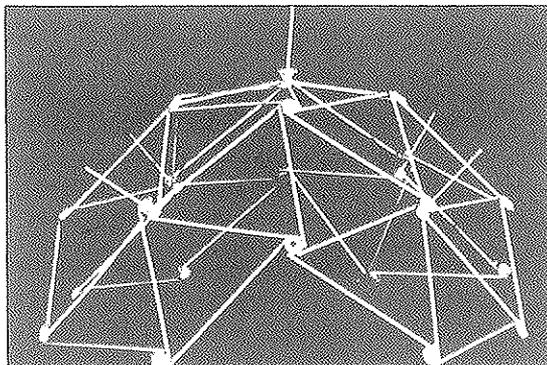


Fig. 36. Cúpula formada por cuatro hexágonos y un cuadrado de articulación central desenganchable.

En la Fig. 41 se muestra un pabellón multifuncional diseñado para la Plaza de la Constitución, en Almería, por los autores. Corresponde a una cubierta cilíndrica, con módulos del tipo cuadrado.

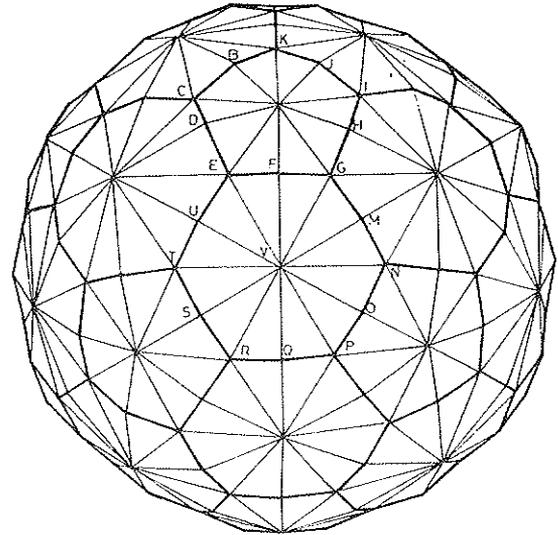


Fig. 37. Cúpula a partir del icosaedro truncado de doble triangulación.

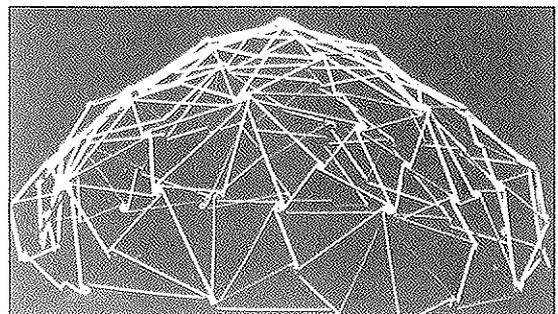
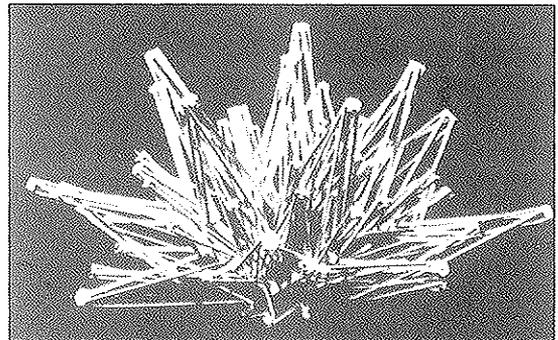
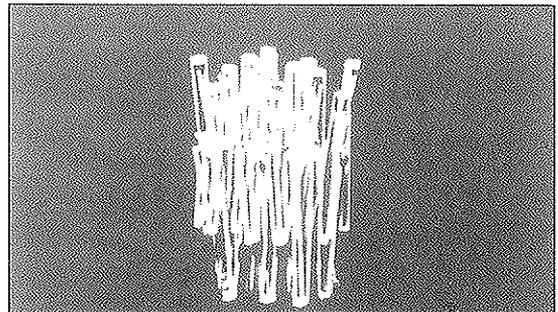


Fig. 38. Modelo de la cúpula anterior.

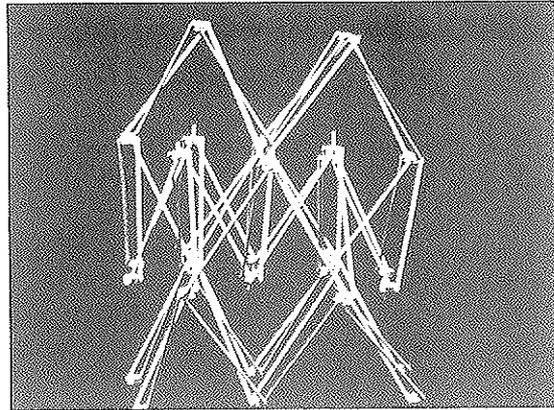
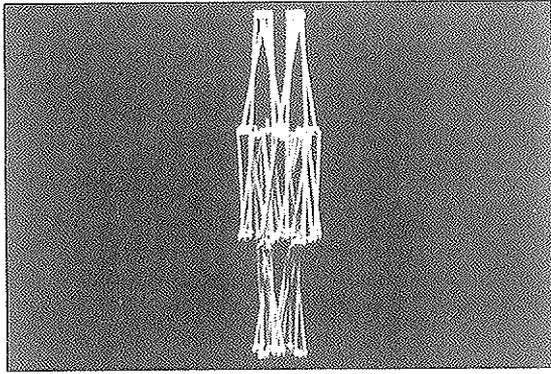


Fig. 39. Malla de articulaciones desenganchables plana.

En la Fig. 42 se muestra la malla de cobertura de un estadio, en Innsbruck, propuesta de concurso de los autores, en donde una malla de módulos triangulares evoluciona sobre dos grandes arcos fijos. La Figura 43 muestra la secuencia de desplegado sobre una maqueta.

En la Fig. 44 se aprecia la secuencia de montaje, en siete partes, de una cúpula, según diseño de Emilio Pérez Piñero, con triaspas.

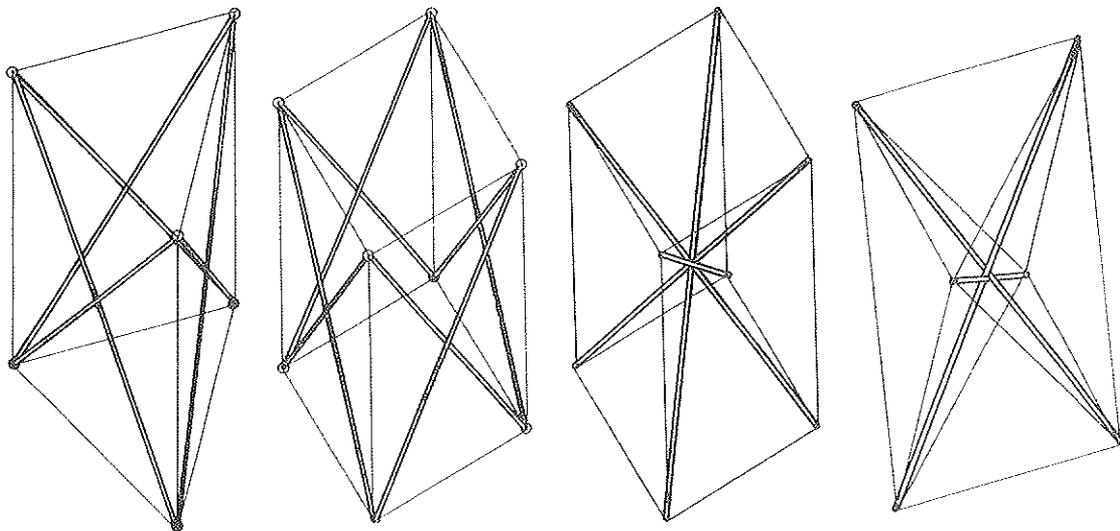


Fig. 40. Agrupaciones de barras an aspas.

También es proyecto suyo la agrupación de módulos de exposiciones erigidos con cubierta plana de tetraspas y chapa rígida en la cubierta (Fig. 45).

## 9. MAQUINAS Y MECANISMOS

En este apartado incluimos todas aquellas propuestas difíciles de sistematizar por su variedad o por su heterodoxia. En general, incluimos aquí diseños de alto contenido tecnológico y cuyo funcionamiento está relacionado con dispositivos electrónicos y mecanismos complejos.

Muchos de los diseños empleados en los paneles de captación solar en el espacio o en la construcción de estructuras de estaciones orbitales, podían considerarse aquí. Pero también tenemos propuestas arquitectónicas muy brillantes. La Fig. 46 representa el Pabellón de Kuwait, de Santiago Calatrava, en la EXPO'92. Este mismo autor ha hecho algunas otras aportaciones en el mismo sentido. [Ref. 14].

## 10. A MODO DE CONCLUSION ABIERTA

La clasificación establecida es un intento de sistematización de un concepto genérico que como tal no cuenta con bibliografía. Ello la hace discutible y probablemente incompleta. Pero revela el enorme potencial que tienen estas tipologías que, en manos de arquitectos e ingenieros con sensibilidad, podrían abrir una nueva vía en el diseño. Por el momento, estas propuestas móviles son anecdóticas, incluso en proyectos que necesitarían resolverse con ellas. Baste con recordar que el Pabellón multifuncional de La Coruña, en cuyas bases de concurso se especificaba que la cubierta sería retráctil, finalmente se resolvió con

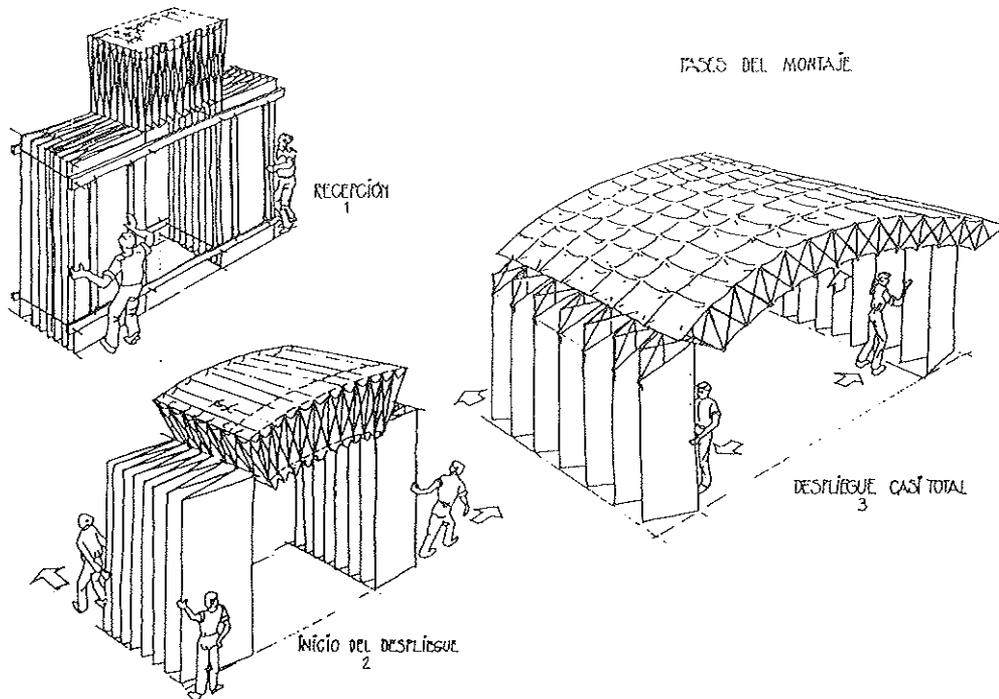
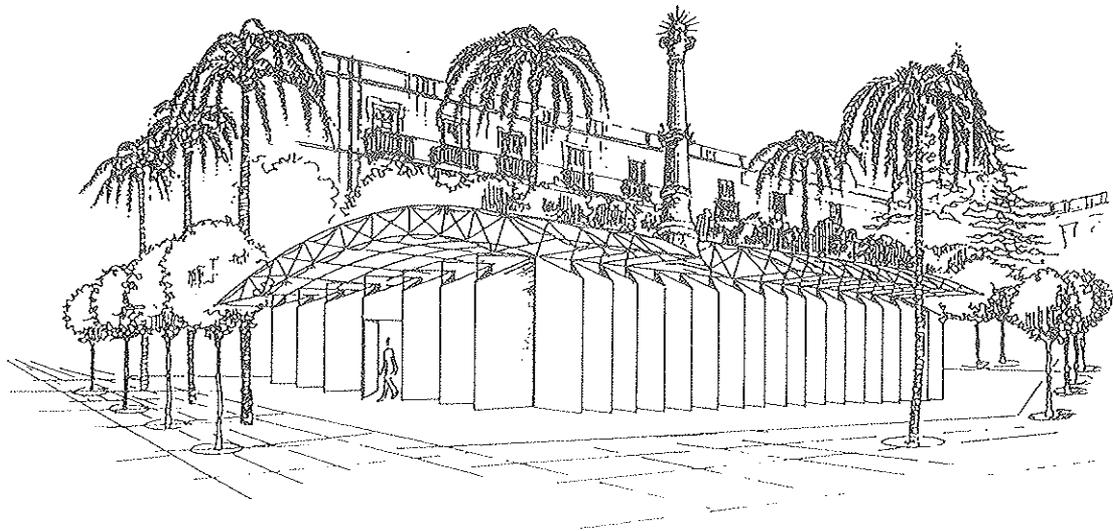


Fig. 41. Propuesta de cobertura de una sala de exposiciones, en Almería. Escrig & Valcarcel.

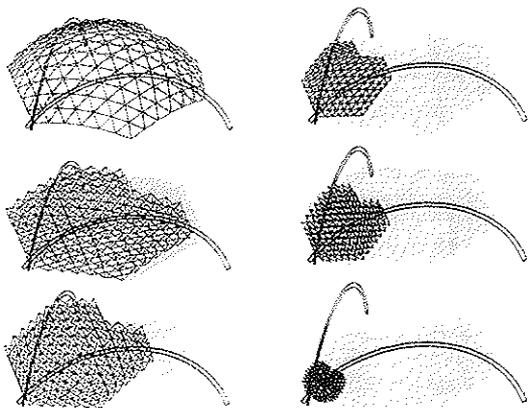


Fig. 42. Propuesta de cobertura de un estadio en Innsbruck. 120 m.  $\phi$ .

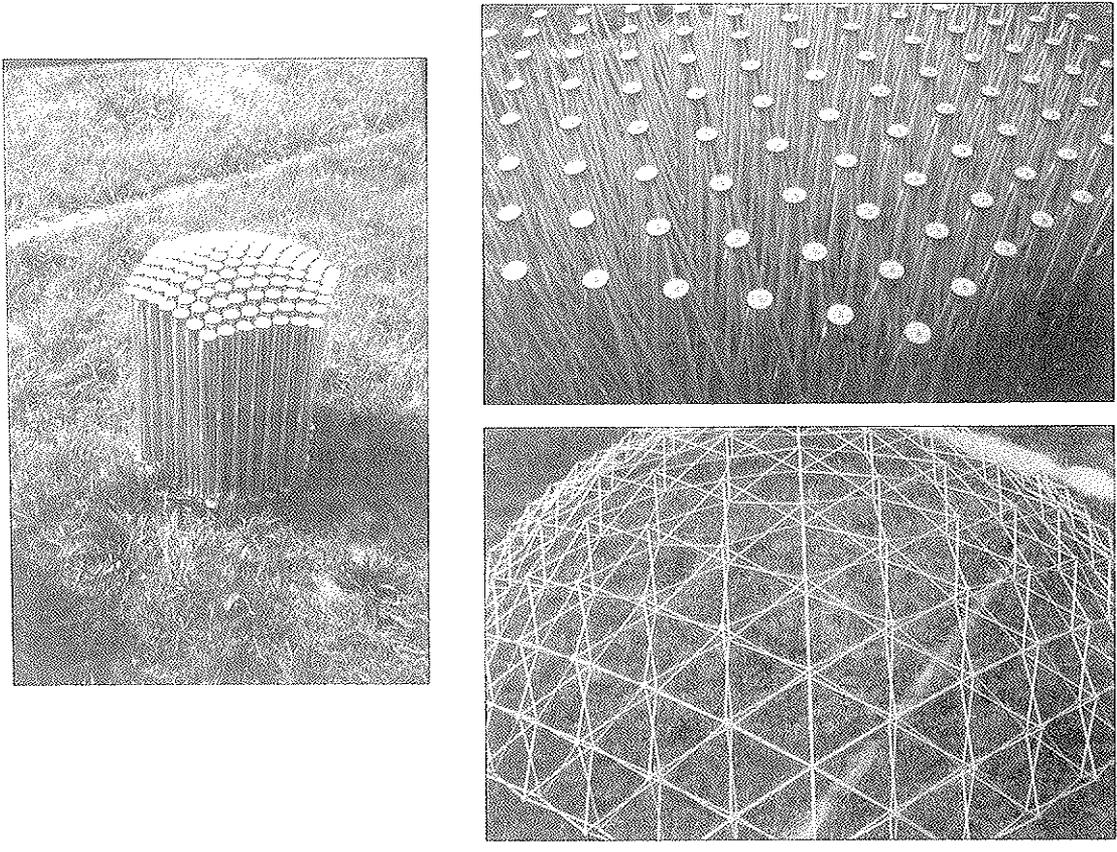


Fig. 43. Modelo a escala 1:20 de la cubierta de Innsbruck.

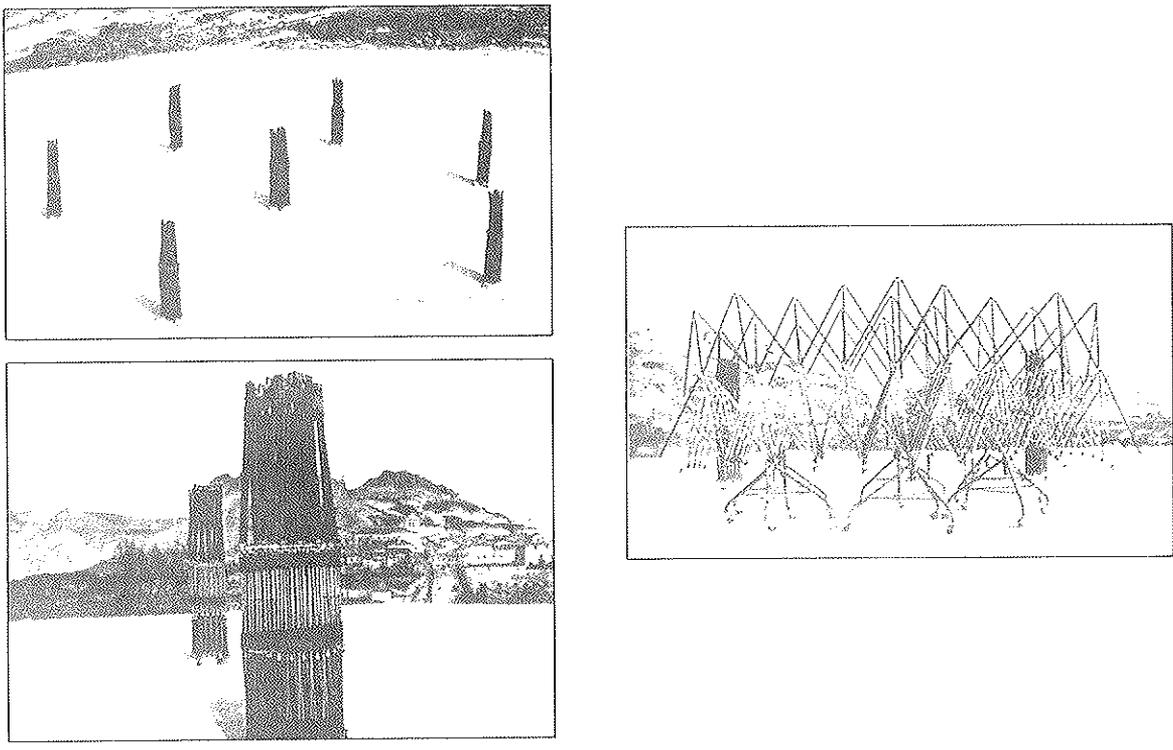


Fig. 44. Cúpula de aspas. Emilio Pérez Piñero.

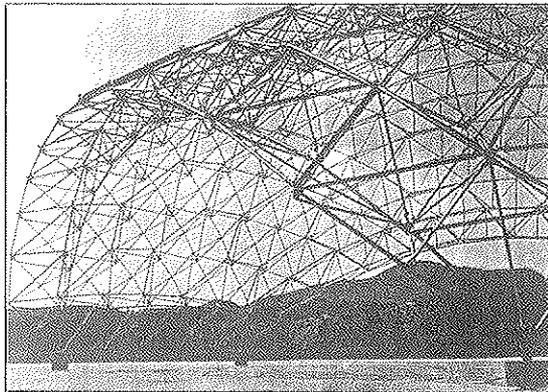
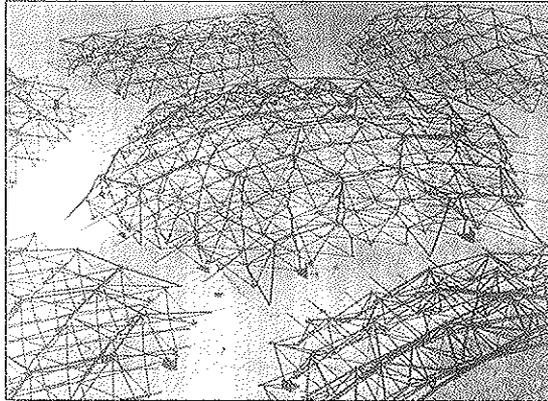


Fig. 44. Continuación

estructura fija. También la Plaza de toros de Zaragoza hubiera necesitado de una solución móvil y, sin embargo, ha terminado cubierta con una textil fija sobre todo su recinto, salvo la parte central que se recoge en paquete deslizándose sobre cables radiales.

En este momento en que la compatibilidad de múltiples funciones sobre un mismo recinto necesita contar con él cerrado, abierto o con disposición variable, hay que plantearse el reto de una arquitectura cinemática que añada nuevas dimensiones, incluyendo la variaciones de forma, a las múltiples ya incorporadas.

Una gran parte de lo presentado sólo se ha experimentado en modelos de dimensión modesta. Pero ello no empequeñece su utilidad. Bastará con estudiar soluciones a los problemas constructivos específicos que se plantean y que la solución sea competitiva con otras que también resuelvan el problema o que sean la única alternativa presentada.

Existen tipologías que no se han descrito, por estar más vinculadas a otro tipo de funciones no arquitectónicas. En un estudio más amplio, también deberían ser incorporadas por su capacidad estimulante. Otras están tan poco formalizadas, incluso en las maquetas, que precisan seguir avanzando en los trabajos previos, antes de ser incluidas en una sistematización.

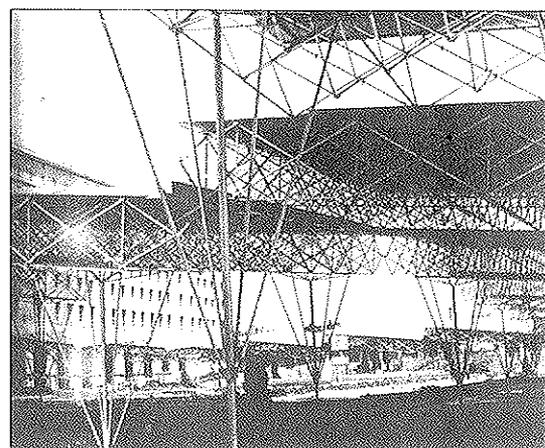
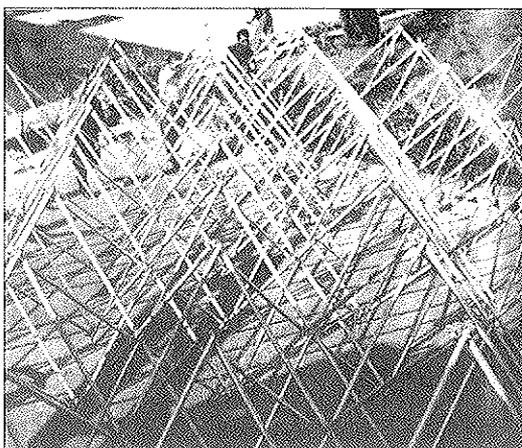
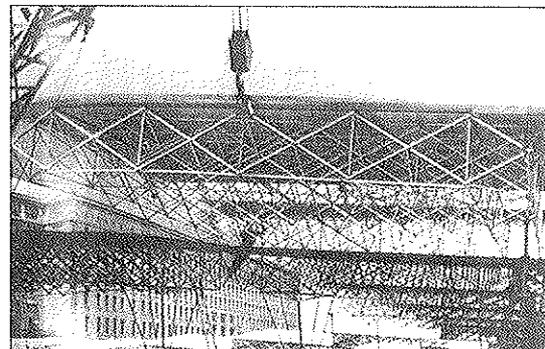
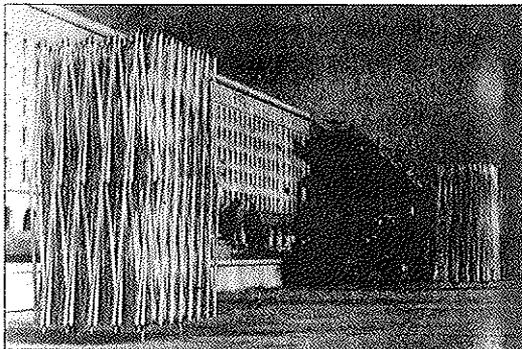


Fig. 45. Cubiertas planas de aspas. Emilio Pérez Piñero.

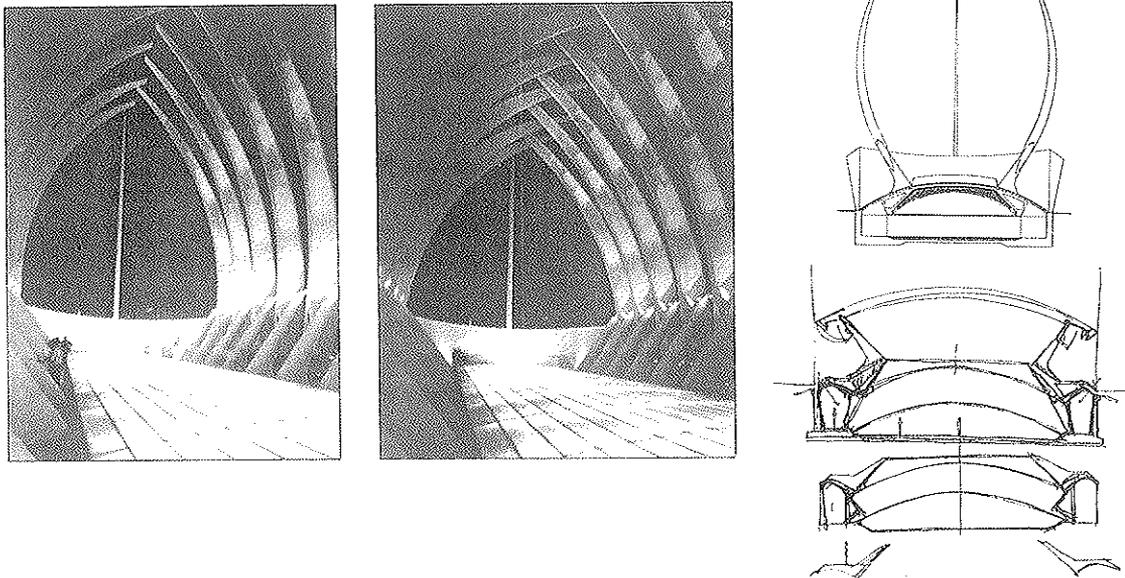


Fig. 46. Pabellón de Kuwait, en la EXPO '92 Sevilla. Santiago Calatrava.

De que la transformabilidad de las estructuras comienza a tener aplicaciones relevantes es consciente la Asociación Internacional de Estructuras Laminares y Espaciales IASS, que ha creado el Grupo 14 para su estudio, al que pertenecemos como representación española y en el que desarrollamos parte de esta investigación.

## REFERENCIAS

1. Herzog, T. "Construcciones Neumáticas". Gustavo Gili. Barcelona.
2. Drew, Philip. "Tensile Architecture". Granada. Pub. 1979.
3. Glaeser, L. "The Work of Frei Otto and his teams 1955-1976. II. 17. Stutgart.
4. Escrig & Valcárcel. "La cúpula autotensada o el triunfo de la levitación". Hormigón y Acero, Nº 187. 1993. Madrid. Págs. 95-110.
5. Loreto, A. y otros. "Pabellón de Venezuela". Instituto de Desarrollo Experimental de la Construcción. Universidad Central de Venezuela, 1993.
6. Valcárcel, J.P. & Escrig, F. "Un primer planteamiento de Estructuras Desplegables. El Códice I de Madrid de Leonardo da Vinci". Boletín Académico ETSA de La Coruña, Nº 10. 1989. Págs. 13-19.
7. Marks, R. "The dimension World of Buckminster Fuller". Reinhold Publishing Co. N.Y.
8. Yamamoto y otros. "Ocean Dome with a Retractable Roof". Innovative Large Span Structure. Vol. 1. Pp. 545-556. IASS. Toronto, 1992.
9. Narita, H. "Examples of Retractable Roofed Domes System". Innovative Large Span Structure. Vol. 1. Pp. 533-544. IASS. Toronto, 1992.
10. Allen, M. "Toronto Skydome Roof Structure". Innovative Large Span Structure. Vol. 1. Pp. 62-71. IASS. Toronto, 1992.
11. Escrig, F. y otros. "Arquitectura transformable". ETSA de Sevilla. Universidad de Sevilla, 1993.
12. Hoberman, Ch. "The Art and Science of Folding Structures". Sites Architecture, Nº 24. New York, 1992.
13. Fannig & Hollaway. "The Deployment Analysis of a Large Space Antenna". International Journal of Space Structures. Londres. Vol. 8. Nº 3. Pp. 209-220.
14. Sharp, D. "Santiago Calatrava". Book Art. Londres, 1992.

## RESUMEN

Desde hace unos pocos años, ha crecido la demanda de soluciones para cubrir eventualmente espacios públicos, lo que ha forzado la investigación en diseños de cubierta capaces de extenderse y plegarse con mecanismos sencillos y en un plazo breve de tiempo.

En este momento se está experimentando un gran número de soluciones diferentes, pero desgraciadamente ninguna de ellas ha sido difundida en publicaciones con suficiente profundidad y hay una laguna en el planteamiento general de este tipo de estructuras.

Este artículo intenta establecer una clasificación sencilla para animar a arquitectos e ingenieros a trabajar en este campo inexplorado.

Estructuras basadas en acordeones, sombrillas, paneles deslizantes, diafragmas, articulaciones, tijeras y otros mecanismos, se describen e ilustran brevemente.

Algunas de ellas se han construido, mientras que otras no han pasado de las especulaciones.

## SUMMARY

During last years an increasing demand of

solutions to cover eventually public spaces is forcing interesting research to provide adequate designs able to build roofs with possibilities of being extended or folded as much as possible, with the most simple devices, and in a short time.

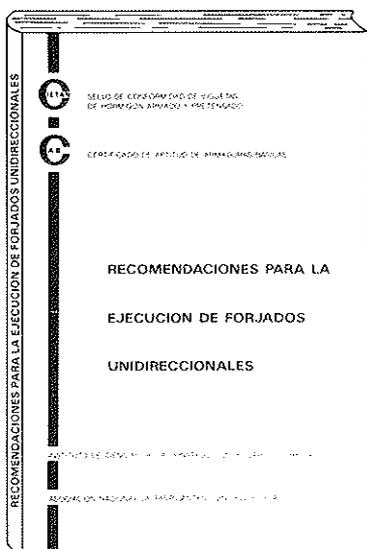
At this moment a lot of different proposals are being experienced but unfortunately not any of them have been extensively published and there is a lack of a general approach to the subject.

This paper try to stablish at first a simple classification to encourage architects and engineers to work in this unexplored field.

Structures based in the accordion, umbrellas, sliding panels, diaphragms, hinges, scissors and others are shortly described and conveniently illustrated.

Somme of them have been constructed while others remain inside the theoretical research yet.

\* \* \*



## RECOMENDACIONES PARA LA EJECUCION DE FORJADOS UNIDIRECCIONALES (EDICION REVISADA)

La Asociación Nacional de Fabricantes con Sello CIETAN, en colaboración con el INSTITUTO DE CIENCIAS DE LA CONSTRUCCION "EDUARDO TORROJA", continuando con la labor divulgadora iniciada con la edición del libro "RECOMENDACIONES PARA LA EJECUCION DE FORJADOS UNIDIRECCIONALES", publica una segunda edición del mismo, revisada, adecuándola a la Normativa vigente.

El libro persigue un doble objetivo: El primero, informar y dar a conocer a los técnicos y constructores que intervienen en la realización de un forjado, las distintas soluciones constructivas idóneas de acuerdo con la vigente Normativa, según sean los diversos tipos de forjados y apoyos, desde un punto de vista eminentemente práctico, intentando paliar la escasez en España de bibliografía que lo aborde. El segundo es dar a conocer, a todos los sectores implicados en la ejecución de forjados, la existencia de productos con Sello CIETAN.

La obra ofrece un amplio y detallado compendio de soluciones constructivas, desarrolladas de forma gráfica para su mejor y más fácil interpretación. En su redacción han participado todos los sectores implicados: técnicos, fabricantes y organismos públicos y privados ligados a la construcción.

Los interesados en esta publicación deberán dirigirse a:

Secretaría Sello CIETAN  
Instituto de Ciencias de la Construcción  
"EDUARDO TORROJA"  
C/Serrano Galvache, s/n.  
28033 MADRID  
Tel.: (91) 302 04 40

## Determinación de la porosidad y la permeabilidad del hormigón endurecido

Raúl García de Arriba  
Dr. Ing. Caminos  
Joaquín Díez-Cascón Sagrado  
Dr. Ing. Caminos  
Juan Antonio Polanco Madrazo  
Dr. Ing. Caminos  
E.T.S. Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos  
Universidad de Cantabria

### 1. INTRODUCCION

Al fraguar el hormigón, como consecuencia del endurecimiento de la pasta de cemento, queda constituido como un material surcado por toda una serie de poros y capilares, transformando al hormigón en un material poroso.

Este hecho es de gran importancia en orden a su durabilidad; por un lado, la acción de los agentes agresivos comienza en la superficie del hormigón, desarrollándose más tarde en el interior a través de los poros; por otro lado, la superficie interna de los poros es muchas veces mayor que la superficie exterior del hormigón, ampliando así drásticamente la superficie de actuación de los agentes agresivos.

En definitiva, la estructura de poros del hormigón determina, en gran manera, la intensidad de su interacción con el medio agresivo. Un hormigón con una estructura de poros inadecuada se ve, lógicamente, más afectado por la helada, por el ataque de aguas y suelos agresivos, por la penetración de cloruros, etc.

Con vistas a la durabilidad del hormigón, interesan tres aspectos de su estructura de poros: el volumen total de poros, su distribución en los diferentes tamaños de poro y el grado de accesibilidad de los mismos desde el exterior y su interconexión con el interior.

### 2. POROSIDAD

Un cuerpo poroso, como es el caso del hormigón, presenta dos tipos diferenciados de huecos: los que pueden ser accesibles o abiertos y con comunicación con el exterior, y los inaccesibles o cerrados y aislados del exterior.

A estos efectos, se pueden considerar las siguientes modalidades de porosidad (Fig. 1):

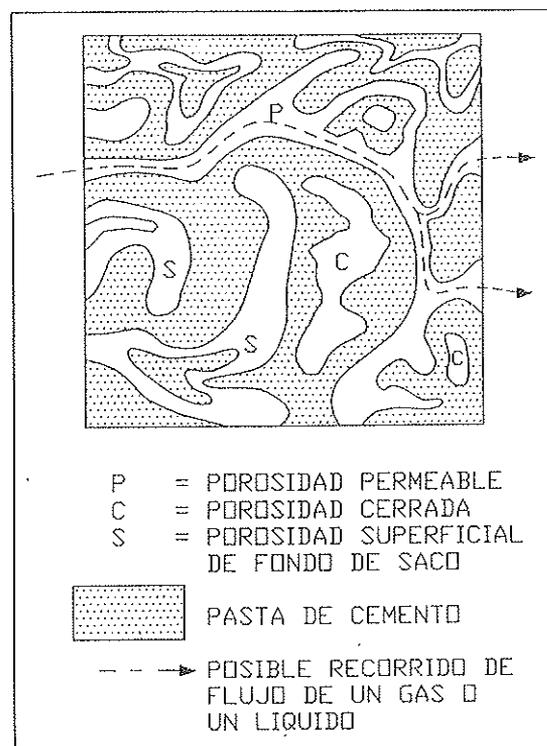


Fig. 1. Tipos de porosidades.

–**Porosidad total:** Es la fracción del volumen total de hormigón ocupada por los poros.

–**Porosidad abierta:** Es la parte de la porosidad total que comprende los poros conectados con el exterior.

–**Porosidad permeable:** Es la parte de la porosidad abierta que corresponde a poros intercomu-

nicados entre sí, permitiendo el paso de un fluido al interior del hormigón.

**-Porosidad superficial en fondo de saco:** Es la parte de porosidad abierta que corresponde a poros no comunicados con otros, no permitiendo el paso de fluido.

**-Porosidad cerrada:** Es la parte de la porosidad total que incluye los poros no conectados con el exterior y, por tanto, inaccesibles al medio agresivo externo.

El conocimiento de la estructura porosa puede dar una visión de la microestructura y comportamiento del material. Es evidente, que lo más ilustrativo y representativo de un material poroso es la forma en la que se encuentran distribuidos los tamaños de poros en el volumen total y no la medida aislada de su porosidad.

## 2.1. Determinación de la porosidad

Como se ha visto, existen distintos tipos de porosidad a la hora de cuantificar los huecos que presenta un hormigón. En general, no es la porosidad total el parámetro que interesa conocer, sino aquella porción de la misma que está conectada con el exterior, es decir, la porosidad abierta.

La porosidad total puede calcularse, a partir de los valores de las densidades, aparente y absoluta, del material, como:

$$P (\%) = \left( 1 - \frac{D_a}{SG} \right) * 100 \quad (1)$$

donde:

$P$  = Porosidad del hormigón en %.

$D_a$  = Densidad aparente seca del hormigón.

$SG$  = Densidad absoluta (peso específico del hormigón).

Si bien en la normativa española no existe un ensayo específico para la determinación de la porosidad del hormigón en estado endurecido, a partir de la norma UNE 83-312-90 (determinación de la densidad) (Ref. 2) se puede obtener la porosidad mediante la fórmula:

$$P (\%) = \frac{P_{ssv} - P_s}{V_a} * 100 \quad (2)$$

donde:

$P_{ssv}$ : Peso saturado superficie seca.

$P_s$ : Peso seco.

$V_a$ : Volumen aparente.

La normativa americana recoge, en la Norma ASTM C642-82 (Ref. 5), la forma de obtención

de la densidad y de la porosidad, calculándose mediante la fórmula:

$$P (\%) = \frac{P_{ssv} - P_s}{P_{ssv} - P_w} * 100 \quad (3)$$

donde:

$P_{ssv}$ : Peso saturado superficie seca.

$P_s$ : Peso seco.

$P_w$ : Peso de la muestra inmersa en agua.

Existe una recomendación provisional de la RILEM, la Norma CPC 11.3 "Absorption of water by immersion under vacuum" (Ref. 13), aplicable a todo tipo de hormigones. El procedimiento operativo para determinar la porosidad es el siguiente:

a) Desecar la probeta, hasta masa constante, en una estufa ventilada a la temperatura de  $105 \pm 5^\circ \text{C}$ .

b) Determinar la masa,  $P_s$ , después de enfriar la probeta hasta  $20 \pm 3^\circ \text{C}$ . Se considera que se alcanza la masa constante cuando, dos pesadas efectuadas con un intervalo de 24 horas, acusan una diferencia inferior al 0,1% de la masa de la probeta seca.

c) Se coloca la probeta, inmediatamente después de determinado su  $P_s$ , en un recipiente de vacío, en el cual la presión de aire sea inferior, en valor absoluto, a  $1 \text{ kN/m}^2$ . Este vacío se mantiene al menos durante 24 horas.

d) Se dispone de otro recipiente con agua, que ha estado al menos 2 horas sometida a una presión absoluta aproximadamente igual a la presión de vapor del agua a la temperatura dada (por ejemplo de  $1,9 \text{ kN/m}^2$  a  $17^\circ \text{C}$ , de  $2,8 \text{ kN/m}^2$  a  $23^\circ \text{C}$ ), para eliminar su contenido de aire. Los dos recipientes, junto con su contenido, deben estar mantenidos a una temperatura de  $20 \pm 3^\circ \text{C}$ .

e) Se trasvasa el agua de su recipiente al que contiene a la probeta. La cantidad de agua que se introduce debe ser la suficiente para sumergir la probeta, con un sobrenivel de 20 mm de agua. Durante todo el trasvase debe mantenerse la presión, en los dos recipientes, en un valor absoluto igual a la presión de vapor de agua correspondiente a la temperatura dada.

f) Cuando la probeta está completamente sumergida, se incrementa la presión en el recipiente hasta alcanzar la atmosférica. La probeta se conserva en el agua hasta que la masa sea constante. Se considera que se alcanza la masa constante,  $P_{ssv}$ , cuando dos pesadas sucesivas, efectuadas con un intervalo de 24 horas, acusan una diferencia inferior al 0,1% de la masa de la probeta sumergida. La primera medida debe realizarse a las 24 horas del restablecimiento de la pre-

sión atmosférica. Antes de cada pesada es necesario eliminar el agua superficial.

g) Alcanzada la masa constante  $P_{ss}$ , se pesa la probeta en el agua,  $P_w$ , con una precisión de al menos el 0,1%.

h) La porosidad se calcula como:

$$P (\%) = \frac{P_{ss} - P_s}{P_{ss} - P_w} * 100 \quad (4)$$

El procedimiento descrito, no acorta tiempos respecto al considerado en la Norma UNE 83-312-90. La ventaja del mismo radica, por un lado, en la extracción del aire acumulado en los poros al aplicar el vacío a la probeta seca, facilitando la entrada posterior del agua; y, por otro lado, en mejorar la penetración al someter al agua a una sobrepresión.

La recomendación presenta un error de transcripción importante; todos los valores de presión están equivocados. Donde dice 1, 1.9 y 2.8 kN/m<sup>2</sup> debe decir 0.01, 0.019 y 0.028 kN/m<sup>2</sup>, respectivamente.

En el presente trabajo se ha desarrollado un método para la determinación de la porosidad tomando como referencia el de la norma RILEM CPC 11.3.

## 2.2. Desarrollo del método de medición de la porosidad

### 2.2.1. Objetivo del ensayo

Como se ha expuesto anteriormente, existen dos tipos fundamentales de porosidad:

- Porosidad cerrada (inaccesible).
- Porosidad abierta (accesible).

La porosidad abierta se divide en permeable (permite la circulación de un fluido) y superficial en fondo de saco (no permite la circulación del fluido, aún estando conectada con el exterior).

Con el método desarrollado se pretende medir la porosidad abierta.

### 2.2.2. Medios de ensayo

El método que se propone está basado en la Norma RILEM CPC 11.3, siendo similares los medios necesarios para su realización:

- Estufa con ventilación forzada, regulable a  $105 \pm 5^\circ\text{C}$ .
- Balanza con una precisión superior al 0,05% del peso de la muestra.
- Depósito que soporte la depresión de vacío,

pudiéndose llegar a una presión absoluta de 0,01 kN/m<sup>2</sup>.

-Bomba de vacío capaz de alcanzar una presión de vacío de 0,01 kN/m<sup>2</sup>.

### 2.2.3. Tamaño de la muestra

El tamaño de la muestra debe ser tal que:

- $V (\text{cm}^3) \geq 150 * T_{\text{máx}} (\text{cm})$  del árido utilizado.

-Ningún punto del interior de la muestra debe estar alejado más de 100 mm de la superficie.

### 2.2.4. Procedimiento operativo

En este apartado, se presenta el procedimiento operativo del ensayo, quedando pendientes de determinación los parámetros que definen completamente la metodología que hay que seguir. Para la definición de estos parámetros se realizan múltiples ensayos, chequeos y comprobaciones, que se exponen posteriormente.

El procedimiento operativo para la obtención de la porosidad abierta es:

a) Determinación del peso seco:

Las muestras se introducen en estufa ventilada a  $105 \pm 5^\circ\text{C}$ , hasta peso constante, ( $P_s$ ). Este peso se determina inmediatamente después de enfriar las probetas a una temperatura de  $20 \pm 3^\circ\text{C}$ .

b) Aplicación del vacío a la muestra:

La muestra, una vez enfriada y pesada, se coloca en un recipiente hermético capaz de soportar la depresión originada por la bomba de vacío. A continuación, se pone en funcionamiento la bomba, de forma que la presión dentro del recipiente se sitúe por debajo de un valor absoluto de 0,01 kN/m<sup>2</sup>. El vacío se mantiene durante un tiempo dado.

c) Inmersión de la muestra en agua, bajo vacío:

Se introduce agua destilada y desaireada dentro del recipiente que contiene las muestras, manteniendo durante la operación el nivel de vacío. La cantidad de agua debe ser suficiente para que las muestras queden sumergidas, cubriéndolas totalmente con, al menos, 20 mm de agua. A continuación, se mantiene el vacío durante otro intervalo de tiempo.

d) Determinación del peso saturado:

Transcurrido el tiempo prefijado desde que se sumergen las probetas, se eleva la presión en el recipiente hasta alcanzar la atmosférica.

Transcurrido otro tiempo prefijado, se extraen las muestras, se seca su superficie para eliminar el exceso de agua, se depositan en la balanza y se obtiene su peso saturado superficie seca ( $P_{ss}$ ).

e) Determinación del volumen de la muestra:

Mediante una balanza hidrostática, se calcula el volumen de agua que desaloja la muestra y se obtiene el volumen aparente ( $V_a$ ).

La porosidad se calcula según la fórmula (2).

### 2.2.5. Determinación de los parámetros de ensayo

Con el objeto de determinar los parámetros de ensayo, se procede a analizar 15 muestras, que abarcan un amplio espectro de porosidades (del 8% al 22%), las cuales se someten a un completo abanico de situaciones. Los casos analizados y los resultados de porosidad obtenidos, se presentan en la Tabla 1.

Según la Norma RILEM CPC 11.3, para la obtención de los pesos, tanto el saturado superficie seca como el seco, de cada una de las muestras, se precisa que entre dos determinaciones sucesivas, espaciadas 24 horas, exista una diferencia inferior al 0,1%. En este ensayo se adoptan los mismos márgenes.

Con el objeto de analizar el error de ensayo con el margen adoptado, supongamos un hormigón de densidad aparente saturada superficie seca de valor  $d_{asss}$  t/m<sup>3</sup>. Al realizar la saturación, el error permitido será de  $\pm 0,001 * P_{ssx}$ . La situación más desfavorable será aquella en la que obtengamos un  $P_{ssx}$  menor del real ( $-0,001 * P_{ssx}$ ), lo que conduce a una porosidad:

$$P_{ad}(\%) = \frac{P_{ssx} - 0,001 * P_{ssx} - P_x}{V_a} * 100 =$$

$$= P(\%) - \frac{0,001 * P_{ssx}}{V_a} * 100 \quad (5)$$

$$P_{ad}(\%) = P(\%) - 0,1 * d_{asss}$$

Suponiendo el límite inferior de la  $d_{asss}$  de 2,0 t/m<sup>3</sup> para los hormigones normales (definido en el artículo 1º de la EH-91) el error cometido respecto de la situación de máxima saturación es de 0,2 (%).

Las situaciones analizadas para la determinación de los parámetros de ensayo son:

-Caso A: Se somete la muestra a 24 horas de vacío, seguidas de otras 24 horas sumergidas en agua bajo vacío, y se finaliza con 48 horas sumergidas en agua bajo presión atmosférica (porosidad de referencia).

-Caso B: Idéntico al caso A con 24 horas sumergidas en agua a presión atmosférica en lugar de las 48 de éste.

-Caso C: El procedimiento definido en la Norma RILEM CPC 11.3.

-Caso D: El procedimiento definido en la Norma RILEM CPC 11.3, con 24 horas más de inmersión de la muestra a presión atmosférica.

-Caso E: Se somete la muestra a una inmersión de 72 horas, siguiendo las indicaciones de la Norma UNE 83-312-90.

-Caso F: Se somete la muestra a una hora en vacío, seguida de una hora en vacío con la muestra sumergida en agua y una hora más de inmersión bajo presión atmosférica.

-Caso G: El caso F más una hora en todas las situaciones.

-Caso H: El caso F más dos horas en todas las situaciones.

-Caso I: El caso F más tres horas en todas las situaciones.

**TABLA 1**  
**Porosidades**

Nº	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	8,95	8,95	8,95	8,95	7,13	7,28	8,05	8,93	8,93
2	8,40	8,39	8,40	8,40	6,94	6,96	7,95	8,30	8,33
3	11,16	11,16	11,16	11,15	10,11	10,03	10,45	11,09	11,13
4	9,57	9,56	9,55	9,56	8,50	8,57	8,89	9,52	9,47
5	11,35	11,35	11,35	11,35	9,84	10,00	11,05	11,28	11,30
6	11,78	11,78	11,78	11,79	10,12	10,26	11,23	11,80	11,77
7	8,63	8,63	8,64	8,64	7,79	7,97	8,13	8,54	8,56
8	10,69	10,69	10,68	10,68	9,89	9,95	10,36	10,62	10,62
9	10,09	10,07	10,04	10,06	9,24	9,33	9,46	9,98	9,94
10	10,54	10,53	10,49	10,51	9,91	9,84	10,12	10,53	10,50
11	17,69	17,69	17,70	17,70	17,50	17,56	17,46	17,67	17,61
12	17,65	17,65	17,64	17,66	17,54	17,64	17,50	17,65	17,65
13	14,70	14,71	14,68	14,68	14,43	14,40	14,17	14,69	14,51
14	18,61	18,60	18,60	18,60	18,60	18,58	18,52	18,62	18,63
15	21,37	21,36	21,38	21,37	21,30	21,33	21,27	21,36	21,36

El método admisible será aquél que obtenga una porosidad nunca inferior a la obtenida por el método A menos 0,2%. Los datos presentados en la Tabla 1 revelan las siguientes conclusiones:

1) En los casos B, C (Norma RILEM CPC 11.3), D, H e I, se obtienen resultados correctos en todas las muestras.

2) En los casos E, F y G los resultados no son correctos.

Por lo tanto, se considera que con la situación H se determina correctamente y de la forma más rápida la porosidad abierta, por lo cual es la que se escoge como método de determinación de la misma.

El método propuesto se ha contrastado con probetas de mortero, elaboradas con arena normalizada, diferentes tipos de conglomerante y a diferentes edades, comparándose sus resultados con los alcanzados mediante ensayo en porosímetro de mercurio. En la Tabla 2, se muestran los resultados obtenidos, destacándose el grado de similitud alcanzado.

**TABLA 2**

Porosidad (%)	
Ensayo saturación con vacío	Porosímetro Mercurio
17,7	17,9
16,4	17,7
17,6	18,7
18,5	18,5
18,3	19,2
16,2	16,1
15,3	16,4
16,3	16,4
18,4	18,0
19,4	19,6
16,2	16,3
14,7	15,9
15,6	15,4
17,2	18,2
18,1	18,6

### 3. PERMEABILIDAD

Se considera a la **permeabilidad** como una propiedad de flujo, característica de los medios porosos y se define como la facilidad con que un fluido pasa a través de ellos cuando están sometidos a un diferencial de presión. Este gradiente de presiones evita la confusión con otros procesos de transferencia de fluidos, tales como la difusión o la absorción, en los que las causas que provocan el fenómeno pueden ser, bien la existencia de un gradiente de concentración, bien la ascensión capilar.

Aunque en un principio podría pensarse que un cuerpo es tanto más permeable cuanto más poroso es, eso no es así. Es evidente que la permeabilidad no depende de la porosidad total, sino de la porosidad permeable. En consecuencia, se pueden encontrar materiales que, aún siendo muy elevados sus valores de porosidad, son altamente impermeables; y viceversa.

Para la cuantificación del grado de permeabilidad de un material, se determina el coeficiente de permeabilidad por la aplicación de la ley de Darcy del flujo unidireccional de un fluido en un medio poroso, que en su forma más general (teniendo en cuenta las características del fluido) viene expresada como:

$$v = \frac{Q}{A} = \frac{-K}{\mu} * \frac{\delta p}{\delta L} \quad (6)$$

donde:

$v$  = Velocidad de flujo del fluido (m/s).

$Q$  = Caudal que atraviesa la muestra (m<sup>3</sup>/s).

$A$  = Sección de la muestra perpendicular a la dirección del flujo (m<sup>2</sup>).

$K$  = Coeficiente de permeabilidad intrínseco (m<sup>2</sup>).

$\mu$  = Viscosidad dinámica del fluido (N\*s/m<sup>2</sup>).

$\delta p/\delta L$  = Variación de la presión con relación a la longitud  $L$  de la muestra (N/m<sup>2</sup>/m).

El coeficiente de permeabilidad intrínseco, por lo tanto, no depende de las características del fluido actuante, sino únicamente de la geometría del medio poroso.

#### 3.1. Determinación de la permeabilidad a gases

De las Normas y recomendaciones que utilizan gases para la obtención de la permeabilidad de medios porosos, se pueden destacar las siguientes:

–Norma ASTM C-577-68 (Ref. 4) para la obtención de la permeabilidad de refractarios.

–Recomendación PRE (Ref. 12) para la determinación de la permeabilidad a gases de productos refractarios.

–Recomendación del Cembureau (Ref. 10) para medida de la permeabilidad al oxígeno del hormigón.

–Recomendación de S. Alegre y J.A. Lechuga (Ref. 3) para la determinación de la permeabilidad a gases del hormigón. Método del Cale.

–Recomendación del Departamento de Ingeniería Civil de la Universidad de Leeds (Gran Bretaña) (Ref. 7) para la determinación de la permeabilidad del hormigón al oxígeno.

Tanto la Norma como las Recomendaciones siguen unas pautas similares en la ejecución del ensayo:

a) Preparación de la muestra:

Esta fase incluye la adecuación geométrica de la muestra a la célula de presión utilizada en cada caso. En las recomendaciones para determinar la permeabilidad en hormigones, se parte, en todos los casos, de muestras totalmente secas.

b) Colocación de la muestra en la célula de presión:

En esta fase, tanto la norma como las diferentes recomendaciones, diseñan su propia célula de presión.

c) Aplicación de una presión de gas:

La norma ASTM C-577-68 para la obtención de la permeabilidad de refractarios, aplica una diferencia de presión única (24 cm de Hg). Las recomendaciones utilizan diferentes escalones de presión, no superando, en ningún caso, las 4,5 atmósferas (absolutas) de presión. Mención aparte requiere el método del Cale, en el cual se aplica una presión absoluta inicial fija (2 atmósferas), cerrándose a continuación el suministro de gas y midiéndose el tiempo que tarda en disminuir la presión hasta un valor prefijado (15 atmósferas).

d) Medida del flujo:

Todos los métodos, a excepción del Cale, establecen un tiempo para la regularización del flujo, entre 5 y 30 minutos, midiéndose posteriormente el caudal de gas mediante el uso de flujómetros o caudalímetros de pompa de jabón. El método del Cale, como se ha mencionado, mide el tiempo transcurrido entre dos presiones prefijadas.

Para el análisis del fenómeno de la permeabilidad a gases de un medio poroso, todos los métodos mencionados se basan en el modelo general de la ley de Darcy aplicada a fluidos compresibles:

$$Q = \frac{K * A * (P_2 - P_1)}{\eta * L} \quad (7)$$

donde:

$Q$  = Caudal de gas circulante ( $m^3/s$ ).

$K$  = Permeabilidad intrínseca ( $m^2$ ).

$A$  = Sección de la muestra ( $m^2$ ).

$P_2$  = Presión en la entrada de la muestra ( $N/m^2$ ).

$P_1$  = Presión en la salida de la muestra ( $N/m^2$ ).

$\eta$  = Viscosidad dinámica del gas ( $N*s/m^2$ ).

$L$  = Longitud de la muestra (m).

cumpliendo, para unas condiciones de ensayo dadas, que el producto  $P*Q$  es constante en cada sección transversal de la muestra.

Si se define el caudal medio ( $\bar{Q}$ ) como el correspondiente a la presión media de la muestra ( $(P_1 + P_2)/2$ ), se tiene:

$$\bar{Q} = \frac{2 * P_1 * Q_1}{P_1 + P_2} \quad (8)$$

Introduciendo el caudal obtenido, en la fórmula de Darcy:

$$\frac{2 * P_1 * Q_1}{P_1 + P_2} = \frac{K * A * (P_2 - P_1)}{\eta * L} \quad (9)$$

$$K = \frac{2 * P_1 * Q_1 * \eta * L}{A * (P_2^2 - P_1^2)} \quad (10)$$

donde:

$Q_1$  = Caudal de gas medido a la salida de la muestra ( $m^3/s$ ).

Las demás variables tienen el mismo significado que anteriormente.

### 3.2. Desarrollo del método de medición de la permeabilidad de hormigones

#### 3.2.1. Objeto del ensayo

La medición de la permeabilidad al agua, presenta una serie de inconvenientes que hacen poco precisa o imposible la validación del ensayo de permeabilidad en los hormigones.

El objeto del ensayo es la caracterización del hormigón en relación a su permeabilidad frente a un gas.

#### 3.2.2. Revisión de las normativas y recomendaciones existentes

En el apartado anterior, se han reseñado las posibles Normas y Recomendaciones susceptibles de ser aplicadas para la determinación de la permeabilidad a gases de un material poroso. La principal diferencia existente entre las mismas es la célula de presión utilizada para confinar la muestra. Así, la utilizada por la recomendación del Cembureau es la diseñada por la Cement and Concrete Association. El esquema de la misma se muestra en la figura 2. El Departamento de Ingeniería Civil de la Universidad de Leeds (Gran Bretaña) utiliza la célula esquematizada en la figura 3. S. Alegre y J.A. Lechuga propugnan un sistema con probetas fabricadas al efecto (véase figura 4). Para materiales refractarios, la recomendación PRE propone dos células posibles (figura 5) y la C-577 de la ASTM presenta el utillaje de la figura 6.

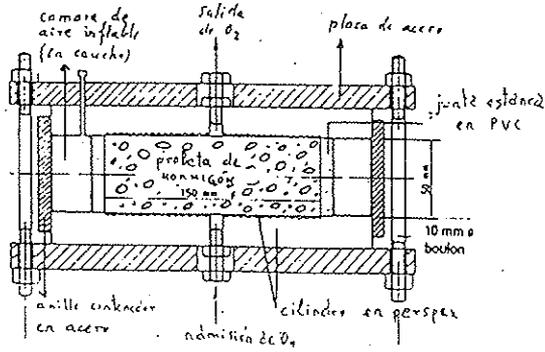


Fig. 2. Esquema de la célula utilizada por el método Cembureau.

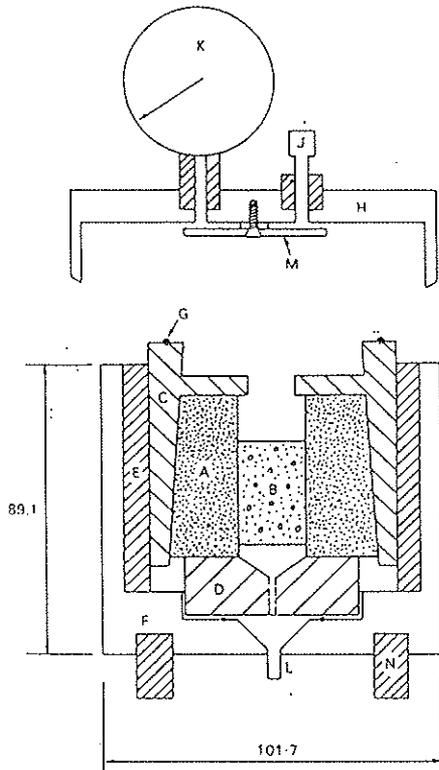


Fig. 3. Esquema de la célula utilizada en la Universidad de Leeds.

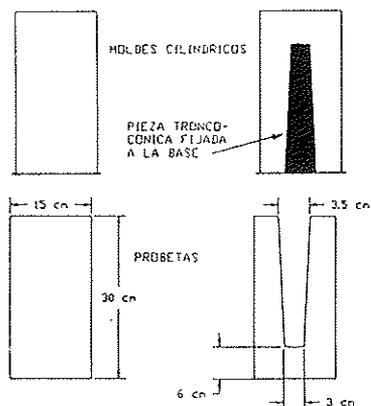


Fig. 4. Probetas utilizadas para determinación de resistencias (izda.) y permeabilidades (dcha.).

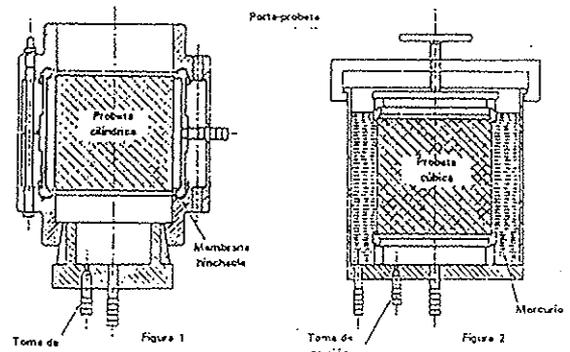


Fig. 5. Células propuestas por la recomendación PRE.

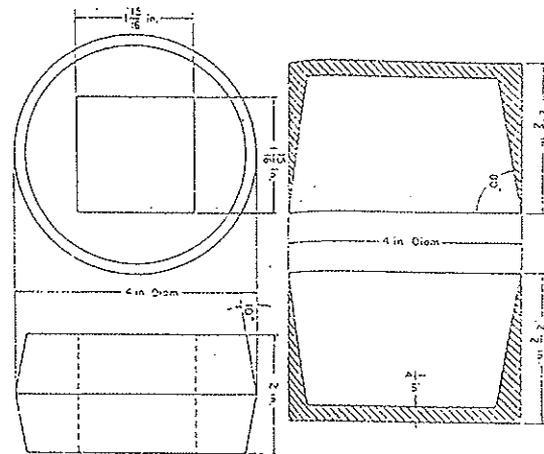


Fig. 6. Célula utilizada por la ASTM C 577 para materiales refractarios.

En España, Muñoz Martialay (Ref. 11), ha desarrollado un método de ensayo de permeabilidad de hormigón a gases. El esquema general del dispositivo se muestra en la figura 7.

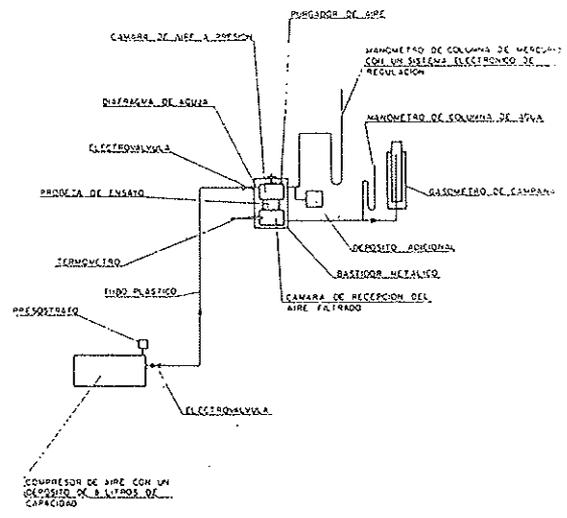


Fig. 7. Esquema del permeabilímetro diseñado por Muñoz Martialay.

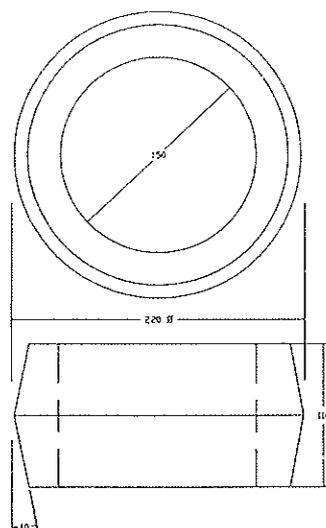
Para este trabajo, se optó por adaptar a las características de las muestras de hormigón la célula reseñada en la normativa ASTM C-557. Para ello, fue necesario optimizar las dimensiones de los anillos metálicos, los ángulos de acoplamiento entre dichos anillos y el molde de goma, así como su dureza y espesor.

Los anillos metálicos, en acero inoxidable, se conforman con una tubería cilíndrica de 220 mm de diámetro exterior, 70 mm de longitud y 12,5 mm de espesor, a la que se suelda en una de sus bases un disco de 16 mm de espesor. En la cara interior se le practica un rebaje troncocónico que forma un ángulo con el eje de la tubería de 12,5°.

El molde de goma consiste en dos troncos de cono unidos por su base mayor, con un taladro cilíndrico pasante de 150 mm de diámetro. Los troncos de cono presentan unas bases de 200 y 220 mm y una altura de 55 mm, lo que equivale a un ángulo de 10° con el eje. Para realizar ensayos sobre testigos de diámetros distintos a las probetas normalizadas, se acopla un anillo de goma, con diámetro exterior de 150 mm y con diámetro interior el del testigo. El caucho con el que se fabrica el molde de goma tiene unas características de dureza de 65 Shore A.

La diferencia de ángulos de la goma y los anillos, tiene por finalidad conseguir que, durante la ejecución del ensayo, toda la superficie lateral de la muestra esté comprimida, existiendo una mayor presión en los extremos de la muestra, y no uniforme como en el caso de la célula propuesta en la Norma ASTM C 577. De esta forma se asegura un perfecto ajuste en la superficie lateral cercana a las bases de la probeta.

En la figura 8 se esquematiza la célula desarrollada para la medida de permeabilidad al oxígeno, así como la goma de ajuste.



Dimensiones en mm.

### 3.2.3. Medios de ensayo

El aparataje necesario para llevar a cabo el ensayo que se propone consiste en:

- Estufa con ventilación forzada, regulable a  $105 \pm 5^\circ\text{C}$ .
- Bombona de oxígeno, con manorreductor para control de la presión aplicada.
- Caudalímetros de pompa de jabón, para medida del caudal de salida de oxígeno.
- Bastidor y gato hidráulico, para poder ajustar la muestra de hormigón.
- Célula y goma portamuestras.

### 3.2.4. Forma y tamaño de la muestra

La forma adoptada para la muestra, como se deduce de la definición de la célula utilizada, es cilíndrica, debido a dos razones fundamentales:

1) Es la geometría habitual, tanto en probetas de laboratorio como en probetas testigo. Además, al adoptarse una célula de forma cilíndrica, en el ajuste o apriete de la misma, la presión ejercida por la goma sobre la probeta es uniforme, asegurándose un mejor sellado. No ocurre así en la célula de la ASTM C 577-68, pues al tratarse de muestras paralelepédicas, se produce una mayor presión sobre las aristas que sobre las caras.

2) El escaso trabajo que requiere la preparación de la muestra, debiéndose únicamente realizar un corte para ajustar su longitud.

Respecto al diámetro de muestra, se ha establecido un límite superior de 150 mm (diámetro de la probeta recomendada por la Norma UNE 83-301-84) (Ref. 1) y un inferior de 90 mm (mínimo diámetro por debajo del cual, con las dimensiones de

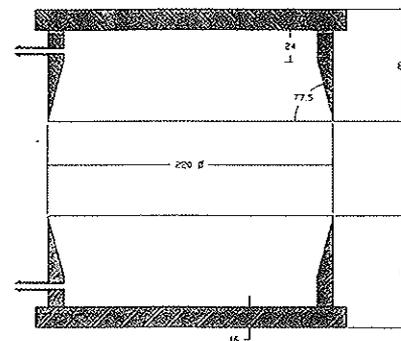


Fig. 8. Esquema de la célula de permeabilidad al oxígeno.

la célula desarrollada, se exige un excesivo esfuerzo para ajustar la goma).

Se ha adoptado como altura de la muestra,  $100 \pm 5$  mm, por las siguientes razones:

1) No es aconsejable dimensiones menores, debido al tamaño máximo del árido de los hormigones de uso convencional.

2) La adopción de alturas mayores trae consigo dos problemas adicionales:

-Se requiere un mayor esfuerzo para el correcto ajuste del caucho a la muestra.

-Se requiere una mayor presión del gas circulante, para producir un flujo medible.

### 3.2.5. Procedimiento operativo

La ejecución del ensayo se desarrolla de la siguiente forma:

1) La muestra se seca en estufa, a  $105 \pm 5^\circ\text{C}$ , y se enfría hasta temperatura ambiente. Posteriormente, se recubre lateralmente con una fina película de silicona.

2) Se introduce la muestra en el caucho, se coloca entre los dos anillos metálicos y se aproximan ambos elementos mediante la acción de un gato hidráulico, asegurando el buen ajuste de todo el conjunto.

3) Se aplica un flujo de oxígeno a una de las caras de la muestra, mediante una bombona provista de manorreductor. El flujo se estabiliza al cabo de 15 minutos.

4) El caudal de oxígeno que atraviesa la probeta, se conduce hacia unos caudalímetros de bomba de jabón.

5) Se realizan, como mínimo, 5 determinaciones, y se comprueba la repetitividad de resultados.

### 3.2.6. Expresión de los resultados

Se calcula la permeabilidad a gases con la fórmula general de Darcy aplicada a fluidos compresibles (10), que particularizada al oxígeno ( $\eta = 2,02 \cdot 10^{-5} \text{ N} \cdot \text{s}/\text{m}^2$ ) y con una presión de salida ( $P_1$ ) igual a la presión atmosférica, se transforma en:

$$K_m = \frac{4,04 \cdot 10^{-10} \cdot R \cdot L}{A \cdot (P_2^2 - 1)} \quad (11)$$

donde:

$K_m$  = Permeabilidad intrínseca ( $\text{m}^2$ ).

$R$  = Caudal de oxígeno medido a la salida de la célula ( $\text{m}^3/\text{s}$ ).

$L$  = Longitud de la muestra (m).

$A$  = Sección transversal de la muestra ( $\text{m}^2$ ).

$P_2$  = Presión absoluta en la entrada de la célula (bar).

La presión del oxígeno en la cara superior de la muestra, necesaria para establecer el flujo, depende de la permeabilidad de la muestra y varía entre 0,5 y 2 bars.

La adopción de presiones mayores de trabajo conlleva un mayor riesgo de producir roturas capilares que falseen la permeabilidad obtenida.

Un esquema general del dispositivo se presenta en la figura 9.

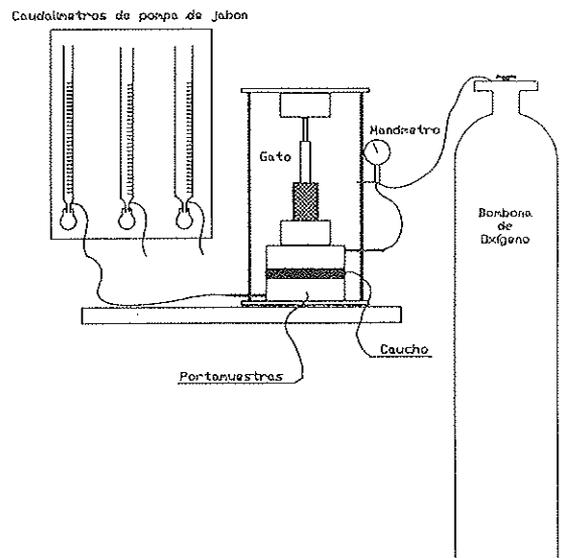


Fig. 9. Esquema ensayo de permeabilidad al oxígeno.

### 3.2.7. Comprobación del método de ensayo

Al método de medida de la permeabilidad al oxígeno desarrollado en el presente trabajo, se le pueden hacer, en principio, dos objeciones:

-¿Resulta adecuado el ajuste obtenido entre muestra y goma?

-¿Es el método repetitivo y sensible?

Para solventar la primera cuestión, se prepara una muestra totalmente impermeable (acero) y se procede a su ensayo. El ajuste obtenido por la goma es adecuado hasta presiones por encima de los 5 bars (presión muy superior a las de trabajo propuestas).

En relación a la segunda pregunta, y después de numerosos ensayos con distintos tipos de muestras se concluye que: las medidas realizadas después de la estabilización del flujo, tiempo mínimo de circulación de 15 minutos, son repetitivos y sensibles a la variación de los parámetros que definen la composición de la mezcla.

3.2.8. Correlación entre permeabilidades al agua y al oxígeno

Para el estudio de hormigones, resulta práctica común determinar la permeabilidad al agua, expresando los valores del coeficiente de permeabilidad en términos de velocidad del flujo (m/s). Este coeficiente, que denominaremos coeficiente de permeabilidad Darcy ( $K_{LD}$ ) se obtiene de la fórmula general (7) si no se considera la viscosidad dinámica del fluido y se expresa el diferencial de presión aplicado, en términos de columna de agua equivalente (h). Así:

$$K_{LD} = \frac{Q * L}{h * A} \quad (12)$$

donde:

$K_{LD}$  = Coeficiente de permeabilidad obtenido por Darcy para fluidos no compresibles (m/s).

$Q$  = Caudal de líquido que atraviesa la muestra ( $m^3/s$ ).

$L$  = Longitud de la muestra (m).

$h$  = Altura de agua correspondiente (m).

$A$  = Sección transversal de la muestra ( $m^2$ ).

Para transformar esta permeabilidad en intrínseca, se opera en la fórmula general de la Ley de Darcy (7), teniendo en cuenta que la diferencia de presión aplicada, ( $P_2 - P_1$ ), en el caso de que el fluido sea un líquido es equivalente a  $\rho * g * h$ :

$$K_L = \frac{Q * L * \eta}{A * (P_2 - P_1)} = \frac{Q * L * \eta}{A * h * \rho * g} = \frac{K_{LD} * \eta}{\rho * g} \quad (13)$$

donde:

$K_L$  = Permeabilidad intrínseca del material ( $m^2$ ).

$Q$  = Caudal de líquido que atraviesa la muestra ( $m^3/s$ ).

$L$  = Longitud de la muestra (m).

$\eta$  = Viscosidad del líquido ( $10^{-3} N * s/m^2$  para el agua).

$A$  = Sección transversal de la muestra ( $m^2$ ).

$P_1$  = Presión de salida ( $N/m^2$ ).

$P_2$  = Presión de entrada ( $N/m^2$ ).

$P_2 - P_1$  = Diferencia de presiones =  $h * \rho * g$ .

$h$  = Altura de agua correspondiente (m).

$\rho$  = Densidad del líquido ( $kg/m^3$ ).

$g = 9,81 m/s^2$ .

$K_{LD}$  = Coeficiente de permeabilidad obtenido por Darcy para fluidos no compresibles (m/s) que aplicada al agua se transforma en:

$$K_L = 1.02 * 10^{-7} * K_{LD} \quad (14)$$

En el presente trabajo se han realizado determinaciones del coeficiente de permeabilidad utilizando oxígeno y agua. Para la determinación del coeficiente de permeabilidad al oxígeno se ha procedido según lo explicado en los apartados anteriores; en el caso del agua, el método utilizado es el prescrito por la propuesta de Norma UNE 83-309-90, con la aplicación de la fórmula de O. Valenta (Ref. 14) para la determinación del coeficiente de permeabilidad Darcy:

$$K_{LD} = \frac{x^2 * p}{2 * h * t} \quad (15)$$

donde:

$x$  = Profundidad de penetración del agua en la muestra (m).

$p$  = Porosidad de la muestra en la zona de penetración, en tanto por uno.

$h$  = Carga hidráulica (m).

$t$  = Tiempo de duración del ensayo (s).

Se ha dispuesto de hormigones de uso hidráulico de dosificaciones bien diferenciadas y de hormigones y morteros realizados en laboratorio con unas importantes variaciones en su dosificación. Los más de 500 pares de datos obtenidos se representan en la figura 10.

PERMEABILIDAD AGUA vs. OXIGENO  
PRESA BAYONA, SANTA EUGENIA, DOSIFICACIONES Y MORTEROS

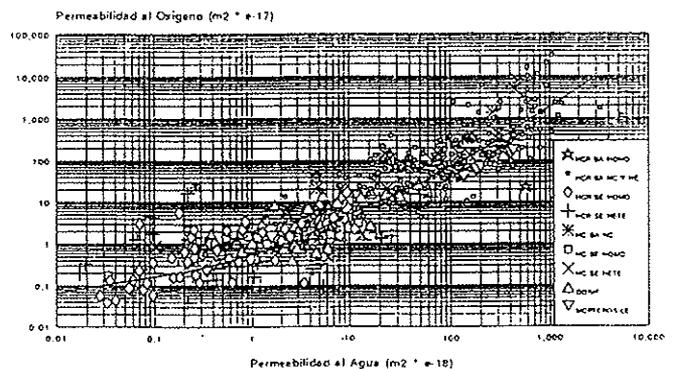


Fig. 10. Relación entre permeabilidades al agua y al oxígeno.

La correlación obtenida entre ambos coeficientes de permeabilidad viene dada por:

$$K_{ox} = 0.79716 * K_L^{0.73012} * K_L^{0.08099 * \log(K_L)} \quad (16)$$

Como puede observarse, la relación obtenida entre ambos coeficientes de permeabilidad intrínsecos no es lineal.

Una revisión bibliográfica de las teorías existentes y ensayos realizados referentes a la obtención de una correlación entre las permeabilidades

a líquidos y a gases, arroja, como correlación más aceptada, la obtenida por L.J. Klinkenberg (Ref. 9), de la forma:

$$K_G = K_L \left( 1 + \frac{b}{\bar{p}} \right) \quad (17)$$

donde:

$K_G$  = Coeficiente de permeabilidad al gas ( $m^2$ ).

$K_L$  = Coeficiente de permeabilidad intrínseco ( $m^2$ ), obtenido mediante líquidos.

$b$  = Parámetro de ajuste, dependiente de la naturaleza del gas y de la geometría del medio poroso.

$\bar{p}$  = Presión media,  $(P_1 + P_2)/2$  (bars).

P.B. Bamforth (Ref. 6) confirma y amplía con nuevos ensayos la correlación presentada por Klinkenberg. Utiliza agua como líquido y nitrógeno como gas, obteniendo un ajuste del parámetro  $b$  de la forma:

$$b = 1.635 * 10^{-8} * K_L^{-0.5227} \quad (18)$$

Realizando un ajuste con los pares de valores obtenidos en la presente experimentación, se llega a una correlación del parámetro  $b$  en la forma (Ref. 8):

$$b = 1.67 * 10^{-8} * (K_L - 1.82 * 10^{-21})^{-0.49069} \quad (19)$$

Lo que nos permite, dando a la presión media aplicada distintos valores, y tratándose de oxígeno el fluido utilizado, presentar las curvas de correlación que se incluyen en la figura 11.

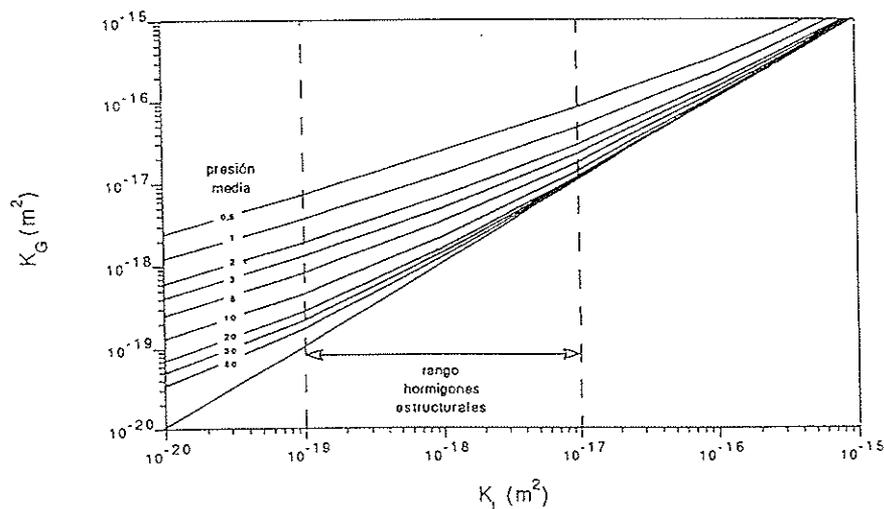


Fig. 11. Relación entre coeficientes de permeabilidad al oxígeno y al agua, para diferentes presiones del gas.

En el rango de los hormigones estructurales y aceptando, desde un punto de vista práctico, que las correlaciones entre la  $K_G$  y la  $K_L$  pueden aproximarse a una recta de regresión, se puede deducir una fórmula sencilla para calcular el coeficiente de permeabilidad de Darcy al agua, expresado en  $m/s$ , a partir del coeficiente de permeabilidad al oxígeno, expresado en  $m^2$ , cuando la presión de

oxígeno aplicada entra dentro del rango de 0,5 a 2 bars.

La ecuación de la recta de regresión, ajuste de todos los datos disponibles, tiene la expresión:

$$K_G = 1.46 * K_L^{0.9518} \quad (20)$$

Teniendo en cuenta que para el agua,  $K_L = 1.02 * 10^{-7} * K_{LD}$ , sustituyendo se obtiene:

$$K_{LD} = 6.59 * 10^6 * K_{OX}^{1.050} \quad (21)$$

#### 4. CONCLUSIONES

De los presentes trabajos puede concluirse:

–El ensayo desarrollado para la determinación de la porosidad abierta de hormigones, acorta tiempos respecto de los existentes, mostrando además una mayor eficiencia en la saturación total de la muestra.

–El método desarrollado para la determinación de la permeabilidad al oxígeno de hormigones, se muestra muy sensible, preciso y rápido de ejecución, siendo además un ensayo no destructivo, permitiendo el uso de la muestra para cualquier otra determinación.

–La correlación obtenida entre la permeabilidad al oxígeno y al agua, permite obtener valores de permeabilidad más familiares en el campo de la ingeniería civil, mediante métodos más precisos y sensibles.

#### AGRADECIMIENTOS

Agradecemos a Iberdrola y OCIDE la colaboración y financiación de estos estudios.

#### BIBLIOGRAFIA

- 1) AENOR. Normas UNE. UNE 83-301. "Fabricación y conservación de probetas". Madrid, 1989.
- 2) AENOR. Normas UNE. UNE 83-312. "Ensayos de hormigón. Hormigón endurecido, determinación de la densidad". Madrid, 1989.

3) Alegre, S., Lechuga, J.A. "Permeabilidad del hormigón a los gases y líquidos. Nuevo método de determinación". *Materiales de construcción*. Vol. 34, Nº 195, Julio/Agosto/Septiembre 1984, pág. 3-15.

4) ASTM. C 577-68. "Standard method of test for permeability of refractories". 1989 Annual Book of ASTM Standards. Volume 04.02. Concrete and Aggregates. Filadelfia, 1989.

5) ASTM. C 642-82. "Test method for specific gravity, absorption and voids in hardened concrete". 1989 Annual Book of ASTM Standards. Volume 04.02. Concrete and Aggregates. Filadelfia, 1989.

6) Bamforth, P.B. "The relationship between permeability coefficients for concrete obtained using liquid and gas". *Magazine of Concrete Research*: Vol. 39, Nº 138, Marzo 1987, pág. 3-11.

7) Cabrera, J.G., Lynsdale, C.J. "A new gas permeameter for measuring the permeability of mortar and concrete". *Magazine of Concrete Research*: Vol. 40, Nº 144, Septiembre 1988, pág. 177-182.

8) García de Arriba, Raúl. "Diseño y caracterización de hormigones compactados con rodillo. Aplicación a presas de fábrica". Tesis Doctoral. Escuela de Caminos, Canales y Puertos. Dpto. de Ciencias y Técnicas del Agua y del Medio Ambiente. Santander, 1993.

9) Klinkenberg, L.J. "The permeability of porous media to liquids and gases". *Drilling and Production Practice*, American Petroleum Institute (API). Pág. 200-213.

10) Kollek J.J. "Medida de la permeabilidad del hormigón al oxígeno, por el método Cembureau". *Ciment, bétons, plâtres, chaux* Nº 778-3/89.

11) Muñoz Martialay, R. "Permeabilidad al aire del hormigón". Instituto Eduardo Torroja de la Construcción y del Cemento. Monografía Nº 332. Madrid, 1975.

12) PRE, 16ème recommandation. "Détermination de la perméabilité aux gaz des produits réfractaires façonnés denses".

13) RILEM. CPC 11.3, Recommendation. "Absorption of water by immersion under vacuum".

14) Valenta, O. "The permeability and the durability of concrete in aggressive conditions". *ICOLD*, Q. 39 R6. Montreal, 1970.

## RESUMEN

Generalmente, se considera a la resistencia del hormigón como su propiedad más valiosa, dada su fácil determinación e interrelación con otras propiedades. Cuando se trata de la utilización del hormigón para estructuras en medios agresivos o

estructuras hidráulicas, esta característica, manteniendo su importancia, pasa a un segundo plano, adquiriendo mayor relevancia aquellas propiedades que determinen su interacción con el medio agresivo y evalúen, en mayor o menor medida, la durabilidad del hormigón.

En este artículo, se revisan las normativas nacionales e internacionales que hacen referencia a la determinación de la porosidad y de la permeabilidad de hormigones, proponiéndose, en el primer caso, unas modificaciones a las ya existentes, y, en el segundo caso, desarrollando un método para su evaluación.

El método para la determinación de la porosidad abierta está basado en la Norma RILEM CPC 11.3, realizándose variaciones en la metodología del ensayo, a fin de obtener correctamente y de la forma más rápida posible, la porosidad abierta.

El método propuesto para la determinación de la permeabilidad del hormigón se basa en la medida de la permeabilidad del hormigón al oxígeno. Se ha desarrollado la célula para el confinamiento de la muestra, así como todos los parámetros que definen el ensayo, siendo éste un método rápido, no destructivo y que se ha correlacionado con la permeabilidad al agua en el rango de permeabilidades de los hormigones estructurales.

## SUMMARY

The resistance of concrete is generally considered to be its most valuable quality given its easy determination and combination with other properties. When concrete is used for structures subjected to an aggressive environment or in hydraulic structures then this characteristic although very valuable becomes of secondary importance. Those properties which determine the interaction of the concrete with the aggressive environment and which govern, to a greater or lesser extent, the durability of the concrete, grow in importance.

In this article the national and international standards which govern the determination of the porosity and permeability of concretes are revised. Some modifications are proposed to the existing standards and later a method is put forward for their evaluation.

The method to determine open porosity is based on the Standard RILEM CPC 11.3, certain variations are made in the methodology of the test, with the aim of obtaining the open porosity in the shortest possible time.

The proposed method of determining the permeability of the concrete is based on measuring the permeability of the concrete to oxygen. A cell has been developed for the confinement of the sample as well as all the parameters that define the test. This is a quick non-destructive method that has been correlated with the permeability to water within the range of permeabilities for structural concretes.

## Desarrollo y aplicaciones de un anclaje para tirantes

Juan Ayats Calsat  
(CTT-Stronghold, S.A.)

### 1. INTRODUCCION

El anclaje que se describe en el presente artículo es un anclaje para cordones de siete alambres, de los empleados habitualmente en las aplicaciones del pretensado. Se trata de un anclaje que combina dos sistemas de sujeción: mecánico y de adherencia. Lo designamos con las letras "BK" (véase Fig. 2) y pertenece, como su predecesor denominado "BL" (véase Fig. 3) a la familia de anclajes Stronghold "B".

Un anclaje de estas características debe proporcionar un plano de anclaje para todos los cordones, que se sitúa en el extremo de una longitud de transición (véase Fig. 1). Las cuñas que materializan el anclaje mecánico se sitúan en el plano de anclaje. Con el fin de alojar las cuñas, la sección del plano de anclaje resulta mayor que la del tirante. En consecuencia, será necesario preveer una mínima longitud de transición para pasar de una sección a otra. Normalmente, se sitúa un elemento desviador al comienzo de dicha longitud de transición.

Cuando las cuñas muerden sobre el cordón, éste resulta dañado en mayor o menor grado. En esta situación, la resistencia a la fatiga se ve disminuída [4] y, en definitiva, el anclaje se ve debilitado.

Este hecho indiscutible es la razón que ha impulsado a Stronghold a suplementar el anclaje mecánico con un relleno de resina epoxi. De este modo, se obtiene una mayor seguridad que si consideramos un anclaje mediante cuñas únicamente.

El gran número de realizaciones llevadas a cabo con este tipo de anclajes confirma que la división del anclaje en los dos sistemas citados proporciona el medio más simple, seguro y económico para el anclaje de tirantes.

Una explicación más detallada de las bases de diseño de este tipo de anclajes puede consultarse en [2]. Resumiendo, los sistemas mecánicos de anclaje resultan adecuados para las acciones permanentes, mientras que los sistemas basados en la adherencia son los adecuados frente a las acciones dinámicas.

Por otro lado, el relleno de resina es un agente anticorrosivo excelente y muy adecuado en el caso de los cordones de alambres que son, para la misma sección resistente, más sensibles a la corrosión que un elemento único, debido a su mayor superficie lateral.

El nuevo anclaje "BK" ha sido ensayado a fatiga con éxito, en la "Technische Universität München", según las especificaciones empleadas en el proyecto de puentes atirantados. Los resultados de estos ensayos pueden consultarse en [2].

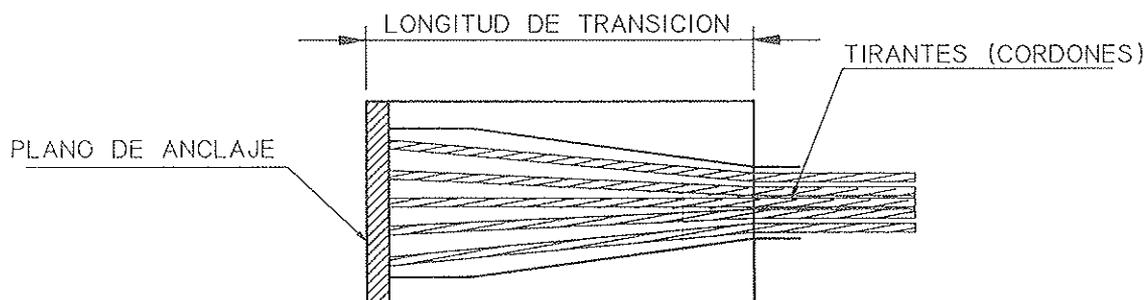


Fig. 1. Anclaje para tirantes de cordones de pretensado.

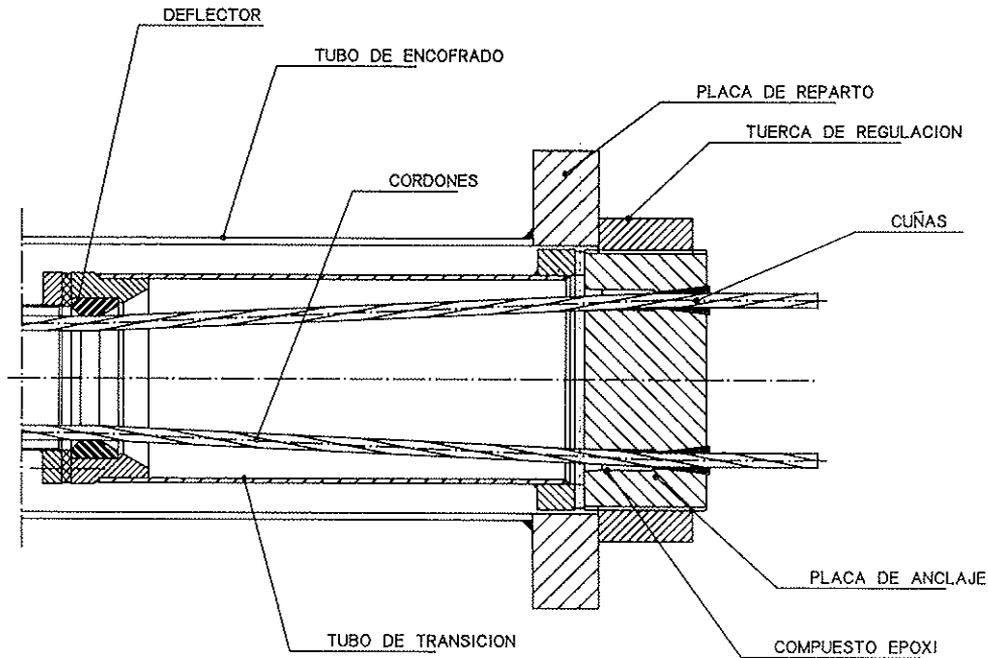


Fig. 2. Anclaje tipo "BK".

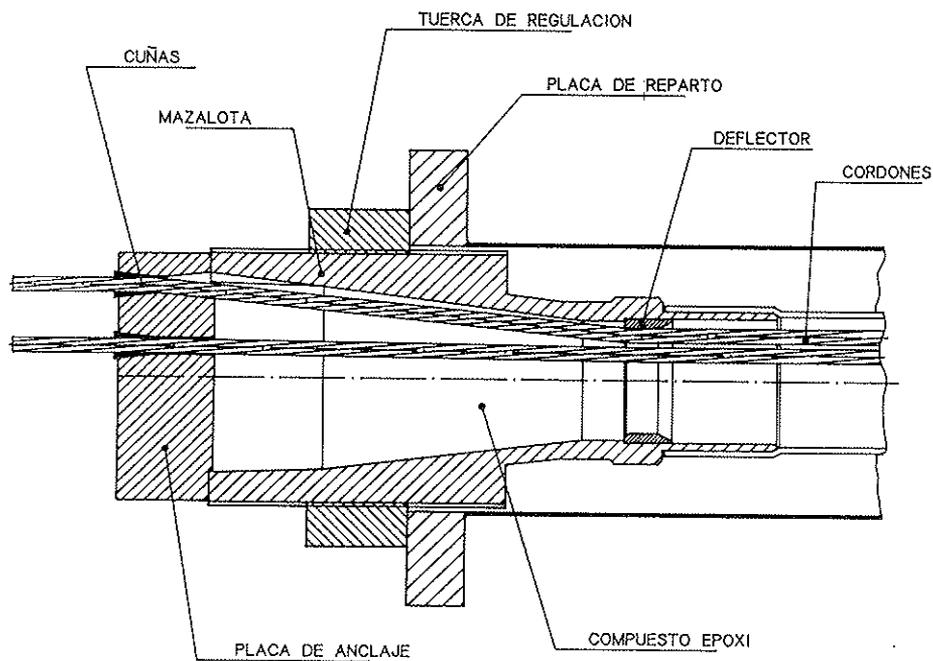


Fig. 3. Anclaje tipo "BL".

## 2. EL ANCLAJE "BK"

Los elementos principales de un tirante: longitud libre o tirante propiamente dicho, longitud de transición y plano de anclaje, se identifican claramente en los anclajes tipo "BL" y "BK"; es decir cordones, mazarota y placa de anclaje en el "BL" y cordones, tubo metálico y placa de anclaje en el "BK".

En el anclaje "BL" el relleno es una mezcla o mortero (resina epoxi, polvo de ZN y bolitas de acero), mientras que en el "BK" sólo se emplea resina epoxi.

Como puede verse en las Figuras 2 y 3, la diferencia fundamental de los dos anclajes, bajo el punto de vista del diseño, es que el material de relleno ha sido transferido en su mayor parte, de

la zona de transición al plano de anclaje, obteniéndose las ventajas siguientes:

- reducción de las dimensiones (geometría),
- menor volumen de relleno (economía),
- posibilidad de variar la longitud de transición, acomodándose a las necesidades particulares del proyecto (adaptación),
- se mantienen las ventajas de la resina epoxi ya mencionadas (acciones dinámicas, corrosión).

A través de las aplicaciones que se citan a continuación, puede verse que, por todo ello, el anclaje "BK" resulta ser muy versátil.

La definición de la longitud de adherencia así como las condiciones de aplicación se han obtenido a través de múltiples ensayos dinámicos [2]. Otros ensayos estáticos muestran que el material de relleno seleccionado sólo se agrieta cuando se ha obtenido una deformación del 3,5%, por lo que la integridad de dicho relleno está garantizada frente a las acciones dinámicas de servicio [1].

### 3. REALIZACIONES

En el cuadro siguiente se recogen algunas obras en las que se ha empleado el anclaje tipo "BK".

Ubicación	Estructura	Año	Cordón 0,6"	I.	V.E.
Barakaldo	Pasarela peatonal	1989	galvanizado/ no adherente/ cera + vaina de PE	NO	SI
Badalona	Cubierta	1990	galvanizado	NO	NO
Astrabudúa	Pasarela peatonal	1991	standard	SI	SI
Mérida	Puente en arco	1991	standard	SI	SI
Barcelona	Puente atirantado	1992	galvanizado/ epoxi-tar/ vaina de PE	NO	SI
Murcia	Puente en arco	1992	standard	SI	SI
La Paz (Bolivia)	Puente atirantado	1993	standard	SI	SI

I. = Inyección entre los cordones y la vaina exterior.

V.E. = Vaina Exterior.

A continuación se describen tres obras representativas, de entre las de la tabla anterior.

#### 3.1. Pabellón Municipal de Deportes de Badalona

Este pabellón se construyó con motivo de los JJ.OO. de Barcelona, de 1992, para albergar la competición de baloncesto.

La superficie cubierta tiene forma elíptica (110 x 90 m). La estructura de la cubierta se com-

pone de 6 vigas metálicas autoportantes, apoyadas en el contorno y dispuestas en el sentido del eje menor de la elipse. Con el fin de soportar el resto de las cargas permanentes y las variables de la cubierta, se dispone un sistema de cuatro cables idénticos, siguiendo el eje mayor de la elipse. El trazado de los cables es poligonal, desviándose a la altura de las vigas mencionadas anteriormente. Los cables se anclan por sus extremos mediante anclajes "BK". Un tubo de acero de sección circular ( $\phi$  1.900 mm) completa la estructura de la cubierta (véase Fig. 4).

Los cables se componen de 18 cordones de 0,6", de 7 alambres galvanizados (18/0,6"). Al estar en un ambiente protegido, no se especificó ninguna protección adicional.

Los cables se tesaron desde ambos extremos hasta 1.500 kN, en 8 fases, incluyendo la primera y la última para alineación y control, respectivamente.

#### 3.2. Puente arco de Mérida

Este arco tiene una cuerda de 189 m y una altura de 33,5 m y está situado muy cerca del antiguo puente romano (véase Fig. 5).

El tablero inferior se suspende de 23 pares de

péndolas o cables, sensiblemente verticales, dispuestos en forma de V invertida. La plataforma del tablero proporciona una vía peatonal en el eje y, a distinto nivel, dos calzadas laterales.

Hay dos tipos de péndolas, atendiendo a su composición: cables de 10/0,6" (8 unidades) y 20/0,6" (38 unidades). Los cordones son de baja relajación, según ASTM A-416, sin ninguna protección adicional. La protección contra la corrosión consiste en una vaina envolvente, de acero inoxidable, más una inyección de lechada de cemento.

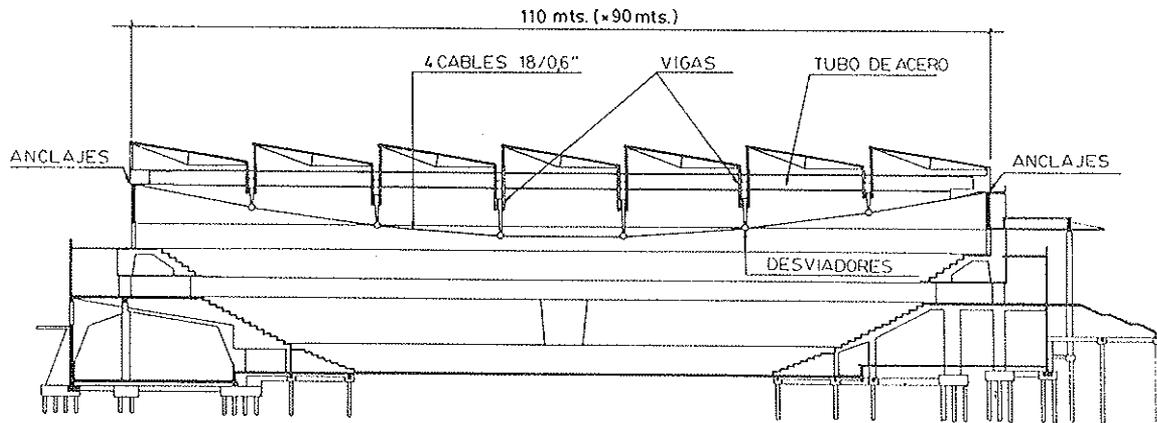


Fig. 4. Pabellón Municipal de Deportes de Badalona.

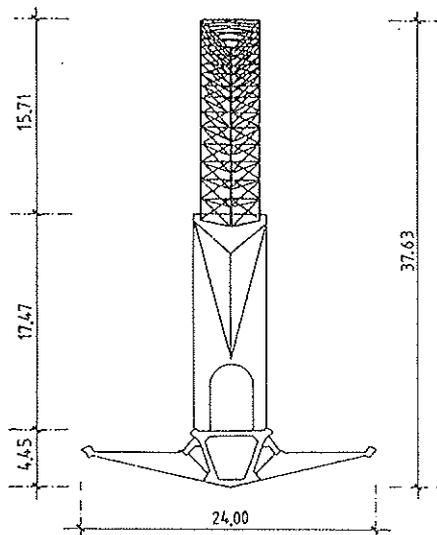
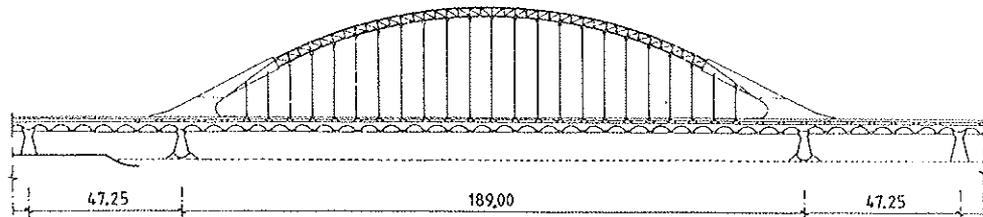


Fig. 5. Puente arco, de Mérida.

Los cables se tesaron desde el tablero, mediante un gato monotorón. El total de acero de pretensado empleado en los tirantes fue de 33,6 Mp.

### 3.3. Puente atirantado de Potosí, en Barcelona

Este puente urbano sobre el río Besós, une los términos municipales de Barcelona y Sta. Coloma de Gramanet y enlaza con la segunda ronda de circunvalación de Barcelona, construida con motivo de los JJ. OO. de 1992 (véase Fig. 6). El puen-

te consta de tres vanos, con una longitud total de 140 m y un vano central de 76 m. Al tratarse de un puente urbano, el ancho del tablero es muy importante: 34 m.

Los tirantes se disponen en dos planos verticales, según el eje longitudinal del puente. En el proyecto se especificaba que los cables debían estar protegidos con un envoltorio exterior de color rojo; éste se materializó mediante un tubo de acero, revestido con pintura plástica de dicho color. Además de dicho tubo, la protección contra la corrosión se completa mediante galvanizado de

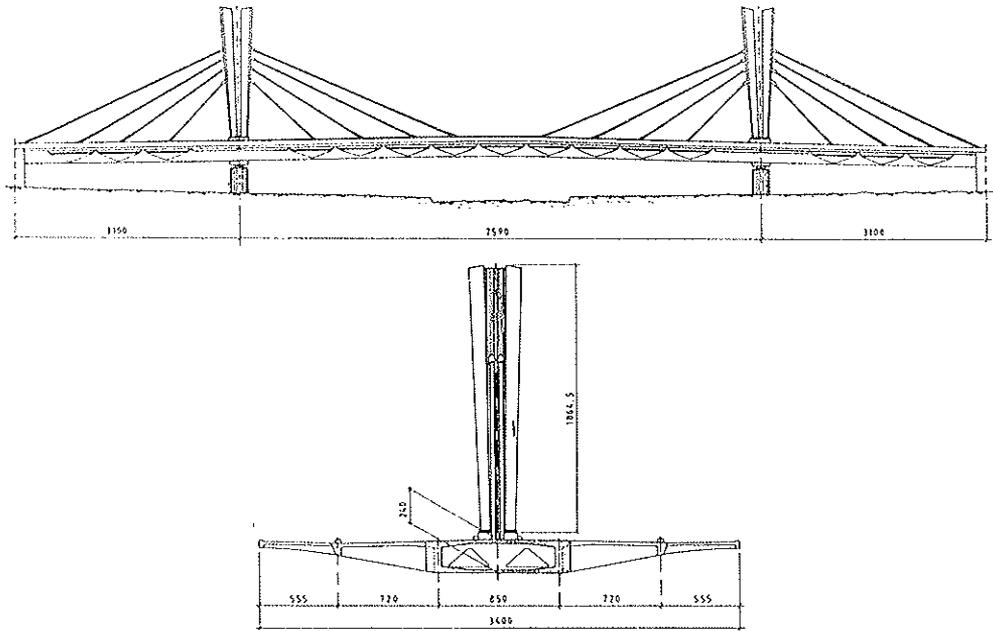


Fig. 6. Puente atirantado, de Potosí, en Barcelona.

los cordones, protegidos con epoxibrea y extrusionados en una vaina de PE.

Ocho parejas de tirantes se fijan a cada pilono y al tablero. Su tamaño varía desde 32/0,6" hasta un máximo de 60/0,6". El total de acero de pretensado empleado en los tirantes fue de 55 Mp.

#### 4. CONCLUSIONES

Cada proyecto que requiere el empleo de tirantes o cables exteriores, tiene sus connotaciones propias atendiendo a condicionamientos económicos, estructurales o del entorno. Estas connotaciones inciden especialmente sobre el diseño del tirante (geometría de los anclajes, sección del cable, protección contra la corrosión). En consecuencia, no hay un diseño único de tirante que sirva para todos los casos.

El anclaje tipo "BK", de la familia de anclajes Stronghold tipo "B", combina los sistemas de anclaje mecánico y de adherencia, proporcionando una solución ideal para tirantes, en un amplio conjunto de situaciones.

El anclaje "BK" ha sido adoptado en proyectos diversos, con diferentes configuraciones estructurales y entornos variados; demostrando su versatilidad y capacidad de adaptación.

#### 5. REFERENCIAS

[1] Ripoll, J. B. "Practical Experience in

*Design of Anchorages for Cable stay Bridges*". PCI Journal. July-August, 1986.

[2] Ripoll, J. B. "Performance of Anchorages in Cable-stay Bridges". ASCE, Bridges, spring seminar 1988.

[3] Stronghold. "Cable Stayed Bridges". 1990.

[4] Walther, R., Houriet B., Isler W., Móia P. "Cable stayed bridges". Thomas Telford, London, 1988.

#### RESUMEN

Se presenta un anclaje para tirantes de cordones paralelos. Este anclaje combina dos modos de fijación: adherencia y mecánico. El anclaje, denominado "BK", pertenece a la familia de anclajes "B" desarrollada por el sistema de pretensado Stronghold.

Se hace un breve recordatorio de las consideraciones para el diseño de un anclaje de este tipo. Sigue una comparación entre este anclaje y su predecesor.

Se adjunta una lista de obras realizadas con este anclaje: haciéndose una breve descripción de tres de ellas.

Se concluye haciendo notar la versatilidad del anclaje presentado, adaptándose a distintos tipos de cordón existentes.

#### SUMMARY

An anchorage for cable stays made of parallel

strands is introduced. It combines mechanical and bonding restraint of the cable. The anchorage, designated type "BK", belongs to the so called range "B" of stay anchorages developed by the Stronghold Prestressing System.

The basis of the design for such type of anchorage is briefly reminded. This is followed by a description of the anchorage in comparison to its

precursor.

A list of jobs using this anchorage is reported. A brief description of three of the jobs is included.

In the conclusion, versatility of the anchorage is emphasized, explaining the ability to hold different types of strand available.

\* \* \*

**ARQUITECTURA TRANSFORMABLE.**  
**Félix Candela, Emilio Pérez Piñero, Santiago Calatrava,**  
**Félix Escrig, Juan Pérez Valcárcel.**  
**Colección TEXTOS DE ARQUITECTURA. ESCUELA TECNICA**  
**SUPERIOR DE ARQUITECTURA DE SEVILLA. 1993**

Dentro de la labor editorial de la ETSA de Sevilla, acaba de aparecer esta monografía sobre "Arquitectura Transformable", que por primera vez trata en extensión este tema de actualidad y de un futuro innegable.

Cada uno de los autores que participan en la publicación tienen en común el haber hecho, de la transformabilidad y movilidad, uno de los temas recurrentes de su actividad profesional o investigadora.

Emilio Pérez Piñero fue el precursor, con unas propuestas arquitectónicas que le han hecho pionero a nivel internacional y que han sido reconocidas como valiosas por los mejores diseñadores de estructuras ligeras del mundo: Fuller, Makowsky, Ove Arup o Frei Otto, entre otros. Su temprana muerte privó a la arquitectura de alguien capaz de descubrir otros mundos en la arquitectura, del que, posiblemente, hubiera llegado a ser la figura más prestigiosa en su campo. Pero su obra construida y sus publicaciones quedan como testimonio y ejemplo para impulsar su desarrollo. La recopilación que aquí se presenta intenta ser exhaustiva.

Santiago Calatrava es un arquitecto ingeniero del máximo prestigio internacional. Su obra es disputada en todos los países y cada una de sus propuestas siempre desafía la estabilidad y la imaginación. Sus trabajos sobre movilidad tienen un sólido precedente en su tesis doctoral "Sobre la plegabilidad de estructuras", que aquí se recoge.

Félix Escrig es uno de los grandes continuadores y propagandistas de la obra de Pérez Piñero.

Gran parte de la actualidad y el interés que hoy despierta su obra, se debe a su incansable intervención en Congresos Internacionales, en donde con rigor pedagógico intenta hacer comprensible el funcionamiento de unos mecanismos aparentemente complejos. Sus estudios en estas geometrías han generalizado sobremanera el campo de aplicación. Sus propuestas arquitectónicas ya están siendo adaptadas para su construcción.

Pérez Valcárcel es un arquitecto de vocación por los modelos matemáticos, que ha sido capaz de sintetizar infinidad de cuestiones sobre el cálculo, comportamiento no lineal, geometría y compatibilidad constructiva de estas piezas que evolucionan en el espacio en trayectorias difíciles de analizar.

Todos estos trabajos tienen un valedor común, Félix Candela, amigo personal de cada uno de los autores y de quien todos son deudores.

En conjunto, esta monografía es uno de esos raros textos llamados a convertirse en referencia obligada para todas las cuestiones de arquitectura móvil.

Los interesados en adquirirla deberán dirigir sus pedidos a:

Fundación Centro de Fomento de Actividades Arquitectónicas  
Escuela Técnica Superior de Arquitectura  
Avda. Reina Mercedes, 2  
41012 Sevilla  
Tel.: 455 63 83. Fax: 455 65 34  
Su precio es de 1.200 ptas. (IVA incluido).

# Instituto de Ciencias de la Construcción Eduardo Torroja (CSIC) CEMCO-95

## XIII Curso de Estudios Mayores de la Construcción Madrid-España: del 17 de marzo al 30 de junio de 1995

### Presentación del curso

El Instituto de Ciencias de la Construcción Eduardo Torroja anuncia la celebración del XIII CEMCO-95, que se desarrollará en los meses de marzo, abril, mayo y junio de 1995.

La matrícula está limitada a 30 asistentes iberoamericanos y a 20 asistentes españoles bajo la fórmula de seminarios sueltos o grupos de seminarios.

### Lugar y duración del curso

Se impartirá en el Instituto de Ciencias de la Construcción Eduardo Torroja:

C/Serrano Galvache, s/n. 28033 Madrid.

Tel.: 302 04 40 (212 y 237). Fax: 302 07 00.

Prefijo nacional: 91. Prefijo internacional: 34-1.

Comenzará el 17 de marzo y terminará el 30 de junio de 1995.

### Cuota de inscripción

Para postgraduados iberoamericanos, la cuota de inscripción es de 300.000 pesetas para el curso completo de dieciséis seminarios. Dará derecho a participar en todas las actividades del curso, viajes incluidos, a recibir la documentación correspondiente y al beneficio de asistencia sanitaria, además de seguro de enfermedad, por fallecimiento e invalidez, que cubrirá la duración completa del curso.

El 50 por 100 de la cuota de inscripción deberá ingresarse, por transferencia, antes del 31 de enero de 1995. El 50 por 100 restante se ingresará antes del 28 de febrero de 1995, también por transferencia, en el:

BANCO ESPAÑOL DE CREDITO  
Cuenta corriente nº 0030/1125/13/0870000/271  
Nombre: CEMCO-95. CSIC (Instituto Eduardo Torroja)  
Sucursal Urbana Potosí  
C/Bolivia, 11  
28016 Madrid  
España

El **incumplimiento** de estos pagos y plazos **imposibilitará** la formalización de la matrícula en el CEMCO.

### Inscripción

Los interesados en asistir al Curso CEMCO-95 deberán enviar la ficha de preinscripción debidamente cumplimentada antes del 15 de enero de 1995 a:

Secretaría de CEMCO-95:  
Rosa M<sup>a</sup> Rodríguez Beltrán  
Instituto de Ciencias de la Construcción Eduardo Torroja  
Apartado 19002  
28028 Madrid  
España

### Horario

Las actividades CEMCO se desarrollarán, fundamentalmente, de 9.30 h a 18.00 h., con interrupciones para tomar café (11.30 h. a 12.00 h.) y para almorzar (14.00 h. a 15.00 h.). Las clases teóricas serán de lunes a miércoles, y las prácticas, mesas redondas, exposiciones, conferencias, visitas, etcétera, se realizarán los jueves y viernes. Al inicio de cada semana se entregará a los participantes un programa-horario.

### Visitas

Se han programado ocho visitas a obras, fábricas y entidades relacionadas con la construcción. Dichas visitas, tendrán lugar, normalmente, en la mañana de los viernes, ampliándose a la tarde en función de la distancia.

### Viajes

Se han programado dos viajes de carácter técnico cultural. Los gastos de desplazamiento, hoteles y parte de la pensión alimenticia están cubiertos por la cuota de inscripción.

### Conferencias

Como actividad complementaria de los seminarios, se está programando un ciclo de conferencias de interés general (científicas y culturales).

### Diploma

A todos los participantes del CEMCO-95 que asistan a las clases teóricas y prácticas se les entregará un **Diploma** acreditativo.

## PROGRAMA

### Títulos de los temas y fechas de Seminarios CEMCO-95

- S1.** Integración de las aplicaciones informáticas para el proceso constructivo completo.  
(20, 21 y 22 de marzo).
- S2.** La humedad en la edificación.  
(27, 28 y 29 de marzo).
- S3.** Conservación del Patrimonio Histórico. Técnicas avanzadas aplicadas al diagnóstico y restauración de materiales.  
(3, 4 y 5 de abril).
- S4.** Evaluación estructural. Patología, diagnóstico y soluciones de intervención.  
(17, 18 y 19 de abril).
- S5.** Tecnología de reparación de estructuras de hormigón.  
(24, 25 y 26 de abril).
- S6.** Características y durabilidad de conglomerantes hidráulicos.  
(27, y 28 de abril).
- S7.** Hormigones de altas prestaciones y hormigones especiales.  
(8, 9 y 10 de mayo).
- S8.** Pavimentos tratados con cemento.  
(11 y 12 de mayo).
- S9.** Seguridad en la construcción.  
(16, 17 y 18 de mayo).
- S10.** Intervención en el Patrimonio Histórico Monumental.  
(22, 23 y 24 de mayo).
- S11.** La directiva comunitaria de productos de la construcción.  
(29 y 30 de mayo).
- S12.** Sistemas de construcción no tradicionales. Documentos de Idoneidad Técnica.  
(5, 6 y 7 de junio).
- S13.** Avances tecnológicos y aplicaciones en el campo de los materiales cerámicos, vidrios, fibras y composites en la construcción.  
(12, 13 y 14 de junio).
- S14.** Construcción actual de muros de carga.  
(19, 20 y 21 de junio).
- S15.** Las instalaciones mecánicas del edificio.  
(22 y 23 de junio).
- S16.** Responsabilidad civil y seguro en edificación.  
(26, 27 y 28 de junio).

Director del curso: **José Pedro Gutiérrez Jiménez**, Dr. Ing. de Caminos.

Coordinadora: **M<sup>a</sup> Teresa Solesio de la Presa**, Lda. en Historia.

Comisión de directores de seminarios:

- S1.** **Alfonso Recuero Forniés y Olga Río Suárez**, Drs. Ings. de Caminos.
- S2.** **Angel Palomo Sánchez**, Dr. en Ciencias Químicas y **Antonio Ruiz Duero**, Dr. Arquitecto.
- S3.** **M<sup>a</sup> Teresa Blanco Varela, Francisca Puertas Maroto y M<sup>a</sup> Isabel Sánchez de Rojas**, Dras. en Ciencias Químicas.
- S4.** **José Pedro Gutiérrez Jiménez y Francisco Morán Cabré**, Drs. Ings. de Caminos.
- S5.** **Olga Ríos Suárez**, Dra. Ing. de Caminos y **M<sup>a</sup> Cruz Alonso Alonso**, Dra. en Ciencias Químicas.
- S6.** **Sara Goñi Elizalde y Tomás Vázquez Moreno**, Drs. en Ciencias Químicas.
- S7.** **Antonio Ruiz Duerto**, Dr. Arquitecto y **Marcos Rubén Bollati Pato**, Ing. de Caminos.
- S8.** **Cecilio López Hombrados y Marcos Rubén Bollati Pato**, Ings. de Caminos.
- S9.** **Manuel Olaya Adán**, Ldo. en Ciencias Físicas y Dr. en Derecho.
- S10.** **M<sup>a</sup> del Pilar de Luxán Gómez del Campillo**, Dra. en Ciencias Químicas.
- S11.** **M<sup>a</sup> del Carmen Andrade Perdrix**, Dra. en Química Industrial y **Aurelio Alamán Simón**, Dr. Ing. Industrial.
- S12.** **Antonio Blázquez Morales**, Arquitecto.
- S13.** **Jesús M<sup>a</sup> Rincón López**, Dr. en Ciencias Químicas.
- S14.** **Antonio Ruiz Duerto**, Dr. Arquitecto.
- S15.** **José Luis Esteban Sáiz**, Dr. Ing. Industrial.
- S16.** **Manuel Olaya Adán**, Ldo. en Ciencias Físicas y Dr. en Derecho y **Antonio Ruiz Duerto**, Dr. Arquitecto.

# MIEMBROS PROTECTORES DE LA ASOCIACION TECNICA ESPAÑOLA DEL PRETENSADO

(Continuación de Int. Portada)

- FOMENTO DE CONSTRUCCIONES Y CONTRATAS, S.A. (FCCSA).**—Acanto, 22. 28045 Madrid.
- FORMIGONS GIRONA, S.A.**—Carretera C-250 de Girona a Sant Feliú de Guixols, Km. 4,3. 17242 Quart (Gerona).
- FREYSSINET, S.A.**—General Perón, 24. 28020 Madrid.
- GRACE, S.A.**—Apartado 523. 08080 Barcelona.
- HUARTE, S.A.—Oficina Técnica.**—Avda. General Perón, 40-C-4.º. 28020 Madrid.
- IBERDROLA, S.A. Servicio Formación.**—Referencia 3001. Gardoqui, 8. 48008 Bilbao.
- IBERDROLA, S.A. Servicio Formación.**—Referencia 8501. Gardoqui, 8. 48008 Bilbao.
- IBERICA DE ESTUDIOS E INGENIERIA, S.A. (IBERINSA).**—Avda. de Burgos, 11. 28036 Madrid.
- INDUSTRIAS GALYCAS, S.A.**—Portal de Gamarra, 46. 01013 Vitoria.
- INSTITUTO ESPAÑOL DEL CEMENTO Y SUS APLICACIONES (IECA).**—José Abascal, 53-2.ª planta. 28003 Madrid.
- INSTITUTO TECNICO DE LA CONSTRUCCION, S.A.**—Avda. de Elche, 164. 03008 Alicante.
- INSTITUTO TECNICO DE MATERIALES Y CONSTRUCCIONES (INTEMAC).**—Monte Esquinza, 30. 28010 Madrid.
- INTERNACIONAL DE INGENIERIA Y ESTUDIOS TECNICOS (INTECSA). Biblioteca.**—Orense, 70. 28020 Madrid.
- JOSE ANTONIO TORROJA, OFICINA TECNICA, S.A.**—Príncipe de Vergara, 103. 28006 Madrid.
- LABORATORIO CENTRAL DE ESTRUCTURAS Y MATERIALES. CEDEX.**—Alfonso XII, 3. 28004 Madrid.
- MECANOGUMBA, S.A.**—Apartado 23. 08100 Mollet del Vallés (Barcelona).
- PACADAR, S.A.**—Hermosilla, 57. 28001 Madrid.
- PREFABRICACIONES Y CONTRATAS, S.A.**—Apartado 138. 36600 Villagarcía de Arosa (Pontevedra).
- PRETENSADOS DEL LOURO, S.A.**—Polígono Industrial Atios. 36400 Porriño (Pontevedra).
- PROYECTOS Y ESTRUCTURAS, S.A. (PROES).**—Padre Damián, 42-1º-D. 28036 Madrid.
- SENER, INGENIERIA Y SISTEMAS, S.A.**—Avda. de Zugazarte, 56. 48930 Las Arenas (Vizcaya).
- SIKA, S.A.**—Carretera de Fuencarral, 72. Polígono Industrial. 28100 Alcobendas (Madrid).
- TECPRESA, S.A.**—Velázquez, 105. 28006 Madrid.
- TREFILERIAS QUIJANO, S.A.**—Fábrica de Forjas de Buelna. 39400 Los Corrales de Buelna (Cantabria).
- TRENZAS Y CABLES, S.L. (TYC, S.L.).**—Monturiol, 5. 08210 Barberá del Vallés (Barcelona).
- VSL IBERICA, S.A.**—Paseo de la Castellana, 117-2.º dcha. 28046 Madrid.

La Asociación Técnica Española del Pretensado se complace en expresar públicamente su agradecimiento a las Entidades citadas, por la valiosa ayuda que le prestan, con su especial aportación económica, para el desenvolvimiento de los fines que tiene encomendados.



**asociación técnica  
española del pretensado**