



# Hormigón

Nº 186

# Acero

ASOCIACIÓN  
TÉCNICA  
ESPAÑOLA  
DEL  
PRETENSADO

INSTITUTO  
EDUARDO TORROJA  
DE LA CONSTRUCCIÓN  
Y DEL CEMENTO

COLEGIO OFICIAL  
DE INGENIEROS  
DE CAMINOS,  
CANALES Y PUERTOS

## MIEMBROS PROTECTORES DE LA ASOCIACION TECNICA ESPAÑOLA DEL PRETENSADO

Dentro de nuestra Asociación existe una categoría, la de "Miembro Protector", a la que pueden acogerse, previo pago de la cuota especial al efecto establecida, todos los Miembros que voluntariamente lo soliciten. Hasta la fecha de cierre del presente número de la Revista, figuran inscritos en esta categoría de "Miembros Protectores" los que a continuación se indican, citados por orden alfabético:

- AGROMAN EMPRESA CONSTRUCTORA, S.A.**—Raimundo Fernández Villaverde, 43. 28003 Madrid.
- ALVI, S.A. (PREFABRICADOS ALBAJAR).**—Orense, 10. 28020 Madrid.
- ARPO EMPRESA CONSTRUCTORA, S.A.**—Avda. de la Innovación, s/n. Edificio Espacio, planta 3.<sup>a</sup>, mód. 4-7. 41020 Sevilla.
- AUTOPISTAS, CONCESIONARIA ESPAÑOLA, S.A.**—Plaza Gala Placidia, 1. 08006 Barcelona.
- CARLOS FERNANDEZ CASADO, S.L.**—Grijalba, 9. 28006 Madrid.
- CEDEX. LABORATORIO CENTRAL DE ESTRUCTURAS Y MATERIALES.**—Alfonso XII, 3. 28014 Madrid.
- CEMENTOS MOLINS, S.A.**—C.N. 340, Km. 329,300. 08620 Sant Viçenc dels Horts (Barcelona).
- CENTRO DE ESTUDIOS Y EXPERIMENTACION DE OBRAS PUBLICAS (CEDEX). Gabinete de Información y Documentación.**—Alfonso XII, 3. 28014 Madrid.
- COLEGIO DE INGENIEROS DE CAMINOS, CANALES Y PUERTOS.**—Almagro, 42. 28010 Madrid.
- COLEGIO DE INGENIEROS TECNICOS DE OBRAS PUBLICAS.**—Miguel Angel, 16. 28010 Madrid.
- COLEGIO OFICIAL DE APAREJADORES Y ARQUITECTOS TENCICOS. Centro de Documentación "Josep Renat".**—Bon Pastor, 5. 08021 Barcelona.
- COLEGIO OFICIAL DE APAREJADORES Y ARQUITECTOS TECNICOS.**—Santa Eugenia, 19. 17005 Gerona.
- COL. LEGI OFICIAL D'ARQUITECTES DE CATALUNYA.**—Plaça Nova, 5. 08002 Barcelona.
- CONSULTECO, S.L.**—Pintor Lorenzo Casanova, 26. 03003 Alicante.
- C.T.T. STRONGNOLD, S.A.**—Aribau, 185. 08021 Barcelona.
- CUBIERTAS Y M.Z.O.V., S.A.**—Ayala, 42. 28001 Madrid.
- DRAGADOS Y CONSTRUCCIONES, S.A.**—Orense, 81. 28020 Madrid.
- DYWIDAG - SYSTEMS INTERNATIONAL, S.A.**—Azor, 25-27. Polígono Industrial Matagallegos. 28940 Fuenlabrada (Madrid).
- ECHO.**—De Hoeven, 15. B-3530 Houthalen (Bélgica).
- EMESA-TREFILERIA, S.A.**—Apartado 451. 15080 La Coruña.
- EMPRESA AUXILIAR DE LA INDUSTRIA, S.A. (AUXINI).**—Padilla, 46. 28006 Madrid.
- ENTRECANALES Y TAVORA, S.A. Biblioteca.**—Cardenal Spínola, s/n. Edificio E. 28016 Madrid.
- ESCUELA POLITECNICA SUPERIOR DEL EJERCITO. Departamento de Infraestructura.**—Joaquín Costa, 6. 28006 Madrid.
- ESCUELA TECNICA SUPERIOR DE INGENIEROS DE CAMINOS, CANALES Y PUERTOS.**—Ciudad Universitaria. 28040 Madrid.
- ESTEYCO, S.A.**—Menéndez Pidal, 17. 28036 Madrid.
- ESTUDIOS Y PROYECTOS TECNICOS INDUSTRIALES, S.A. (EPTISA).**—Arapiles, 14. 28015 Madrid.
- EUROCONSULT, S.A.**—Apartado 99. 28700 San Sebastián de los Reyes (Madrid).
- FERROVIAL, S.A.**—Príncipe de Vergara, 135. 28006 Madrid.

(Continúa en el int. de contraportada)

# ASOCIACION TECNICA ESPAÑOLA DEL PRETENSADO

DECLARADA DE UTILIDAD PUBLICA CON FECHA 4-3-77

INSTITUTO DE CIENCIAS DE LA CONSTRUCCION  
EDUARDO TORROJA (C.S.I.C.)

COLEGIO DE INGENIEROS DE  
CAMINOS, CANALES Y PUERTOS

## COMITE DE REDACCION

Director:

PIÑEIRO, Rafael

Vocales:

BARREDO, Carlos

JODAR, Juan

JULIA, Manuel

LLOMBART, José Antonio

ROMERO, Rafael

SANCHEZ-GALVEZ, Vicente

Censores:

ALCALA, Juan Luis

CUVILLO, Ramón del

ELICES, Manuel

GONZALEZ VALLE, Enrique

MANTEROLA, Javier

MORAN, Francisco

MORENO TORRES, Juan

MURCIA, Juan

POZO VINDEL, Florencio J. del

SIEGRIST, Carlos

# Hormigón y Acero

nº 186

1<sup>er</sup> Trimestre 1993

## CUOTAS ANUALES

	<u>ESPAÑA</u>	<u>EXTRANJERO</u>
Miembros "Personales" menores de 27 años . . . . .	4.000 ptas.	
Miembros "Personales" (personas naturales) . . . . .	8.000 ptas.	60 dólares
Miembros "Colectivos" (personas jurídicas). . . . .	20.000 ptas.	125 dólares
Miembros "Protectores" (personas naturales o jurídicas que deseen prestar una ayuda económica especial a la A.T.E.P.) . . . . .	40.000 ptas.	250 dólares

(Más 15% IVA para España)

La Asociación, una de cuyas finalidades es divulgar los trabajos de investigación sobre la construcción y sus materiales, no se hace responsable del contenido de ningún artículo y el hecho de que patrocine su difusión no implica, en modo alguno, conformidad con la tesis expuesta.

De acuerdo con las disposiciones vigentes, deberá mencionarse el nombre de esta Revista en toda reproducción de los trabajos insertos en la misma.

APARTADO 19.002 - 28080 MADRID - TEL. Y FAX: 766 07 03

Depósito Legal: M-853-1958

Impreme: ACOR, S.A.- M. Hernández, 50 - MADRID

ISSN: 0439-5689

**RELACION DE ENTIDADES QUE, EN LA FECHA DE CIERRE DEL PRESENTE NUMERO DE LA REVISTA, FIGURAN INSCRITAS, EN LA ASOCIACION TECNICA ESPAÑOLA DEL PRETENSADO, COMO "MIEMBROS COLECTIVOS".**

**ESPAÑA**

AEPO, S.A.—Estudios y Proyectos.—Madrid.  
ALTRESA, S.A.—Aranda de Duero (Burgos).  
ASOCIACION ENGINYERS INDUSTRIALS DE CATALUNYA.—Barcelona.  
ASOCIACION DE INVESTIGACION DE LAS INDUSTRIAS DE LA CONSTRUCCION.—  
Paterna (Valencia).  
CASTRO HERMANOS, S.L.—Mislata (Valencia).  
CENTRO DE ANALISIS Y DISEÑO DE ESTRUCTURAS, S.A.—Oviedo.  
CENTRO POLITECNICO SUPERIOR DE INGENIEROS.—Area de M.M.C. y T. de  
Estructuras.—Zaragoza.  
CEYD TECNICA, S.A.—Oviedo.  
C.I.C., S.A.—Consultor de Ingeniería Civil, S.A.—Barcelona.  
CIISA "CONSULTING E INGENIERIA INT., S.A.".—La Coruña.  
CINSA-EP.—Lasarte-Oria (Guipúzcoa).  
COLEGIO DE INGENIEROS DE CAMINOS, CANALES Y PUERTOS. Demarcación de  
Andalucía Oriental.—Málaga.  
COLEGIO DE INGENIEROS DE CAMINOS, CANALES Y PUERTOS. Demarcación de  
Galicia.—La Coruña.  
COLEGIO OFICIAL DE ARQUITECTOS DE BALEARES.—Palma de Mallorca.  
COLEGIO OFICIAL DE ARQUITECTOS.—Demarcación de Valencia.—Valencia.  
COLEGIO OFICIAL DE ARQUITECTOS VASCO-NAVARRO.—Bilbao.  
CONTROLEX.—Alicante.  
CUBIERTAS Y M.Z.O.V., S.A.—Barcelona.  
DEPARTAMENTO DE CONSTRUCCIONES ARQUITECTONICAS.—Escuela Técnica  
Superior de Arquitectura.—Sevilla.  
DEPARTAMENTO DE MECANICA DE MEDIOS CONTINUOS Y TEORIA DE  
ESTRUCTURAS.—Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Caminos, Canales y  
Puertos. Universidad Politécnica. Madrid.  
DIRECCION GENERAL DE CARRETERAS. Diputación Foral de Guipúzcoa. San Sebas-  
tián.  
DITECO, S.L.—Valencia.  
E.E.P., S.A.—Elementos Estructurales Prefabricados, S.A.—Sant Fruitos de Bages (Bar-  
celona).  
ENAGA, S.A.—Pozuelo de Alarcón (Madrid).  
ESCUELA TECNICA SUPERIOR DE ARQUITECTURA. U.P.C.—Barcelona.  
ESCUELA TECNICA SUPERIOR DE ARQUITECTURA.—Biblioteca.—La Coruña.  
ESCUELA TECNICA SUPERIOR DE ARQUITECTURA.—Madrid.  
ESCUELA TECNICA SUPERIOR DE ARQUITECTURA.—Biblioteca.—San Sebastián.  
ESCUELA TECNICA SUPERIOR DE ARQUITECTURA.—Sevilla.  
ESCUELA TECNICA SUPERIOR DE INGENIEROS AGRONOMOS.—Biblioteca.—  
Córdoba.  
ESCUELA UNIVERSITARIA DE ARQUITECTURA TECNICA.—Castro de Elviña (La  
Coruña).  
ESCUELA UNIVERSITARIA DE ARQUITECTURA TECNICA.—Granada.  
ESCUELA UNIVERSITARIA DE INGENIERIA TECNICA INDUSTRIAL.—Zaragoza.  
ESCUELA UNIVERSITARIA DE INGENIERIA TECNICA MINERA. Biblioteca.—León.  
ESCUELA UNIVERSITARIA POLITECNICA.—Universidad Castilla-La Mancha. Depar-  
tamento de Mecánica Aplicada.—Albacete.  
ESCUELA UNIVERSITARIA POLITECNICA.—Barcelona.  
ESCUELA UNIVERSITARIA POLITECNICA.—Burgos.  
ESCUELA UNIVERSITARIA POLITECNICA.—Córdoba.  
ESCUELA UNIVERSITARIA POLITECNICA DE MANRESA.—Manresa (Barcelona).  
ESTRUCTURAS Y ENCOFRADOS RETICULADOS, S.A.—Alicante.  
EUROESTUDIOS, S.A.—Madrid.  
FERNANDEZ CONSTRUCTOR, S.A.—Madrid.  
FOMENTO DE CONSTRUCCIONES Y CONTRATAS, S.A.—Valencia.  
FORJADOS DOL.—Esquivias (Toledo).

FUERZAS ELECTRICAS DE CATALUÑA, S.A.—Barcelona.  
FUNDACION DE LOS FERROCARRILES ESPAÑOLES.—Madrid.  
GIJON E HIJOS, S.A.—Motril (Granada).  
G.O.C.S.L.—Vigo (Pontevedra).  
HORMADISA, S.L.—Valga (Pontevedra).  
IDEAM, S.A.—Madrid.  
INBADELCA, S.A.—Baracaldo (Vizcaya).  
INDUSTRIAS VEYGA, S.A.—Tarrasa (Barcelona).  
INGENIERIA DE AUTOPISTAS Y OBRAS CIVILES, S.A.—Madrid.  
INGENIERIA FLORS, S.A.—Grao de Castellón.  
INGENIEROS Y ARQUITECTOS ASOCIADOS, S.A.—Zaragoza.  
INSTITUCIONES COLEGIALES PARA LA CALIDAD EN LA EDIFICACION.—Murcia.  
INSTITUT DE TECNOLOGIA DE LA CONSTRUCCIO DE CATALUNYA.—Barcelona.  
INSTITUTO JUAN DE HERRERA.—Madrid.  
J. CASTRO MATELO, S.A.—Sigüeiro (La Coruña).  
JUNTA DE CASTILLA Y LEON.—Consejería de Fomento.—Valladolid.  
JUNTA DE CASTILLA Y LEON.—Dirección General de Transportes y Carreteras. Servicio de Gestión.—Valladolid.  
JUNTA DE CASTILLA Y LEON.—Servicio Territorial de Fomento.—Ávila.  
LABORATORIO GEOCISA. Biblioteca.—Coslada (Madrid).  
LABORATORIO DE INGENIEROS DEL EJERCITO.—Madrid.  
LABORATORIOS DEL SURESTE, S.L.—El Palmar (Murcia).  
LAIN CONSTRUCCIONES.—Madrid.  
LUIS BATALLA, S.A. (LUBASA).—Castellón de la Plana.  
METALURGICA GALAICA, S.A.—Narón (La Coruña).  
MINISTERIO DE DEFENSA. DIRECCION GENERAL DE INFRAESTRUCTURA.—Madrid.  
MINISTERIO DE DEFENSA. DIRECCION DE INFRAESTRUCTURA DEL MANDO SUPERIOR DE APOYO LOGISTICO DEL EJERCITO.—Madrid.  
MINISTERIO DE OBRAS PUBLICAS Y TRANSPORTES. DIRECCION GENERAL DE CARRETERAS. DEMARCACION CASTILLA-LEON.—Valladolid.  
MINISTERIO DE OBRAS PUBLICAS Y TRANSPORTES. DIRECCION GENERAL DE CARRETERAS. SERVICIO DE PUENTES Y ESTRUCTURAS.—Madrid.  
MINISTERIO DE OBRAS PUBLICAS Y TRANSPORTES. DIRECCION GENERAL PARA LA VIVIENDA Y ARQUITECTURA. SUBDIRECCION GENERAL DE NORMATIVA BASICA Y TECNOLOGICA.—Madrid.  
MINISTERIO DE OBRAS PUBLICAS Y TRANSPORTES. SUBDIRECCION GENERAL DE NORMATIVA TECNICA Y ANALISIS ECONOMICO.—Madrid.  
POSTENSA, S.A.—Bilbao.  
PRAINSA.—Barcelona.  
PREFABRICACIONES Y CONTRATAS, S.A.—Madrid.  
PREFABRICADOS AGRICOLAS E INDUSTRIALES, S.A. (PRAINSA).—Zaragoza.  
PREFABRICADOS DEL CEMENTO, S.A. (PRECESA).—León.  
PREFABRICADOS DE HORMIGON, S.A. (CUPRE-SAPRE).—Valladolid.  
PREFABRICADOS PARA NAVES Y VIVIENDAS, S.A.—Zaragoza.  
PREFABRICADOS POUSA, S.A.—Santa Perpetua de Moguda (Barcelona).  
PREFABRICADOS UNILAND, S.A.—Barcelona.  
RUBIERA, S.A. FORJADOS Y CUBIERTAS.—León.  
S.C.N., S.A.—Madrid.  
SERVICIO MILITAR DE CONSTRUCCIONES.—Barcelona.  
SERVICIO MILITAR DE CONSTRUCCIONES.—Burgos.  
SERVICIO TERRITORIAL DE CARRETERAS.—Gerona.  
SESTRA, S.A.L.—Andoain (Guipúzcoa).  
SOCIEDAD ANONIMA ESPAÑOLA TUBO FABREGA.—Madrid.  
SOCIEDAD ESPAÑOLA DE AUTOMOVILES DE TURISMO (SEAT). Biblioteca.—Barcelona.  
SPANDECK CATALANA, S.A.—Barcelona.  
TECNICA Y PROYECTOS, S.A.—Madrid.  
TECNOS, GARANTIA DE CALIDAD, S.A.—Madrid.  
TERRATEST, S.A.—Madrid.  
TEXSA, S.A.—Barcelona.  
TIGNUS, S.A.—Valencia.  
TUBERIAS Y PREFABRICADOS, S.A. (TYPASA).—Madrid.  
UNIVERSIDAD DE CADIZ.—Algeciras (Cádiz).  
UNIVERSIDAD DE CANTABRIA. Biblioteca Universitaria.—Santander.

UNIVERSIDAD DE OVIEDO. Biblioteca Universitaria.—Oviedo.  
UNIVERSIDAD POLITECNICA. Hemeroteca.—Valencia.  
VIGUETAS MUBEMI, S.A.—Torrente (Valencia).  
VISANFER, S.A.—Totana (Murcia).  
VORSEVI, S.A.—Ingeniería y Control de Calidad.—Sevilla.

### EXTRANJERO

ABCP/LIBRIS.—EBSCO.—Río de Janeiro (Brasil).  
ASSOCIACAO BRASILEIRA DE CIMENTO PORTLAND.—Sao Paulo (Brasil).  
BIBLIOTECA DEL DIPARTIMENTO DI ENGENNERIA STRUTTURALE.—Politécnico  
d'Torino: Torino (Italia).  
COLTENZA, S.A.—Santa Fé de Bogotá. D.C. (Colombia).  
CONSULBAIRES. INGENIEROS CONSULTORES, S.A.—Buenos Aires (Argentina).  
FACULTAD DE INGENIERIA/UBA.—Estados Unidos de Norteamérica.  
LABORATORIO DE ENGENHARIA DE ANGOLA.—Luanda (República Popular de  
Angola).  
PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATOLICA DEL PERU.—Lima (Perú).  
SWETS SUBSCRIPTION SERVICE.—Lisse (Holanda).  
UNIVERSIDAD CATOLICA DE QUITO. Biblioteca.—Quito (Ecuador).  
UNIVERSIDAD CATOLICA DE VALPARAISO. Biblioteca Central.—Valparaiso (Chile).  
UNIVERSIDAD DE PUERTO RICO. Biblioteca.—Mayagüez (Puerto Rico).

### MIEMBRO CORRESPONDIENTE

ASOCIACION BOLIVIANA DEL PRETENSADO (A.B.P.).—La Paz (Bolivia).

\* \* \*

### AVISO IMPORTANTE

#### DISCUSION DE LOS ARTICULOS ORIGINALES PUBLICADOS EN LA REVISTA "HORMIGON Y ACERO"

Todos los artículos originales que se publican en "Hormigón y Acero", quedan sometidos a discusión y al comentario de nuestros lectores. La discusión debe limitarse al campo de aplicación del artículo, y ser breve (cuatro páginas mecanografiadas a doble espacio, como máximo, incluyendo figuras y tablas).

Debe tratarse de una verdadera discusión del trabajo publicado y no ser una ampliación o un nuevo artículo sobre el mismo tema; el cual será siempre aceptado para su publicación en nuestra Revista, pero con tal carácter.

Debe ofrecer un interés general para los lectores. De no ser así, se trasladará al autor del artículo al que se refiera, para que la conteste particularmente.

Los comentarios deben enviarse, por duplicado, a la Secretaría de la A.T.E.P., Apartado 19.002, 28080 Madrid, dentro del plazo de tres meses contados a partir de la fecha de distribución de la Revista.

El autor del artículo cerrará la discusión contestando todos y cada uno de los comentarios recibidos.

Los textos, tanto de las discusiones y comentarios como de las contestaciones de los autores de los correspondientes artículos, se publicarán conjuntamente en una Sección especial que aparecerá en las últimas páginas de la Revista.

# hormigón y acero n. 186

## índice

	Págs.
<b>457-0-184</b> <b>Influencia de la variación de la fibra neutra en el cálculo de flechas instantáneas en piezas de hormigón armado</b>	<b>9-27</b>
Influence de la variation de l'axe neutre sur le calcul des flèches instantanées des poutres en béton armé. Influence of the variation of the neutral axis on the calculation of instantaneous deflections in reinforced concrete beams. <i>F. Fargueta Cerdá; M.A. Fernández Prada y P. Miguel Sosa.</i>	
<b>457-0-185</b> <b>Mallas isostáticas bidimensionales en elementos finitos</b>	<b>29-40</b>
Mailles isostatiques bidimensionnelles dans la méthode des éléments finites. Bidimensional isostatic meshes in finite elements. <i>R. Martínez Marín y A. Samartín Quiroga.</i>	
<b>457-0-186</b> <b>Los forjados compuestos, sin cimbrar: incidencia del sistema constructivo en el estudio de los estados límites últimos y de servicio</b>	<b>41-54</b>
Les planchers composés mis en oeuvre sans étais: incidence de ceci sur les verifications des états limites ultimes et de service. Composite slabs structures without formwork: effect of the construction method on the study of the service and ultimate limit states. <i>J. Amat.</i>	
<b>591-9-49</b> <b>Sistemas ligeros autopretensados utilizados en la EXPO'92 de Sevilla</b>	<b>55-101</b>
Systèmes autoprécontraintes utilisés pour L'EXPO'92. Sevilla. Self prestressing systems used at EXPO'92. Sevilla. <i>F. Escrig.</i>	
<b>837-9-5</b> <b>La técnica del pretensado exterior en los puentes modernos</b>	<b>103-116</b>
La technique de la précontrainte extérieure dans les ponts modernes. External prestressing technique in modern bridges. <i>C. Iglesias.</i>	

# Normas que deben cumplir los artículos que se envíen para su publicación en "Hormigón y Acero"

## 1. CONDICIONES GENERALES

Los originales de los artículos que se desee publicar en "Hormigón y Acero", se enviarán a la Secretaría de la ATEP. Deberán cumplir rigurosamente las normas que a continuación se especifican. En caso contrario, serán devueltos a sus Autores para su oportuna rectificación.

Los que cumplan los requisitos exigidos pasarán al Comité de Redacción de la Revista el cual, previo informe y evaluación de su calidad por el correspondiente Cuerpo de Censores, decidirá si procede o no su publicación, sugiriendo eventualmente al Autor los cambios que, en su opinión, deben efectuarse para su final publicación en "Hormigón y Acero". Toda correspondencia en este sentido se mantendrá directamente con el Autor o primero de los Autores que figuren en el Artículo.

Los originales que por cualquier causa no fueran aceptados serán devueltos al Autor.

## 2. PRESENTACION DE ORIGINALES

Los originales se presentarán mecanografiados a doble espacio, por una sola cara, en hojas tamaño UNE A4. De cada artículo se enviará original y dos copias.

### 2.1. Título

El título, *en español, francés e inglés* deberá ser breve y explícito, reflejando claramente el contenido del artículo. A continuación se hará constar nombre y apellidos del Autor o Autores, titulación profesional y, si procede, Centro o

Empresa en el que desarrolla sus actividades.

### 2.2. Resumen

Todo artículo deberá ir acompañado de un resumen, *en español e inglés*, de extensión no inferior a cien palabras (unas ocho líneas mecanografiadas) ni superior a ciento cincuenta palabras (doce líneas).

### 2.3. Gráficos y figuras

Los gráficos y figuras deberán ir numerados correlativamente en el orden en que se citen en el texto, en el cual deberá indicarse el lugar adecuado de su colocación.

Se presentarán delineados en tinta china negra sobre papel vegetal o sobre papel blanco, o en reproducibles de muy buena calidad. Todas las figuras llevarán su correspondiente pie explicativo.

Los rótulos, símbolos y leyendas deberán ser tales que, tras su reducción a la anchura de una o dos columnas de la Revista (setenta y dos o ciento cincuenta mm, respectivamente) queden letras de tamaño no inferior a 1,5 mm y sean, en todo caso, fácilmente legibles.

### 2.4. Fotografías

Se procurará incluir sólo las que, teniendo en cuenta la reproducción, sean realmente útiles, claras y representativas. Podrán presentarse en copias de papel opaco negro o en color, en negativo, o en diapositivas. Se tendrán en cuenta las normas sobre tamaño de rótulos y leyendas dadas en el punto 2.3 anterior. Irán

numeradas correlativamente y llevarán su correspondiente pie explicativo.

## 2.5. Tablas y cuadros

Cumplirán las proporciones y dimensiones indicadas para las figuras. Llevarán numeración correlativa, citada en el texto, y un pie con la explicación adecuada y suficiente para su interpretación directa.

## 2.6. Unidades

Las magnitudes se expresarán, preferiblemente, en unidades del Sistema Internacional (S.I.) según las UNE 5001 y 5002.

## 2.7. Fórmulas, letras griegas, subíndices y exponentes

En las fórmulas se procurará la máxima calidad de escritura y emplear las formas más reducidas siempre que no entrañen riesgo de incompreensión. Para su identificación se utilizará, cuando sea necesario, un número entre paréntesis a la derecha de la fórmula.

Se cuidará especialmente que todas las letras griegas, subíndices y exponentes resulten perfectamente identificables, procurando evitar los exponentes complicados y letras afectadas simultáneamente de subíndices y exponentes.

Cualquier expresión que, por su complejidad, pueda dar lugar a interpretaciones equivocadas, se presentará manuscrita. Se diferenciarán claramente mayúsculas y minúsculas y aquellos tipos que puedan inducir a error (por ejemplo, la / y el l; la O y el cero; la K y la k, etc.).

## 2.8. Referencias bibliográficas

Las referencias bibliográficas citadas en el texto se recogerán al final del mismo dando todos los datos precisos sobre la fuente de publicación, para su localización.

Las citas en el texto se harán mediante números entre paréntesis. En lo posible, se seguirán las normas internacionales utilizadas generalmente en las diversas publicaciones, es decir:

### Referencias de artículos publicados en revistas

Apellidos e iniciales del Autor o Autores; título del artículo; nombre de la publicación; número del volumen y fascículo; fecha de publicación, y número de la primera y última de las páginas que ocupa el artículo al que se refiere la cita.

### Referencias de libros

Apellidos e iniciales del Autor o Autores; título del libro; edición; editorial, y lugar y año de publicación.

## 3. PRUEBAS DE IMPRENTA

De las primeras pruebas de imprenta se enviará una copia al Autor para que, una vez debidamente comprobadas y corregidas, las devuelva en el plazo máximo de quince días, con el fin de evitar el riesgo de que la publicación de su artículo tenga que aplazarse hasta un posterior número de "Hormigón y Acero".

En la corrección de pruebas no se admitirán modificaciones que alteren sustancialmente el texto o la ordenación del artículo original.

## Cuadernos INTEMAC

CUADERNOS INTEMAC es una publicación trimestral, bilingüe en español e inglés, en forma de monografías que recogen trabajos realizados por los técnicos del Instituto o presentados en los Cursos y Conferencias organizados por el mismo.

Los temas tratados cubren tanto el campo de las Obras Públicas como el de la Edificación y sus Instalaciones.

### Números publicados:

Nº 1: "Generalización de la fórmula de cuantía mínima a secciones de forma cualquiera".

Autores: Prof. José Calavera Ruiz.  
Dr. Ingeniero de Caminos.  
Luis García Dutari.  
Ingeniero Civil.

Nº 2: "Forjados compuestos de chapa nervada y hormigón: sus ventajas y limitaciones".

Autor: Jorge Jordán de Urríes de la Riva.  
Dr. Ingeniero de Caminos.

Nº 3: "Criterios para el descimbrado de estructuras de hormigón".

Autores: Prof. José Calavera Ruiz.  
Dr. Ingeniero de Caminos.  
Prof. Jaime Fernández Gómez.  
Dr. Ingeniero de Caminos.

Nº 4: "Color y textura en el hormigón estructural".

Autor: Prof. José Manuel Pérez Luzzardo.  
Dr. Arquitecto.

Nº 5: "Tecnología moderna de durabilidad".

Autor: Dr. Steen Rostam.  
Dr. Ingeniero Civil.

Nº 6: "Construcción y seguimiento de una gran obra de tierra".

Autores: Claudio Corral Folgado.  
Ingeniero de Caminos.  
José Espinós Espinós.  
Ingeniero de Caminos.

Nº 7: "Diagnosis estructural y rehabilitación de edificios históricos".

Autor: Prof. Giorgio Macchi.  
Dr. Ingeniero Civil.

Nº 8: "Estabilidad estática de los cerramientos de fachadas de fábrica".

Autor: José M.ª Luzón Cánovas.  
Arquitecto.

### Próximos números:

Nº 9: "Estructuras de hormigón para el año 2000".

Autor: Prof. Théodossios P. Tassios.  
Dr. Ingeniero Civil.

Nº 10: "Comportamiento de la armadura comprimida en piezas flectadas".

Autor: Juan M.ª Cortés Bretón.  
Dr. Ingeniero de Caminos.

Nº 11: "La aventura de las grandes torres".

Autor: Prof. José Calavera Ruiz.  
Dr. Ingeniero de Caminos.

Nº 12: "El control de calidad de grandes estructuras metálicas".

Autores: Juan M.ª Cortés Bretón.  
Dr. Ingeniero de Caminos.  
Jorge Jordán de Urríes de la Riva.  
Dr. Ingeniero de Caminos.  
Antonio Díaz-Trechuelo Laffón.  
Ingeniero Técnico Industrial.

Los interesados en adquirir alguna de estas publicaciones, deberán dirigirse a:

INTEMAC - Instituto Técnico de Materiales y Construcciones.  
Monte Esquinza, 30-4.ª-D.  
28010 MADRID.

## Influencia de la variación de la fibra neutra en el cálculo de flechas instantáneas en piezas de hormigón armado

Fernando Fargueta Cerdá  
Ingeniero de Caminos

Dpto. Mecánica M. Continuos y T. de Estructuras

Miguel Ángel Fernández Prada

Dr. Ingeniero de Caminos

Dpto. Ingeniería de la Construcción

Pedro Miguel Sosa

Dr. Ingeniero de Caminos

Dpto. Ingeniería de la Construcción

Universidad Politécnica de Valencia

### 1. INTRODUCCION

Como método general de cálculo de flechas en piezas de hormigón armado, los diferentes reglamentos y normas (Instrucción EH-91 [ref. 1], Eurocódigo EC-2 [ref. 2] y Model Code 90 [ref. 3], entre otros) preconizan el establecimiento de la ley de variación de curvaturas en la pieza, y la aplicación posterior del principio de los trabajos virtuales o de la doble integración.

La curvatura es, por tanto, el parámetro que caracteriza la deformabilidad de la pieza en condiciones de servicio. A nivel de sección, y para el caso en que la sollicitación predominante sea la flexión, la curvatura debida a la actuación de un momento flector,  $M$ , viene definida (figura 1) por:

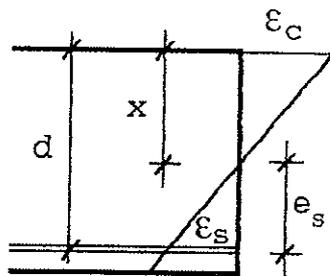


Fig. 1.

$$\frac{1}{r} = \frac{M}{E_c I} = \frac{\epsilon_s}{d - x} = \frac{\epsilon_s}{e_s}$$

La curvatura de la sección, en consecuencia, viene determinada, no solamente por la deformación del acero en tracción, sino también por la profundidad de la fibra neutra.

A nivel de pieza, el comportamiento depende del estado de cargas actuantes, de forma que si no se supera el momento de fisuración del hormigón en ninguna sección del elemento, se podrá considerar como valor de la inercia, en todas las secciones de la pieza, el correspondiente a sección no fisurada. En caso contrario, en aquellas zonas de la pieza en que sea superada la resistencia a tracción del hormigón, se producirá un estado de fisuración discreta, en el que coexistirán secciones completamente fisuradas con otras en las que el hormigón colabore en la resistencia a tracción.

En esta última situación, se produce en las diferentes secciones del elemento un intenso reajuste tensional, con deslizamientos de la armadura respecto del hormigón, y las curvaturas varían de una sección a otra, tanto por la diferente deformación del acero en tracción ( $\epsilon_s$ ), como por la variación en la profundidad de la fibra neutra ( $e_s$ ).

En estas condiciones, el problema de establecer un valor medio de la curvatura que represente el comportamiento zonal de la pieza, no pasa tanto por realizar una

interpolación de inercias o curvaturas, sino por definir un comportamiento o respuesta estructural media, que involucre a todas las variables que intervienen en el problema.

En este sentido, los diferentes reglamentos y normas establecen valores medios para evaluar la deformación del acero en las zonas fisuradas, teniendo en cuenta la colaboración del hormigón entre fisuras (efecto tension-stiffening), y los valores de la curvatura media se definen por interpolación entre las curvaturas en sección fisurada y sección no fisurada, de forma análoga a la interpolación de las deformaciones del acero en tracción. En consecuencia, estas normas establecen, implícitamente, una hipótesis de profundidad de fibra neutra constante a lo largo de todas las secciones, en la zona fisurada.

El objetivo de este trabajo es estudiar la influencia que tiene la posible variación de la fibra neutra en el cálculo de flechas instantáneas. Para ello, se toma como punto de partida la deformación media del acero,  $\epsilon_{sm}$ , establecida en el Model Code 90 del C.E.B.-F.I.P. para el estudio del efecto tension-stiffening, y se obtiene un valor medio de la curvatura sin imponer la hipótesis de profundidad de fibra neutra constante, que representa el comportamiento estructural medio en aquellas zonas de la pieza, sometidas fundamentalmente a solicitaciones de flexión, donde se produce un estado de fisuración estabilizada.

El cálculo de flechas instantáneas puede realizarse suponiendo que la viga es de sección constante, con un valor de inercia equivalente que represente el comportamiento global de la pieza. Esta inercia equivalente puede obtenerse por ajuste de datos experimentales, como en el método de Branson [ref. 4], o mediante integración analítica de la ley de curvaturas medias, como en el método propuesto por los autores [ref. 5]. Este último método permite introducir, sin gran dificultad, la variación de la fibra neutra como parámetro en la expresión de la inercia equivalente, lo que posibilitará estudiar la influencia de dicho parámetro en el cálculo de flechas instantáneas en elementos de hormigón armado.

## 2. COMPORTAMIENTO MEDIO DE UN ELEMENTO DE HORMIGÓN ARMADO EN ESTADO DE FISURACION ESTABILIZADA

### 2.1. Comportamiento medio del hormigón en tracción entre fisuras

Consideremos un tirante de hormigón armado sometido a un estado de tracción pura (figura 2). Si el valor del esfuerzo  $N$  es superior a  $N_r$ , para el que se alcanza la resistencia a tracción del hormigón, se producirá en el tirante un estado de fisuración discreta.

En estas condiciones, y tras haberse alcanzado una fisuración estabilizada, la deformación media de la armadura en el elemento, de acuerdo con el Model Code 90 (3.2 Tension-stiffening effects), viene dada por:

$$\epsilon_{sm} = \epsilon_{s2} - \beta \Delta\epsilon_{sr}$$

siendo:

–  $\epsilon_{s2}$ , la deformación de la armadura en las secciones fisuradas (situación II).

–  $\beta$ , un factor dependiente de la sollicitación aplicada, de valor  $\beta = 0,25$  para cargas de larga duración y cargas repetidas, y  $\beta = 0,40$  para cargas instantáneas.

–  $\Delta\epsilon_{sr} = \epsilon_{sr2} - \epsilon_{sr1}$ , la diferencia entre las deformaciones de la armadura en secciones fisuradas (situación II) y secciones sin fisurar y sin deslizamiento de la armadura (situación I), en el momento de alcanzarse la resistencia a tracción del hormigón.

Para definir completamente el comportamiento medio del tirante, en la situación de fisuración estabilizada, es preciso establecer la deformación media del hormigón,  $\epsilon_{cm}$ . Para ello, estudiaremos el comportamiento de los materiales en el momento de la fisuración y en la situación de fisuración estabilizada.

1) En el instante de la fisuración,  $N = N_r$ , el equilibrio exige que:

1a) En secciones completamente fisuradas (situación II):

$$N_r = \sigma_{sr2} A_s$$

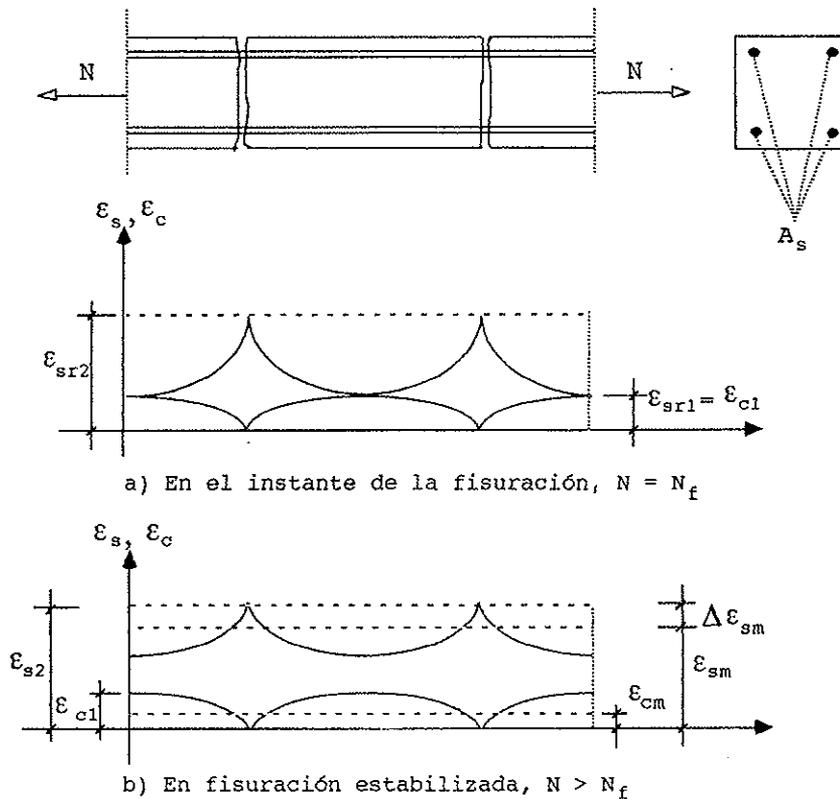


Fig. 2.

1b) En secciones sin fisurar y con igual deformación del hormigón y del acero (situación I):

$$N_f = \sigma_{c1} A_c + \sigma_{sr1} A_s$$

De la igualdad de ambas expresiones se obtiene:

$$\begin{aligned} \sigma_{c1} &= \frac{A_s}{A_c} (\sigma_{sr2} - \sigma_{sr1}) = E_s \frac{A_s}{A_c} (\epsilon_{sr2} - \epsilon_{sr1}) = \\ &= E_s \frac{A_s}{A_c} \Delta \epsilon_{sr} \end{aligned} \quad (1)$$

2) En fisuración estabilizada,  $N > N_f$ , el equilibrio exige que:

2a) En secciones completamente fisuradas (situación II):

$$N = \sigma_{s2} A_s$$

2b) En una sección ideal media que represente el comportamiento global del tirante, mediante una deformación media del acero igual a  $\epsilon_{sm}$  y una deformación

media del hormigón igual a  $\epsilon_{cm}$ :

$$N = \sigma_{cm} A_c + \sigma_{sm} A_s$$

De la igualdad de ambas expresiones resulta:

$$\begin{aligned} \sigma_{cm} &= \frac{A_s}{A_c} (\sigma_{s2} - \sigma_{sm}) = E_s \frac{A_s}{A_c} (\epsilon_{s2} - \epsilon_{sm}) = \\ &= E_s \frac{A_s}{A_c} \beta \Delta \epsilon_{sr} \end{aligned} \quad (2)$$

Comparando los resultados obtenidos, (1) y (2), se deduce que:

$$\sigma_{cm} = \beta \sigma_{c1} \rightarrow \epsilon_{cm} = \beta \epsilon_{c1} \quad (3)$$

De esta forma se caracteriza completamente el comportamiento medio del tirante en fisuración estabilizada (figura 2).

## 2.2. Curvatura media de una pieza sometida a flexión pura

Utilizando el valor de la deformación

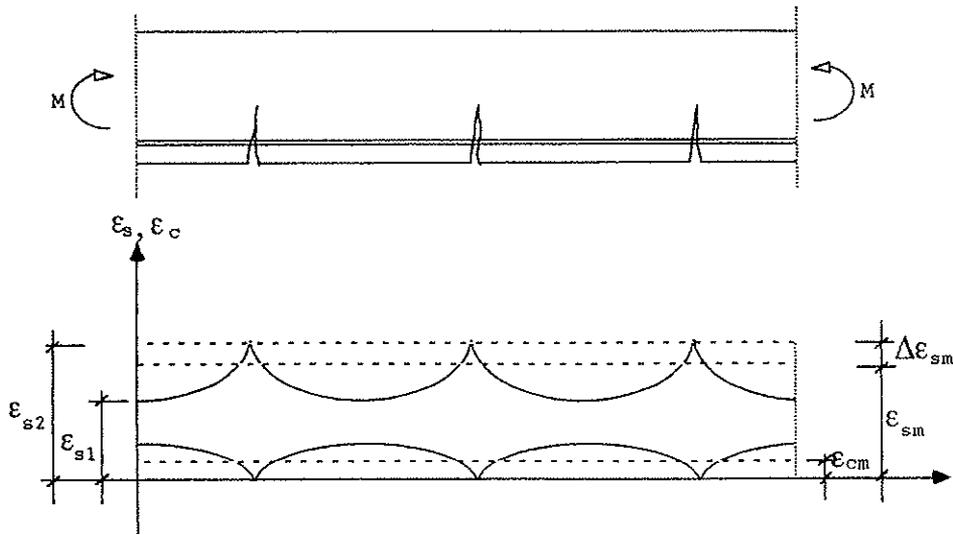


Fig. 3.

media de la armadura,  $\epsilon_{sm}$ , definido en el Model Code 90 y el resultado (3) que acabamos de obtener para la deformación media del hormigón en tracción,  $\epsilon_{cm}$ , vamos a estudiar el valor de la curvatura media que representa el comportamiento de una pieza de hormigón armado sometida a una sollicitación de flexión pura, cuando se alcanza una situación de fisuración estabilizada.

Para ello, consideremos un elemento sometido a un momento flector,  $M$ , tal como el representado en la figura 3. Al llegarse a una situación de fisuración estabilizada, se produce el deslizamiento de la armadura con respecto al hormigón en tracción, y para estudiar el comportamiento medio del elemento deberemos utilizar la respuesta media de los materiales.

1) En el momento de la fisuración,  $M = M_f$ :

1a) En secciones no fisuradas y sin deslizamiento de las armaduras (situación I), las tensiones y deformaciones en el hormigón y en el acero (figura 4) vienen dadas por:

$$\begin{aligned} \sigma_{c1} &= \frac{M_f}{I_b} e_{s1} & \sigma_{sr1} &= m \frac{M_f}{I_b} e_{s1} \\ \epsilon_{c1} = \epsilon_{sr1} &= \frac{M_f}{E_c I_b} e_{s1} \end{aligned} \quad (4)$$

siendo:  $m = E_s/E_c$ , la relación entre los

módulos de deformación del acero y del hormigón.

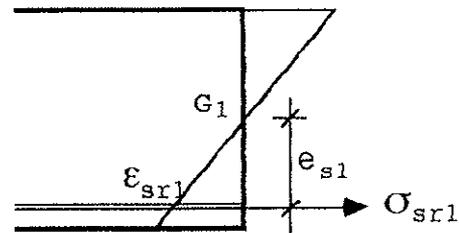


Fig. 4.

1b) En secciones completamente fisuradas (situación II), la tensión y la deformación en el acero (figura 5) vienen expresadas por:

$$\begin{aligned} \sigma_{sr2} &= m \frac{M_f}{I_f} e_{s2} \\ \epsilon_{sr2} &= \frac{M_f}{E_c I_f} e_{s2} \end{aligned} \quad (5)$$

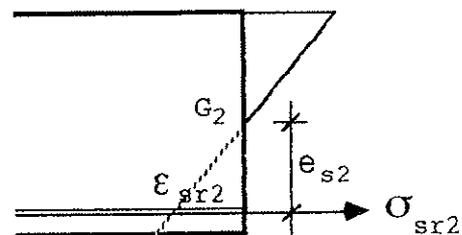


Fig. 5.

De (4) y (5) obtenemos el valor de  $\Delta \varepsilon_r$ :

$$\Delta \varepsilon_r = \varepsilon_{sr2} - \varepsilon_{sr1} = \frac{M_r}{E_c} \left( \frac{e_{s2}}{I_r} - \frac{e_{s1}}{I_b} \right) \quad (6)$$

2) En fisuración estabilizada,  $M > M_r$ :

2a) En secciones completamente fisuradas (situación II), la tensión y la deformación en el acero vienen dadas por:

$$\begin{aligned} \sigma_{s2} &= m \frac{M}{I_r} e_{s2} \\ \varepsilon_{s2} &= \frac{M}{E_c I_r} e_{s2} \end{aligned} \quad (7)$$

Con los valores dados por (6) y (7) podemos obtener la deformación media de la armadura en el elemento, de acuerdo con el Model Code 90:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{sm} &= \varepsilon_{s2} - \beta \Delta \varepsilon_r = \\ &= \frac{M}{E_c} \left[ \beta \frac{M_r}{M} \frac{e_{s1}}{I_b} + (1 - \beta) \frac{M_r}{M} \frac{e_{s2}}{I_r} \right] \end{aligned} \quad (8)$$

Por otra parte, y de acuerdo con (3), la deformación media del hormigón en tracción viene expresada por:

$$\varepsilon_{cm} = \beta \varepsilon_{c1} = \beta \frac{M_r}{E_c I_b} e_{s1}$$

Considerando unos valores medios, tanto para la excentricidad,  $e_{sm}$ , como para la inercia de la sección,  $I_{fm}$ , que caractericen el comportamiento global del elemento, la curvatura media de la pieza vendrá dada por:

$$\frac{1}{r_m} = \frac{M}{E_c I_{fm}} = \frac{\varepsilon_{sm}}{e_{sm}}$$

y teniendo en cuenta (8), resulta:

$$\begin{aligned} \frac{1}{r_m} &= \frac{M}{E_c} \left[ \beta \frac{M_r}{M} \frac{e_{s1}}{e_{sm}} \frac{1}{I_b} + \right. \\ &\left. + (1 - \beta) \frac{M_r}{M} \frac{e_{s2}}{e_{sm}} \frac{1}{I_r} \right] \end{aligned}$$

Es decir, la pieza, en fisuración estabilizada, se comporta como si tuviera una iner-

cia media  $I_{fm}$  de valor:

$$\frac{1}{I_{fm}} = \beta \frac{M_r}{M} \frac{e_{s1}}{e_{sm}} \frac{1}{I_b} + (1 - \beta) \frac{M_r}{M} \frac{e_{s2}}{e_{sm}} \frac{1}{I_r} \quad (9)$$

La expresión obtenida para la curvatura media puede escribirse en la forma siguiente:

$$\frac{e_{sm}}{r_m} = (1 - \zeta) \frac{e_{s1}}{r_1} + \zeta \frac{e_{s2}}{r_2}$$

siendo  $\zeta$  un coeficiente definido por:

$$\zeta = 1 - \beta \frac{M_r}{M}$$

y  $\frac{1}{r_1}$ ,  $\frac{1}{r_2}$  las curvaturas correspondientes a

secciones en situación I y en situación II, respectivamente.

Comparando esta expresión con la propuesta por Favre [ref. 6, 7 y 8]:

$$\frac{1}{r_m} = (1 - \zeta) \frac{1}{r_1} + \zeta \frac{1}{r_2};$$

con  $\zeta = 1 - \beta_1 \beta_2 \left[ \frac{M_r}{M} \right]^2$

puede observarse que la curvatura media definida por este autor conlleva implícita la hipótesis de profundidad de fibra neutra constante. Esta misma hipótesis fue adoptada, como simplificación, por los autores, en el "método analítico" propuesto para el cálculo de flechas instantáneas [ref. 5]. El objetivo del presente trabajo es abandonar tal simplificación y analizar su influencia en la evaluación de flechas instantáneas.

Para definir completamente la curvatura media,  $\frac{1}{r_m}$ , o la inercia media,  $I_{fm}$ , dada por la expresión (9), queda por obtener el valor de la excentricidad media,  $e_{sm}$ , o lo que es lo mismo, la profundidad de la fibra neutra en la sección ideal que representa la respuesta media de la pieza.

2b) En una sección ideal media que represente el comportamiento global del elemento mediante una deformación media del acero igual a  $\varepsilon_{sm}$  y una deformación media del hormigón en tracción igual a  $\varepsilon_{cm}$  (figura 6), la condición de equilibrio de axi-

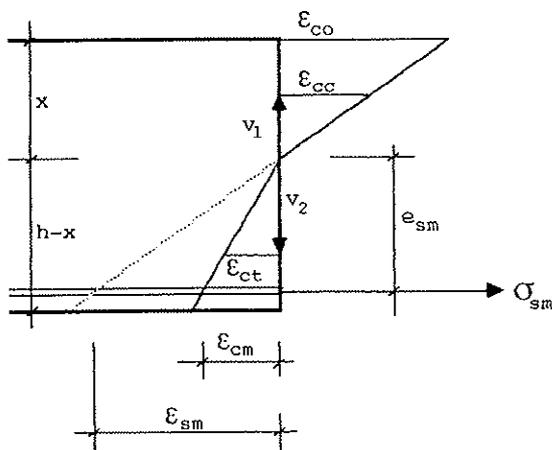


Fig. 6.

les determina la profundidad de la fibra neutra:

$$0 = \int_0^h \sigma_{cc} d\Omega - \sigma_{sm} A_s - \int_0^{h-x} \sigma_{ct} d\Omega$$

Esta ecuación, una vez integrada y expresada en función de las características mecánicas de la sección, puede escribirse en la forma:

$$\epsilon_{cm} S_t(x) = \epsilon_{sm} [S_c(x) - m A_s (d - x)]$$

siendo:

-  $S_t(x)$  el momento estático de la zona en tracción de la sección, con respecto a la fibra neutra.

-  $S_c(x)$  el momento estático de la zona comprimida de la sección, con respecto a la fibra neutra.

Entrando en esta expresión con los valores ya conocidos de  $\epsilon_{sm}$  y  $\epsilon_{cm}$ , se obtiene:

$$\begin{aligned} \beta \frac{M_r}{M} \frac{\epsilon_{s1}}{I_b} S_t(x) &= \left[ \beta \frac{M_r}{M} \frac{\epsilon_{s1}}{I_b} + \right. \\ &+ \left. (1 - \beta) \frac{M_r}{M} \frac{\epsilon_{s2}}{I_r} \right] \cdot \\ &\cdot [S_c(x) - m A_s (d - x)] \quad (10) \end{aligned}$$

Esta última expresión permite determinar la profundidad,  $x$ , de la fibra neutra, en la sección ideal media de la pieza y, consecuentemente, los valores de la excentricidad,  $e_{sm}$ , y de la inercia media,  $I_{fm}$ .

### 3. EVALUACION DE LA INERCIA MEDIA $I_{fm}$ EN SECCION RECTANGULAR

Al objeto de facilitar la evaluación de la inercia media,  $I_{fm}$ , mediante la expresión (9), se ha procedido a obtener, por medio de la expresión (10), los valores de  $e_{sm}$  y, posteriormente, a ajustar los valores de las relaciones  $e_{s1}/e_{sm}$  y  $e_{s2}/e_{sm}$ , para el caso de sección rectangular.

A tal efecto, se han estudiado dos tipos de secciones (una viga plana y otra de canto), con diferentes niveles de armado (cuantías variables desde el 3 por 1.000 hasta el 20 por 1.000), con distintos valores del coeficiente de equivalencia,  $m = E_s/E_c$ , con los valores extremos del factor  $\beta$  (0,25 y 0,40) y haciendo variar la relación  $M_r/M$  desde 0 hasta 1, con incrementos de 0,05.

Los resultados obtenidos se han ajustado mediante tratamiento estadístico, resultando las siguientes fórmulas simplificadas:

$$\frac{e_{s1}}{e_{sm}} = \alpha_1 = 0,10 \beta + 0,60 (1 + m \rho)^2 \left(\frac{d}{h}\right)$$

$$\frac{e_{s2}}{e_{sm}} = 1 + \alpha_2 \beta \frac{M_r}{M}$$

con

$$\alpha_2 = 0,28 (1 + m \rho)^2 \left(\frac{d}{h}\right)^{1/3} ;$$

En estas expresiones, la cuantía viene referida como  $\rho = A_s/bh$ .

Los valores de  $e_{s1}/e_{sm}$  se han ajustado a un valor medio de la relación  $M_r/M$ , dado que su variación en función de este parámetro es muy pequeña.

En las figuras 7, 8 y 9 se reflejan las variaciones de los valores de  $e_{s1}/e_{sm}$  y  $e_{s2}/e_{sm}$ , en función de los diversos parámetros de que dependen.

En la figura 7 se presentan las relaciones de excentricidades, para los valores extremos del factor  $\beta$  ( $\beta = 0,25$  y  $\beta = 0,40$ ), calculadas a partir de unos valores medios de  $m\rho$  y  $d/h$ .

En la figura 8 se recogen los valores de  $e_{s1}/e_{sm}$  y  $e_{s2}/e_{sm}$ , calculados para unos valores extremos del parámetro  $m\rho$  ( $m\rho = 0,02$  y  $m\rho = 0,25$ ) y con unos valores medios del factor  $\beta$  y de la relación  $d/h$ .

Variación de  $es1/esm$  y  $es2/esm$  con  $\beta$

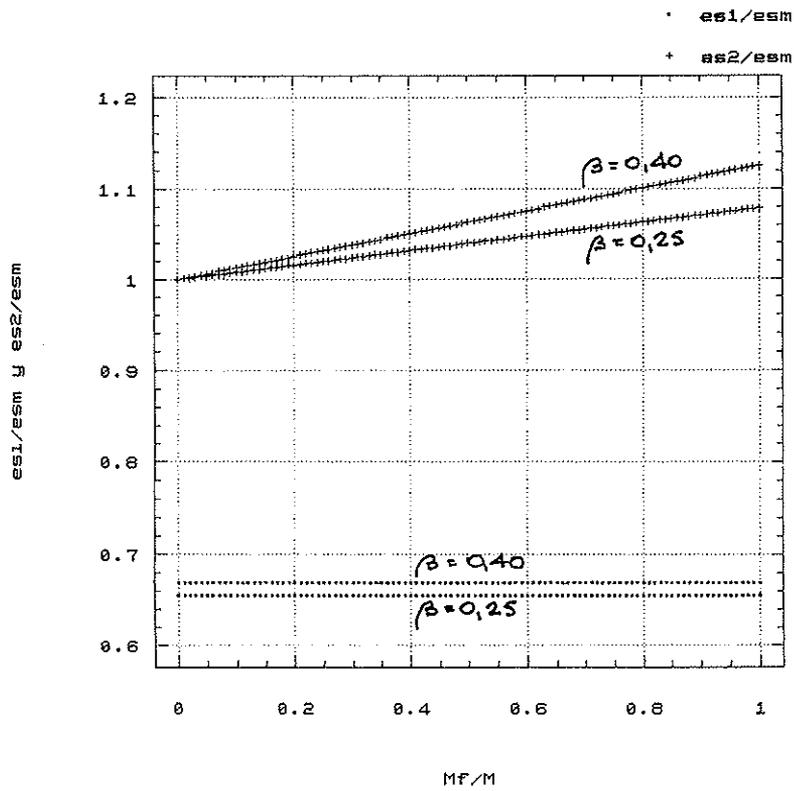


Fig. 7.

Valores calculados con  $m_p=0.08$  y  $d/h=0.9$

Variación de  $es1/esm$  y  $es2/esm$  con  $m_p$

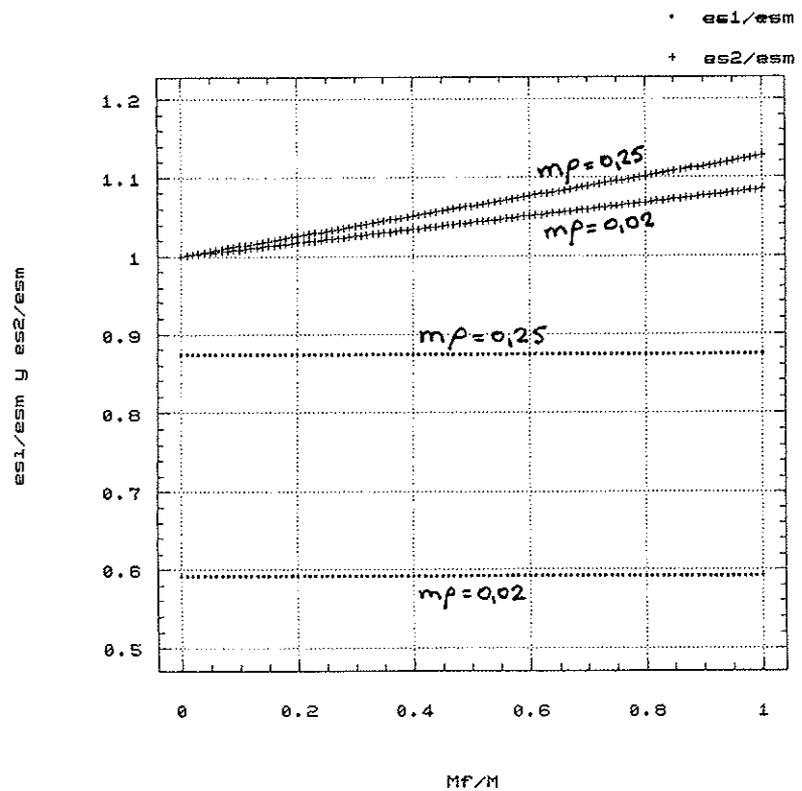


Fig. 8.

Valores calculados con  $\beta=0.30$  y  $d/h=0.90$

Variación de  $e_{s1}/e_{sm}$  y  $e_{s2}/e_{sm}$  con  $d/h$

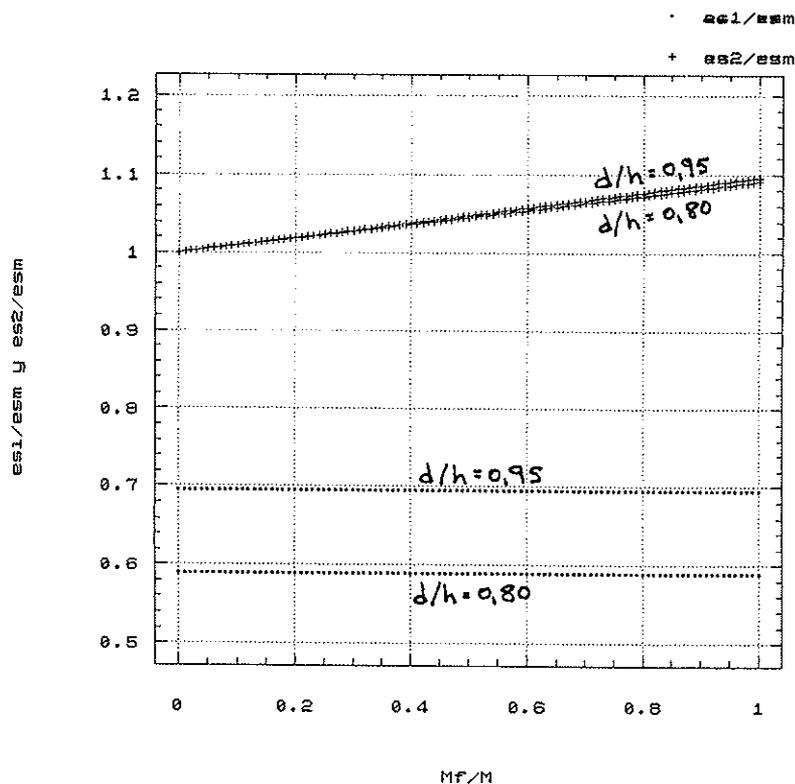


Fig. 9.

Valores calculados con  $\beta=0.30$  y  $m_p=0.08$

En la figura 9 se representan los valores de las relaciones de excentricidades, obtenidos para unos valores extremos del término  $d/h$  ( $d/h = 0,80$  y  $d/h = 0,95$ ), correspondientes a unos valores medios del factor  $\beta$  y del parámetro  $m_p$ .

Como puede verse en estas figuras, los parámetros que afectan en mayor medida a la relación  $e_{s1}/e_{sm}$  son los correspondientes a la cuantía,  $m_p$ , y la relación de canto útil a canto total,  $d/h$ . En tanto que la relación  $e_{s2}/e_{sm}$ , presenta sus mayores variaciones con el factor  $\beta$  de duración de las cargas y con la cuantía, para relaciones de momento de fisuración a momento solicitante, próximas a la unidad.

Con la expresión, ajustada para sección rectangular, de  $e_{s2}/e_{sm}$ , el factor de  $1/I_f$ , en la expresión (9) de  $I_{m}$ , puede simplificarse en la forma:

$$\left(1 - \beta \frac{M_f}{M}\right) \frac{e_{s2}}{e_{sm}} = \left(1 - \beta \frac{M_f}{M}\right)$$

$$\left(1 + \alpha_2 \beta \frac{M_f}{M}\right) \approx 1 - (1 - \alpha_2) \beta \frac{M_f}{M}$$

Finalmente, redefiniendo los parámetros de la expresión (9) en la forma:

$$\beta_b = \alpha_1 \beta, \quad \text{y} \quad \beta_f = (1 - \alpha_2) \beta$$

se obtiene la siguiente expresión para la inercia media de la pieza:

$$\frac{1}{I_m} = \beta_b \frac{M_f}{M} \frac{1}{I_b} + \left(1 - \beta_f \frac{M_f}{M}\right) \frac{1}{I_f} \quad (11)$$

Este valor de inercia media obtenido, engloba los principales parámetros que intervienen en el fenómeno de la fisuración y, consecuentemente, en la deformabilidad de las piezas sometidas a flexión. Aún cuando su expresión se asemeja a una interpolación de inercias, entre la inercia de la sección bruta y la inercia de la sección completamente fisurada, responde a un comportamiento medio global de la pieza en fisuración estabilizada.

## 4. CALCULO DE FLECHAS INSTANTANEAS

### 4.1. Integración de curvaturas

La expresión obtenida de la inercia media es función lineal de la relación  $M_f/M$ . Ello facilita la integración "manual" de curvaturas, para la obtención de flechas instantáneas en los casos de carga sencillos.

A continuación, vamos a proceder a dicha integración, como corresponde al "método analítico" propuesto por los autores en la referencia [5], al objeto de obtener la flecha en el punto medio de piezas de sección constante, sometidas a cargas uniformemente distribuidas, caso usual en las estructuras de edificación, y para leyes de momentos flectores simétricas con respecto a la sección central de la pieza, esto es, con momentos iguales en ambos extremos de la pieza. Se considera, además, que el armado del elemento es invariable dentro de cada una de las zonas de momentos positivos y negativos, salvo las longitudes correspondientes a desplazamiento de la ley y anclaje de las barras.

Consideremos, en consecuencia, una viga de longitud  $L$ , sometida a una carga uniformemente distribuida de valor  $q$ .

Designaremos por  $M_e = qL^2/K_e$  a los momentos solicitantes en las secciones extremas de la viga y por  $M_m = qL^2/K_m$  al momento máximo en el centro del vano.

En estas condiciones, la ley de momentos flectores viene representada en la figura 7, en la que las zonas rayadas corresponden a los tramos de la viga en los que el momento solicitante supera al momento de fisuración, habiéndose designado por  $I_{fem}$  e  $I_{fcm}$  a las inercias medias que, de acuerdo con la expresión (11), caracterizan el comportamiento medio de los tramos fisurados correspondientes a las zonas de momentos negativos y positivos, respectivamente.

Los puntos de delimitación de las zonas fisuradas y no fisuradas de la viga, vienen definidos por los parámetros  $\lambda_1$  y  $\lambda_2$ , cuyos valores son:

$$\lambda_1 = \frac{1}{2} \left[ 1 - \sqrt{\frac{8}{K_m} \left( 1 + \frac{M_f}{M_m} \right)} \right]$$

$$\lambda_2 = \frac{1}{2} \left[ 1 - \sqrt{\frac{8}{K_m} \left( 1 - \frac{M_f}{M_m} \right)} \right]$$

El cálculo de la flecha se ha realizado por el método de la carga unitaria (principio de los trabajos virtuales):

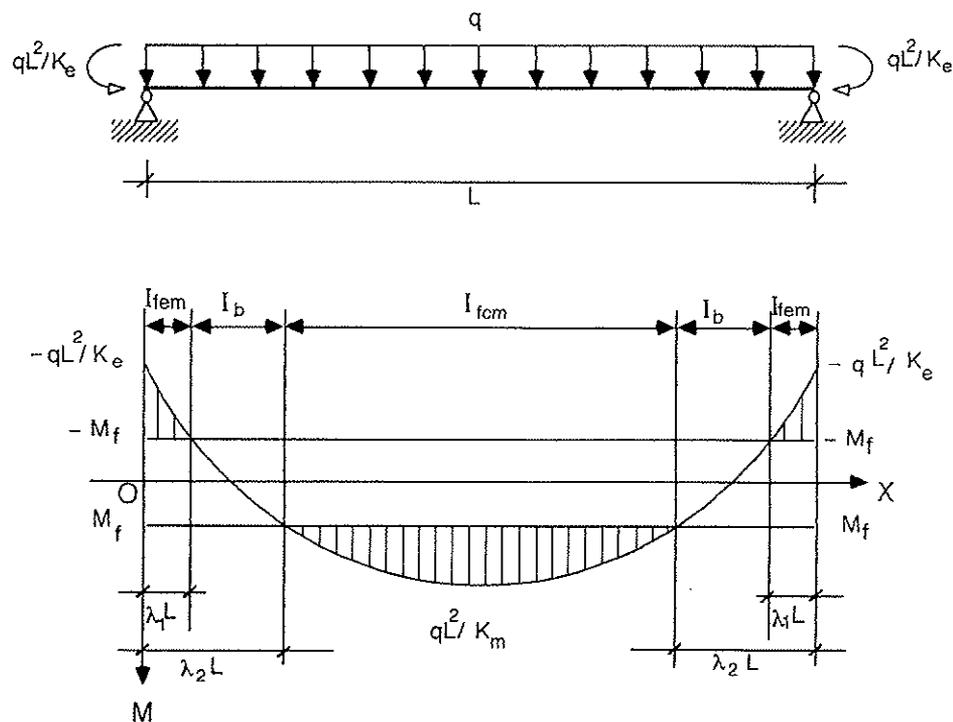


Fig. 10.

$$y = \int_0^L \frac{MM'}{E_c I} dx$$

donde  $M'$  es la ley de momentos flectores que produce en la viga biapoyada, una carga puntual unidad actuando en el punto medio de la luz.

La resolución de la integral anterior proporciona el siguiente resultado:

$$y = \frac{qL^4}{E_c} \left[ (H_1 + H_2 + \beta_{bc} G_1 + \beta_{bc} G_2) \frac{1}{I_b} + (H_3 - H_2 - \beta_{fc} G_2) \frac{1}{I_{fc}} - (H_1 + \beta_{fc} G_1) \frac{1}{I_{fc}} \right] \quad (12)$$

siendo  $I_{fc}$  e  $I_b$  las inercias fisuradas correspondientes a las zonas extremas y central de la viga, respectivamente, y donde los parámetros  $H_i$  y  $G_i$  presentan los siguientes valores:

$$H_1 = \frac{\lambda_1^2}{2 K_c} - \frac{\lambda_1^3}{6} + \frac{\lambda_1^4}{8};$$

$$H_2 = -\frac{\lambda_2^2}{2 K_c} + \frac{\lambda_2^3}{6} - \frac{\lambda_2^4}{8}$$

$$H_3 = \frac{48 - K_m}{384 K_m}$$

$$G_1 = \frac{M_f}{2 K_m M_m} \lambda_1^3; \quad G_2 = \frac{M_f}{2 K_m M_m} (0,25 - \lambda_2^3)$$

## 4.2. Inercia equivalente

Igualando la expresión (12), obtenida en el apartado anterior, a la flecha en el punto medio de una viga ideal, de sección constante, cuya inercia fuera equivalente a la inercia de la viga en estudio, podemos obtener un valor de inercia equivalente,  $I_e$ , que permita calcular la flecha instantánea en cada caso concreto.

La flecha, en esta viga ideal, puede expresarse en la forma:

$$y = k \frac{5 q L^4}{384 E_c I_e}$$

siendo  $k$  un factor que depende de la ley de momentos flectores en la viga y puede

escribirse como:

$$k = \frac{9,60}{K_m} - 0,20$$

En consecuencia, se obtiene la siguiente expresión para la inercia equivalente de la viga:

$$\frac{1}{I_e} = (a_1 + b_1 + \beta_{bc} a_2 + \beta_{bc} b_2) \frac{1}{I_b} + [1 - (a_1 + \beta_{fc} a_2)] \frac{1}{I_{fc}} - (b_1 + \beta_{fc} b_2) \frac{1}{I_{fc}} \quad (13)$$

en la que, por simplificación, se han definido los parámetros  $a_i$  y  $b_i$ :

$$a_1 = \frac{384}{5 k} H_2; \quad a_2 = \frac{384}{5 k} G_2;$$

$$b_1 = \frac{384}{5 k} H_1; \quad b_2 = \frac{384}{5 k} G_1$$

Los parámetros  $a_i$  y  $b_i$  dependen, como se observa, del momento de fisuración,  $M_f$ , y de la ley de flectores a que se encuentre sometida la viga; en tanto que, los factores  $\beta_{ij}$  dependen del tipo de viga, de la cuantía de las armaduras y de la duración de las cargas aplicadas.

## 5. COMPARACION DE RESULTADOS

Al objeto de estudiar la influencia de la variación de profundidad de la fibra neutra en el cálculo de flechas instantáneas y comparar los resultados proporcionados por los diversos métodos, se ha realizado un sistemático cálculo de ejemplos, utilizando la interpolación de inercias de Branson (EH-91), la interpolación de curvaturas de Favre (Eurocódigo EC-2), el método analítico con la simplificación de profundidad de fibra neutra constante, designado a partir de aquí "analítico 1", y el método expuesto en este artículo, con la consideración de la variación de la fibra neutra, denominado en lo que sigue "analítico 2".

Para estudiar independientemente la influencia de cada uno de los parámetros que intervienen en la expresión de la inercia equivalente,  $I_e$ , dada por (13), se ha procedido a sistematizar los ejemplos, varian-

do en cada caso uno de los parámetros y manteniendo el resto constantes.

Como base de todos los ejemplos, se han definido dos vigas: una de canto, de ancho  $b = 25$  cm y canto total  $h = 50$  cm, con una luz de 6,00 m y otra plana, de ancho  $b = 50$  cm y canto total  $h = 25$  cm, con una luz de 5,00 m. En ambos casos, se ha considerado una carga uniformemente distribuida en toda la luz, de 3,50 t/m.

El cálculo de flechas se ha realizado, en todos los casos, con las características del hormigón correspondientes a 28 días de edad.

### 5.1. Influencia de la ley de momentos flectores

En primer lugar, se ha estudiado la influencia de la ley de momentos solicitantes sobre la viga. Para ello, se han fijado las cuantías de armadura de las vigas, considerando un armado con acero tipo AEH-500N, formado por  $2 \phi 16$ , corridos supe-

rior e inferiormente, con refuerzos compuestos por  $4 \phi 20$ , en positivos, y  $2 \phi 20$ , en negativos, para la viga de canto; y constituido por  $4 \phi 20$ , corridos inferiormente y  $3 \phi 20$ , corridos superiormente, con refuerzos de  $4 \phi 20$ , en positivos, y  $4 \phi 16$ , en negativos, para la viga plana.

Se ha considerado un hormigón tipo H-200, con lo que se fija el momento de fisuración,  $M_f$ , y se ha establecido que la carga total está compuesta, en un 70%, por cargas permanentes, y en un 30%, por cargas de corta duración.

Con estos datos se han calculado las flechas instantáneas correspondientes a cinco tipos diferentes de leyes de momentos solicitantes, definidas por los valores de  $K_m = 8, 12, 16, 20$  y  $24$ . Los resultados obtenidos se reflejan en las figuras 11 (viga de canto) y 12 (viga plana). Como puede observarse, los resultados proporcionados por el método de Favre, "analítico 1" y "analítico 2" son sensiblemente coincidentes, en tanto que los obtenidos por el método de Branson son ligeramente superiores.

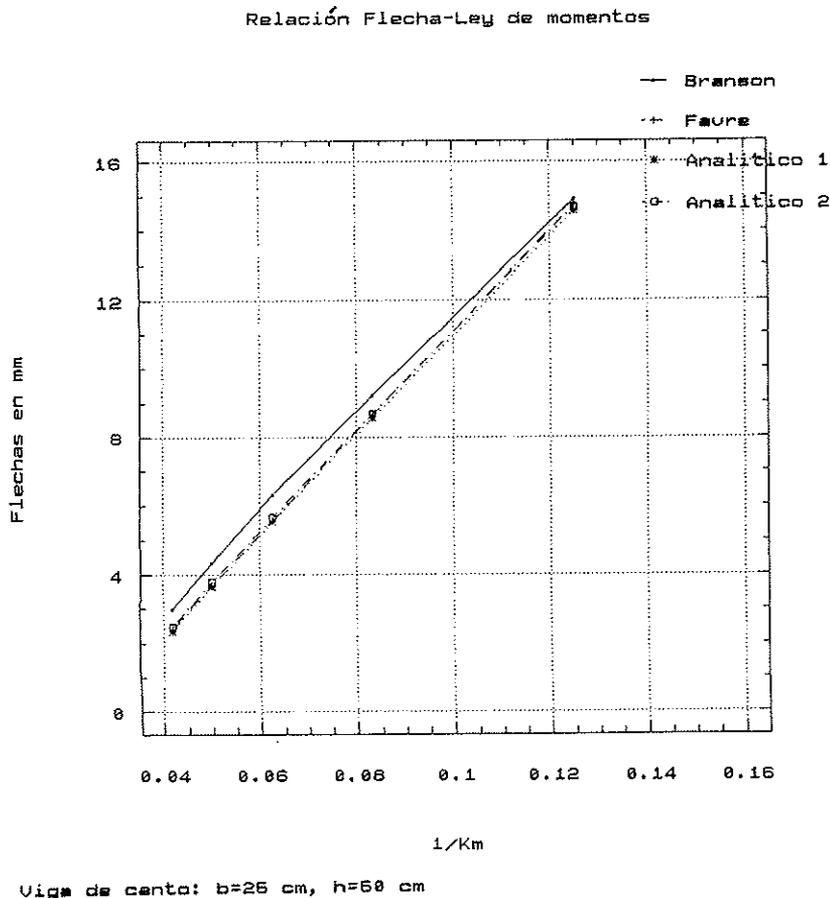


Fig. 11.

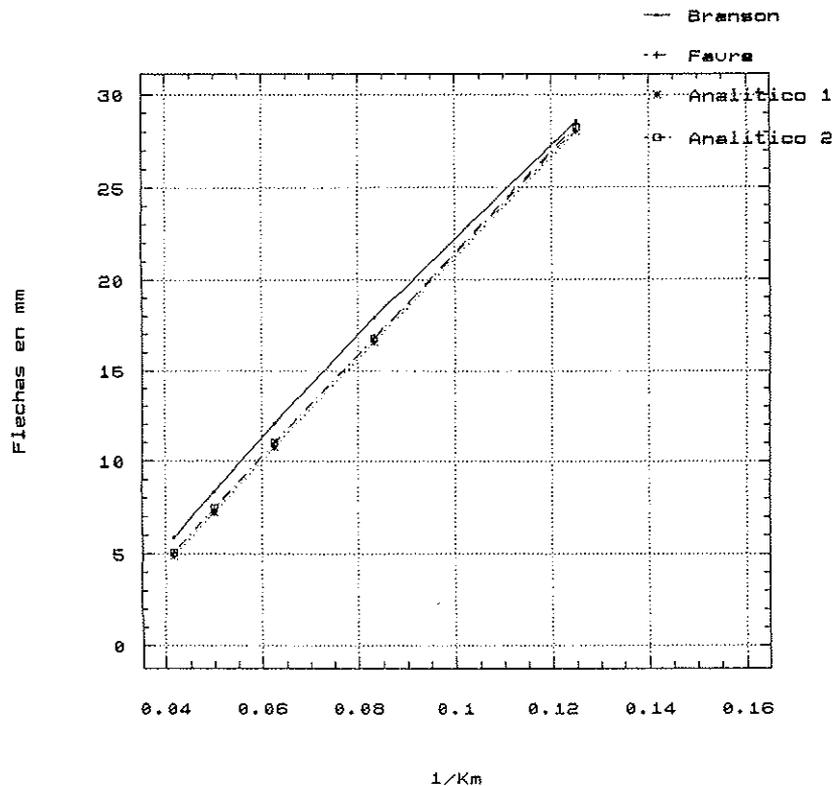


Fig. 12.

Viga plana: b=60 cm, h=25 cm

## 5.2. Influencia de la relación carga permanente/carga total

En segundo término, se ha analizado la influencia en la flecha, del porcentaje de carga permanente con respecto a la carga total. Para ello, se han considerado las vigas solicitadas por una ley de momentos definida por  $K_c = K_m = 16$ , y se han armado teniendo en cuenta un hormigón tipo H-200 y un acero tipo AEH-500N. Las flechas se han calculado con la misma ley de momentos y considerando unos porcentajes de carga permanente, iguales al 0%, 30%, 70% y 100%, respecto a la carga total, de 3,50 t/m, considerada. Los resultados obtenidos para este caso están representados en las figuras 13 (viga de canto) y 14 (viga plana).

La interpolación de inercias de Branson, como sabemos, es independiente del tipo de carga y, en consecuencia, proporciona resultados fijos para este caso. Con respecto a los valores dados por "analítico 2",

Branson presenta la mayor diferencia (+ 4,3%) para el caso de viga plana y cuando la carga es toda ella de corta duración (figura 14).

El método de Favre da resultados concordantes con "analítico 2" para la viga plana (figura 14); en cambio se aprecian pequeñas diferencias para la viga de canto (figura 13). La máxima diferencia (-4,4%) corresponde al caso en que toda la carga es instantánea.

Los resultados obtenidos con "analítico 1" y "analítico 2", mantienen diferencias sensiblemente constantes, tanto para viga de canto como para viga plana. En cualquier caso, los valores de flecha instantánea proporcionados por "analítico 2" son siempre mayores que los dados por "analítico 1". La mayor diferencia (-3,6%) aparece para viga de canto y todas las cargas instantáneas (figura 13).

Estas diferencias son consecuencia, evidentemente, de la variación de profundidad

Relación Flecha-Carga permanente

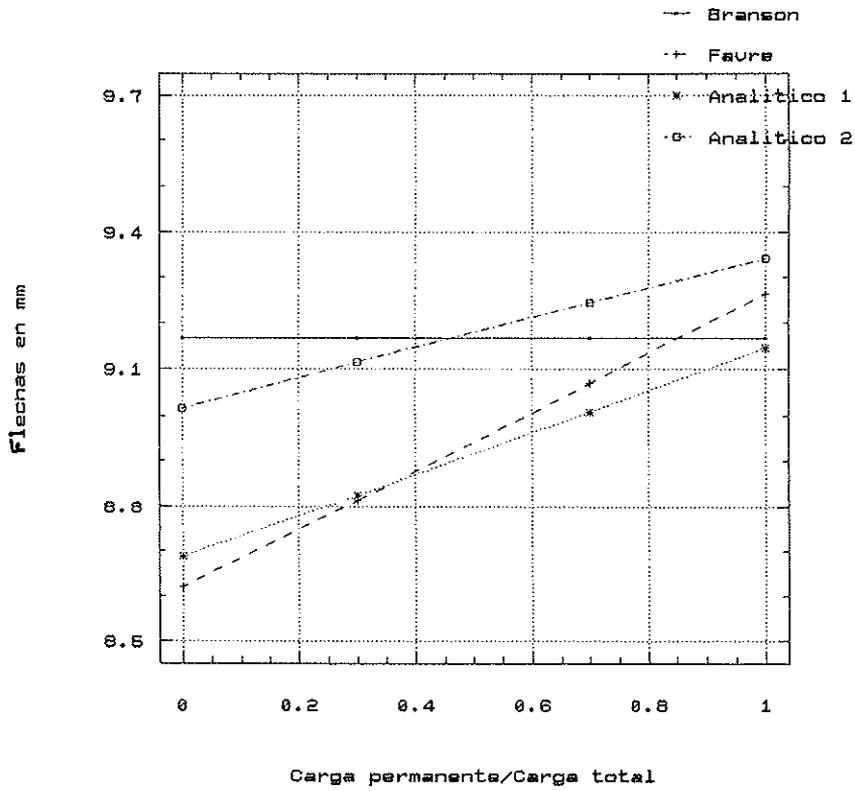


Fig. 13.

Viga de canto: b=25 cm, h=50 cm

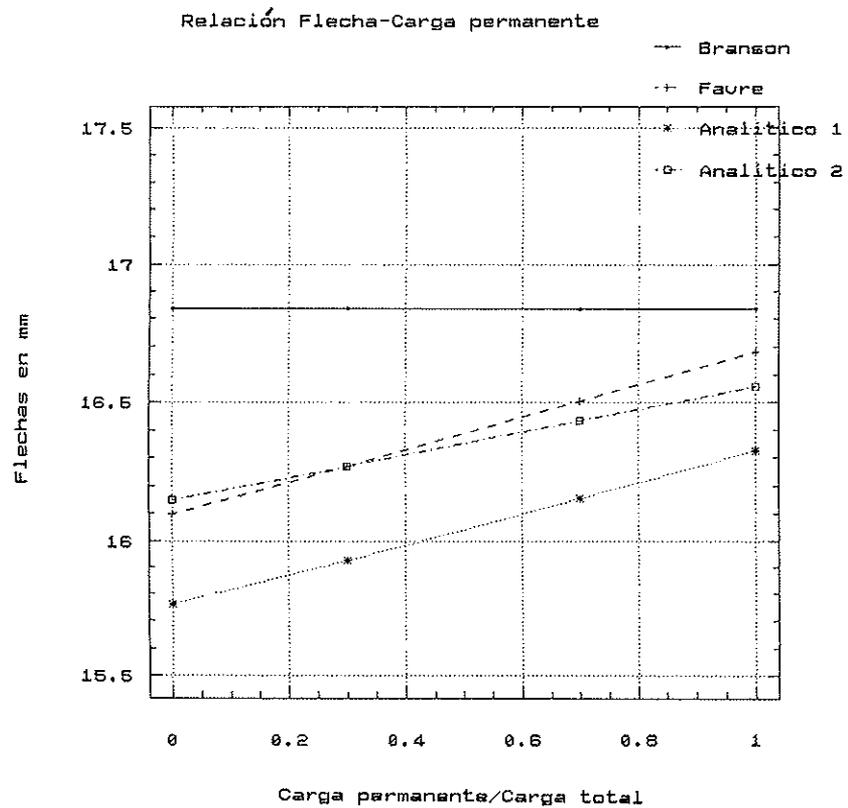


Fig. 14.

Viga plana: b=50 cm, h=25 cm

de la fibra neutra; y su influencia se dirige siempre en el sentido de aumentar ligeramente el valor de las flechas.

### 5.3. Influencia de la resistencia del hormigón

En tercer lugar, se ha estudiado la influencia, sobre el valor de la flecha, de la resistencia característica del hormigón, o lo que es lo mismo del momento de fisuración. Para ello, se ha considerado una ley de momentos solicitantes definida por  $K_e = K_m = 16$  y se han mantenido los armados de las vigas del estudio anterior. En cuanto a la carga se refiere, se ha supuesto que de las 3,50 t/m actuantes, el 70% corresponde a cargas permanentes y el 30% a cargas instantáneas. Con estas condiciones se han calculado las flechas para los siguientes tipos de hormigón: H-175, H-200, H-250, H-300 y H-350. Los resultados obtenidos se recogen en las figuras 15 (viga de canto) y 16 (viga plana).

Para el caso de la viga plana, las diferencias obtenidas por los distintos métodos no son significativas, pues aunque aumenta el momento de fisuración con la calidad del hormigón, la relación  $M_f/M$ , en este tipo de vigas, suele ser muy baja y, consecuentemente, la influencia de la inercia correspondiente a secciones completamente fisuradas es muy alta.

En cambio, para el caso de la viga de canto, a medida que aumenta la resistencia del hormigón, y por tanto la relación  $M_f/M$ , aparecen diferencias más significativas en los valores de las flechas. Prácticamente, en todos los casos el mayor valor de la flecha lo proporciona el método "analítico 2", debido, sin duda, a la influencia de la variación de la profundidad de la fibra neutra que, como en el caso anterior, vuelve a incidir en el sentido de aumentar las flechas. Las mayores diferencias, con respecto a este método, se alcanzan con el hormigón tipo H-350, y se sitúan en un -17% para el método de Branson, un -8,4% para el método de Favre y un -3,8% para el método "analítico 1" (figura 15).

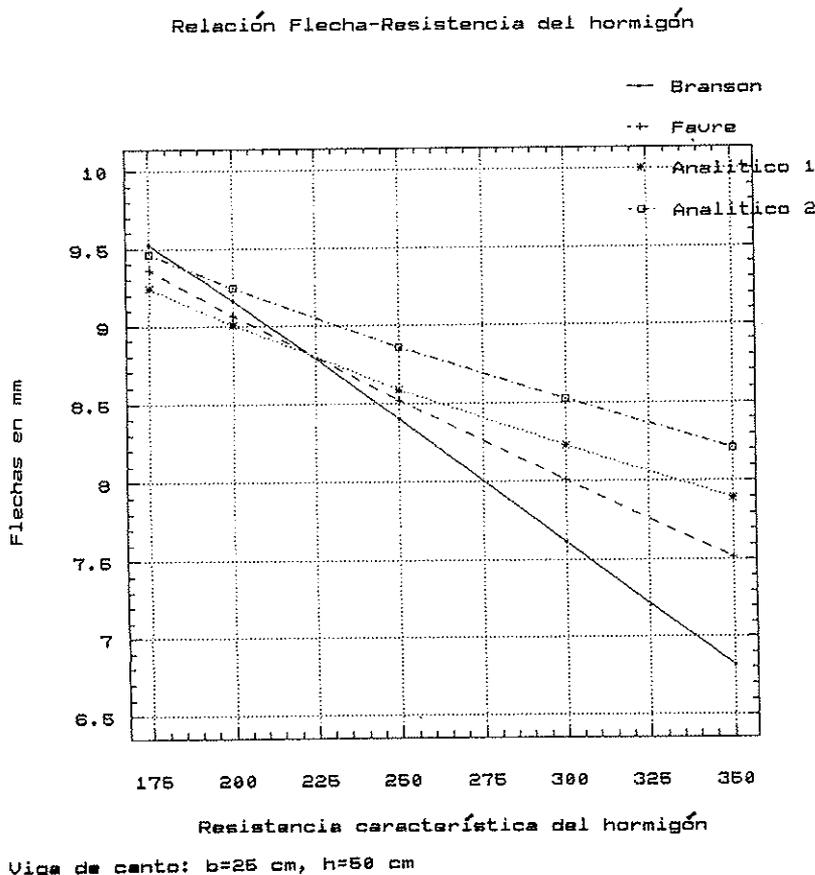


Fig. 15.

### Relación Flecha-Resistencia del hormigón

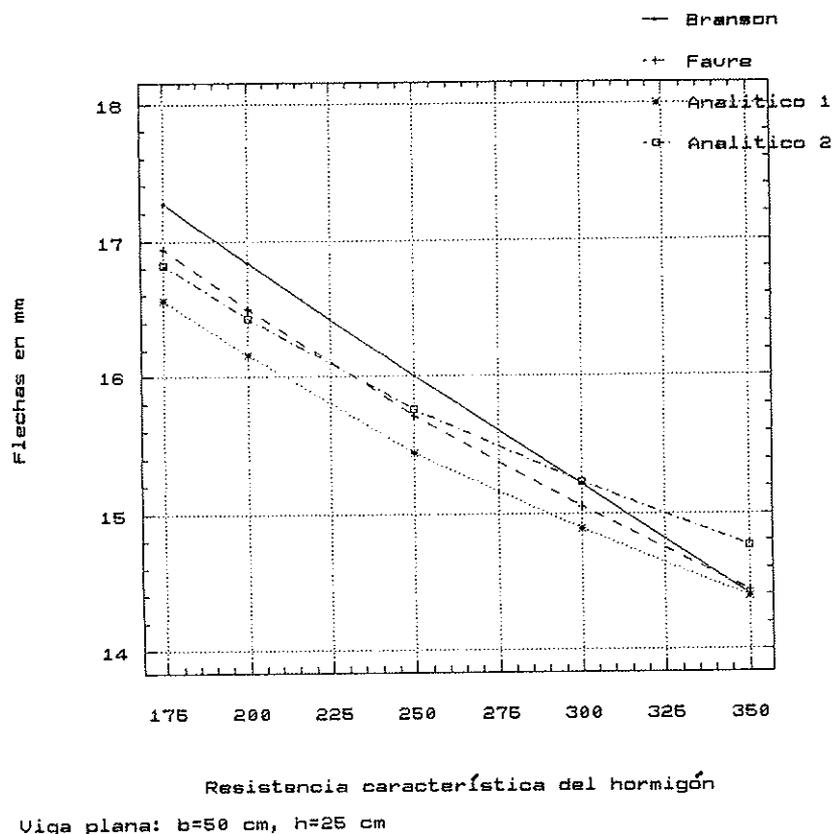


Fig. 16.

#### 5.4. Influencia de la distribución de armaduras entre positivos y negativos

Finalmente, se ha analizado la influencia de la distribución de la armadura sobre el valor de la flecha, lo que de forma indirecta permite también estudiar la influencia de la redistribución de momentos, en estructuras hiperestáticas, sobre el cálculo de la flecha.

En este caso, las vigas se han considerado sometidas a un diagrama de momentos definido por  $K_c = K_m = 16$  y se han calculado las armaduras con un hormigón tipo H-200 y un acero AEH-500N. Tomando este armado como base, definido por unas cuantías evidentemente iguales en positivos y negativos, que designaremos como  $\rho_0$ , se han calculado las flechas para unas distribuciones de armaduras definidas por  $\rho_{\text{pos}}/\rho_0 = 1/2, 3/4, 1,5/4$  y  $3/2$ , siendo  $\rho_{\text{pos}}$  la cuantía en positivos y manteniendo constante, en todos los casos, la suma de cuantías en positivos y negativos.

Con respecto a la carga actuante sobre la

viga, se ha considerado un 70% de acciones permanente y un 30% de acciones de corta duración.

Los resultados obtenidos en este caso, vienen reflejados en las figuras 17 (viga de canto) y 18 (viga plana).

Como puede observarse en estas figuras, los resultados proporcionados por el método de Favre, "analítico 1" y "analítico 2", tanto para viga plana como para viga de canto, son notablemente concordantes, apreciándose una importante disminución de la flecha a medida que aumenta la cuantía de las armaduras dispuestas en la zona de momentos positivos.

El método de Branson, por el contrario, se muestra menos sensible a la distribución de armaduras, dando valores de flecha más uniformes que, además, están por encima de los proporcionados por los restantes métodos, cuando la cuantía de armadura en positivos es superior a la de negativos. Este resultado concuerda, por otra parte, con los reflejados en las figuras 11 y 12.

Relación Flecha-Distribución de armadura

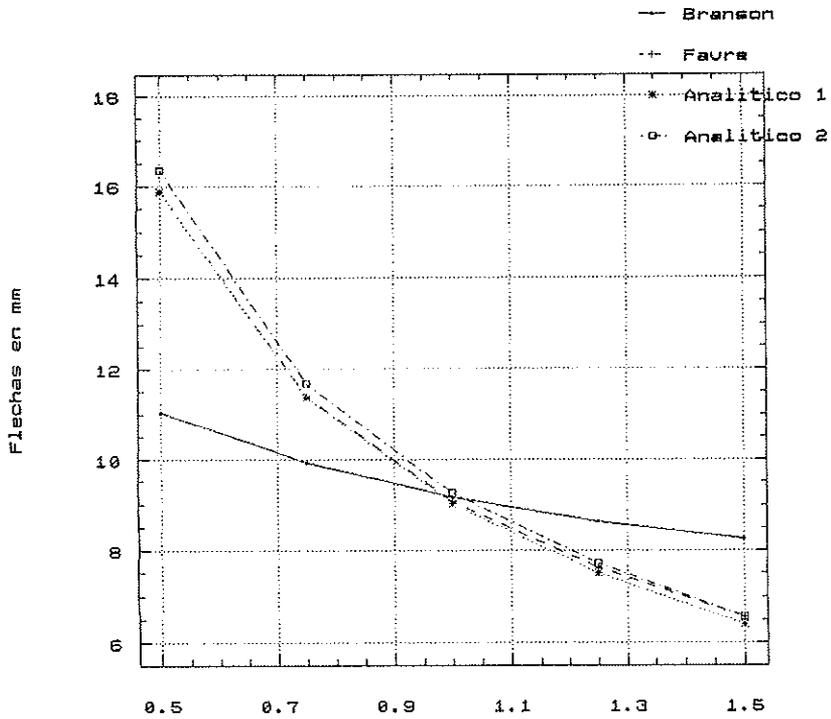


Fig. 17.

Cuantía inf. / Cuantía inf. elástica

Viga de canto: b=25 cm, h=50 cm

Relación Flecha-Distribución de armadura

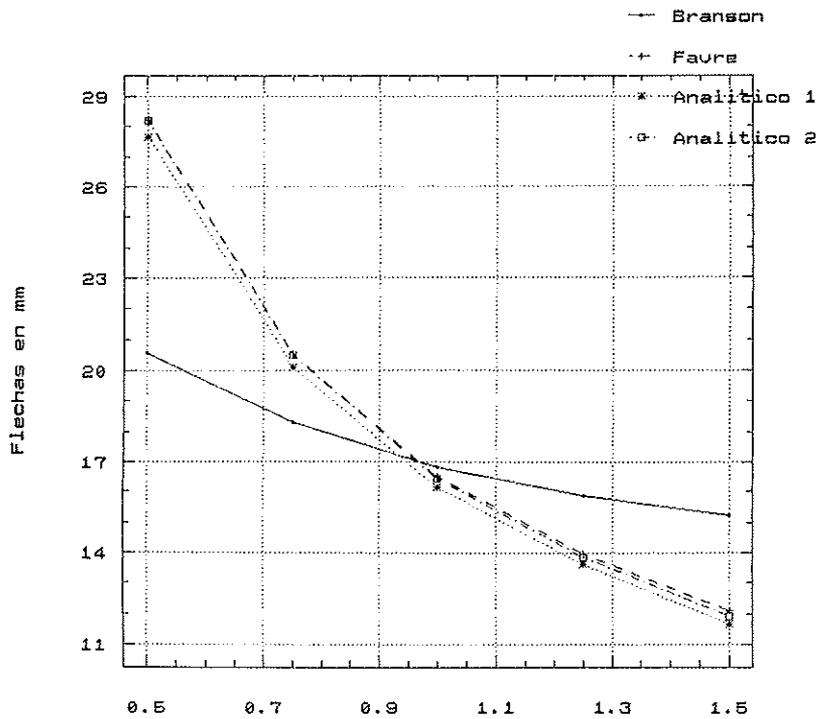


Fig. 18.

Cuantía inf. / Cuantía inf. elástica

Viga plana: b=50 cm, h=25 cm

En cualquier caso, se demuestra la importancia de definir adecuadamente la ley de momentos en rotura, empleada para el cálculo de las armaduras, con respecto a la ley de momentos en servicio para la que va a calcularse la flecha instantánea.

En edificación es práctica habitual establecer un diagrama de momentos en rotura a base de redistribuir, hasta un máximo del 15% de los momentos negativos, el diagrama elástico mayorado obtenido del cálculo y evaluar las flechas tomando como diagrama de momentos en servicio el propio diagrama elástico sin mayorar. Este proceso de cálculo de flechas supone, de acuerdo con los resultados reflejados en las figuras 17 y 18, que a mayor redistribución de momentos en rotura menor es la flecha teórica calculada. Sin embargo, es necesario hacer notar que la ley de momentos en servicio con la que se realiza el cálculo de flechas es la correspondiente a un análisis elástico y lineal, no congruente con los modelos empleados para el cálculo de flechas, que sí tienen en cuenta la variación de rigidez de la viga por efecto de la fisuración.

## 6. CONCLUSIONES

Los diferentes reglamentos y normas establecen, como procedimiento general para el cálculo de flechas instantáneas, en elementos de hormigón armado, el método de la integración de curvaturas. Para la aplicación de este método es práctica habitual definir una curvatura media, para las zonas de la pieza en las que el momento solicitante es superior al momento de fisuración de la sección, que represente el comportamiento del elemento en fisuración estabilizada.

Estos modelos establecen la curvatura media a partir de las curvaturas en secciones no fisuradas (estado I) y secciones completamente fisuradas (estado II), teniendo en cuenta la colaboración del hormigón en tracción entre fisuras (efecto tension-stiffening). No obstante, tales modelos no incorporan en sus planteamientos la variación que, de unas secciones a otras, experimenta la profundidad de la fibra neu-

tra y que, conjuntamente con la deformación del acero en tracción, define las variaciones de curvatura. Estos planteamientos establecen, implícitamente, por tanto, la hipótesis de que la profundidad de la fibra neutra permanece constante en todas las secciones de la zona fisurada de la pieza.

En el presente trabajo se ha obtenido una expresión de curvatura media, para piezas sometidas fundamentalmente a solicitaciones de flexión, que incorpora la variación de la profundidad de la fibra neutra, a partir de los planteamientos del Model Code 90 para el efecto tension-stiffening.

Este valor de curvatura media se ha utilizado, además, para obtener, mediante integración de curvaturas, una expresión de inercia equivalente de la viga, que permite el cálculo directo de flechas instantáneas.

El cálculo sistemático de flechas instantáneas, en una serie de ejemplos que reflejan la incidencia de los parámetros más importantes, permite extraer, acerca de la influencia de la variación de la profundidad de la fibra neutra sobre el valor de la flecha, las siguientes conclusiones.

1) El valor de la flecha aumenta, en general, al tener en cuenta la variación de la fibra neutra en las zonas fisuradas de la viga, debido a que tal consideración aumenta la influencia de la curvatura de secciones completamente fisuradas, en el valor de la curvatura media.

2) Este incremento de flecha es relativamente mayor en vigas de canto que en vigas planas, ya que en estas últimas la importancia de la curvatura de las secciones en situación II es de por sí muy alta, dado que en este tipo de vigas el momento de fisuración suele ser muy bajo.

3) Los aumentos de flecha son mayores cuando el porcentaje de cargas de corta duración, con respecto a la carga total sobre la viga, es mayor. Igualmente sucede, cuando el momento de fisuración de la viga aumenta (cosa que ocurre con el empleo de hormigones de media y alta resistencia).

De todas formas, estos aumentos de flecha son significativamente pequeños para los casos habituales en edificación, dada la calidad de los hormigones utilizados y dado

que, en general, las cargas permanentes representan un alto porcentaje de la carga total. En consecuencia, para estos casos, el error introducido por la hipótesis de profundidad de fibra neutra constante es pequeño.

No obstante, para aquellos casos en que no se den dichos supuestos, será conveniente tener en cuenta la variación de la profundidad de la fibra neutra, al objeto de ajustar mejor el cálculo de las flechas instantáneas.

## REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

1. COMISION PERMANENTE DEL HORMIGON: "EH-91. Instrucción para el Proyecto y la Ejecución de Obras de Hormigón en Masa o Armado". Ministerio de Obras Públicas y Transportes, 1991.

2. EUROCODE nº 2: "Design of Concrete Structures. Part 1. General Rules for Buildings". Commission of the European Communities, 1989.

3. COMITE EURO-INTERNATIONAL DU BETON: "C.E.B.-F.I.P. Model Code 1990". C.E.B. Bulletin nº 203, 204 y 205, 1991.

4. BRANSON, D.E.: "Deformation of Concrete Structures". Ed. Mc Graw-Hill, 1977.

5. FARGUETA, F.; FERNANDEZ PRADA, M.A.; MIGUEL SOSA, P.: "Un Método Alternativo para el Cálculo de Flechas Instantáneas en Piezas de Hormigón Armado". Hormigón y Acero nº 181, 1991.

6. FAVRE, R.; KOPRNA, M.; RADOJICIC, A.: "Effets Différés, Fissuration et Deformations des Structures en Béton". Ed. Georgi. Saint Saphorin, 1980.

7. GHALI, A.; FAVRE, R.: "Concrete Structures: Stresses and Deformations". Ed. Chapman and Hall, 1986.

8. FAVRE, R.; JACCOUD, J.P.; KOPRNA, M.; RADOJICIC, A.: "Dimensionnement des Structures en Béton. Dalles, Murs, Colonnes et Fondations". *Traité de Génie Civil de l'Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne*. Ed. Presses Polytechniques et Universitaires Romandes, 1990.

## RESUMEN

En toda pieza de hormigón armado, cuando se supera la resistencia a tracción del hormigón, se produce un estado de fisuración discreta, en el que algunas secciones se encuentran completamente fisuradas y en otras el hormigón colabora en la resistencia a tracción. En estas condiciones, y en el caso de piezas sometidas principalmente a solicitaciones de flexión, las curvaturas varían de unas secciones a otras, tanto por la diferente deformación del acero en tracción, como por la variación de la profundidad de la fibra neutra.

En este artículo se presenta un planteamiento, basado en las consideraciones del Model Code 90 sobre el efecto tension-stiffening, que permite obtener una expresión de curvatura media, que representa el comportamiento zonal del elemento en estado de fisuración estabilizada y tiene en cuenta la mencionada variación de la fibra neutra.

Utilizando este valor de curvatura media, y mediante la correspondiente integración de curvaturas a lo largo de la pieza, se ha obtenido una expresión de inercia equivalente, que representa el comportamiento global de la pieza, y permite calcular, directamente, la flecha instantánea correspondiente al caso de carga estudiado.

La comparación de resultados, con los obtenidos por otros métodos que no incorporan en sus planteamientos la variación que experimenta la profundidad de la fibra neutra, permite afirmar que, en general, el valor obtenido de la flecha instantánea aumenta al tener en cuenta esta consideración.

No obstante, los incrementos obtenidos en los valores de las flechas, sólo llegan a ser significativos para aquellos casos en que la relación momento de fisuración a momento solicitante sea próxima a la unidad (empleo de hormigones de alta resistencia) y cuando las cargas instantáneas o de corta duración representen un alto porcentaje con respecto a la carga total aplicada sobre la viga.

## SUMMARY

Cracking appears when the concrete ten-

sile strength is exceeded in a reinforced concrete flexural member, in which some sections are fully cracked, but the concrete between cracks still carries some tension. Under these conditions the curvature changes from each other section, either because of different steel strain or by the variation of the neutral axis.

This paper presents a study, based on the tension-stiffening effect adopted by the C.E.B.-F.I.P. Model Code 90, to obtain an expression of the average curvature representing the local behaviour of the beam and taking into account the variation of the neutral axis.

By means of the corresponding integration of curvatures along the beam, an

expression of equivalent inertia is obtained. With this equivalent inertia, representing the global behaviour of the beam, the instantaneous deflection at midspan can be calculated for each loading state.

By comparison with results obtained with other methods, it can be stated that, in general, the value of the computed instantaneous deflection increases when the variation of the neutral axis is taken into account.

Nevertheless the remarked differences in deflection values only have importance when the ratio of cracking moment to service moment is close to the unit and also when the short-time loads are an important amount of the total load on the beam.

\* \* \*

## **Tercer Simposio Internacional sobre Utilización de Hormigones de Alta Resistencia**

Durante los días 20 al 24 de Junio de 1993 y organizado por la Federación Internacional del Pretensado (FIP), el Comité Euro-Internacional del Hormigón (CEB), y el Instituto Americano del Hormigón (ACI), se va a celebrar en Lillehammer, Noruega, el tercer Simposio Internacional sobre "Utilización de Hormigones de Alta Resistencia".

### **INTRODUCCION**

El primer Simposio sobre este tema tuvo lugar en Stavanger, Noruega, en 1987; el segundo, en Berkeley, California, en 1990. Para el tercero, volveremos a Noruega en 1993, a la hermosa ciudad de Lillehammer, a 192 Kms. al norte de Oslo.

Lillehammer es el lugar elegido como sede para los Juegos Olímpicos de Invierno de 1994, lo cual, desde luego, constituye un destacado éxito que marcará huella en la ciudad. En consecuencia, el Simposio se iniciará con la "Carrera del Día Olímpico", con un recorrido de más de 10 Km., en la cual

podrán participar cuantos lo deseen. Los participantes en el Simposio están invitados a tomar parte en ella, corriendo, andando, o simplemente ¡mirando!

En el Simposio se tratarán diversos aspectos de los hormigones de alta resistencia. Los principales temas serán: diseño, construcción y tecnología del material. Los últimos avances en el campo de los hormigones de alta resistencia serán estudiados minuciosamente y se presentarán grandes proyectos de obras construidos con este material.

El Simposio está patrocinado por diversas Asociaciones Nacionales e Internacionales.

Los investigadores, proyectistas, contratistas y usuarios del hormigón de alta resistencia, podrán aprovechar esta ocasión para reunirse con sus colegas de todo el mundo. Es una oportunidad excelente para intercambiar experiencias, hacer amigos y ampliar el campo de conocimientos. Por otro lado, se podrán visitar los pintorescos, culturales e históricos lugares existentes en la región.

## PROGRAMA TECNICO

El Simposio se centrará en temas de investigaciones recientes y en proyectos y construcciones de destacadas estructuras realizadas con HORMIGONES DE ALTA RESISTENCIA.

Entre estas estructuras se incluirán:

- \* Estructuras marítimas.
- \* Puentes.
- \* Pavimentos.
- \* Edificios de altura.

Habrà tres Sesiones principales en las que se presentarán las Comunicaciones que hayan sido aceptadas. Al final de cada sesión se celebrará un coloquio abierto.

Los temas para estas Sesiones serán:

1. **Proyecto:** Nuevos conceptos estructurales, métodos de cálculo, investigaciones recientes y en curso, códigos y especificaciones.

2. **Construcción:** Ejemplos de estructuras excepcionales, nuevas técnicas y nuevas aplicaciones.

3. **Materiales:** Propiedades mecánicas, durabilidad y hormigón LWA.

## INFORMACION

### Idioma

Las Comunicaciones escritas solamente serán aceptadas en inglés. La presentación oral será también en inglés.

### Proceedings del Simposio

Todas las Comunicaciones aceptadas se incluirán en los Proceedings, que se distribuirán en el Simposio.

### Visitas técnicas

Se programarán visitas técnicas a las obras que, para los Juegos Olímpicos, se están construyendo en Lillehammer.

## Programa social

Se prepara un extenso programa social para los participantes y sus acompañantes.

### Viajes post-Simposio

Para después del Simposio se organizarán varias excursiones de interés técnico y turístico, tanto para los participantes como para sus acompañantes.

### Cuotas de inscripción

Para participantes:

—Hasta el 15 de mayo de 1993, 4.300 coronas noruegas.

—Después del 15 de mayo de 1993, 4.800 coronas noruegas.

Para acompañantes:

—Hasta el 15 de mayo de 1993, 750 coronas noruegas.

—Después del 15 de mayo de 1993, 1.000 coronas noruegas.

La cuota de inscripción cubre la participación en el Simposio, recepción de bienvenida, un ejemplar de los Proceedings, las visitas técnicas locales, tres comidas y el café o té, dos veces al día, durante las Sesiones.

La cuota de los acompañantes da derecho a participar en el programa para ellos previsto, en las visitas técnicas locales, en la recepción de bienvenida y a tres comidas.

### Local

Las Sesiones tendrán lugar en el "Hotel Lillehammer".

## INFORMACION SUPLEMENTARIA

Para inscribirse en el Simposio, reservar hotel o recibir información suplementaria, los interesados deberán dirigirse a:

High-Strength Concrete'93  
Norwegian Concrete Association  
c/o NIF  
P.O. Box 2312, Solli  
N-0201 OSLO, Norway  
Fax: + 47 22 83 63 23

## Mallas isostáticas bidimensionales en elementos finitos

Rubén Martínez Marín  
 Profesor Titular ETSICCP. Madrid  
 Avelino Samartín Quiroga  
 Catedrático ETSICCP. Madrid

### INTRODUCCION

En la actualidad, existen malladores automáticos asociados a los programas de Elementos Finitos (2), (3) que permiten obtener la malla con una cierta comodidad pero que no garantizan la bondad de la misma y, mucho menos, que dicha malla esté próxima a la óptima.

Sería conveniente encontrar un método que sea capaz de generar una malla óptima, de acuerdo con un cierto funcional (E.P.T., E.C.M., etc.), para un número determinado de nudos y con unas condiciones de sollicitación y contorno dadas (número fijo de grados de libertad), sin un gran esfuerzo de computación.

El problema planteado se puede dividir en dos fases; en la primera fase, se trata de obtener la malla óptima utilizando los recursos de computador que sean necesarios, y en la segunda fase, se tratará de encontrar el camino que permita llegar a la malla óptima o, como mínimo, a una malla mejorada, de una forma directa y con un mínimo esfuerzo de computación.

La primera fase se desarrolló utilizando la técnica del gradiente descendente, aplicada a la Energía Potencial Total y al funcional Error Cuadrático Medio (1), comprobándose que la solución es prácticamente independiente del funcional elegido.

En la segunda fase, se observó que la malla isostática, obtenida al ajustar la posi-

ción de los nudos a las isostáticas correspondientes a un análisis previo de la malla inicial, conduce a unos resultados que mejoran sensiblemente los obtenidos con dicha malla inicial.

### MALLA OPTIMA. GRADIENTE DESCENDENTE

La malla para la cual se obtenga la mínima energía potencial, corresponderá a la malla óptima (4). Matemáticamente, el problema de encontrar la energía potencial total, mínima, se plantea de la siguiente forma (5):

La energía potencial total, viene dada por la expresión:

$$V = U - W = U + U_c$$

donde:

$$U = \text{energía de deformación} = \frac{1}{2} \int_V \sigma_{ij} \epsilon_{ij} dV$$

$$U_c = \text{energía potencial} = \int_V f_i u_i dV + \int_A p_i u_i dA$$

$\sigma_{ij} \epsilon_{ij}$ , son las componentes de las tensiones y deformaciones lineales.

$f_i, p_i$ , son las fuerzas másicas y fuerzas externas.

$u_i$ , son las componentes de los desplazamientos.

La discretización en Elementos Finitos de la expresión anterior es:

$$V = \frac{1}{2} d^T K d - d^T p \quad [1]$$

donde  $K$  es la matriz de rigidez de la estructura,  $d$  el vector desplazamiento y  $p$  el vector de fuerzas aplicadas en los nudos.

El mínimo de [1] viene dado por las ecuaciones:

$$\frac{\partial V}{\partial d} = 0, \text{ es decir, } K d = p \quad [2]$$

siendo el valor:

$$V_{\min} = -\frac{1}{2} d^T p \quad [3]$$

Cuando la posición de los nudos no viene dada de antemano, tanto la matriz de rigidez de la estructura como el vector de cargas, dependen de dichas coordenadas, pudiéndose obtener el mínimo de  $V$  mediante el conjunto de ecuaciones

$$\frac{\partial V}{\partial d} = 0; \text{ es decir: } K d = p \quad [4]$$

$$\frac{\partial V}{\partial r} = 0; \text{ es decir: } d^T \frac{\partial K}{\partial r} d - d^T \frac{\partial p}{\partial r} = 0 \quad [5]$$

donde  $r$  es el vector de coordenadas.

Para resolver, de una forma adecuada, el conjunto de ecuaciones no lineales [5], se

ha utilizado un método numérico paso a paso.

En el paso  $i$ , la posición actual de los nudos se supone conocida, y la solución elástica  $d_i$  se obtiene del conjunto de ecuaciones

$$K_i d_i = p \quad [6]$$

es decir:

$$d_i = K_i^{-1} p \quad [6]$$

donde:

$$K_i = K(r_i)$$

La energía potencial total,  $V_i$ , se calcula mediante la expresión:

$$V_i = -\frac{1}{2} d_i^T p = V(r_i) \quad [7]$$

y la nueva posición de los nudos  $r_{i+1}$ , se deduce a partir de:

$$r_{i+1} = r_i + \lambda \left( \frac{\Delta V}{\Delta r} \right)_i \quad [8]$$

donde  $\Delta V/\Delta r$  es una aproximación a la pri-

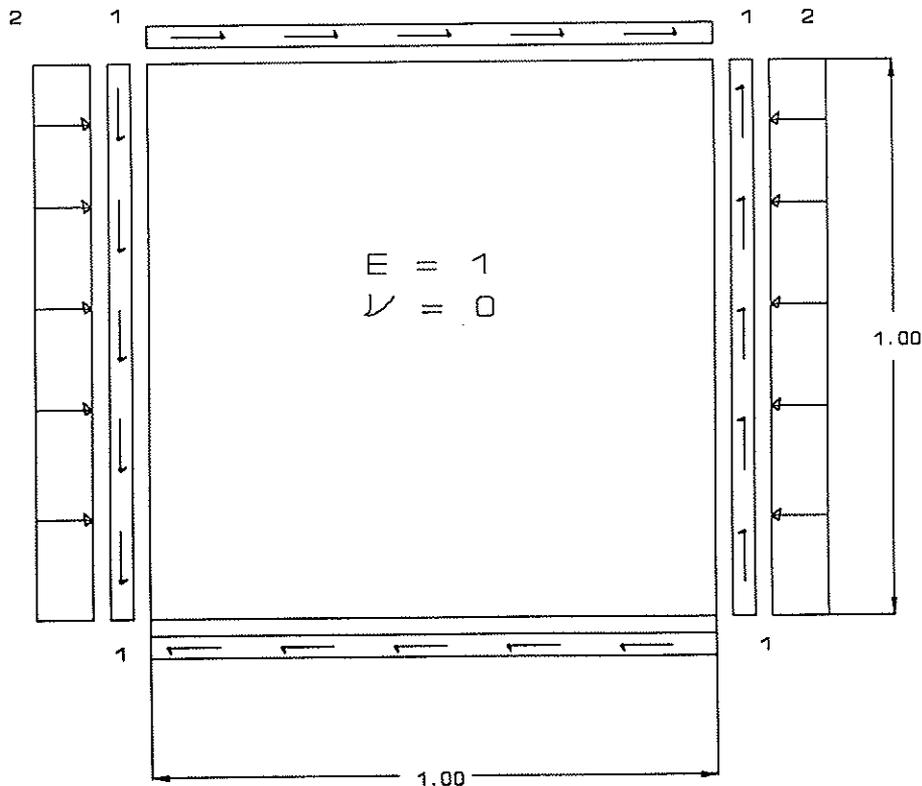


Fig. 1. Laja. Geometría y cargas.

mera derivada parcial de la energía potencial total en la configuración  $r_i$ , con respecto a las diferentes coordenadas de los nudos.

Los valores de  $(\Delta V/\Delta r)_i$ , en la configuración  $r_i$  se determinan numéricamente, para cada componente  $j$  de  $r_{ij}$ , del vector  $r_i$ , mediante la expresión:

$$\text{Componente } j \text{ de } \left( \frac{\Delta V}{\Delta r} \right)_i = \frac{V(r_i + \Delta r_{ij}) - V(r_i)}{\Delta r_{ij}}$$

donde  $\Delta r_{ij}$  es el incremento de la componente  $j$ , del vector  $r_i$ .

El valor del parámetro  $\lambda$  positivo, se consigue mediante consideraciones sobre el nivel de precisión requerido en el análisis. Este método de optimización no lineal es el bien conocido método del gradiente descendente.

En las figuras 1, 2 y 3 se puede observar un ejemplo en el que se parte de una malla inicial, con una característica de regularidad, al que se le aplica la técnica del gradiente descendente para obtener la energía potencial total mínima. En este ejemplo se conoce la solución exacta del problema, mediante la aplicación de la función de Airy. En la Tabla 1 se resumen los valores correspondientes a la energía potencial total, que muestran el grado de exactitud conseguido mediante el proceso de optimización.

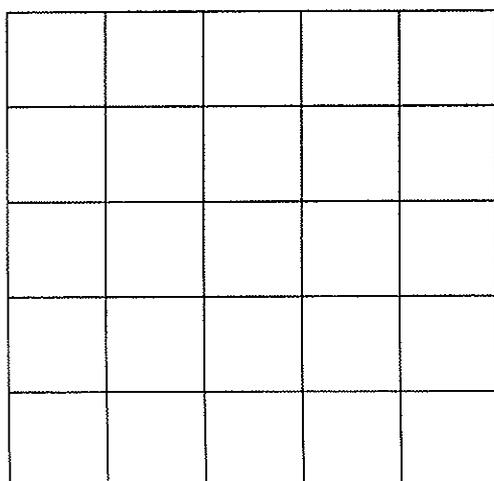


Fig. 2. Malla inicial.

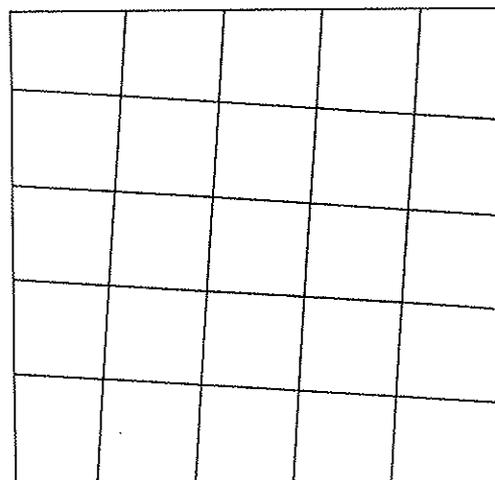


Fig. 3. Malla optimizada.

**TABLA 1**  
**Energía potencial total**

Tipo de malla	Energía potencial total
Malla inicial (paso constante)	-2.840
Malla óptima	-3.000
Malla optimizada (método gradiente descendente)	-2.995

### MALLA ISOSTÁTICA

Del análisis de numerosos casos estudiados entre los que se encuentra el expuesto anteriormente, se observa que la malla optimizada por el método del gradiente descendente aplicado a la energía potencial total, tiende a situar los nudos a lo largo de las líneas isostáticas correspondientes a la solución de la malla inicial.

Se procedió a un estudio sistemático de diversos casos, de los cuales se conocía la forma de las isostáticas mediante fotoelasticidad (6), y se analizaron los resultados obtenidos al diseñar una malla isostática, es decir, con los nudos situados sobre las isostáticas y los correspondientes a una malla inicial suficientemente regular (7). Estos resultados se completaron con un análisis del modelo, mediante una malla de un elevado número de nudos, para el que se supuso que produciría una solución suficientemente cercana a la solución exacta al problema (Figuras 4 a 15).

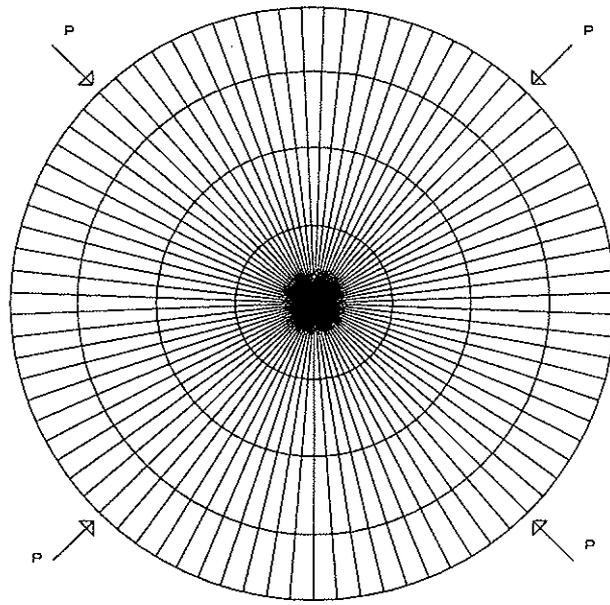


Fig. 4. Caso 1. Malla inicial.

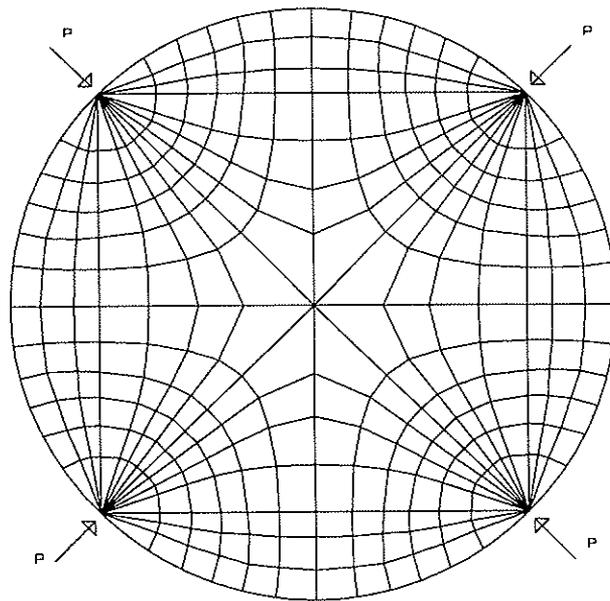


Fig. 5. Caso 1. Malla isostática.

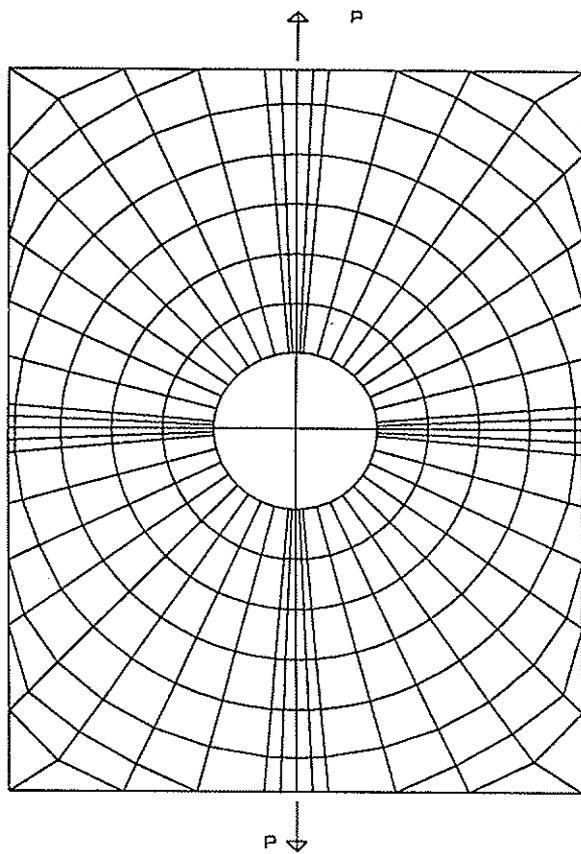


Fig. 6. Caso 2. Malla inicial.

$CV = -48.83$

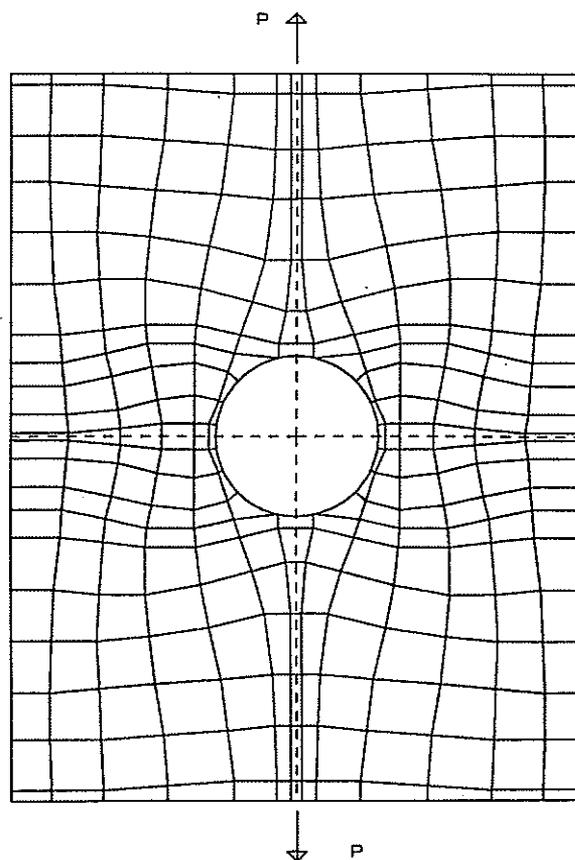


Fig. 7. Caso 2. Malla isostática.

$CV = -54.35$

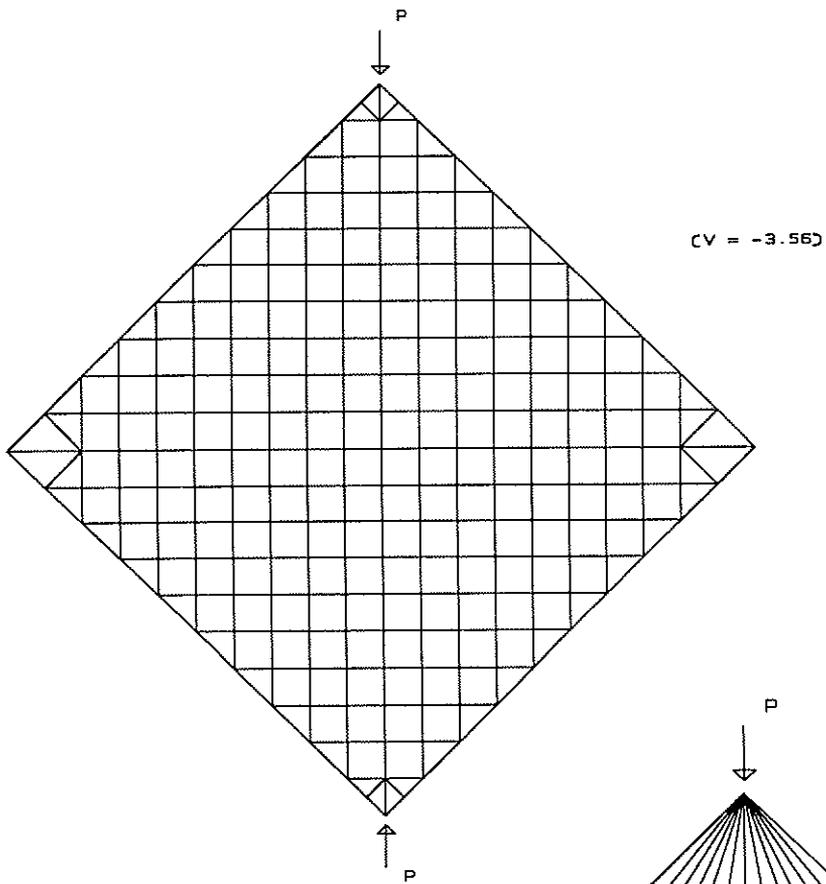


Fig. 8. Caso 3. Malla inicial.

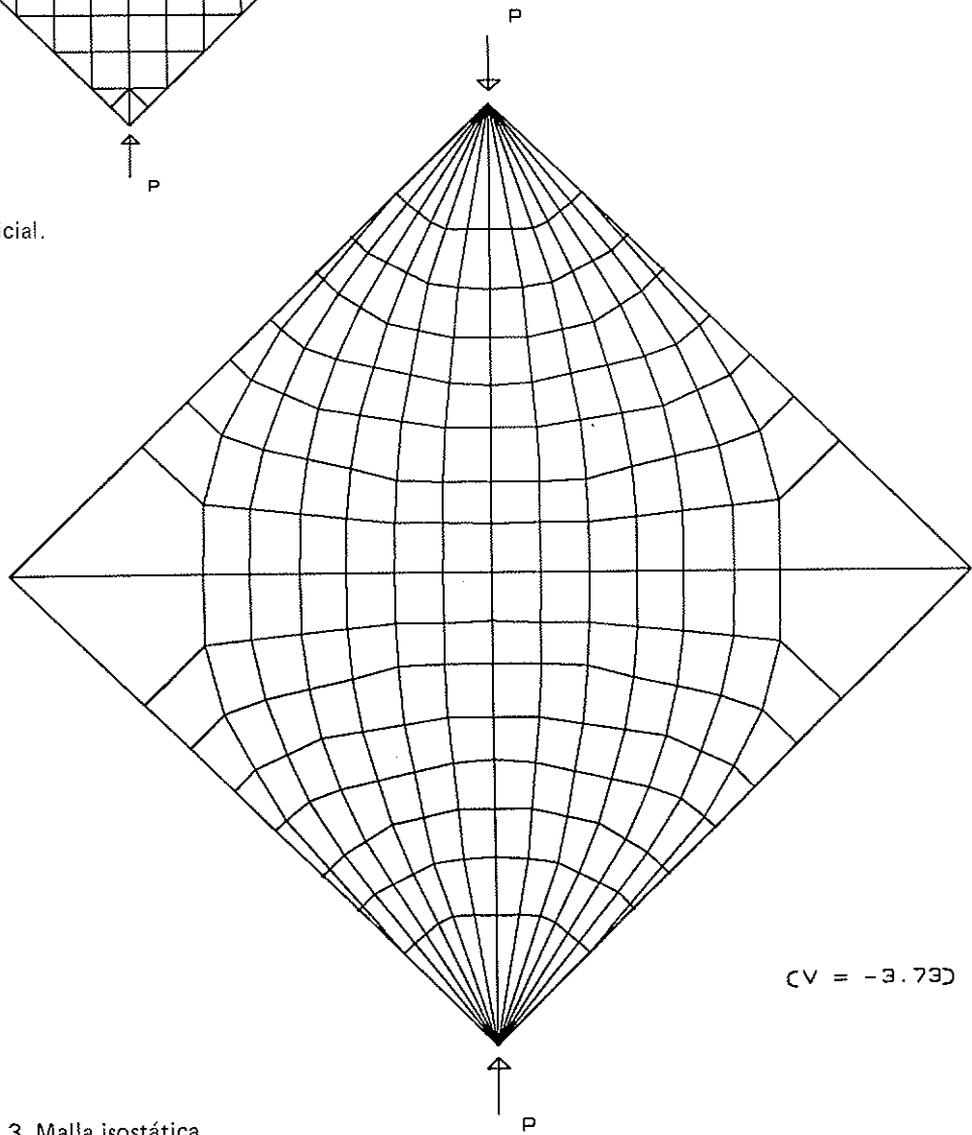
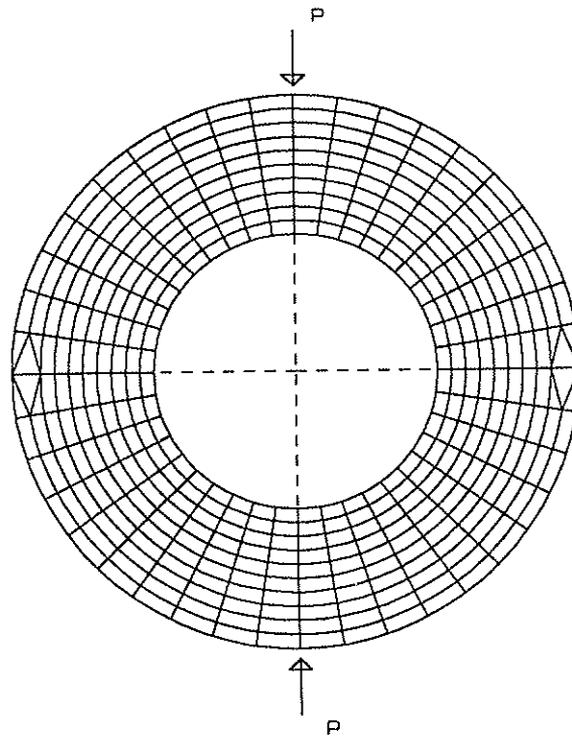
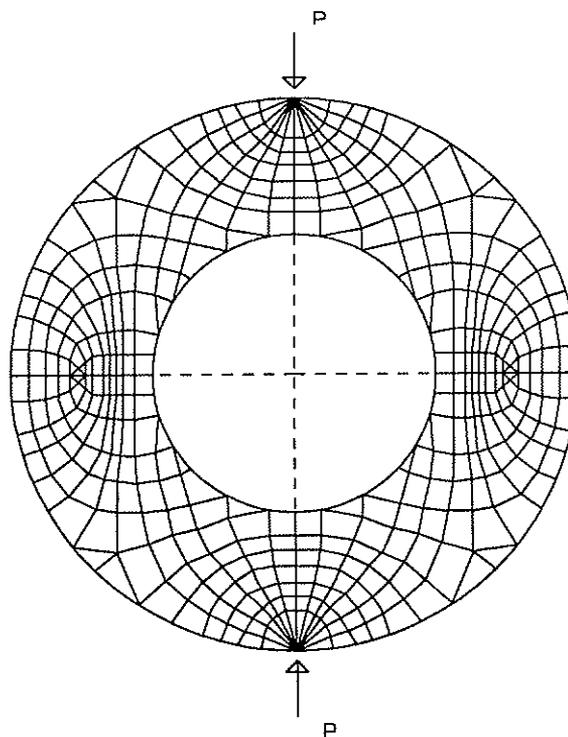


Fig. 9. Caso 3. Malla isostática.



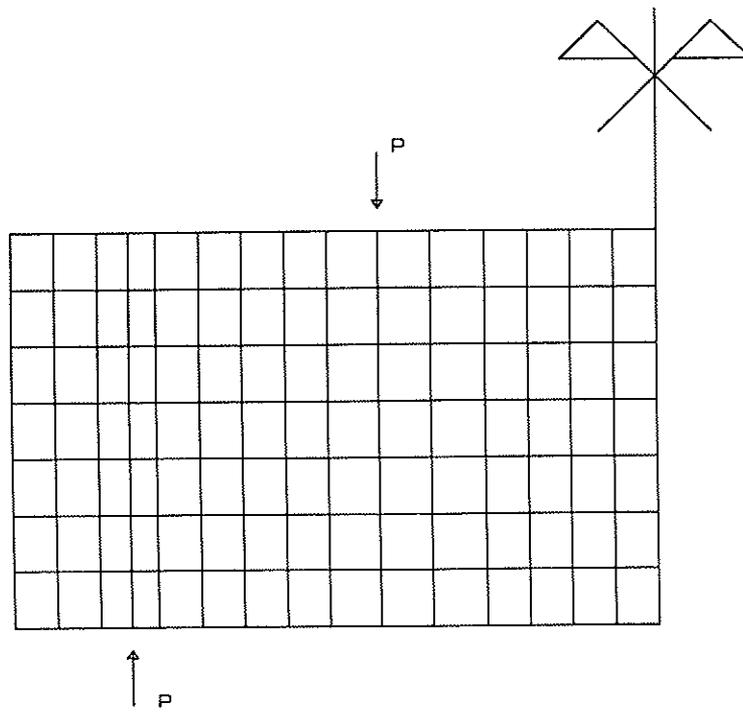
(CV = -12.057)

Fig. 10. Caso 4. Malla inicial.



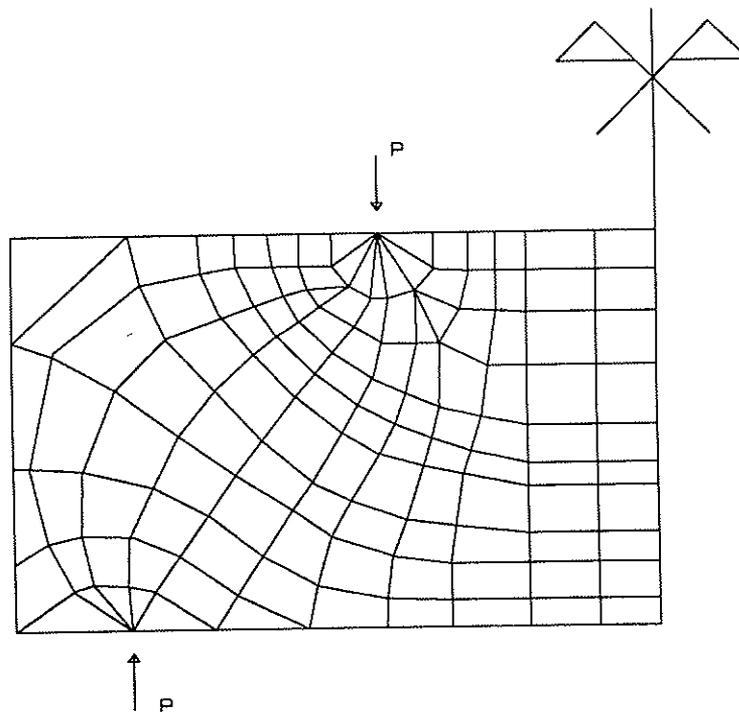
(CV = -12.36)

Fig. 11. Caso 4. Malla isostática.



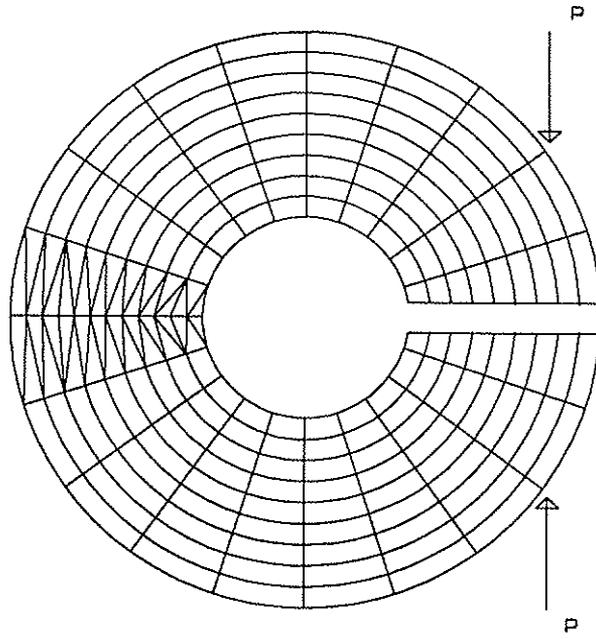
$$(V = -7.48)$$

Fig. 12. Caso 5. Malla inicial.



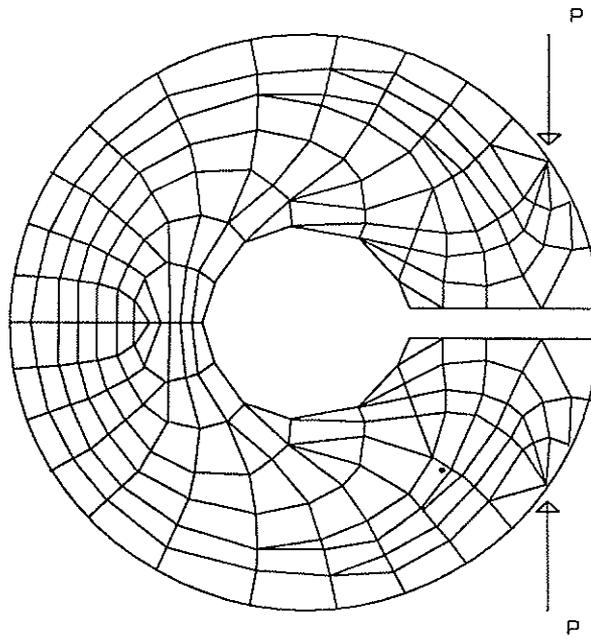
$$(V = -7.56)$$

Fig. 13. Caso 5. Malla isostática.



$$(CV = -6.338)$$

Fig. 14. Caso 6. Malla inicial.



$$(CV = -6.37)$$

Fig. 15. Caso 6. Malla isostática.

**TABLA 2**

**Variación de la Energía Potencial Total en los diferentes modelos**

Caso	E.P.T. in.	E.P.T. IS.	E.P.T. E.	(IS. - in.) in.	(E. - IS.) E
1	- 1.518	- 1.645	- 1.712	8,4%	3,9%
2	-48.830	-54.350	-63.410	11,3%	14,3%
3	- 3.560	- 3.730	- 3.980	4,8%	6,3%
4	-12.057	-12.360	-13.780	2,5%	10,3%
5	- 7.480	- 7.560	- 8.570	1,0%	11,8%
6	- 6.338	- 6.370	- 7.450	0,5%	14,5%

En la Tabla 2, se exponen los resultados correspondientes a las figuras anteriores.

El significado de cada columna es:

- E.P.T. in. = Energía Potencial Total de la malla inicial.
- E.P.T.IS. = Energía Potencial Total de la malla isostática.
- E.P.T.E. = Energía Potencial Total de la solución exacta.
- (IS.-in.)/in. = Porcentaje de variación de la isostática respecto de la inicial.
- (E.-IS.)/E. = Porcentaje de variación de la exacta respecto de la isostática.

**ERROR CUADRATICO MEDIO**

Para comprobar la bondad de los resultados expuestos anteriormente, se introdujo un nuevo funcional, denominado Error Cuadrático Medio, y se aplicó la técnica del gradiente descendente a este funcional (8). Para la definición del nuevo funcional se realizan las siguientes consideraciones:

Se supone que N elementos confluyen en un nudo j y se obtiene una única tensión para este nudo, mediante la expresión:

$$\sigma_j^m = \frac{\sum_{i=1}^N \sigma_{ij}^m}{N} \quad [9]$$

Para cada nudo j que pertenece al elemento i, se puede deducir el error cuadrático medio de la tensión, aplicando la expresión:

$$E_j = \sqrt{\frac{\sum (\sigma_j^m - \sigma_{ij}^m)^2}{N}} \quad [10]$$

La expresión [10] representa el error cuadrático medio de una componente cualquiera de la tensión, en cada nudo de un determinado elemento. En cada nudo de la malla se obtienen tres escalares  $E_x, E_y, E_{xy}$ , correspondientes a las tensiones  $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$ . Si se suman los tres escalares, el indicador será global y único, pudiéndose analizar los resultados totales y parciales (9). Por tanto, la expresión del indicador global único es:

$$E = \sum_{i=1}^N (E_x^i + E_y^i + E_{xy}^i) \quad [11]$$

donde N es el número de nudos de la malla y E el indicador propuesto (suma de los errores cuadráticos medios de las tensiones).

En la Tabla 3, se representan los valores del error cuadrático medio, obtenidos en los mismos casos planteados anteriormente.

**TABLA 3**

**Variación del Error Cuadrático Medio en los diferentes modelos**

Caso	E.C.M.in.	E.C.M.IS.	(in.-IS.)/in.
1	120,12	77,23	35,70%
2	96,55	74,23	23,11%
3	113,55	68,99	39,24%
4	121,45	66,78	45,01%
5	101,01	75,45	25,30%
6	88,45	42,23	52,25%

**CONCLUSIONES**

Se pueden establecer las siguientes conclusiones:

—La aplicación de la metodología basada en la optimización de la malla, en un número importante de casos, ha mostrado que se pueden alcanzar, para un mismo número de nudos, mejoras de hasta un treinta y cinco por ciento, de acuerdo con cualquiera de las dos medidas citadas anteriormente, es decir, la correspondiente a la Energía Potencial Total y la del Error Cuadrático Medio, utilizando como mallas iniciales disposiciones lógicas en la práctica, como son las mallas uniformes.

—Se ha observado también que, en problemas para los que se conoce la solución exacta, con un número relativamente reducido de nudos, se pueden alcanzar valores muy próximos a la Energía Potencial Total exacta.

—No obstante, la técnica de optimización no lineal requiere un tiempo de computador excesivo, no así de esfuerzo humano. Ello hace aconsejable la utilización de esta técnica, solamente a casos complejos, para los que no exista experiencia anterior, o bien, cuando se desee desarrollar una normativa acerca del diseño más adecuado de mallas, en elementos finitos.

—Las mallas óptimas obtenidas al aplicar cualquiera de las dos medidas antes citadas, presentan diferencias poco significativas. Este hecho, observado en todos los casos estudiados, parece indicar que la bondad de los resultados es independiente de la medida que se utilice.

—De los resultados obtenidos en numerosos casos analizados, se ha comprobado que los nudos de la malla óptima se situaban a lo largo de las líneas isostáticas, es decir, de las envolventes de las direcciones de las tensiones principales. Como es conocido, estas líneas isostáticas constituyen dos conjuntos de familias de curvas, ortogonales entre sí, y los nudos se sitúan de forma que sus distancias, medidas según ambas direcciones, sean iguales en cada nudo. La malla, con la posición de los nudos así obtenidos, se denomina malla isostática isométrica.

—En todos los casos analizados, los resultados obtenidos con mallas isostáticas isométricas han sido mejores que los producidos por las mallas inicialmente propuestas. Esta conclusión es válida para

cualquiera de las dos medidas del error, consideradas.

—La conclusión anterior permite, al menos teóricamente, diseñar la malla óptima para una estructura y carga determinada. Se comprende que esta malla óptima depende, no sólo de la geometría de la estructura sino también de las cargas, condiciones de contorno, homogeneidad del material, etc., ya que las líneas isostáticas son resultado de todos estos factores.

Una extensión interesante de los resultados obtenidos corresponde al caso de varias hipótesis de carga. La malla óptima que habrá que considerar estará situada entre las mallas deducidas para cada caso de carga. Una posibilidad interesante sería utilizar un funcional que englobase los funcionales de cada caso de carga.

## REFERENCIAS

(1) R. Martínez Marín y A. Samartín Quiroga. "Two-dimensional mesh optimization in the Finite Element Method". *Computers & Structures*, Vol. 40, 1169-1175 (1991).

(2) Soo-Won Chae y Klaus-Jürgen Bathe. "On automatic mesh construction and mesh refinement in Finite Element analysis". *Computers & Structures*, Vol. 32, 911-936 (1989).

(3) J.F. Thompson. "Numerical Grid Generation". North-Holland (1982).

(4) K. Washizu. "Variational Methods in Elasticity and Plasticity". Pergamon Press. Oxford (1968).

(5) B.M. McNeice y P.V. Marcal. "Optimization of Finite Element Grids based on maximum potential energy". Technical Report # 7. Brown University. Providence (1971).

(6) Max Mark Frocht. "Photoelasticity". Vol. I. John Wiley & Sons, Inc. NY. USA (1941).

(7) B.M. Irons y A. Razzaque. "Experience with the patch test". *Mathematical Foundations of the Finite Element Method*, 557-87 (1972).

(8) M.C. Imgrund - Swanson Analysis

Systems, Inc. "Some experiences with two Error Estimators within a Commercial Finite Element Code" (1991).

(9) M. Ainsworth, J.Z. Zhu, A.W. Craig y O.C. Zienkiewicz. "Analysis of the Zienkiewicz-Zhu A-posteriori error estimator in the Finite Element Method". Int. J. Num. Meth. Eng. Vol. 28, 2161-2174 (1989).

## RESUMEN

Se plantea el problema de conseguir un método que, partiendo de una malla inicial en elementos finitos, genere una malla próxima a la óptima, conservando el mismo número de grados de libertad y, por consiguiente, sin penalizar los tiempos de análisis por ordenador. La bondad de una malla se mide por un funcional determinado (Energía Potencial Total, Error Cuadrático Medio, etc.).

La Técnica del gradiente descendente, aplicada al funcional Energía Potencial Total (1) permite, a partir de una inicial dada, obtener una malla mejorada. No obstante, este método requiere un esfuerzo de computación muy grande.

Como consecuencia de la aplicación del método del gradiente descendente a numerosos casos, se ha observado que la geometría que adopta la malla mejorada, se aproxima a la de una malla tal que sus nudos se sitúan sobre las líneas isostáticas (envolventes de las tensiones principales) y generan elementos regulares (de lados iguales) o cuasirregulares.

La conclusión más importante es, precisamente, que a partir de una malla inicial, razonablemente regular, se puede realizar un único análisis y definir las isostáticas correspondientes a este modelo. Ajustando una malla, con el mismo número de nudos

que la inicial, a las líneas isostáticas con nudos situados de forma regular, se obtiene otra que está próxima a la óptima. A la malla así obtenida, se le denomina isostática isométrica.

Esta conclusión se ha comprobado que es válida para los diferentes funcionales que se utilizan para evaluar la bondad de la malla, en elementos finitos.

## SUMMARY

Current research is engaged in finding automatic techniques to improve, in some sense, an already existing mesh by adding new degrees of freedom (new nodes or increasing the order of the polynomial in some elements). The objective of this study is to find a technique to obtain a good mesh, near the optimum, starting with an initial mesh and keeping the total number of degrees of freedom.

The method known as steepest gradient method applied to the functional Total Potential Energy (1) allow us to obtain a new mesh better than the initial, but this technique is strongly time consuming.

From a large number of analysed cases, it was observed the geometry of the optimum mesh has the node position along the isostatic lines building regular elements.

The main conclusion is from an initial mesh it is posible to analyze the problem and to obtain the isostatic lines, with this result the nodes can be regularly placed along the isostatic lines and a new analysis using the so constructed mesh produces improved results. The mesh obtained in this way is called **isometric isostatic mesh**.

In order to check the goodness of the results, it was defined a new functional called **Averaged Quadratic Error**.

# Los forjados compuestos, sin cimbrar: Incidencia del sistema constructivo en el estudio de los estados límites últimos y de servicio

Jordi Amat i Tarruella  
Director Técnico de +Flector-Ingeniería

## 1. INTRODUCCION

Para la economía de la edificación es de interés, y en ocasiones casi imprescindible, la construcción de forjados sin cimbrar o sin empleo de sopandas y puntales. Este sistema constructivo, en el que se utilizan elementos pretensados para resistir el peso propio del forjado durante su construcción, es habitual en forjados sanitarios y en la aplicación de placas pretensadas.

En la construcción de estos forjados se ha extendido el uso de viguetas pretensadas autoportantes, de 18 ó 20 cm de altura, —llamadas así en algunas zonas para distinguirlas de las autorresistentes sin hormigón vertido en obra, pero de las mismas características—, actuando como semivigas, formando parte con el hormigón vertido en obra, negativos, etc. de un forjado compuesto. Es cada vez más habitual colocar placas pretensadas en forjados industriales, considerando la resistencia de la losa superior (capa de compresión). Estas placas también se colocan sin ningún tipo de apuntalamiento.

Efectivamente, este tipo de elementos prefabricados (viguetas y placas) pueden ser utilizados eficazmente para la función resistente del peso propio del forjado y de las sobrecargas de construcción mientras dura el vertido del hormigón y durante el proceso de endurecimiento. Asimismo, si se ha escogido el tipo adecuado, el forjado compuesto podrá cumplir con los estados límites que le correspondan.

Pero el cálculo de estos forjados se aparta de las normas que habitualmente se utilizan en forjados cimbrados o con apuntalamiento y sopandas. Estas diferencias son el asunto de este artículo.

Para las diferentes cargas se ha adoptado la siguiente nomenclatura:

$g_2$  = Peso propio del forjado.

$g_3$  = Resto de concargas: pavimento, tabiquería, etc.

$g$  =  $g_2 + g_3$  = Concarga total

$q$  = Sobrecargas de uso.

En el artículo, se entiende por "forjado cimbrado", el encofrado de toda su superficie. Se asimila al forjado cimbrado, el que va colocado sobre tres o más líneas de sopandas por vano. En estos casos, el estado tensional que se produce al retirar el apuntalamiento es similar. En la práctica, estos modos constructivos no son habituales con elementos prefabricados, pero en lo que sigue se usa como ayuda a la exposición.

Por "forjado con sopandas", se entiende el que se coloca sobre una o dos líneas de sopandas, con apuntalamiento, en cada vano.

## 2. DIAGRAMAS DE MOMENTOS Y TENSIONES

### 2.1. Forjados cimbrados o con sopandas

En los forjados que se indican en la figu-

ra 1, la armadura negativa entra en tensión debido al peso propio, en el mismo momento de retirar el apuntalamiento. El diagrama (pp) corresponde a los momentos debidos al peso propio del forjado,  $g_2$ .

El diagrama (rc) de momentos provocados por el resto de cargas,  $g_3 + q$ , de las mismas características que el anterior, se sumará al del peso propio para conseguir los momentos solicitantes últimos y de servicio, diagrama (ct).

Todos estos diagramas mantienen entre ellos una proporcionalidad vertical, coincidiendo la sección de máximo momento positivo siempre en el mismo punto. Lo mismo ocurre con la sección de momentos nulos. Se pueden encontrar en cualquier prontuario para el cálculo de vigas continuas.

En la aplicación de forjados pretensados con Autorización de Uso, debe realizarse una doble comprobación del momento flector, para escoger el tipo de vigueta adecuado, además de efectuar las comprobaciones del cortante y de las deformaciones, que no vamos a tratar aquí. Los momentos últimos resistentes indicados en las Fichas Técnicas se comparan con los máximos valores de (ct), mayorados con el coeficiente de seguridad  $\gamma_f$ ,  $M_u \geq M_{sd, (ct)}$ .

El control de las tensiones en la fibra inferior (fisuración) se efectúa comparando los momentos de servicio según el ambiente escogido que figuran en las Fichas, con los máximos momentos solicitantes sin mayorar,  $M_{sA} \geq M_{s, (ct)}$ . El diagrama (ct) se ajusta más al momento solicitante en el caso de cimbrado. Con sopandas, (ct) es válido en los casos habituales, si se aceptan, de acuerdo con la EF-88, algunas estimaciones que se comentan a continuación y se complementan en el anejo 1.

El diagrama (1) de la figura 1 indica las tensiones después de la transferencia del pretensado.

Con el forjado cimbrado, las viguetas sólo pierden precompresión debido al peso propio de la vigueta. Con sopandas, el apuntalamiento en la zona central del vano comprime las fibras inferiores en las secciones que posteriormente serán solicitadas por los mayores momentos positivos. Estas compresiones se compensan con las descompresiones debidas al peso propio de la vigueta antes de apuntalar y con las provocadas por la reacción de las sopandas al retirarlas. Aceptemos de momento, en los dos casos, que las tensiones debidas al pretensado en las fibras inferiores del elemento se mantienen inalteradas al desapuntalar. Como hemos

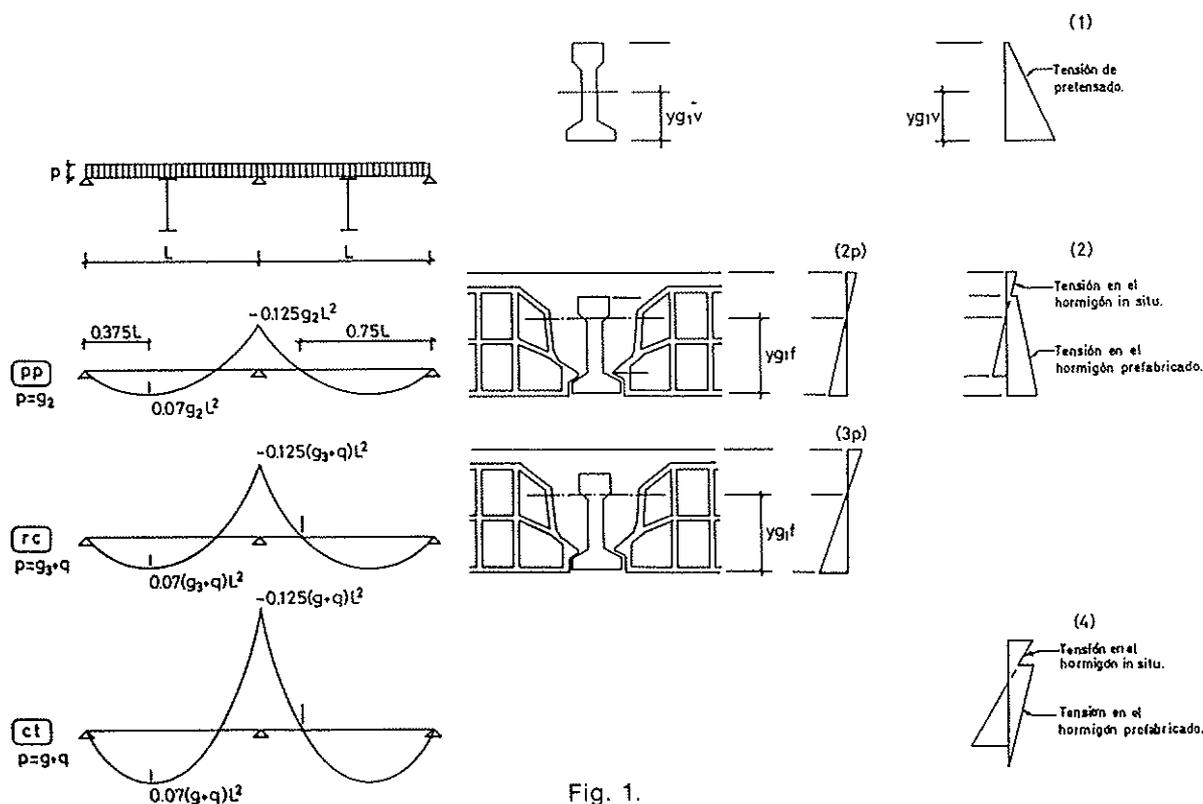


Fig. 1.

dicho, un análisis más detallado se realiza en el anejo I.

Se da por sentado que, durante la construcción, la vigueta cumple con las tensiones en las fibras inferiores y superiores indicadas en el art. 5.2 de la EF-88, que se reflejan en las Fichas Técnicas como momentos de la vigueta **En Vano** y **Sobre Sopandas**. (Véase "NOTAS").

El diagrama (2p) representa, una vez el forjado ha sido descimbrado, las tensiones provocadas por el peso propio  $g_2$ . La inercia del forjado compuesto —más exactamente, para las fibras inferiores, el módulo resistente  $W_{if} = I_{if}/y_{g_{if}}$ — es el factor que contrarresta los efectos de descompresión de esta carga.

El diagrama (2), suma de (1) y (2p), muestra las tensiones del hormigón, in situ y prefabricado, debidas al peso propio y a la fuerza de pretensado.

El diagrama (3p) representa las tensiones provocadas por el resto de cargas y las sobrecargas de uso,  $g_3 + q$ . Como en la carga del peso propio, la inercia del forjado compuesto —más exactamente, para las fibras inferiores, el módulo  $W_{if}$ — es el factor que contrarresta los efectos de descompresión de estas cargas.

El diagrama (4), suma de (2) y (3p), muestra las tensiones finales del hormigón, in situ y prefabricado, debidas a todas las cargas y a la fuerza de pretensado.

Al comparar los momentos de servicio según el ambiente que figuran en las Fichas Técnicas, con las solicitaciones sin mayorar del diagrama (ct),  $M_{SA} \geq M_{S, (ct)}$ , y adoptar el tipo de vigueta adecuado, sabremos implícitamente que las tensiones indicadas en el diagrama (4) no sobrepasarán los límites correspondientes al ambiente escogido.

## 2.2. Forjados sin sopandas

### 2.2.1. Estados límites de servicio

Si no cimbramos un forjado de las mismas características del indicado en 2.1, o no colocamos puntales y sopandas, el peso propio del forjado es resistido por el elemento autoportante, tal como se representa

en el diagrama (pp.ss) de momentos debidos al peso propio del forjado  $g_2$ . (Véase figura 2).

El diagrama (2p.ss) corresponde a las tensiones que provoca el peso propio del forjado,  $g_2$ , en el elemento prefabricado. Mientras no ha endurecido el hormigón vertido en obra, la inercia del elemento pretensado —más exactamente, para las fibras inferiores, el módulo resistente  $W_{iv} = I_{iv}/y_{g_{iv}}$ — es el factor que contrarresta la descompresión causada por el peso propio del forjado.

Así pues, las inercias y módulos resistentes que se oponen a las tensiones debidas al peso propio del forjado son diferentes ( $W_{if}$  cimbrado y  $W_{iv}$  sin sopandas) según el sistema constructivo adoptado.

Es necesario recordar que los valores resistentes que figuran en las Fichas Técnicas para los momentos de servicio según ambiente,  $M_{SA}$ , están en función de  $W_{if}$ , según la fórmula:

Momento resistente de servicio,

$$M_{SA} = \sigma_1 \cdot W_{if} \quad [1]$$

siendo  $\sigma_1$  = tensión en fibra inferior debida al pretensado + tensión admisible en servicio. Según la EF-88, para los distintos ambientes, el valor de  $\sigma_1$  es:

en ambiente I,

$$\sigma_1 = P_{kf} (1/A_c - e/W_{blv}) + 1,5 f_{ctk}$$

en ambiente II,

$$\sigma_1 = P_{kf} (1/A_c - e/W_{blv}) + f_{ctk}$$

en ambiente III,

$$\sigma_1 = P_{kf} (1/A_c - e/W_{blv})$$

Como hemos dicho, los momentos de servicio,  $M_{SA}$ , son válidos para comparar directamente con las solicitaciones que se producen en los forjados cimbrados o con sopandas.

En cambio, estos valores no pueden tener en cuenta el efecto de la no colocación de cimbras o de sopandas, dada la incidencia del módulo  $W_{iv}$  y las diferentes luces y características de continuidad, en la aplicación de un mismo tipo de vigueta.

Descomponiendo los momentos debidos a la carga total, en los del peso propio más los del resto de cargas:  $M_{S,(ct)} = M_{S,(pp)} + M_{S,(rc)}$  se debe cumplir:

$$\sigma_1 \geq M_{S,(pp)} / W_{iv} + M_{S,(rc)} / W_{if} \quad [2]$$

Haciendo  $\alpha = W_{if} / W_{iv}$ ;  $W_{iv} = W_{if} / \alpha$ , y sustituyendo en [2]:

$$\begin{aligned} \sigma_1 &\geq \alpha \cdot M_{S,(pp)} / W_{if} + M_{S,(rc)} / W_{if} = \\ &= (\alpha \cdot M_{S,(pp)} + M_{S,(rc)}) / W_{if} \end{aligned}$$

$$\sigma_1 \cdot W_{if} \geq \alpha \cdot M_{S,(pp)} + M_{S,(rc)} = M_{S,(ct) \text{ virt}} \quad [3]$$

como  $M_{SA} = \sigma_1 \cdot W_{if}$  [1], sustituyendo en [3]

$$M_{SA} \geq \alpha \cdot M_{S,(pp)} + M_{S,(rc)} = M_{S,(ct) \text{ virt}} \quad [4]$$

Efectivamente, la norma francesa del Centre Scientifique et Technique du Bâtiment, "CPT Planchers", para conseguir un momento ficticio o virtual que se pueda comparar con los momentos de servicio de sus Avis Techniques, equivalentes a nuestras Fichas Técnicas, aplica la ecuación [4],

es decir, multiplica el momento debido al peso propio del forjado,  $M_{S,(pp)}$ , por la relación  $\alpha = W_{if} / W_{iv}$ .

Calavera, en el apartado 15.3.3.3 de la referencia 1, explica el momento virtual debido a la carga total como "un momento tal que, aplicado a la sección compuesta, produce en la sección pésima las mismas tensiones en la fibra inferior que los momentos parciales  $M_1$  (fase de construcción) y  $M_2$  (resto de cargas permanentes más sobrecargas), actuando sobre sus respectivas secciones y, por tanto, sirve para la comprobación del forjado". No considera su aplicación en estado de fisuración controlada; sí en los otros estados de servicio.

Si se quieren comparar los momentos debidos al peso propio con los de servicio de las Fichas Técnicas, el diagrama (pp.ss) debe multiplicarse por el factor  $W_{if} / W_{iv}$ , dando lugar al diagrama virtual (pp.ss.v).

Como en 2.1, el diagrama (rc) de momentos provocados por el resto de cargas,  $g_3 + q$ , se sumará al del peso propio (pp.ss.v). Se obtiene el diagrama (ct.ss.v) de momentos virtuales solicitantes.

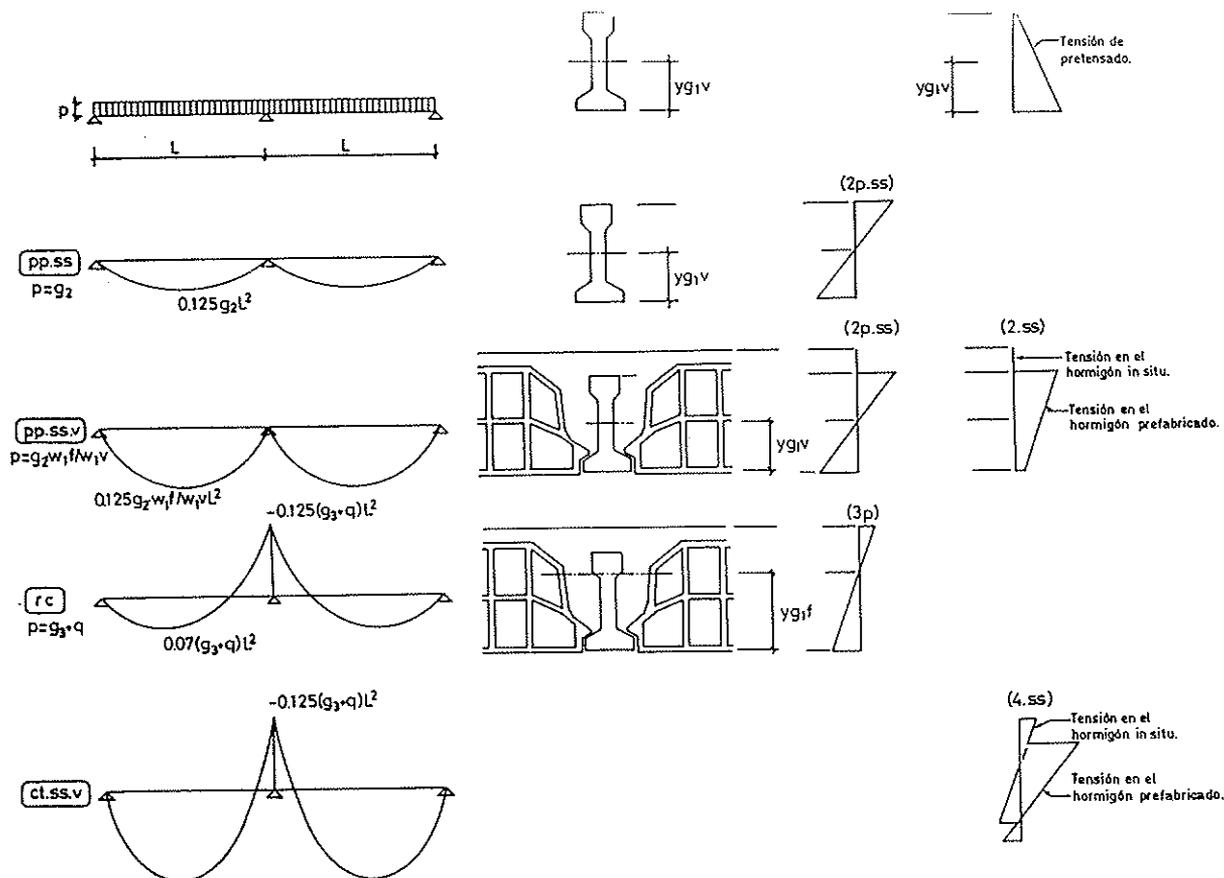


Fig. 2.

El diagrama (2.ss), suma de (1) + (2p.ss), representa las tensiones en el hormigón debidas al peso propio del forjado y a la fuerza de pretensado, antes de entrar en servicio otras cargas. Siendo la inercia de la vigueta muy inferior a la del forjado, las fibras inferiores se descomprimen con valores muy superiores al diagrama (2) de la figura 1.

El diagrama (3p) representa las tensiones causadas por el resto de cargas,  $g_3 + q$ , una vez ha endurecido el hormigón. Como en el caso de los forjados cimbrados, la inercia del forjado compuesto —más exactamente, para las fibras inferiores,  $W_{if} = I_f / y_{g_{iu}}$ — es el factor que contrarresta dichas cargas.

El diagrama (4.ss) suma de (2.ss) + (3p) muestra las tensiones finales del hormigón, in situ y prefabricado, debidas a todas las cargas y a la fuerza de pretensado. Las cargas que no llegaban a descomprimir las fibras inferiores en el caso de colocar sopandas —diagrama (4) de la figura 1—, pueden comportar ahora, sin sopandas, la fisuración de estas fibras.

La laboriosidad del cálculo de estos diagramas se simplifica aplicando las fórmulas del anejo 1.

La no colocación de sopandas incide

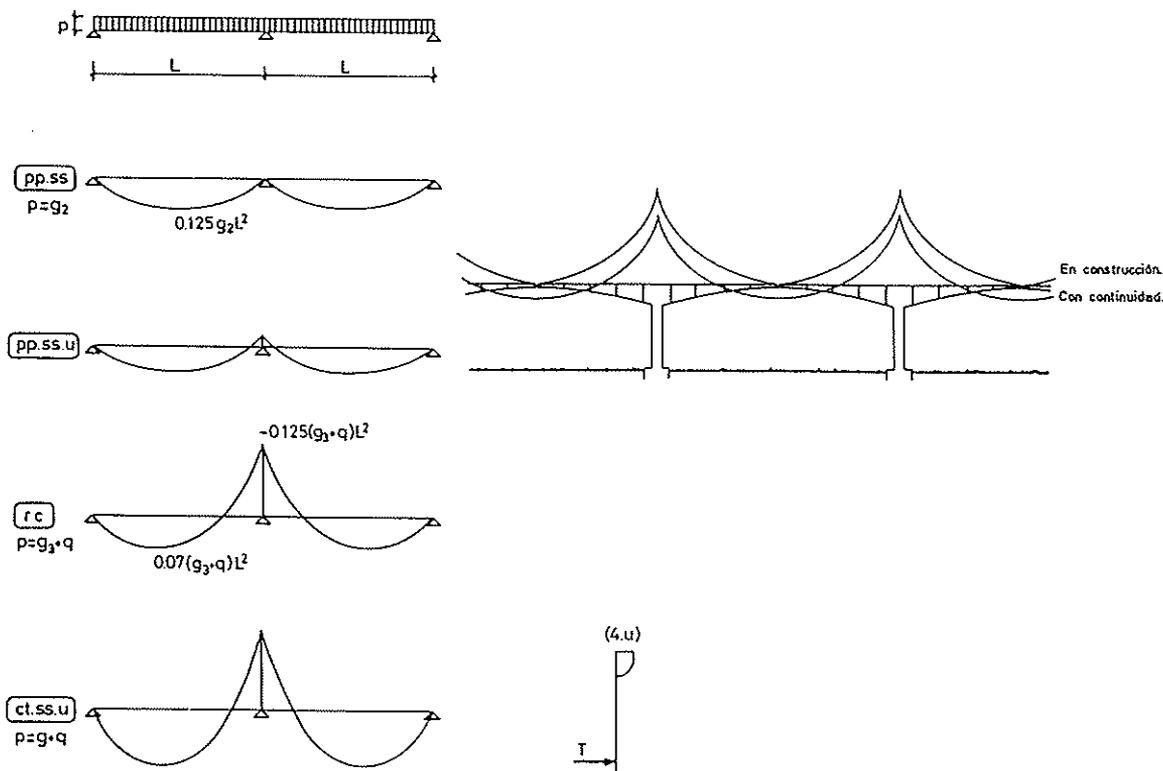


Fig. 3.

también en las deformaciones, y la norma ACI 318-89 distingue, en el cálculo de las flechas, los elementos apuntalados de los sin apuntalar.

Ni la EF-88 ni el modelo oficial de Fichas Técnicas (Orden de 29/11/89 del MOPU) recogen la relación  $\alpha = W_{if} / W_{iv}$ , ni indican factor alguno para el análisis de los forjados sin sopandas, por lo que debe entenderse que los únicos modos constructivos que contemplan es el cimbrado y la colocación de puntales y sopandas. Así lo entiende también el Sello CIETAN, ya que en sus "Recomendaciones para la Ejecución de Forjados Unidireccionales", apartado 1.7, se dice: "Las viguetas, antes de quedar constituido el forjado de que forman parte, no están previstas para soportar, sin sopandas, las acciones producidas durante el montaje".

### 2.2.2. Estados límites últimos

Al no colocar sopandas, parece que la armadura negativa sólo entrará en tensión debido a las cargas posteriores a las de peso propio del forjado, ya que éste es resistido por el elemento autoportante, tal como se representó en el diagrama (pp.ss) de momentos debidos a  $g_2$ . En consecuencia,

el máximo momento negativo que se daría en el apoyo sería debido al resto de cargas y no al peso propio del forjado.

El anterior análisis no tiene en cuenta la redistribución de momentos que produce el fenómeno de la fluencia en el hormigón. La armadura en apoyos, embebida en el hormigón in situ rápidamente endurecido, al contrarrestar las deformaciones diferidas debidas a la fluencia, puede llegar a tener una cierta tensión con la sola carga del peso propio. Esta redistribución "hacia arriba" (disminuye el momento positivo en vano, aumenta el negativo en apoyos) no es debida a la formación de rótulas plásticas. Se trata más bien del tipo (pero inverso) que se produce en el centro de los vanos de un puente calculado en continuidad cuando, construido por voladizos sucesivos, se efectúa la unión de las dovelas centrales. (Figura 3).

La cuestión es saber en qué medida se produce esta redistribución "hacia arriba" en los casos de elementos compuestos, sin cimbrar.

Indicamos, como referencia, las limitaciones a las redistribuciones debidas a la formación de rótulas plásticas de las siguientes normativas:

El art. 52 de la EH-91 limita las redistribuciones a una disminución del momento negativo en un 15% y no menciona redistribuciones que puedan incrementarlo.

La "ACI 318-89" limita, en función del acero y otros parámetros, las redistribuciones, en los dos sentidos, hasta un máximo del 20%. En el "Eurocódigo EC-2" y en el "Model Code (CEB) MC-90", también en función del acero y otros parámetros, en ningún caso son mayores del 30%.

"CPT Planchers" parece ser la única norma que trata la redistribución por fluencia, específica de los forjados sin sopandas. Indica una redistribución del 60% del peso propio que incrementaría el momento negativo en apoyos. No nos ha sido posible acceder a la publicación, si existe, de la investigación que debe avalar este valor.

Hay que tener en cuenta que esta misma normativa aumenta, en forjados con sobrecargas de uso de 200/400 kp/m<sup>2</sup> habituales en la edificación, el momento isostático en una media del 15%, y que al admitir la no homogeneización de los hormigones, pue-

den resultar relaciones  $\alpha = W_{it} / W_{iv}$  superiores a si se homogeneizaran. También hay que considerar que las redistribuciones por rótulas plásticas compensan a las debidas a la fluencia, y las que admite "CPT Planchers" por plasticidad son, en general, superiores a las de la EF-88.

Si este valor de redistribución por fluencia se quiere trasladar a los modos de cálculo de la Instrucción española, teniendo en cuenta los factores anteriores parece razonable no sobrepasar una redistribución del orden del 40% del peso propio, si se emplea el art. 52 de la EH-91; del 45%, si empleamos el método de Lahuerta, y del 33%, si el cálculo se efectúa por ley lineal-elástica.

Esta redistribución por fluencia es aplicable en el cálculo de los momentos últimos. No lo es en el control de la fisuración en servicio, ya que podría ir contra la durabilidad, en el caso de que el forjado compuesto entrara rápidamente en carga, fisurándose. En cambio, parece admisible considerarla en el cálculo de las deformaciones al estudiarse éstas a largo plazo.

En general, la situación de un forjado al producirse el momento último es de fisuración generalizada. Esta fisuración produce una redistribución de tensiones, suficiente para que  $W_{it} / W_{iv}$  no se considere en el cálculo de los estados límites últimos. El diagrama (pp.ss.u), considera una redistribución por fluencia del momento isostático, que viene en función de un tanto por ciento del peso propio, según la redistribución por plasticidad que se adopte.

Como en 2.1 y en 2.2.1, el diagrama (rc) de momentos provocados por el resto de cargas,  $g + q$ , se sumará al del peso propio (pp.ss.u). Se obtiene el diagrama (ct.ss.u) de momentos últimos solicitantes que, mayorado con el coeficiente de seguridad  $\gamma_s$ , se comparará con el momento último resistente de las Fichas Técnicas,  $M_u \geq M_{sd, (ct) u}$ .

### 3. CONSECUENCIAS DEL MODO CONSTRUCTIVO: UN EJEMPLO CONCRETO

Se comparan tres aplicaciones, de una vigueta pretensada, autoportante, de 18 cm, y un forjado (18 + 4) · 70, que corresponde una relación  $\alpha = W_{it} / W_{iv} = 1,79$ , con y sin

sopandas y con la misma vigueta, un forjado (20+4)·70, sin sopandas con  $W_{II}/W_{IV} = 2,1$ . Los pesos propios corresponden al uso de bovedillas cerámicas. Se han considerado 80 kp/m<sup>2</sup> de pavimento, 100 de tabiquería y 200 kp/m<sup>2</sup> de sobrecarga de uso.

El estudio se efectúa con una ley redistributiva por plasticidad, del 15% del momento negativo, habitual en el cálculo de estos forjados, y con tres hipótesis. Cuando se estudia sin sopandas, la redistribución por fluencia del momento debido al peso propio, se ha considerado, en estados límites últimos, en un 40% de éste. El ancho de los apoyos incide, disminuyéndolos, en los valores de los momentos negativos, debido al redondeo parabólico del vértice. La longitud de la armadura negativa que resulta, corresponde a intervalos de 10 cm. El cortante se considera a un canto útil del lateral del apoyo.

Se ha considerado ambiente II exterior, aún cuando la humedad de los forjados sanitarios hace recomendable considerar el ambiente III, agresivo. En el cálculo de las deformaciones, se ha considerado la contraflecha diferida debida al momento de la fuerza de pretensado y la redistribución por fluencia.

Excepto en las obras importantes, en que las viguetas se fabrican en los tipos y longitudes que se derivan del cálculo, los tipos de viguetas que se encuentran en el mercado provienen de stocks en los que a cada tipo (de armado) de vigueta se le han asignado unas longitudes de fabricación, las cuales no acostumbran a solaparse.

En el esquema de las tablas figura, entre paréntesis, la selección efectuada con las viguetas de stock; corresponde a tipos y longitudes normales en el mercado. (Tipo 3, 5  $\emptyset$  4 + 1  $\emptyset$  4, long. 4,4/4,9 m.)

Hay que destacar que, en "Solicitaciones", el momento de servicio sin mayorar que se indica, se deduce de una ley lineal-elástica, y cuando no se emplean sopandas es un momento virtual, válido para comparar con las Fichas Técnicas.

El estudio se ha efectuado con el programa +FLECTOR-FOR, versión 2.15.

### 3.1. Con sopandas

Con sopandas, el programa escoge la

vigueta tipo 2 ( $M_u = 2241$  mkp/m,  $M_{sII} = 1766$  mkp/m y  $V_u = 2506$  kp/m) siendo el momento último,  $M_u = 2241 > M_{sd} = 2090$ , el condicionante de la elección, mientras el tipo de stock debido a la longitud de la vigueta (3) supera sobradamente los valores solicitantes. (Tabla 1).

### 3.2. Sin sopandas

Con el mismo canto, pero sin sopandas (Tabla 2), se escoge el tipo 3 ( $M_u = 2725$ ,  $M_{sII} = 2107$  y  $V_u = 2506$ ) siendo el momento de servicio II el que condiciona la elección  $M_{sII} = 2107 > M_{s,virt} = 2106$ .

La necesidad de macizar debido al esfuerzo cortante, disminuye, al ser menor la diferencia entre los momentos negativos de los apoyos extremos y del central. Aquí, el tipo de vigueta de stock se corresponde con el derivado del cálculo. Las cuantías y longitudes de la armadura negativa son muy inferiores al caso anterior. La flecha activa aumenta en un 10%.

Si para evitar macizados se aumentara el canto (Tabla 3), aumentaría también el peso propio y la relación  $\alpha = W_{II} / W_{IV}$ . Continúa siendo el momento de servicio II el condicionante de la elección del tipo 4 ( $M_u = 3814$ ,  $M_{sII} = 2822$ ,  $V_u = 2753$ ),  $M_{sII} = 2822 > M_{s,virt} = 2440$ , ya que el momento de servicio II del tipo 3 sólo alcanza, con este canto, el valor  $2429 < M_{s,virt} = 2440$  mkp/m. También puede apreciarse que no aparece la vigueta de stock, al ser necesario un tipo superior al habitual para la longitud correspondiente.

En forjados construidos sin sopandas se da la aparente paradoja de que con mayor canto no se cumplen los estados límites de servicio con una cuantía de armado positivo que sí cumple en forjados de menor canto.

## 4. CONSECUENCIAS PRACTICAS

OCT INFORMA de 22/1/92, circular de la Oficina de Consultoría Técnica del Col. legi d'Arquitectes de Catalunya, considera que la falta de criterios con que se proyectan, se construyen y se mantienen los forjados sanitarios son a menudo una fuente de problemas y que, a largo plazo, el comportamiento de estos forjados es peor que si el

**Tabla I**  
**Con sopandas, canto 22 cm**

**DATOS DE ENTRADA**

CALCULO : REDISTRIBUCION 15%

ACERO ARMADURA SUPERIOR : AEH 500

AMBIENTE : 2

PAÑO	Ancho	Flecha	Vano	Luz	Repart.(s.may.)	Cg. linl.(s.may.)	Alter.	APOYO	Ancho	Entrega	Maciz.	Reac. s.may.	hip.la
	a	L/n L/2n+k		l	Concg. Sobrecg.	Perm. Var. Dist.	2ª hip.	n	cm	ca	cm	Concarga	Sobrecarga
				a	kp/m <sup>2</sup> kp/m <sup>2</sup>	kp/m kp/a	a					kp/m	kp/m

PLANTA ST01 Con sopandas con FORJADO FP18 (18 + 4) \* 70. , PESO PROPIO 239 kp/m<sup>2</sup> , GAMMA.f = 1.6

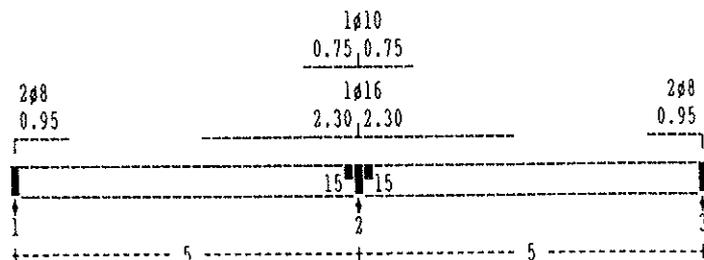
1	0.7	400	1 2	5.00	419	200	1	1	30	10	0	786	375
			2 3	5.00	419	200	0	2	30	6	0	2619	1250
								3	30	10	0	786	375

**SOLICITACIONES**

Paño	Vano	Luz	Momentos últimos mayor.(red.parab.)			Esf.cort. may. para Vul (Vu2)		Zona mon. negat. Lng.inc.cto.(*k)		Mon. serv.	Ma, mon. para le flecha sin mayorar			Coef.flecha=kf	Flecha admis.
	a		Izq.	Vano	Der.	Izq.	Der.	Izq.	Der.	s.m.	T.Iz.	T.D.	Ccga.V	Total Ccga.	ca
			akp/a	akp/a	akp/a	kp/a	kp/a	a	a	Hip. akp/a	akp/a	akp/a	akp/a	cm.m <sup>2</sup> Hp/a	ca

**ST01 Con sopandas**

1	1 2	5.00	-523	2090	-2431	1690	2657	0.50	1.51	1208	0	-1651	972	250.3	136.4	1.25
	2 3	5.00	-2431	2090	-523	2657	1690	1.51	0.50	1208	-1651	0	972	250.3	136.4	1.25



VIGUETA TIPO	2(3)	2(3)
SOPANDAS	1(1)	1(1)
FLB.ACT. ca	0.31	0.31
n (L/n (+k))	1568	1568

25 ■■ 20+10 : longitud de macizado en ca

**Tabla II**  
**Sin sopandas, canto 22 cm**

**DATOS DE ENTRADA**

CALCULO : REDISTRIBUCION 15%		ACERO ARMADURA SUPERIOR : AEN 500				AMBIENTE : 2							
PAÑO	Ancho	Flecha	Vano	Luz	Repart. (s.may.)	Cg. linl. (s.may.)	Alter.	APOYO	Ancho	Entrega	Maciz.	Reac. s.may.	hip. la
	n	L/n		L	Concg. Sobrecg.	Perm. Var. Dist.	2ª hip.	n	cm	cm	cm	kp/m	kp/a
		L/2n+k		m	kp/m <sup>2</sup>	kp/m <sup>2</sup>	kp/m						

PLANTA ST02 con FORJADO FP18 (18 + 4) \* 70. , PESO PROPIO 239 kp/m<sup>2</sup> , GAMMA.f = 1.6 , SIN SOPANDAS

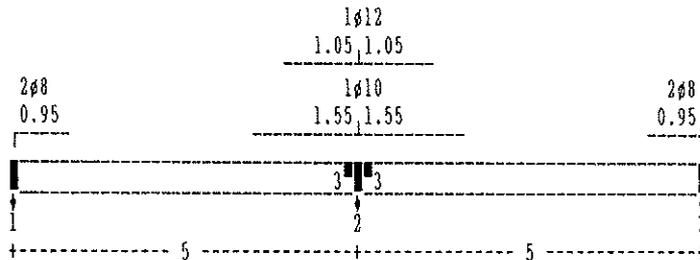
2	0.7	400	1 2	5.00	419	200	1	1	30	10	0	875	375
			2 3	5.00	419	200	0	2	30	6	0	2440	1250
								3	30	10	0	875	375

**SOLICITACIONES**

Paño	Vano	Luz	Momentos últimos mayor.(red.parab.)			Esf.cort. may. para Vul (Vu2)		Zona mon. negat. Lng.inc.cto.(%k)		Mon. serv. s.m.	Ma, mon. para Ie flecha sin mayorar				Coef.flecha=kf (Flecha=kf/EI) Total		Flecha admis. Cncga.
	n	m	Izq. Der.	Vano	Der.	Izq. Der.	Izq. Der.	=luz	Hip.	kp/m	T.Iz. T.D.	Ccga.V	Ccga.V	cm.m <sup>2</sup> Hp/m	cm	cm	
			akp/a	akp/a	akp/a	kp/a	kp/a	a	a		akp/m	akp/m	akp/m	akp/m			

**ST02 Sin sopandas**

2	1 2	5.00	-587	2348	-1831	1812	2536	0.50	1.15	2106	0	-927	1153	320.3	206.4	1.25
	2 3	5.00	-1831	2348	-587	2536	1812	1.15	0.50	2106	-927	0	1153	320.3	206.4	1.25



VIGUETA TIPO	3(3)	3(3)
SOPANDAS	0(0)	0(0)
PLB.ACT. cm	0.35	0.35
n {L/n {+K}}	1421	1421

25 ■ 20+10 : longitud de macizado en cm

**Tabla III**  
**Sin sopandas, canto 24 cm**

**DATOS DE ENTRADA**

CALCULO : REDISTRIBUCION 15%

ACERO ARMADURA SUPERIOR : A8H 500

AMBIENTE : 2

PAÑO	Ancho	Flecha	Vano	Luz	Repart.(s.may.)	Cg. linl.(s.may.)	Alter.	APOYO	Ancho	Entrega	Maciz.	Reac. s.may.	hip.la
	n	L/n		L	Concg. Sobrecg.	Perm. Var. Dist.	2ª hip.	n	ca	ca	ca	kp/m	kp/m
		L/2n+k		n	kp/m2	kp/m2	kp/m						

PLANTA ST03 con FORJADO FP18 (20 + 4) \* 70. , PESO PROPIO 255 kp/m2 , GAMMA.f = 1.6 , SIN SOPANDAS

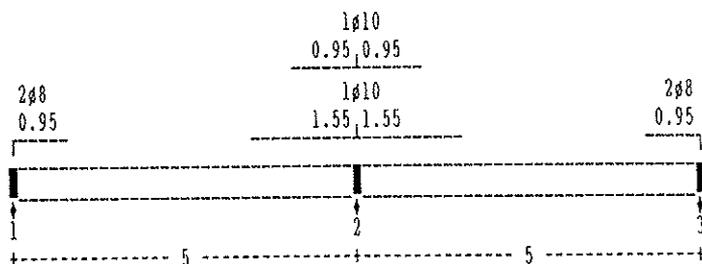
3	0.7	400	1 2	5.00	435	200	1	1	30	10	0	911	375
			2 3	5.00	435	200	0	2	30	6	0	2528	1250
								3	30	10	0	911	375

**SOLICITACIONES**

Paño	Vano	Luz	Momentos últimos mayor.(red.parab.)			Bsf.cort. may. para Vul (Vu2)		Zona mon. negat. Lng.inc.cto.{*k}		Mon. serv. s.g.	Ha, mon. para Ie flecha sin mayorar				Coef.flecha=kf (Plecha=kf/BI) Total Cncga.		Flecha admis. ca
	n		Izq. Vano Der.	Izq. Vano Der.	Izq. Der.	Izq. Der.	Izq. Der.	=luz Hip.	kp/m	kp/m	kp/m	kp/m	kp/m	kp/m	ca	ca	ca

**ST03 Sin sopandas**

3	1 2	5.00	-604	2415	-1855	1843	2578	0.50	1.15	2440	0	-921	1193	330.2	216.3	1.25
	2 3	5.00	-1855	2415	-604	2578	1843	1.15	0.50	2440	-921	0	1193	330.2	216.3	1.25



FIGUETA TIPO	4()	4()
SOPANDAS	0()	0()
PLB.ACT. ca	0.27	0.27
n (L/n (+K))	1825	1825

pavimento se hubiera apoyado directamente en el terreno. Describe algunos aspectos constructivos (la falta de ventilación, el ambiente agresivo que condiciona su durabilidad, etc.) y los problemas de fisuración, ya durante la construcción, por sobrecargas excesivas. No analiza los aspectos de cálculo que hemos desarrollado aquí. Es posible que parte de los problemas constatados se deriven del insuficiente análisis en la aplicación de forjados sin sopandas. Inspecciones realizadas por otros motivos –"aluminosis"– han determinado la sustitución prematura de un gran número de los forjados sanitarios verificados, independientemente del cemento empleado.

## NOTAS

\* En la orden de 22/11/89, del MOPU, que se refiere a los modelos oficiales de Fichas Técnicas, se indica, en el anejo II, punto 4, que "El cuadro de características generales del forjado se completará con el momento flector último positivo –en vano– y negativo –sobre sopandas–, en mkp, correspondientes a la vigueta, para definir su comportamiento cuando soporta el peso propio del forjado, antes de fraguar el hormigón "in situ". En el ejemplo del anejo II de la citada orden, estos datos figuran del modo descrito.

El texto es correcto para los forjados armados, pues los valores de los momentos  $M_{a1}$  y  $M_{a2}$  son de cálculo en estado límite último, según el art. 5.2 de la EF-88. En cambio, en este mismo artículo se indica que, en pretensado,  $M_1$  y  $M_2$  son valores de servicio. Ello puede inducir a utilizar como valores resistentes en servicio, los momentos últimos indicados en las Fichas, siempre muy superiores.

La VP-92, Recomendaciones para la fabricación de viguetas de hormigón pretensado, redactada por la Comisión del Sello de Calidad CIETAN, al reproducir los ejemplos "sólo indicativos" del anejo II de la Orden, mantiene como valores de **En Vano** y **Sobre Sopandas**, los momentos últimos.

## BIBLIOGRAFIA

1) "Cálculo, construcción y patología de forjados de edificación". José Calavera Ruiz. 4ª edición. INTEMAC. Madrid 1988.

2) "Instrucción para el proyecto y la ejecución de obras de hormigón en masa o armado, EH-91". Centro de publicaciones del M.O.P.T.

3) "Instrucción para el proyecto y la ejecución de forjados unidireccionales de hormigón armado o pretensado, EF-88". Centro de publicaciones del M.O.P.T.

4) "Instrucción para el proyecto y la ejecución de obras de hormigón pretensado, EP-80". Centro de publicaciones del M.O.P.T.

5) "Prontuario ENSIDESA". Tomo I. 6ª edición. Madrid 1982.

6) "Cahiers des Prescriptions Techniques Communes aux Procédés de Planchers". Centre Scientifique et Technique du Bâtiment. París 1980.

7) "Reglamento USA, ACI 318-89". Hay traducción "mejicana" del ACI 318-83, en Editorial Limusa, México D.F. 1988: "Reglamento de las Construcciones de Concreto Reforzado".

## ANEJO I

### APROXIMACION AL ANALISIS DE LAS TENSIONES EN LOS FORJADOS

Los Comentarios del art. 6.2 de la EF-88 indican que: "En el estudio de estados límites de utilización de forjados de viguetas pretensadas se tendrá en cuenta que el uso de sopandas puede generar en el forjado, una vez descimbrado, estados tensionales más desfavorables de los que se deducirían de la condición directa y única de la carga total. Tal efecto es tanto más importante cuanto mayor es el peso propio respecto a la carga total y menor el número de sopandas por tramo. No obstante, en casos habituales, tal efecto es poco apreciable".

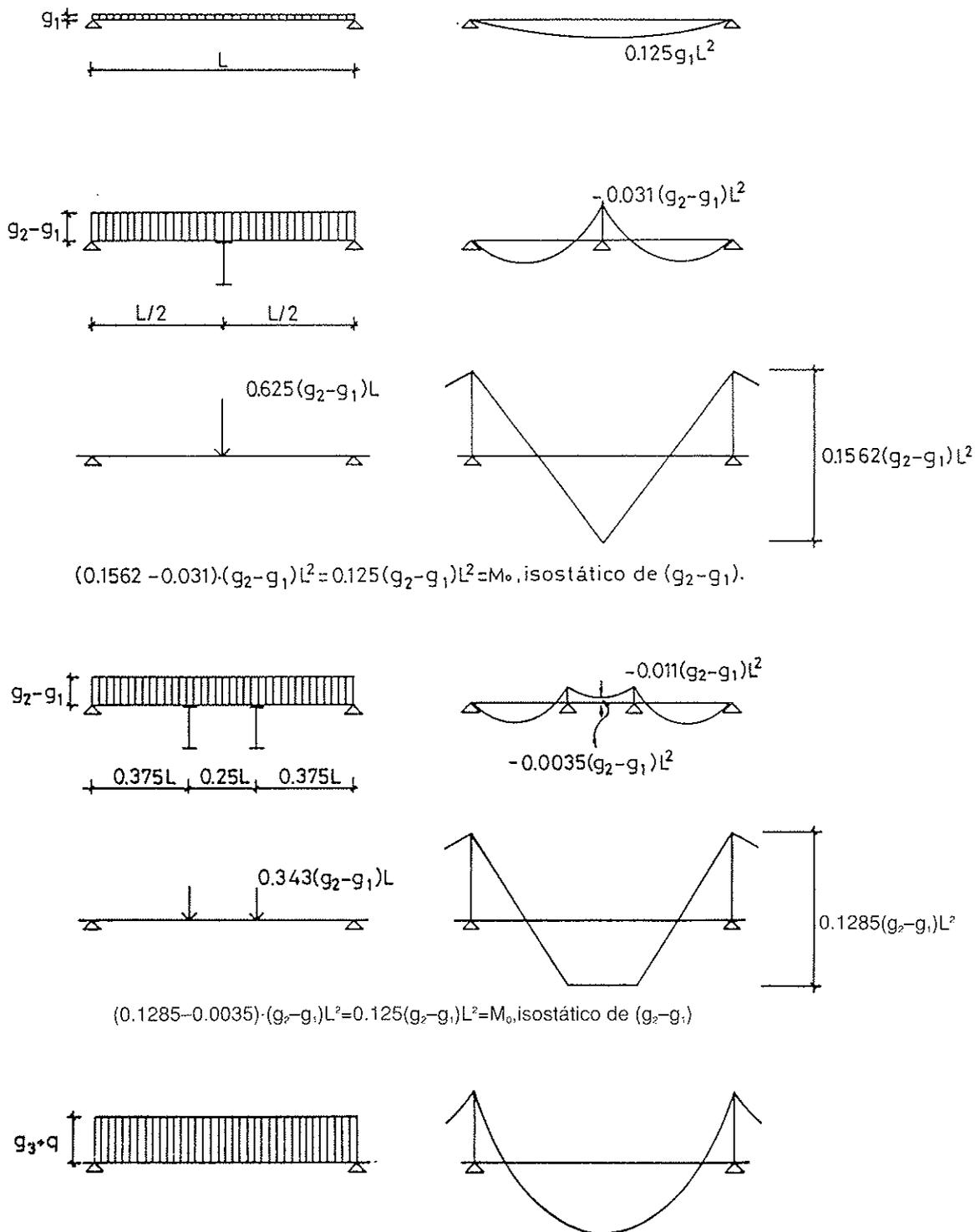
La EF-88 se refiere a "la condición directa y única de la carga total" y a que "en casos habituales, tal efecto es poco apreciable" como la validez, indicada más arriba, del diagrama de momentos (ct) y su correspondiente de tensiones (4) de la figura 1, para estudiar las tensiones en servicio en forjados cimbrados y, en los casos habituales, con un cierto número de sopandas. Según se deduce de "CPT Planchers", la colocación de tres o más líneas de sopandas comportan unas tensiones similares a si el forjado se cimbrara.

El estudio de la utilización de una o dos sopandas implica una cierta complejidad. Un estudio completo de las tensiones de las fibras obliga a analizar tres niveles. En la fibra inferior se estudia el hormigón prefabricado y en la fibra superior del forjado, el hormigón vertido en obra. Tiene interés el análisis de las tensiones en las fibras supe-

riores de la vigueta.

Se indican los diagramas correspondientes al caso de colocar una o dos sopandas.  $g_1$  = peso propio de la viguetas por  $m^2$ .

En las fórmulas que siguen se comentan sus consecuencias prácticas.



## MOMENTOS DE SERVICIO QUE HABRA QUE COMPARAR CON LAS FICHAS TECNICAS

En las fórmulas que siguen:

$L_c$  = luz entre las secciones de momento nulo del vano, del diagrama (ct) de la figura 1.

$M_{S1, virt}$  = Momento virtual de servicio, en fibra inferior del forjado.

$M_{S2, virt}$  = Momento virtual de servicio, en fibra superior del forjado.

$M_{S1, virt}$  y  $M_{S2, virt}$  son solicitaciones que hay que comparar con los valores resistentes,  $M_{sA}$ , de las Fichas Técnicas; se supone que el autor de las Fichas Técnicas habrá calculado  $M_{sI}$ ,  $M_{sII}$  y  $M_{sIII}$  considerando simultáneamente las limitaciones en las fibras inferiores y superiores.

Forjados sin sopandas:

$$M_{S1, virt} = \left[ \frac{W_{if}}{W_{lv}} \cdot \left( \frac{L}{L_c} \right)^2 \cdot g_2 + g_3 + q \right] \cdot \frac{L_c^2}{8} \quad [1]$$

$$M_{S2, virt} = (Rf \cdot g_2 + g_3 + q) \cdot \frac{L_c^2}{8} \quad [2]$$

Con  $Rf$  = tanto por uno de la redistribución por fluencia. ("CPT Planchers" no considera  $Rf \cdot g_2$ , pero disminuye la resistencia en servicio del hormigón in situ a valores menores de  $f_{ck} / 1,6$ ).

Forjados cimbrados:

$$M_{S1, virt} = \left[ \left( \frac{W_{if}}{W_{lv}} \cdot \left( \frac{L}{L_c} \right)^2 - 1 \right) \cdot g_1 \cdot g_2 + g_3 + q \right] \cdot \frac{L_c^2}{8} \quad [3]$$

$$M_{S2} = (g_2 + g_3 + q) \cdot \frac{L_c^2}{8} \quad [4]$$

Forjados con sopandas (según "CPT Planchers"):

$$M_{S1, virt} = [\alpha g_2 - K(\alpha - 1) \cdot (g_2 + g_1) + g_3 + q] \cdot \frac{L_c^2}{8} \quad [5]$$

$K$ , en función del número de sopandas. En caso de emplear: una sopanda (en los casos habituales:  $1 < K < 1,25$ ), o dos, que

se sitúan, como mínimo, a 0,375 L de los extremos ( $K \geq 1$ ), la aplicación de [5] no difiere de aceptar directamente los momentos del diagrama (ct) o se está a favor de la seguridad.

$$M_{S2, virt} = [K(g_2 - g_1) + g_3 + q] \cdot \frac{L_c^2}{8} \quad [6]$$

$M_{S2, virt}$  se debe comparar con el momento de servicio por compresión en la fibra superior del forjado, que no figura directamente en las actuales Fichas Técnicas; como hemos dicho, se supone que el autor de las Fichas habrá escogido para  $M_{sA}$  el menor valor de este momento y de  $M_{sI}$ ,  $M_{sII}$  o  $M_{sIII}$ . En forjados simples es muy superior al de fisuración, en cualquier ambiente.

Con una sopanda ( $K = 1,25$ ) no aplicar [6] puede estar contra la seguridad, en forjados con nervios de dos o más viguetas, si en  $M_{sA}$  no se ha tenido en cuenta la compresión en la fibra superior del forjado. En el resto de casos ( $K = 1$ ) no tiene consecuencias prácticas.

"CPT Planchers" no estudia las fibras superiores de la vigueta. Debe considerar que a estas fibras, embebidas con el hormigón in situ, les afecta favorablemente el efecto de confinamiento o que su fisuración no entraña consecuencias para su durabilidad.

EF-88, al aceptar tracciones de 40 kp/cm<sup>2</sup> durante la construcción del forjado, admite implícitamente la fisuración inmediata de estas fibras, en caso de que queden por debajo del c.d.g. del forjado. Es conveniente su estudio, ya que según la distribución de tensiones del pretensado, la fisuración del elemento prefabricado puede empezar en estas fibras. No hay datos en las Fichas Técnicas que permitan su comprobación.

En la referencia 1, se encuentran fórmulas para su adecuado estudio. Una manera de evitarlo en cada caso concreto de aplicación es, en el diseño del elemento, tener en cuenta estas fibras al efectuar la distribución de armaduras activas, para conseguir una distribución de tensiones debidas al pretensado que no permita llegar, en carga, a estados tensionales desfavorables. Teniendo en cuenta, además, que durante la construcción, los valores del Momento **Sobre Sopandas** no permitan la descompresión de las fibras superiores.

Se puede decir, con la EF-88, que en la mayor parte de las aplicaciones, el efecto de la construcción de los forjados con sopandas no afecta al cálculo habitual, quedando éste dentro de la seguridad.

## RESUMEN

Las necesidades de la edificación han hecho habitual la construcción sin sopandas de forjados compuestos. Durante el vertido del hormigón en la obra, los elementos (vigas o placas) pretensados resisten las cargas, y una vez endurecido el hormigón, acaban formando parte con los negativos, mallas de reparto, etc. del forjado compuesto.

El cálculo de estos forjados se aparta de las normas que habitualmente son utilizadas en forjados cimbrados o con sopandas y apuntalamiento. La Instrucción EF-88 y el modelo de Fichas Técnicas actual no contemplan la aplicación de forjados sin cimbrar o sin sopandas.

Se compara el cumplimiento de los estados límites últimos y de servicio en los dos modos constructivos, para destacar su incidencia en el tipo de vigueta que hay que utilizar, en las cuantías y longitudes de las armaduras negativas, en las flechas, etc. Según las dimensiones del forjado, no colocar sopandas puede comportar una mayor economía en el armado. En forjados de peso propio importante, los tipos de vigueta correspondientes a las longitudes de stock que se encuentran en el mercado pueden

ser insuficientes para aplicarlos sin sopandas.

Se han constatado graves patologías en forjados sanitarios que obligan a su sustitución prematura.

## SUMMARY

Construction requirements have made it possible to build composite slab structures without formwork. When the concrete is being deposited, the prestressed elements (joists or slabs) support the loads. When the concrete has hardened these elements together with the concrete and the reinforcement make up the composite slab structure.

The design of these slabs is different from the standards usually used in slab structures with formwork or shored. Code EF-88 and the current Technical Sheets model do not examine the question of slabs without formwork.

The article compares the fulfillment of service and ultimate limit states in two construction methods to point out the effect on the type of joist used, the ratios and lengths of the reinforcement, deflections, etc. Depending on the depth of the slab, not using formwork can be more economical with regard to reinforcement. In slabs with high depths, the types of joists in the stock lengths available on the market may not be strong enough for use without formwork.

Serious problems have arisen in sanitary flooring structures, making it necessary to replace them prematurely.

## Sistemas ligeros autopretensados utilizados en la EXPO'92 de Sevilla\*

**Félix Escrig**  
**Dr. Arquitecto**

### 1. INTRODUCCION

Para desarrollar algunas de las aplicaciones concretas que de las estructuras tensas, membranas textiles o velarias se han hecho en la EXPO'92, algunas de gran interés, vamos a introducir previamente y de una manera muy elemental, alguno de los conceptos básicos que intervienen en este tipo de estructuras.

Estamos barajando dos conceptos distintos que ponemos en relación para obtener una tipología estructural de gran rendimiento:

– Construcciones hechas con materiales que fundamentalmente sólo admiten tracciones.

– Fuerzas de pretensado que introducen características de mejora en alguno de los aspectos de las estructuras.

### 2. ESTRUCTURAS COLGADAS

Con respecto a las estructuras de tracción, no es posible que tengan mayor antigüedad que las primeras estructuras rígidas. Pero no cabe duda de que los pueblos nómadas, para facilitar su movilidad, necesitan cobijos muy ligeros y transportables que muy probablemente estarían hechos de pieles de animales (Fig. 1). Las primeras

utilizaciones guerreras, las del próximo oriente sobre todo, consta que transportaban amplias tiendas de campaña hechas de tejidos vegetales o animales (Figs. 2 y 3). Pero en cualquier caso eran construcciones modestas frente a los templos o las imponentes murallas.

Con la mejora de la navegación, las estructuras colgadas toman un inusitado interés y los cartagineses desarrollan una compleja tecnología para el despliegado de grandes superficies textiles ante los embates del viento, para ayudar en la fuerza motriz de los trirremes. No tenemos documentación directa sobre ello, pero lo conocemos porque los romanos copiaron esta tecnología, hasta tal punto que la hicieron extensiva a las obras civiles (Fig. 4).

Podemos imaginarnos los teatros romanos como los teatros griegos o sus anfiteatros, como nuestras plazas de toros. Nada más alejado. Mientras los griegos, con un enorme sentido de la economía, construían sus gradas sobre las pendientes de su suelo montañoso, los romanos, con tierras mejores y con posibilidad de implantar en mejores lugares sus ciudades, partían desde un suelo plano y creaban sólidos cerramientos al recinto. Mientras nuestras plazas de toros son un canto a la luz y a los fuertes contrastes, los romanos concebían el espectáculo más próximo a lo que pueda ser un campo

---

\* Texto de la conferencia que, organizada por la A.T.E.P., pronunció el Autor en el Aula Torroja del I.c.c.E.T., el día 25 de enero de 1993.

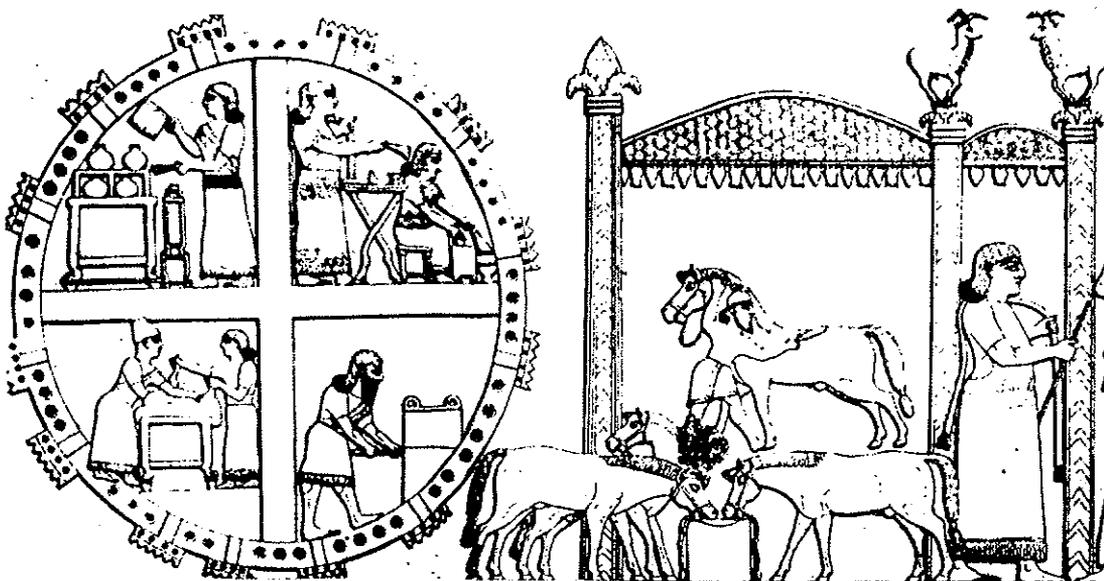


Fig. 1. Tienda asiria en donde se muestra la compartimentación para distintas funciones.



Fig. 2. Tienda nómada sahariana.

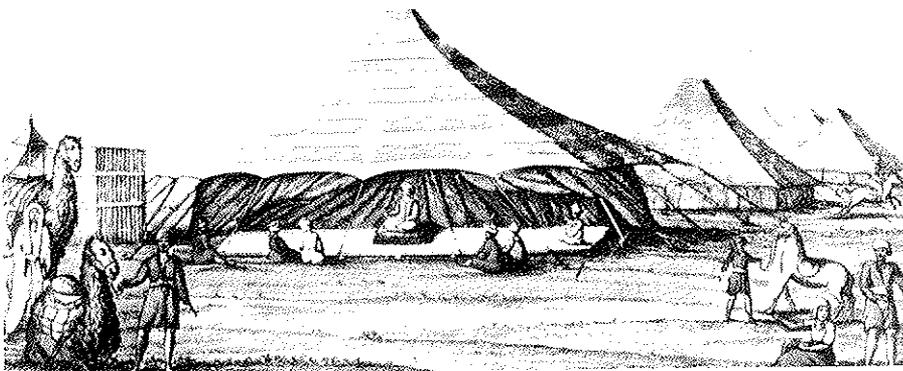


Fig. 3. Tienda otomana.

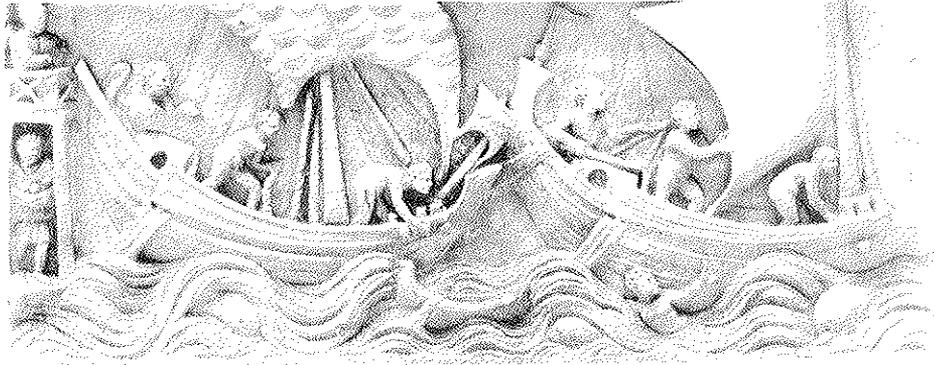


Fig. 4. Barco de vela romano.

de fútbol o un estadio y necesitaban crear amplias sombras.

Por ello, la experiencia naval les sirvió para cubrir los grandes teatros y gigantescos anfiteatros. Queda muy mal documentado el funcionamiento de estas cubiertas, apenas algunas imágenes en frescos de Pompeya, en descripciones literarias y en

algunas disposiciones constructivas de la coronación de los edificios que nos han llegado. Pero parece ser que, incluso el Coliseo Romano, con sus 45.000 espectadores y sus 25.000 m<sup>2</sup>, tenía un "velum" que se encargaban de extender y recoger un numeroso grupo de cargadores del puerto de Ostia a quienes se llamaba *exprefeso* (Figs. 5 y 6).

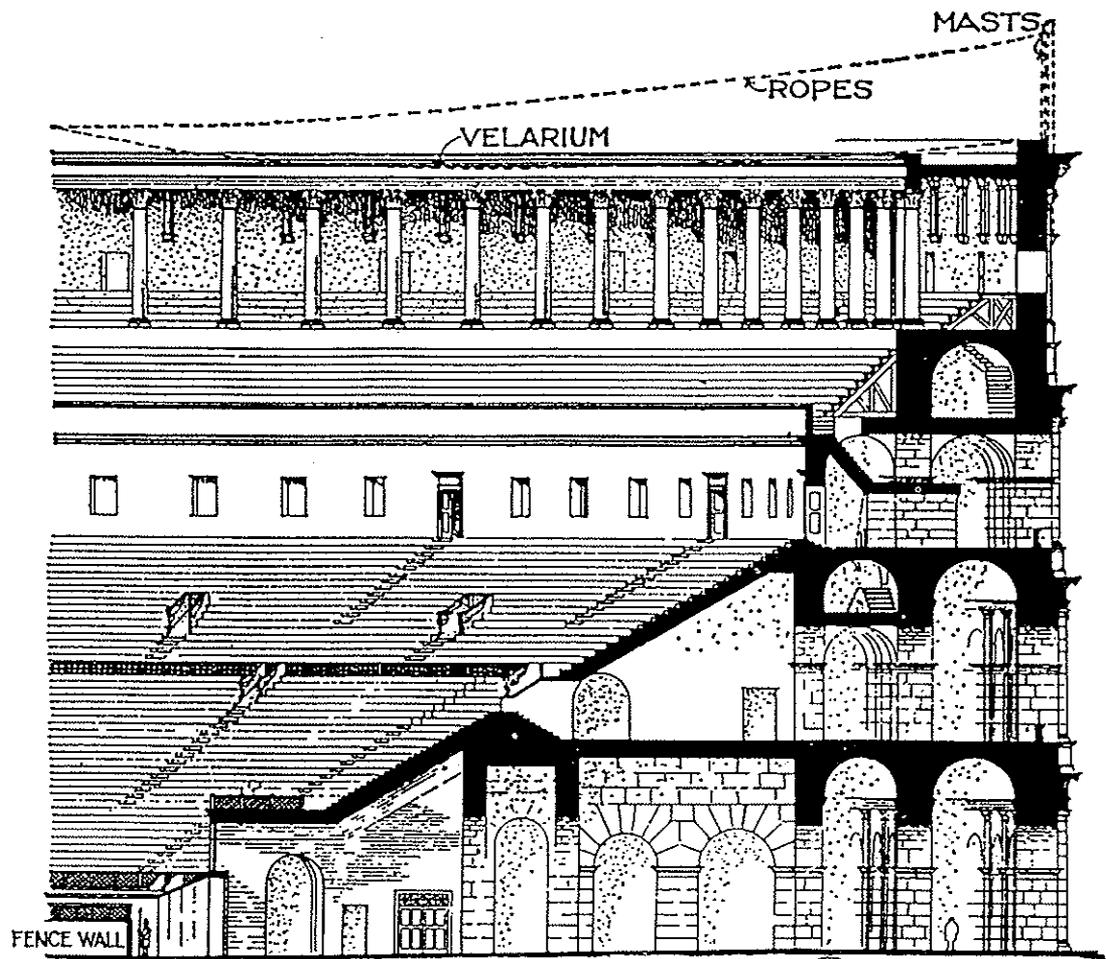


Fig. 5. Sección del Coliseo de Roma según Fletcher.

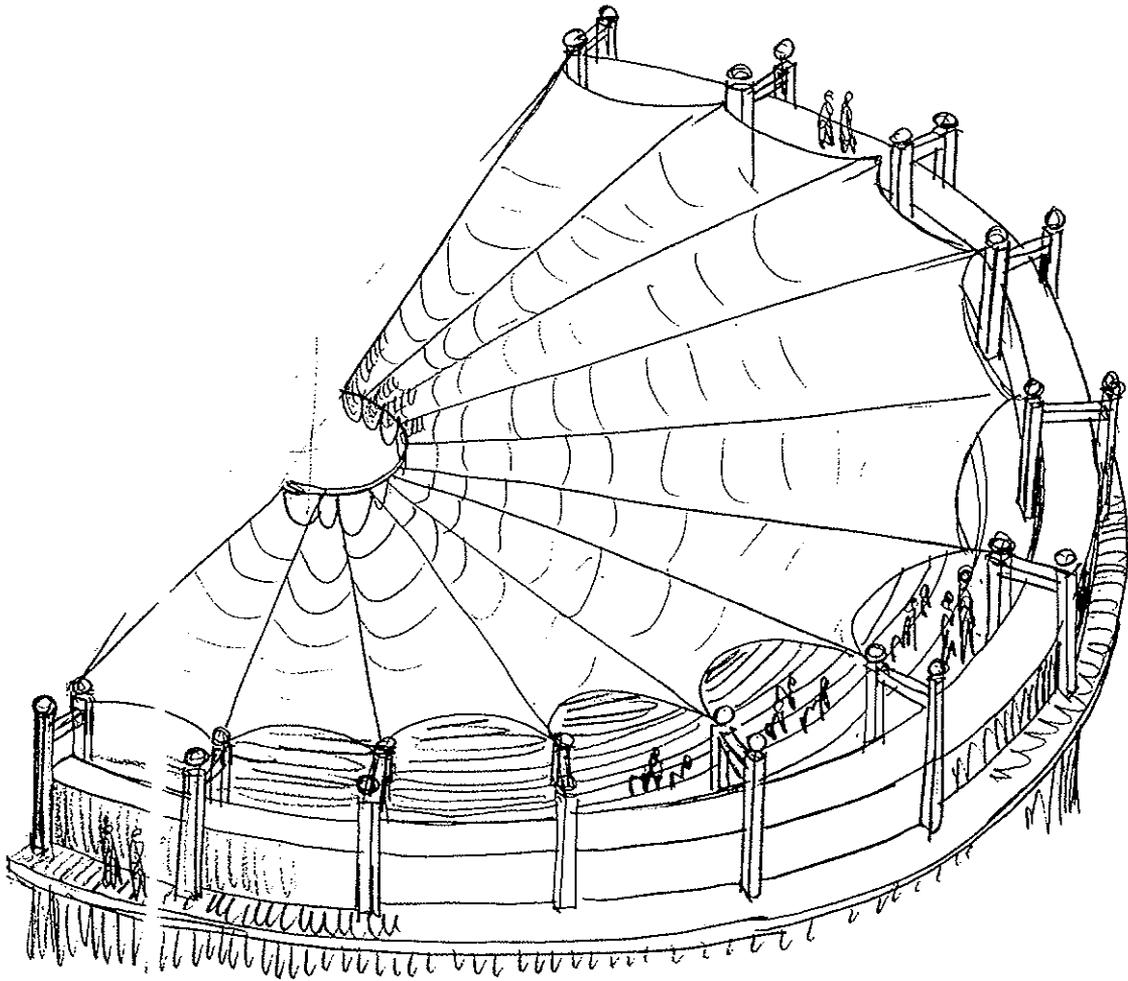


Fig. 6. Esquema de cubierta de un teatro romano.

En la tecnología de la Navegación, estas estructuras fueron haciéndose cada vez mayores, con records a partir del siglo XVII (Fig. 7).

Otra aplicación de las estructuras colgadas eran las catenarias que, salvo en construcciones orientales, no nos constan documentadas, en civilizaciones europeas, hasta prácticamente el siglo XVI en que las cadenas de hierro forjado se usan extensivamente para el refuerzo de estructuras e incluso como soporte de estructuras de luces medias (Figs. 8 y 9).

### 3. ESTRUCTURAS PRETENSADAS

En cuanto al pretensado, su uso está mucho más extendido en la antigüedad de lo que puede parecer. La primera cubierta

de gran luz sin soporte intermedio construida por el hombre, el "Tesoro de Atreo" con sus 14,5 m de diámetro y sus 13,5 m de altura y construida con falsa cúpula, con gran visión estructural, fue cubierta por un montículo que gravita sobre ella y la estabiliza. Todos los Tholos y cúpulas megalíticas que han sobrevivido, lo han hecho gracias a este sistema de estabilización (Fig. 10).

Cuando los romanos construyeron la bóveda mayor de la historia hasta el siglo XIX, la del Panteón de Agripa, con 43,25 m de diámetro, conscientes de que la dilatación por tracción del anillo de apoyo de la cúpula sobre el cerramiento acabaría fisurándola entera, recargan con una enorme masa los riñones, para compensar aquella tracción por vuelco hacia el interior de la misma que, por tanto, aporta una compre-

LA GOLETA DE S. M. N. RA. DE MONSIEERRATE ALIA  
LA DE CHILOE  
1768.

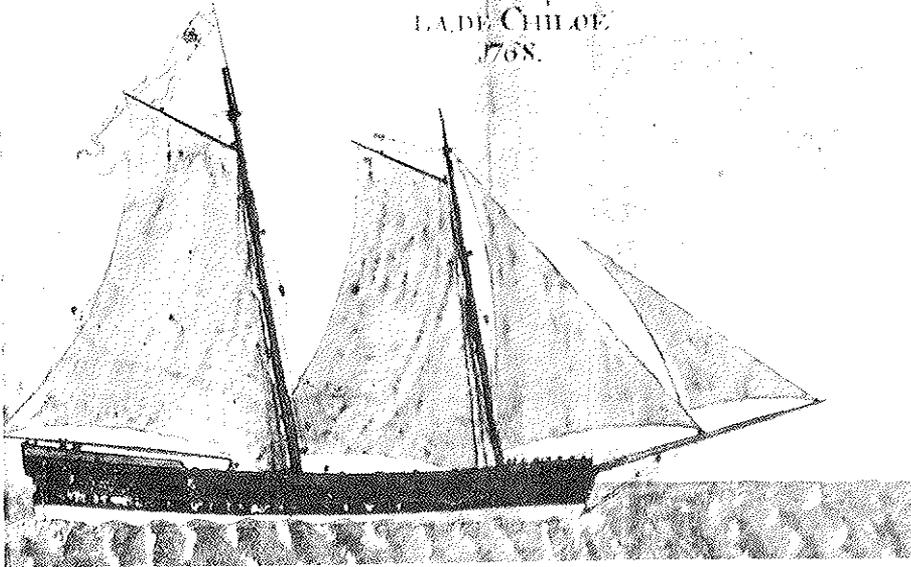


Fig. 7. Goleta del siglo XVIII.



Fig. 8. Puente de cuerdas en Africa.

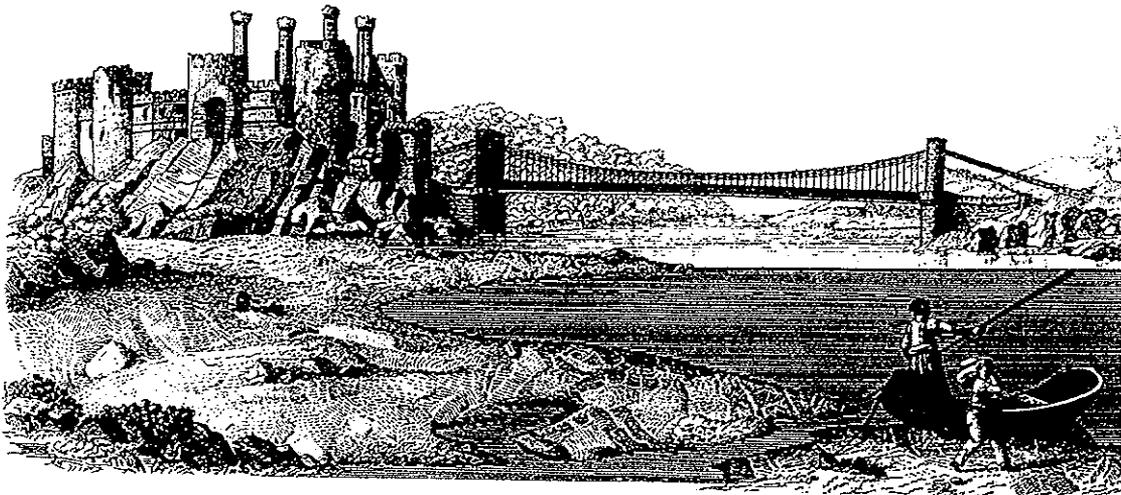


Fig. 9. Puente de cadenas, de Telford. 1826.

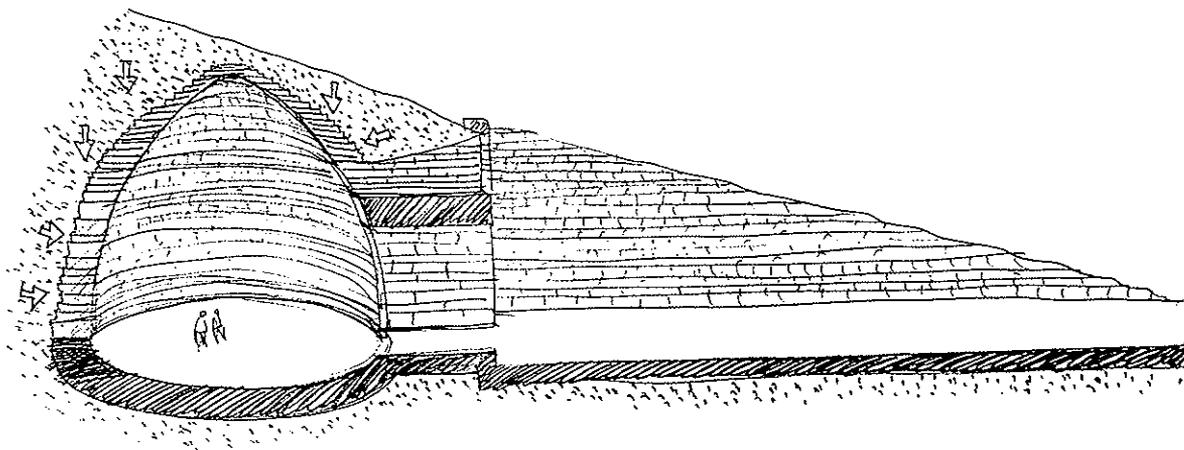


Fig. 10. Esquema del Tesoro de Atreo.

sión en el borde del anillo que compensa la tracción de membrana (Fig. 11).

El pretensado, en el sentido como lo conocemos ahora mismo, aparece documentado en la cubierta de Sta. Sofía, aunque dejó de funcionar casi en el momento de entrar en carga, por rotura de las cadenas. Pero tuvo cierta eficacia en Sta. M<sup>a</sup> de las Flores, de Florencia, en donde las cadenas, situadas como un anillo en la base antes de construir la cúpula, daban la ventaja de entrar en tracción desde los primeros avances sobre el vacío, actuando como un pretensado real a medida que la bóveda progresaba (Fig. 12). Este comportamiento era eficaz gracias a que la cúpula se construyó sin cimbra.

Desde este momento, el uso de cadenas

empieza a ser habitual, no solamente con lo que entendemos como armadura estática en tracción sino también como eficaz pretensado.

Sin embargo, este concepto de acciones previas para compensar el efecto de las cargas sustentadas cuyo uso hemos rastreado en estructuras rígidas resulta difícil de encontrar en estructuras flexibles.

#### 4. ESTRUCTURAS LIGERAS AUTOPRETENSADAS PLANAS

El problema de las estructuras colgadas estriba en que, salvo que sean muy pesadas, y en ello contradicen su intensión inicial, son muy inestables geométricamente. Cual-

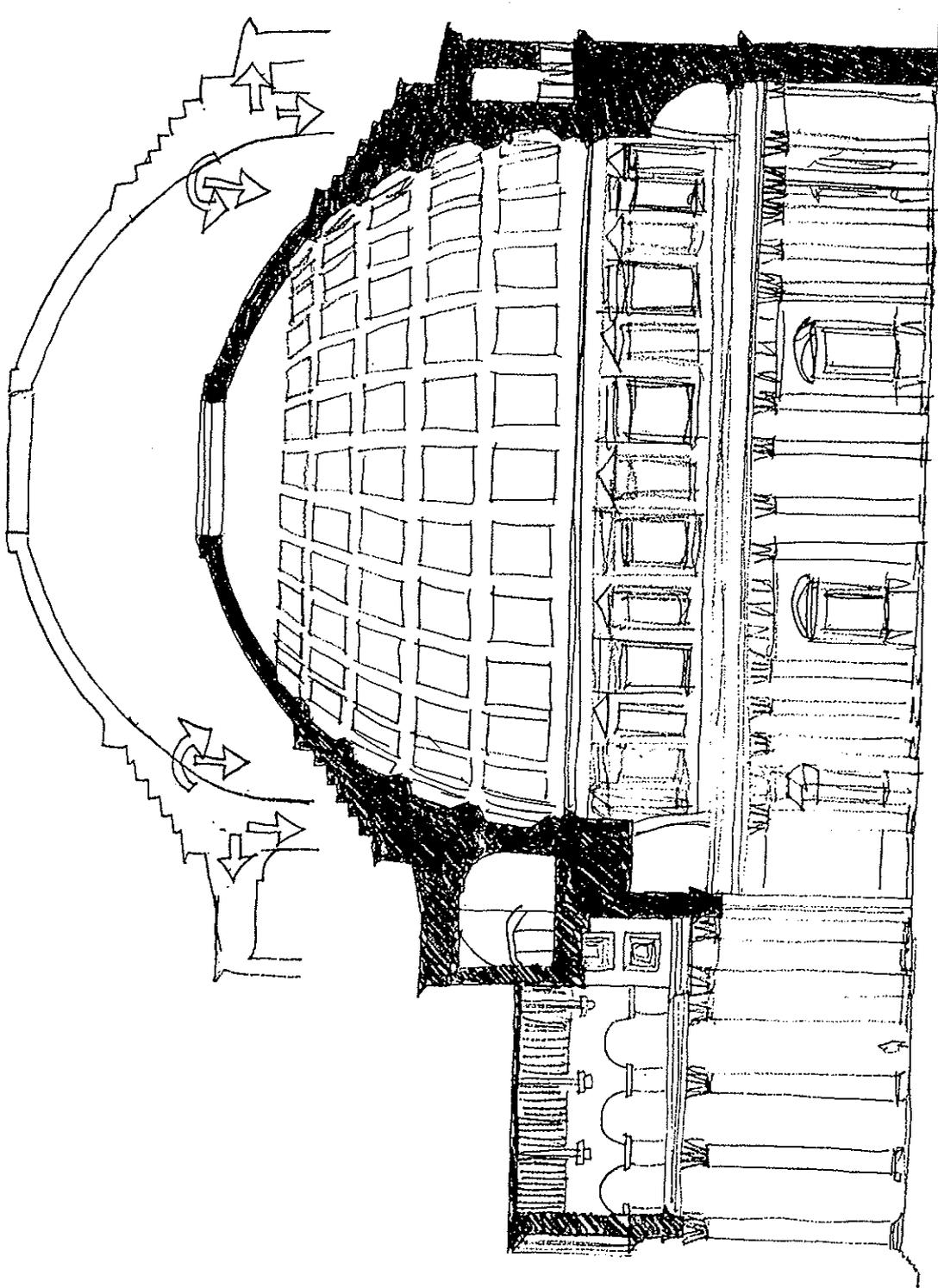


Fig. 11. Sección del Panteón de Agripa, con el esquema de su funcionamiento.

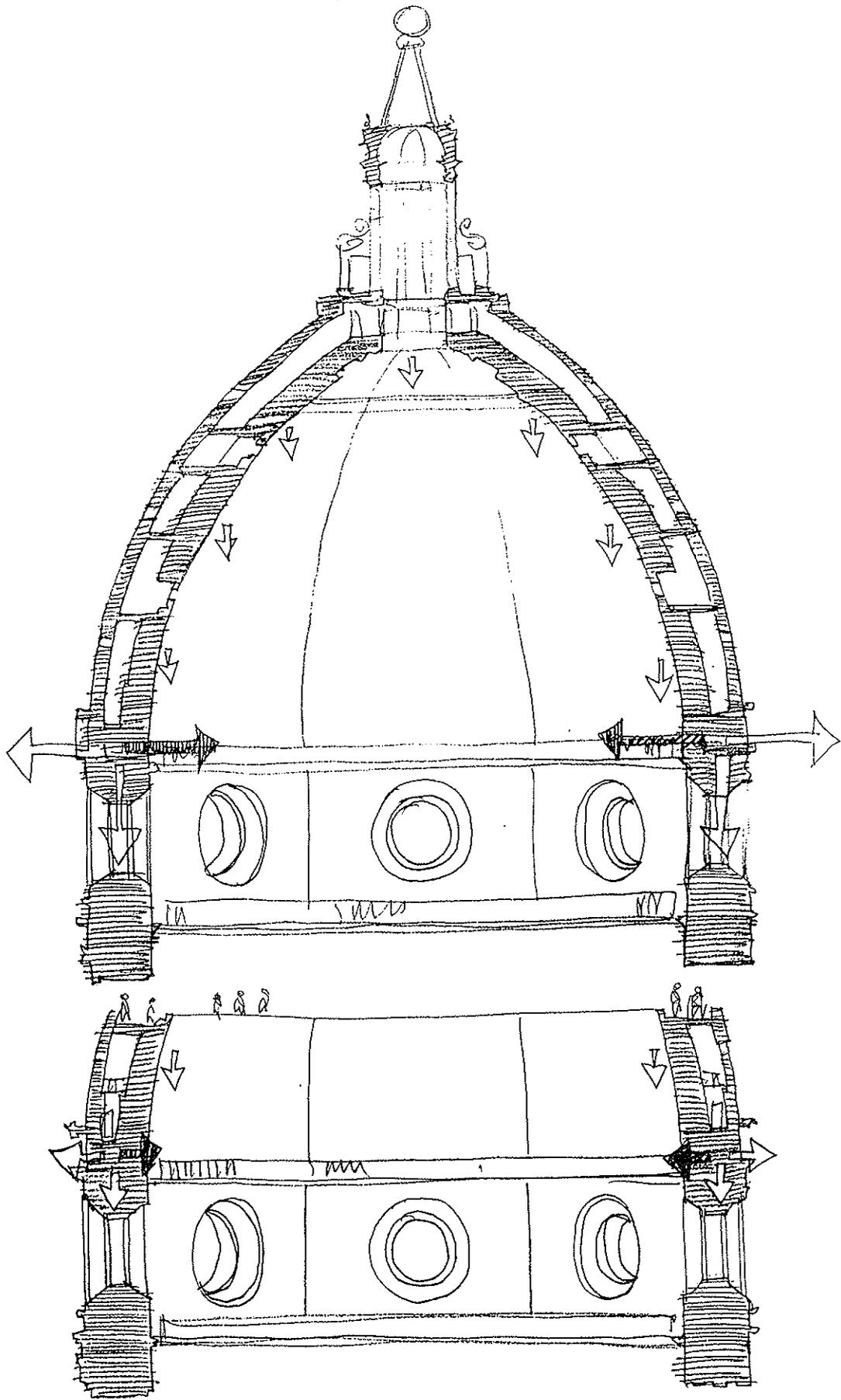


Fig. 12. Cúpula de Florencia, con esquema de su funcionamiento durante el montaje.

quier cambio en la posición de las cargas altera su trazado haciendo no solamente difícil la determinación de los esfuerzos sino también cuestionando su propia utilidad (Fig. 13).

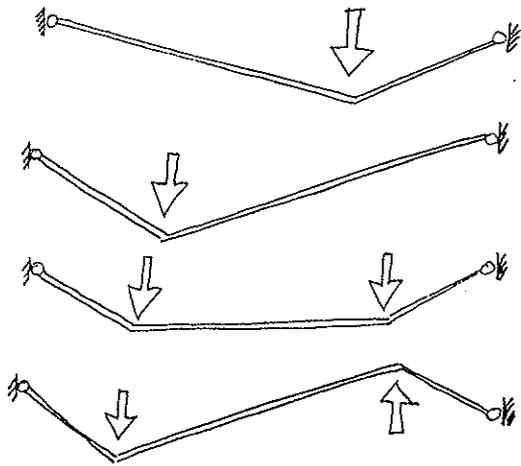


Fig. 13. Cambio de geometría de un cable, debido a distintas cargas.

Sóloamente en el caso de que el peso propio sea superior a las sobrecargas y a las acciones de viento puede conseguirse una cierta estabilidad de forma.

Así se resuelven cubiertas como la del Madison Square Garden (Fig. 14) o del Dulles Airport Terminal de Saarinen (Fig. 15).

Pero si esto no es así y puede haber incluso inversión de cargas, las estructuras

pueden experimentar desplazamientos del orden de magnitud de sus dimensiones.

Resulta difícil aceptar las reconstrucciones habituales del velum del Coliseo Romano, con 187 m que salvar en la dirección mayor y otros 155 en la menor. Ni incluso aunque el óculo fuera muy grande (Figs. 5 y 6).

La solución pasa por estabilizar la estructura colgada con otra de curvatura inversa capaz de trabajar con cargas en otra dirección. Para ello hay que superponer en el mismo plano la estructura sustentante y la estabilizadora y conectarlas entre sí (Fig. 16).

Las formas de conexión son variadas y las celosías expuestas en este gráfico son sólo algunas de las posibilidades que garantizan cierta estabilidad geométrica. El problema es que, a pesar de ello, las cargas pueden ser absorbidas pero las deformaciones siguen siendo grandes (Fig. 17).

Para obviarlo, debemos contar con el recurso del pretensado (Fig. 18). Si nosotros, antes de la aplicación de las cargas tensamos uno de los cables o más bien le introducimos un acortamiento  $\Delta L_1$  que lo tense, el otro entrará también en tensión de tal modo que la relación de fuerzas introducidas será

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{\ell_1^2 f_2}{\ell_2^2 f_1} \frac{A_1 E_1}{A_2 E_2} \quad (1)$$

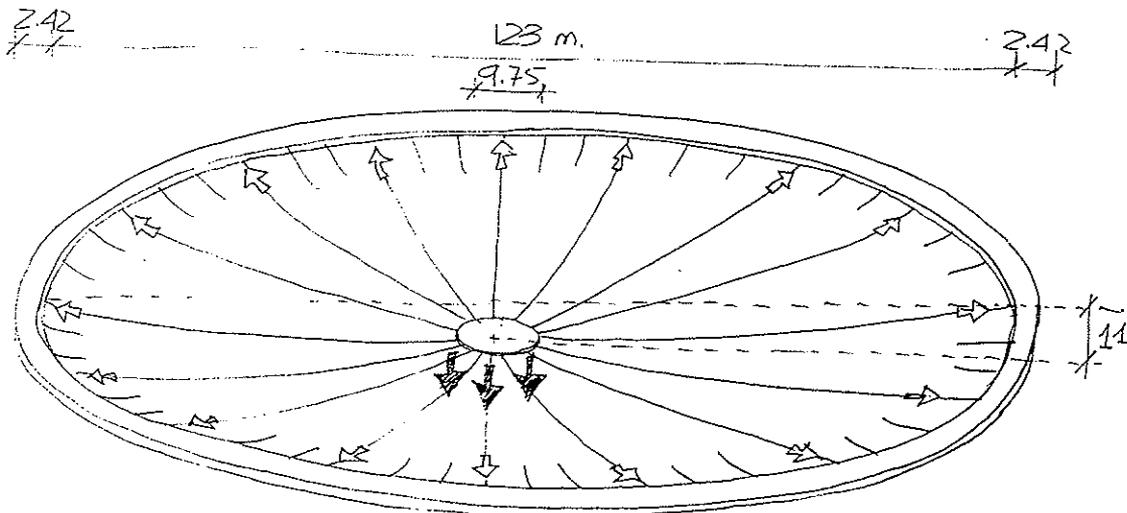


Fig. 14. Esquema estructural de la cubierta del Madison Square Garden, de Nueva York.

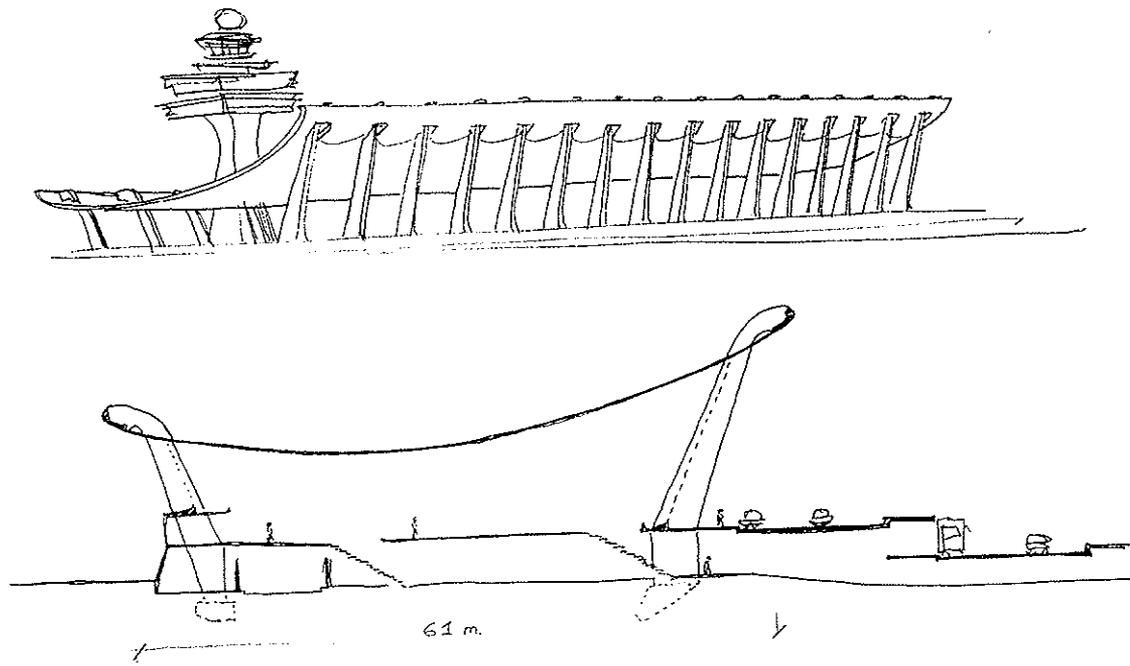


Fig. 15. Dulles terminal de Virginia. Cubierta colgante de Saarinen.

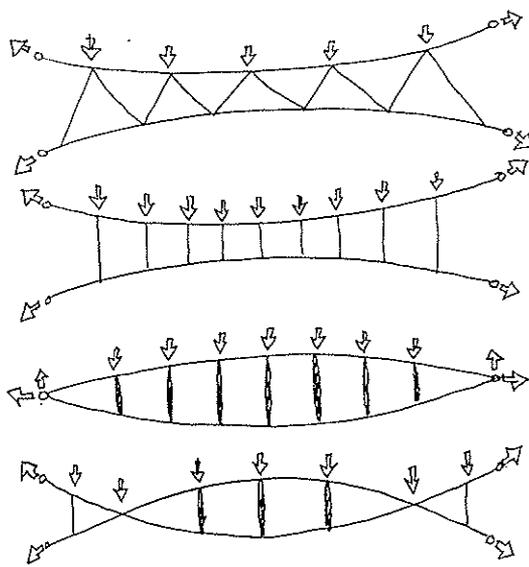


Fig. 16. Celosías planas de cables.

siendo

$$T_1 = \frac{\Delta L_1}{L_1} A_1 E_1 \quad (2)$$

$L_1$  es la longitud total del cable 1.

Si introducimos también un acortamiento en el cable 2:

$$T_1 = \left( \frac{\Delta L_1}{L_1} + \frac{\Delta L_2}{L_2} \right) A_1 E_1 \quad (3)$$

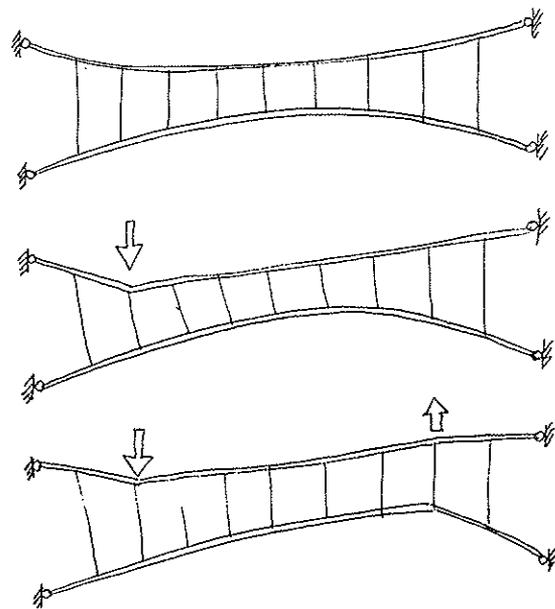


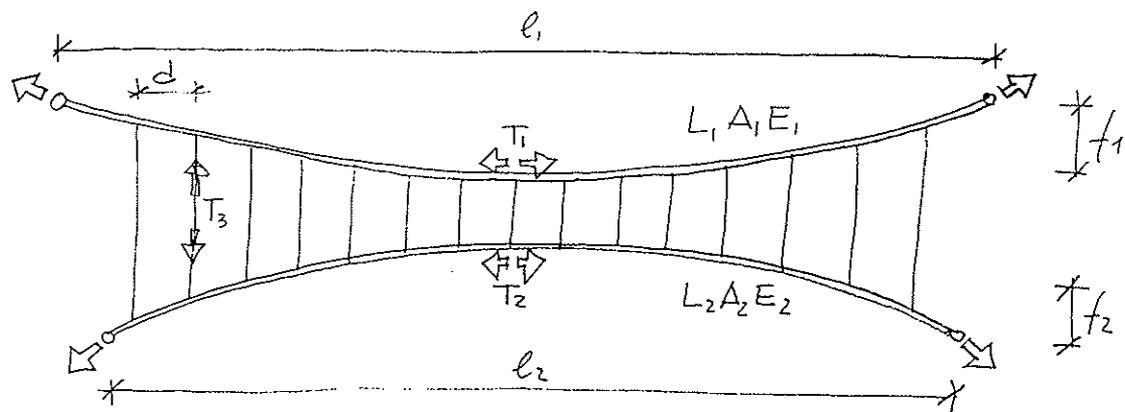
Fig. 17. Deformabilidad bajo carga de una celosía de cables.

Hemos supuesto que los dos cables son parabólicos y que la relación  $f/l \leq 0,2$ .

En este caso, los elementos de conexión entre las dos parábolas montantes o diagonales tienen que absorber un esfuerzo

$$T_3 = \frac{8 f_1 H_1}{l_1^2} d \quad (4)$$

Significa que la estructura, antes de



$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{\ell_1^2 f_2 A_1 E_1}{\ell_2^2 f_1 A_2 E_2}$$

Fig. 18. Celosía de cables, pretensada.

empezar a soportar las cargas ya está trabajando y que cuando le apliquemos aquellas, un cable aumentará su tracción y el otro la disminuirá.

Cuando apliquemos la carga exterior  $q$ , supongámosla uniformemente distribuida, el cable superior se llevará una parte de ella,  $q_1$ , y el inferior otra,  $q_2$ , de tal modo que deberá cumplirse

$$q_1 + q_2 = q; \quad \frac{q_1 \ell_1^4}{A_1 E_1 f_1^3} = \frac{q_2 \ell_2^4}{A_2 E_2 f_2^3} \quad (5)$$

Y como en cada cable debe cumplirse

$$H_1 = \frac{q_1 \ell_1^2}{8 f_1} \quad (6)$$

$$\frac{H_1}{H_2} = \frac{\ell_2^2 f_1}{\ell_1^2 f_2} \frac{A_1 E_1}{A_2 E_2} \quad (7)$$

Para que la estructura no pierda la rigidez que le hemos introducido con el pretensado deberá cumplirse  $T_2 + H_2 > 0$ . En el caso límite  $T_2 + H_2 = 0$

$$T_1 = H_1 \left( \frac{\ell_1^2 f_2}{\ell_2^2 f_1} \right)^2 \quad (8)$$

Si las dos parábolas son iguales,  $T_1 = H_1$  y en este caso el cable superior se lleva toda la carga con un esfuerzo  $2T_1$  que equivale a una estructura colgada. El cable estabilizador estará destensado.

Vemos que para el dimensionamiento de esta estructura cada uno de los cables tiene que dimensionarse pues, como mínimo, para la totalidad de la carga el superior y para una fracción importante de la misma el inferior. No son estructuras óptimas respecto a esfuerzos, pero esta pérdida de optimización se ha empleado en la rigidez de la geometría.

El problema de estas celosías de cables planas es que no tienen ninguna rigidez transversal, por lo que deberán ser arriostradas, como haríamos con cualquier sistema de cerchas paralelas.

No obstante, estos elementos planos pueden combinarse espacialmente, como se indica en la Fig. 19.

## 5. ESTRUCTURAS LIGERAS AUTOPRENSADAS ESPACIALES

Las celosías planas analizadas anteriormente pueden combinarse en el espacio de tal modo que los cables cóncavos estén en planos paralelos a los cables convexos (Fig. 20). El análisis que necesitamos desarrollar es análogo al empleado en celosías planas. Los montantes están ahora sobre una superficie alabeada.

Esta figura puede complejizarse para terminar adaptándose a diversos requisitos

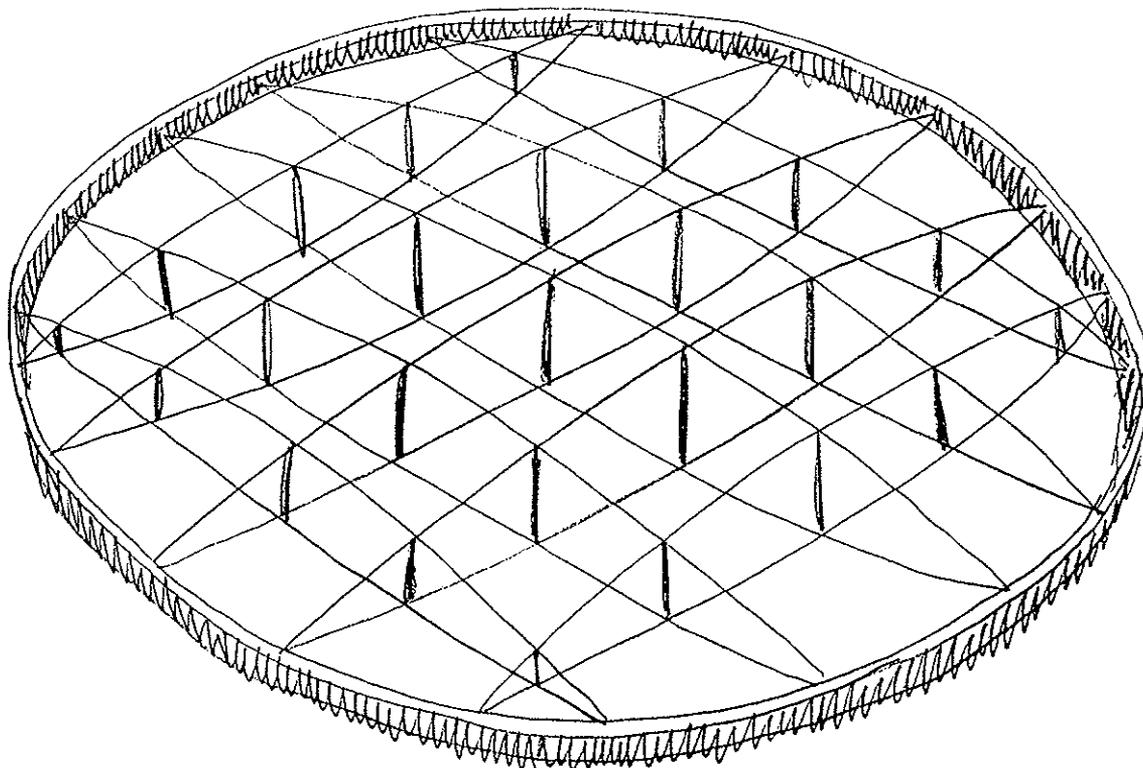
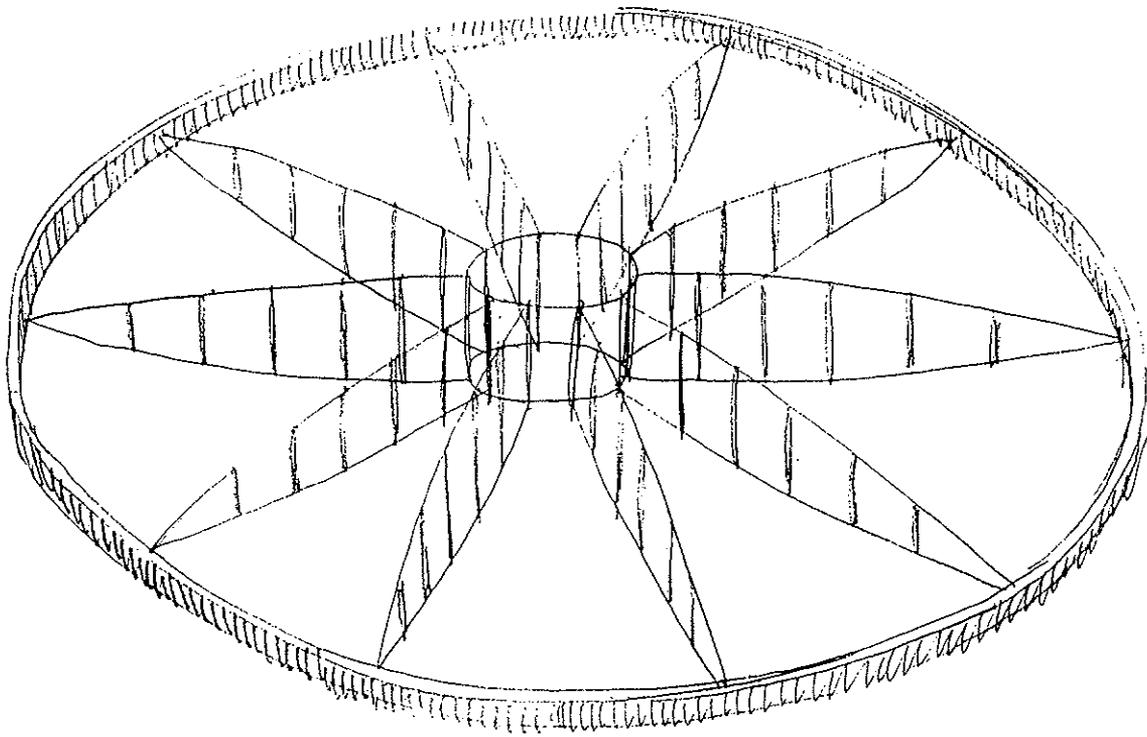


Fig. 19. Combinaciones espaciales de celosías planas de cables.

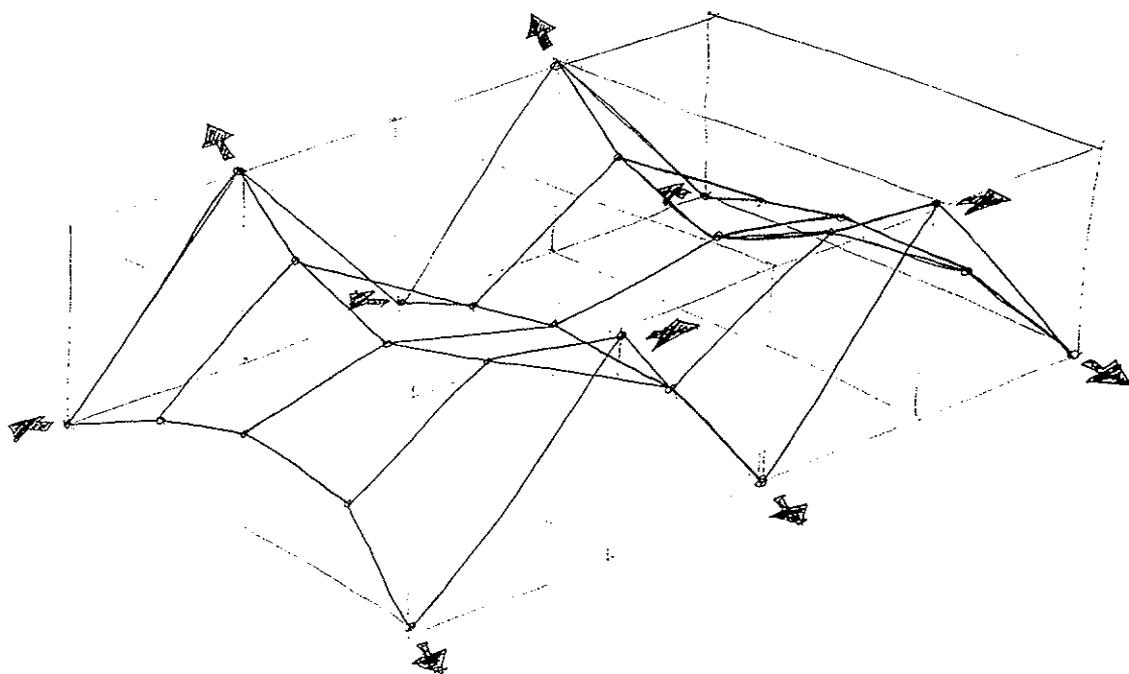


Fig. 20. Celosía espacial de cables paralelos.

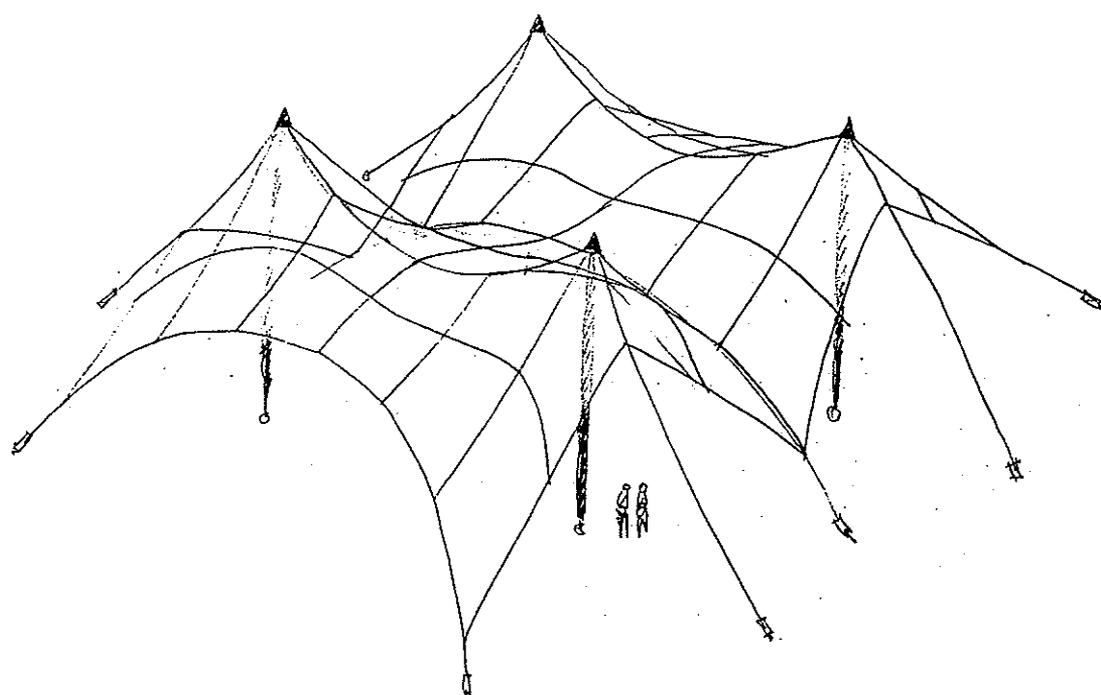


Fig. 21. Red de cables.

arquitectónicos e incluso pueden situarse cables intermedios para obtener una malla en retícula que dará origen a lo que llamamos redes de cables (Fig. 21).

Otro modo de conseguir la espacialidad de estas estructuras planas es disponiendo la familia de cables cóncavos perpendicular-

mente a la de cables convexos, lo cual nos permite incluso suprimir los montantes, al poder vincular directamente las dos familias (Fig. 22). Esto nos da superficies en paraboloides hiperbólicos cuya malla podemos densificar tanto como queramos (Fig. 23) e incluso recortar en planta para obtener formas muy variadas (Fig. 24).

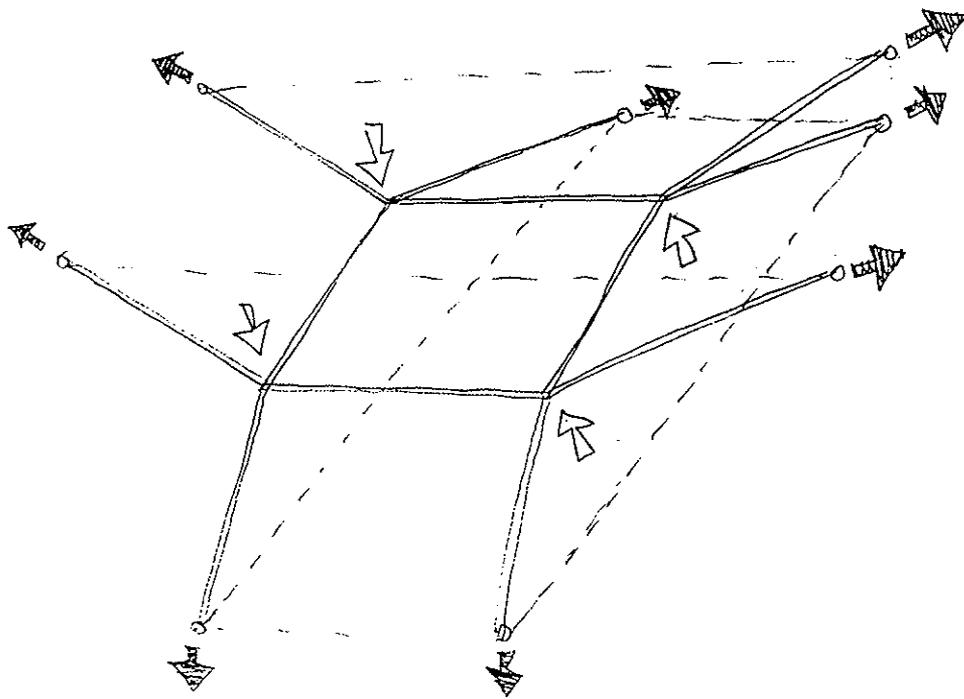


Fig. 22. Combinación perpendicular de cables.

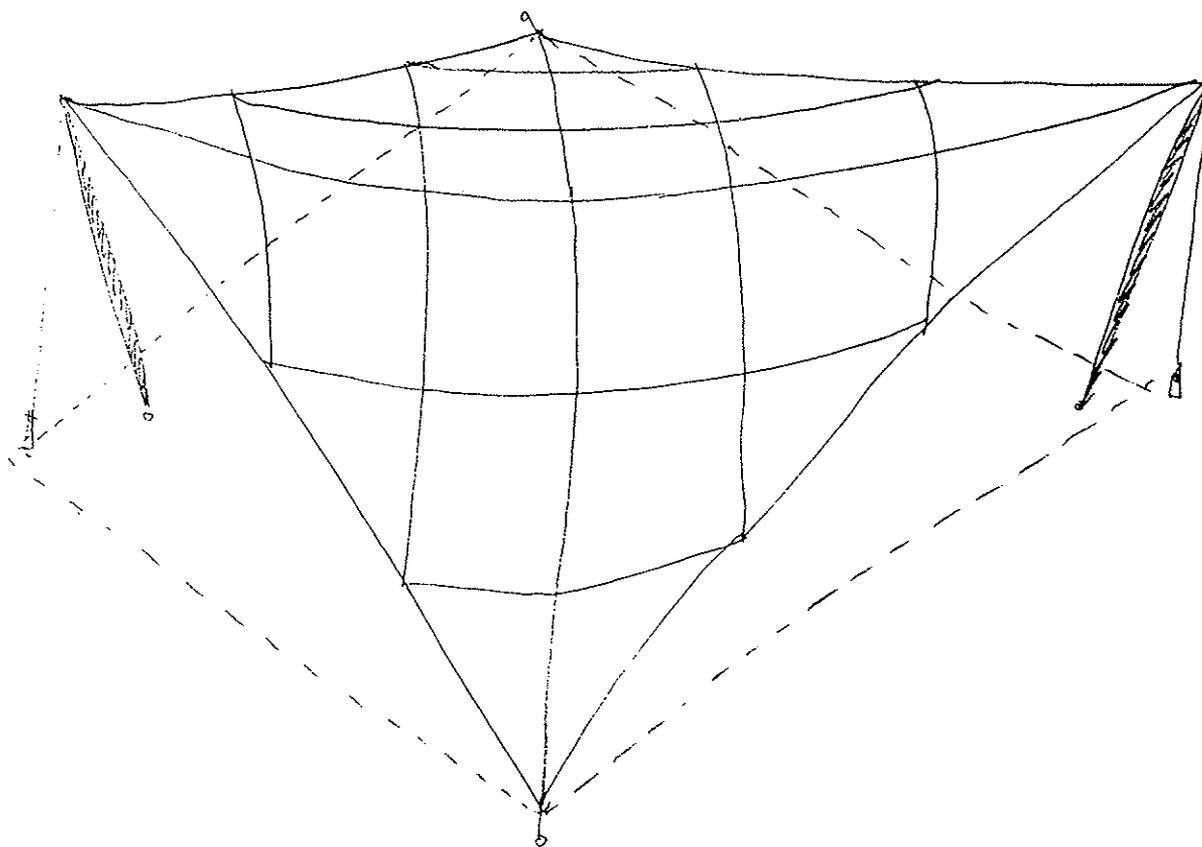


Fig. 23. Red en paraboloid hiperbólico de planta pseudoromboidal.

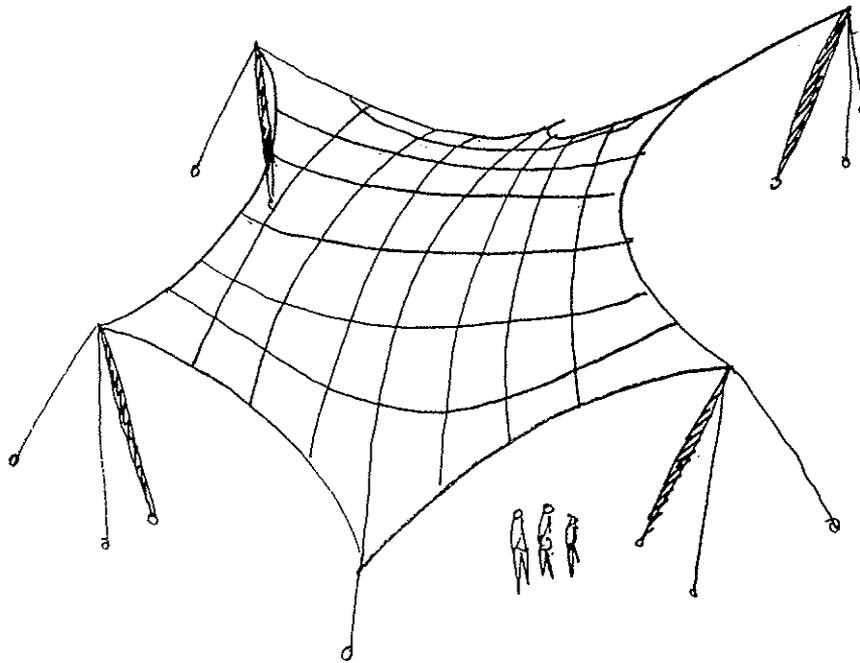


Fig. 24. Red en paraboloides hiperbólico de planta pseudo hexagonal.

El análisis, en este caso, no solamente no difiere del caso plano, sino que se simplifica al no existir montantes y en el caso de Paraboloides Hiperbólicos equiláteros porque  $T_1 = T_2$ ;  $H_1 = H_2 = 0$  y  $q_1 = q_2 = q/2$ .

Para conseguir la espacialidad podemos concebir formas tubulares (Fig. 25) que sí aumentan la complejidad del cálculo, aunque la metodología es la descrita. Los cables principales darán lugar a meridianos y los transversales a paralelos. Aumentando el número de meridianos y paralelos obtendremos redes axisimétricas, muy utilizadas en soluciones arquitectónicas (Fig. 26).

El análisis previo de este tipo de estruc-

turas es algo más complejo que en los casos vistos anteriormente, por varias razones.

-Los meridianos y paralelos son curvas de distinta clase y, por tanto, con formulación a veces difícil de relacionar.

-Mientras los meridianos tienen la misma curva, los paralelos varían entre sí.

-Las cargas rara vez son axisimétricas (viento, esfuerzos térmicos).

-Suelen ser estructuras muy peraltadas.

No obstante, la distribución de los esfuerzos debidos al pretensado es relativamente sencilla, al ser los paralelos circunferencias cuyo esfuerzo viene determinado por la expresión  $H_2 = q_2 \cdot R(x)$ .

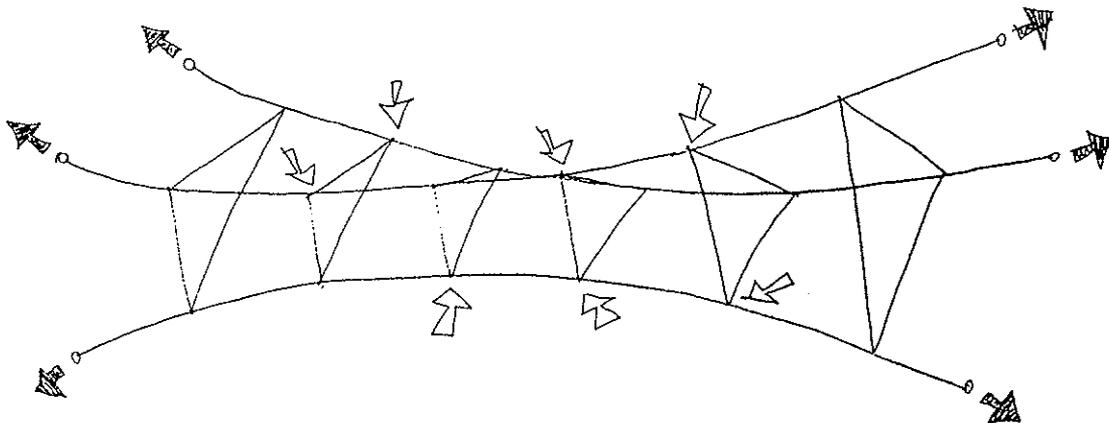


Fig. 25. Celosía tubular de cables.

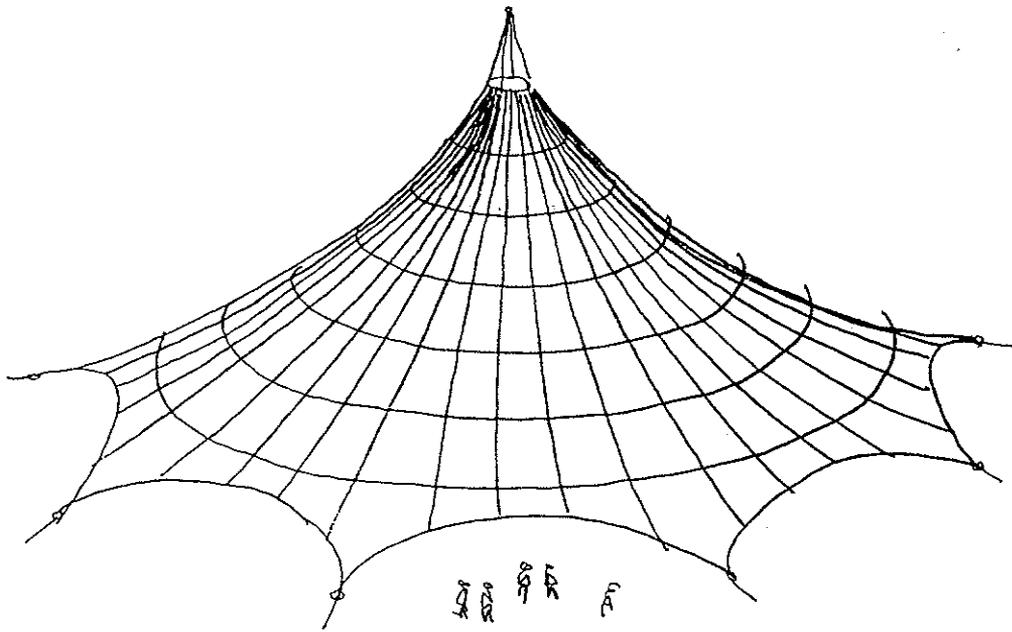


Fig. 26. Red axisimétrica de cables.

Los esfuerzos de meridiano dependerán de la expresión de la curva. Las curvas más habituales son: la hipérbola, cuando trabajamos con un hiperboloide de revolución (Fig. 27); la parábola, si trabajamos con un paraboloides de revolución en torno a un eje paralelo al principal (Fig. 28); o la circunferencia, si elegimos la cara interior de un toro de revolución de generatriz circular (Fig. 29).

A partir de estos conceptos podemos plantear geometrías variadas, bien por degeneración de las simples expuestas o bien por la adaptación sobre topografías complejas de las redes de líneas de máxima y mínima curvatura (Fig. 30).

Algo que en todos los ejemplos anteriores se cumple es que las dos familias utilizadas tienen la curvatura invertida. Para poder pretensar estas superficies es condición necesaria que sean alabeadas, es decir de curvatura gaussiana negativa. Sólo en las neumáticas, un tipo de estructuras pretensadas que no consideramos en este artículo, esto no es así. Para que la condición sea además suficiente, las mallas deben ser completas y además deben producirse alteraciones en la geometría, para que se garantice el equilibrio de fuerzas en nudos.

Para un cálculo más complejo tenemos que hacer uso de programas matriciales o

del método de Elementos Finitos, con dos particularidades muy especiales:

—Estamos ante estructuras que sufren grandes deformaciones y por tanto no puede asumirse que la geometría final coincide con la inicial. Sólo cuando hay fuertes pretensados esta suposición podría admitirse.

—Como cada elemento solo puede trabajar en tracción, la aparición de compresiones harían necesaria la supresión del elemento o su pérdida de rigidez.

La utilización de métodos de cálculo no lineales, resueltos por iteración, nos permite ir alterando la geometría en cada ciclo de iteración y sustituir los elementos en compresión por unas rigideces simbólicas que recuperaríamos a su valor real si en un nuevo ciclo estos elementos volvieran a trabajar en tracción.

El cálculo de estas redes de cables no es complejo, aunque pueda requerir una tediosa introducción de los datos. En muchos casos, los métodos simplificados son más que suficientes.

Algo que llama la atención en estas redes ortogonales calculadas como celosías de barras espaciales es que al no estar trianguladas deben dar matrices de rigidez singula-

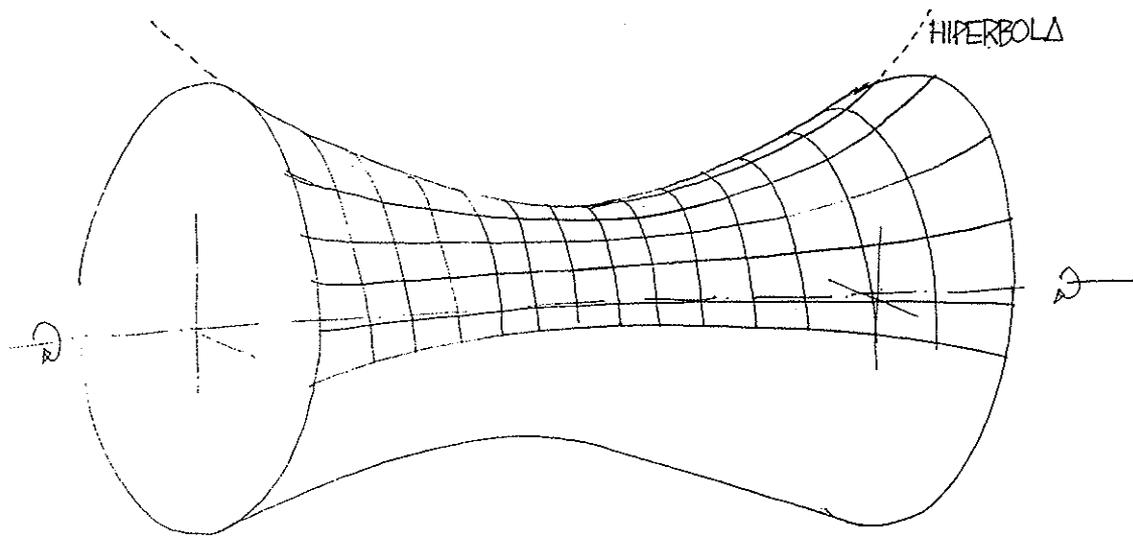


Fig. 27. Red obtenida de un hiperboloide de revolución.

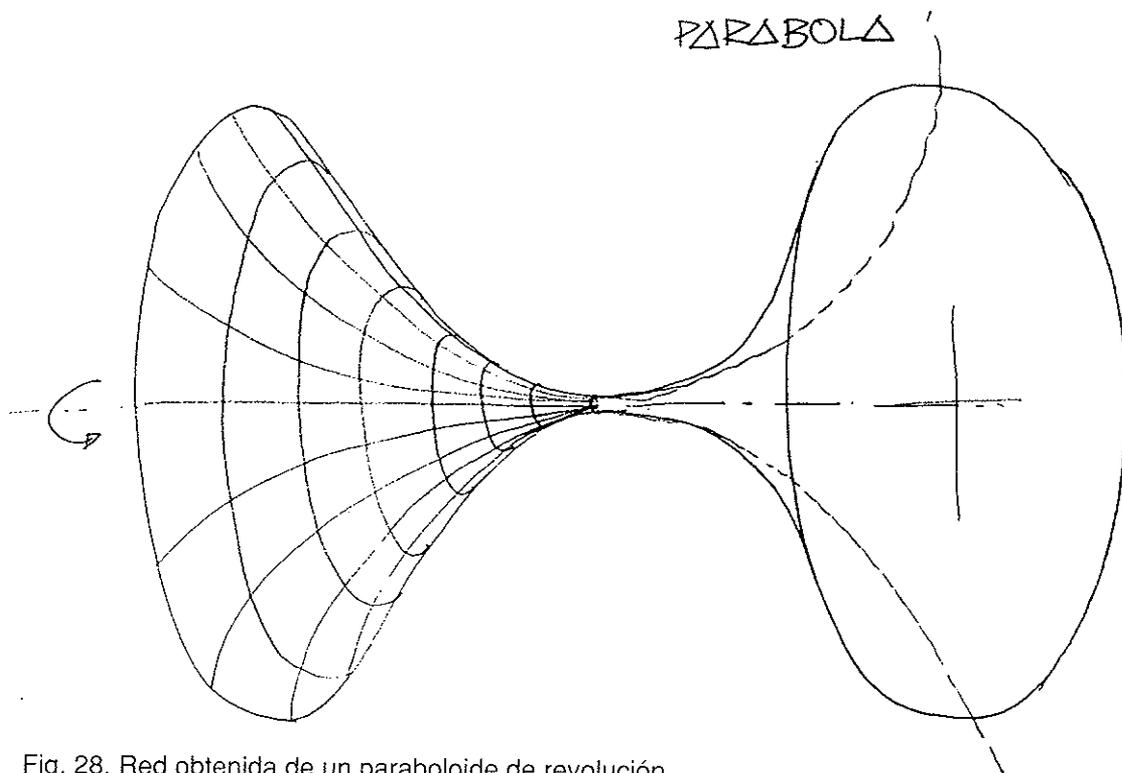


Fig. 28. Red obtenida de un paraboloides de revolución.

res y por tanto responder al comportamiento como mecanismos.

Precisamente la existencia de esfuerzos previos, acciones de pretensado, aportan unos valores adicionales de rigidez a la matriz, en todos sus términos, que garantiza que no habrá ni filas ni columnas en que todo sean ceros. La matriz de rigidez deja de ser singular, incluso aunque la malla no

sea triangulada.

Si para algo ha servido poner todos los elementos en tracción ha sido para que la estructura aumente globalmente su rigidez y sea menos deformable.

Las redes de cables no necesitan ser forzosamente ortogonales, ni estar formadas sólo por dos familias (Fig. 31). Pero las

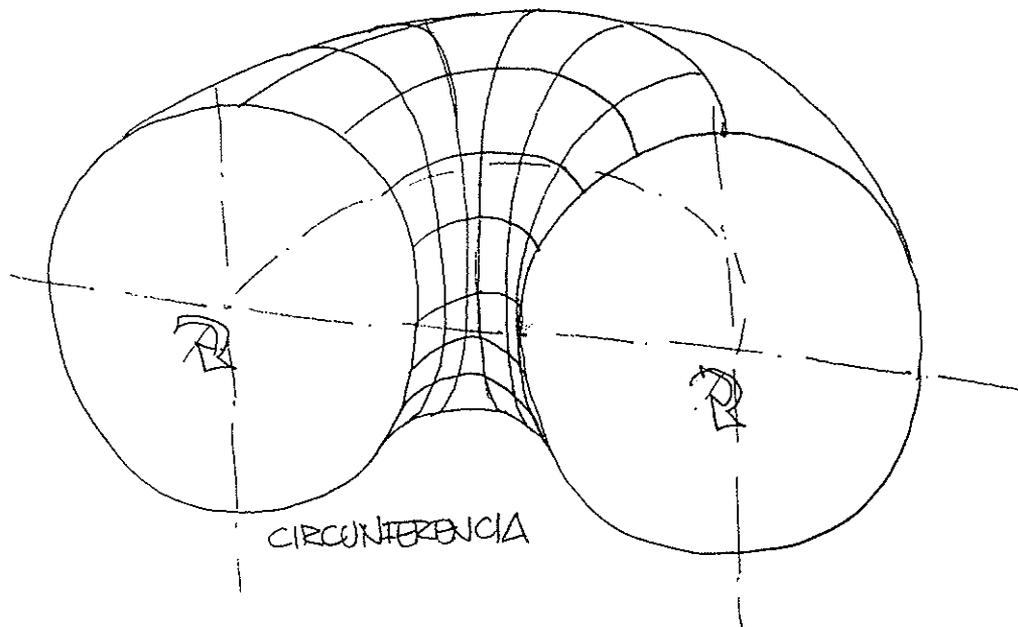


Fig. 29. Red obtenida de un toro de revolución y generatriz circular.

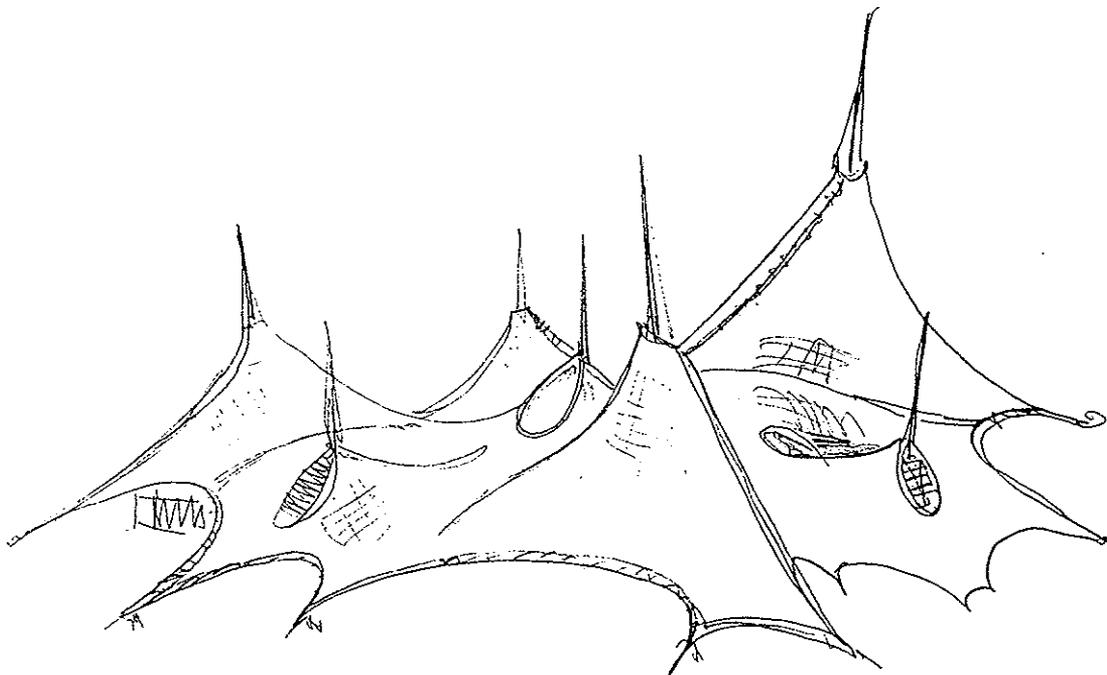


Fig. 30. Geometría de una red de cables de expresión analítica compleja. Pabellón de Alemania en la EXPO de Montreal, de 1967, por Frei Otto.

soluciones constructivas pueden resultar tan complejas en estos casos que su utilización es disuasoria.

No hay que olvidar que, para el funcionamiento óptimo, deben ocupar líneas de máxima y mínima curvatura. Cualquier otra

solución tiene menos rendimiento. En ningún caso los cables aparecerán en las familias rectas cuando estemos en superficies alabeadas en que éstas existan (Paraboloides hiperbólicos, Hiperboloides de revolución, conoides, hélices, etc...)

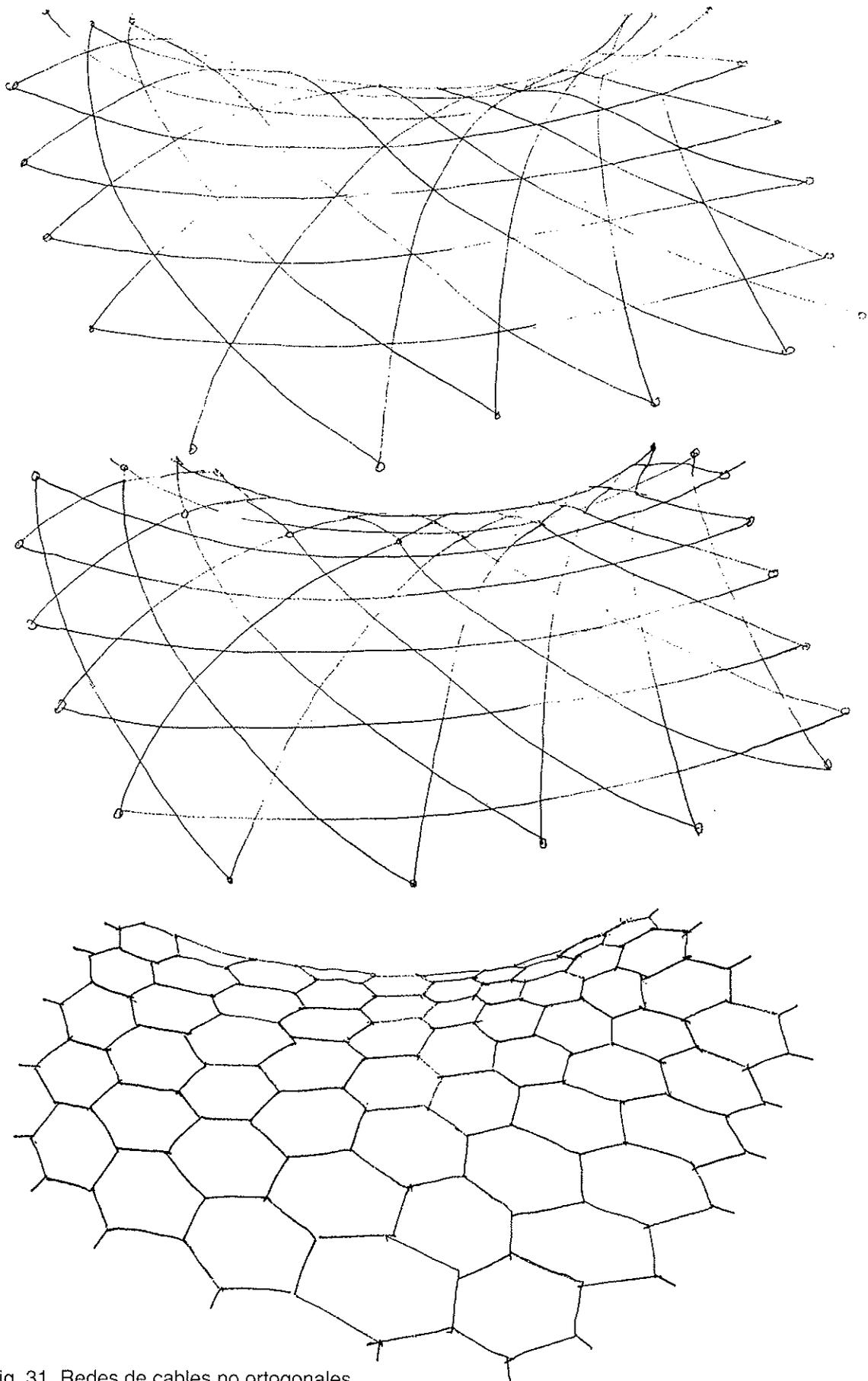


Fig. 31. Redes de cables no ortogonales.

## 6. ESTRUCTURAS TEXTILES

Las redes de cables, para su funcionamiento arquitectónico, deben ser complementadas con una sobreestructura de cerramiento. Debido al alabeo de la superficie, resulta muy difícil y costoso utilizar cubiertas de materiales rígidos (Fig. 32). Es mucho más obvia una cubierta textil (Fig. 33).

Pero a medida que estos textiles mejoran su calidad y adquieren altas resistencias, podemos llegar a prescindir totalmente de los cables y hacer que la membrana sea la propia estructura (Fig. 34).

Ahora, resulta incluso más fácil plantear soluciones modulares (Fig. 35) y repetir geometrías conectadas (Fig. 36).

La utilización de este tipo de estructuras ha dado ejemplos bellísimos, como el estadio de Riyad (Fig. 37) o la terminal Had del aeropuerto de La Meca (Fig. 38). Del mismo modo, también ha dado lugar a soluciones poco afortunadas dentro de la arquitectura de autor (Fig. 39).

Los problemas constructivos más importantes ligados a estas membranas son los referidos al patroneado, que debe proporcionar superficies alabeadas a partir de bandas planas de ancho relativamente reducido, y a la interferencia con elementos más rígidos que el textil: cables, soportes, barras y otros elementos metálicos.

Los aspectos que más contribuyen a la imagen de este tipo de estructuras son:

–La sencillez de la geometría.

–La utilización de formas reconocibles y, a ser posible, repetitivas.

–La claridad estructural.

–El correcto patroneado.

Se insiste en estos cuatro aspectos estéticos porque, precisamente, por la gran versatilidad que tiene la definición de la forma en estas tipologías, existe una cierta creencia de que todo es posible. Diseñadores poco rigurosos plantean que fijando unos puntos bajos y otros altos y adaptando una geometría mínima sobre sus condiciones de contorno, la lógica racional de las matemáticas garantizará una forma bella. Y muy al contrario, las formas atormentadas y caóticas sólo esconden la incapacidad para controlar el resultado y la falta de imaginación para preverlo. Existen valiosas excepciones que casi se cierran en la obra de Frei Otto.

En cuanto a la sencillez de la geometría es recomendable utilizar formas anti-clásticas básicas como las citadas. Permiten partir de superficies de ecuación analítica conocida y tienen reconocida una gran belleza intrínseca.

En cuanto a la repetición, puede ser uno de los recursos más valiosos, como puede verse en las obras cumbres citadas.

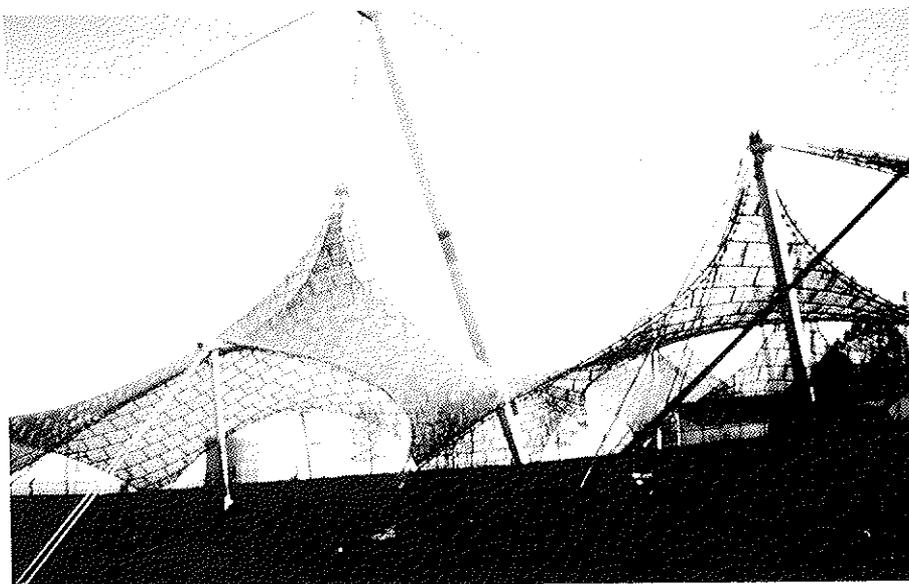


Fig. 32. Cubierta del Estadio de Munich, para las Olimpiadas de 1972.

Respecto a la claridad estructural, que es algo muy distinto a la simplicidad, es la facilidad para que cada elemento pueda ser reconocido en su función. Las estructuras textiles de diseño poco pensado tienden a parecer paquetes atados con cuerdas.

En cuanto al patroneado, puede embellecer o estropear tanto la imagen que, pese a que también debe hacerse por condicionantes resistentes, es fundamental que esté diseñado (Fig. 40).



Fig. 33. Cubierta de instalaciones de las Olimpiadas de Munich, de 1972.

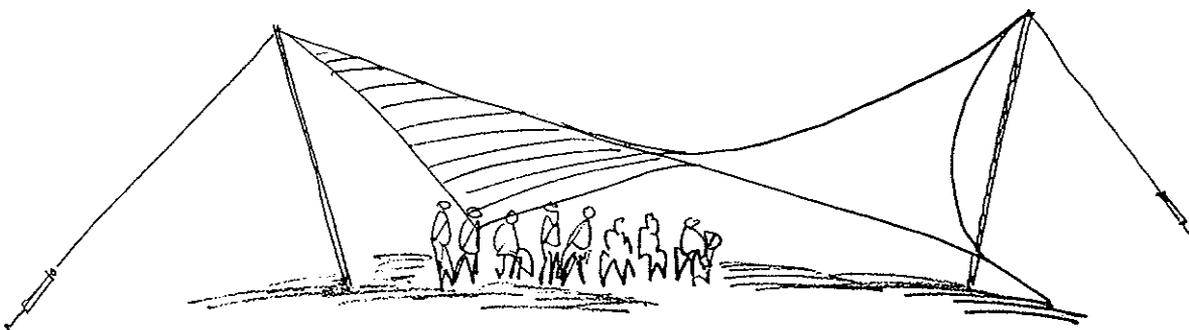


Fig. 34. Cubierta textil en paraboloides hiperbólico.

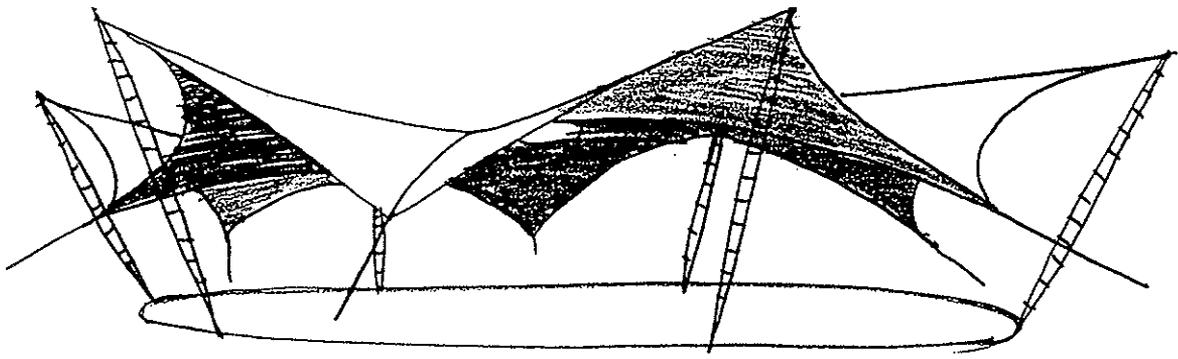


Fig. 35. Composición de paraboloides hiperbólicos. Pista de baile, en Colonia, por Frei Otto.

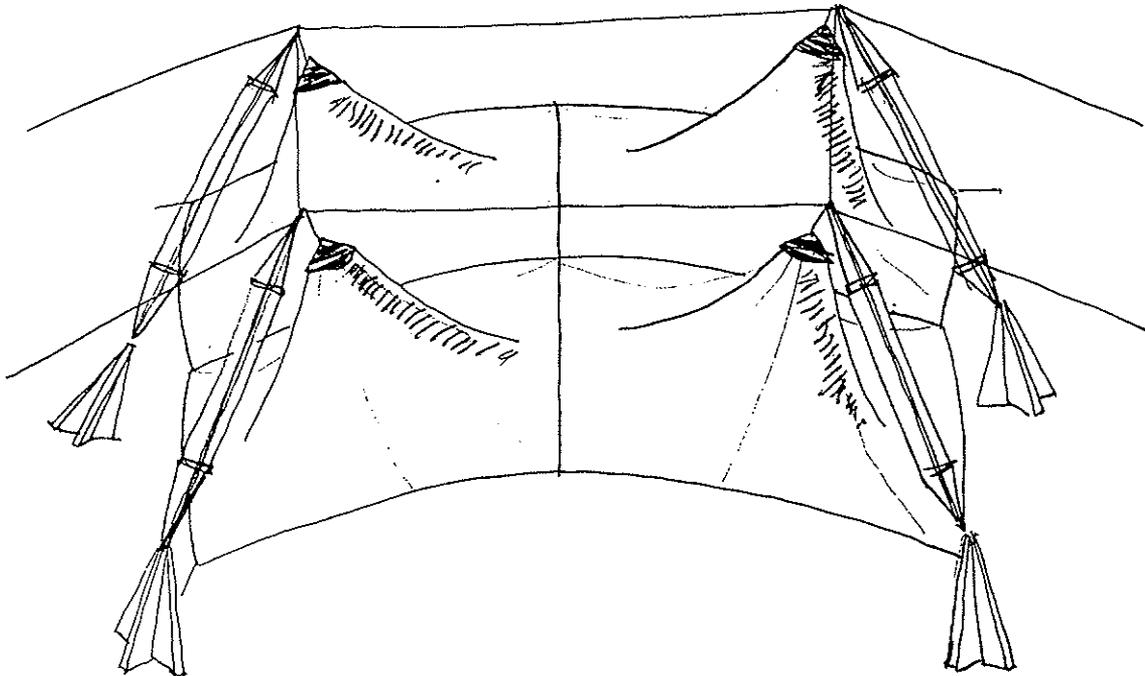


Fig. 36. Cubierta de un escenario, en Pinar del Rey, Madrid, por J.M. Prada.

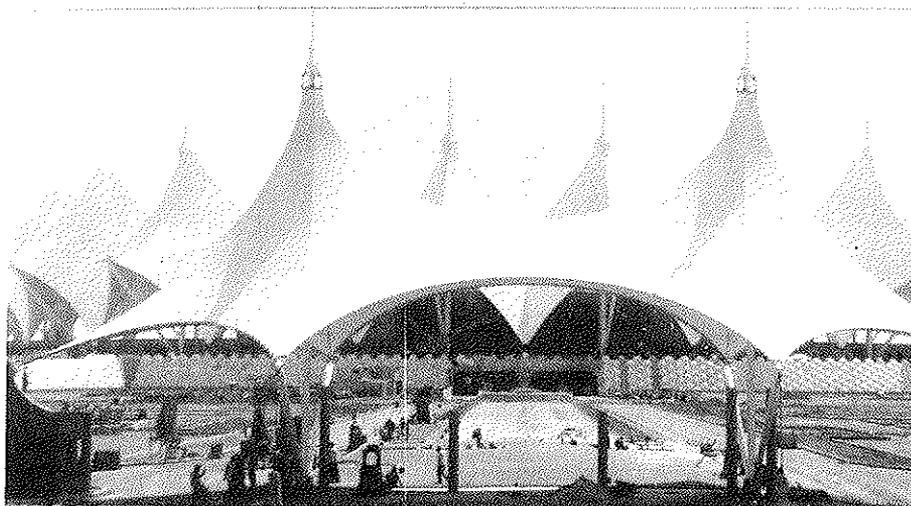


Fig. 37. Estadio de Riyad, en Arabia Saudita, con 50.000 m<sup>2</sup> de graderío cubiertos.



Fig. 38. Terminal Had, del aeropuerto de Jeddah, en Arabia Saudita, con 400.000 m<sup>2</sup> cubiertos.

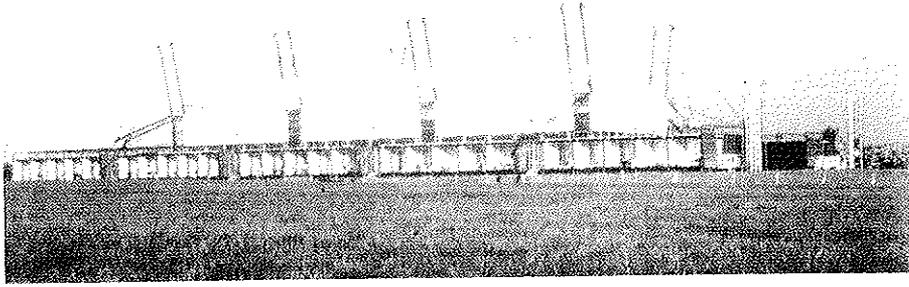


Fig. 39. Centro de investigación Slumberger. Inglaterra.

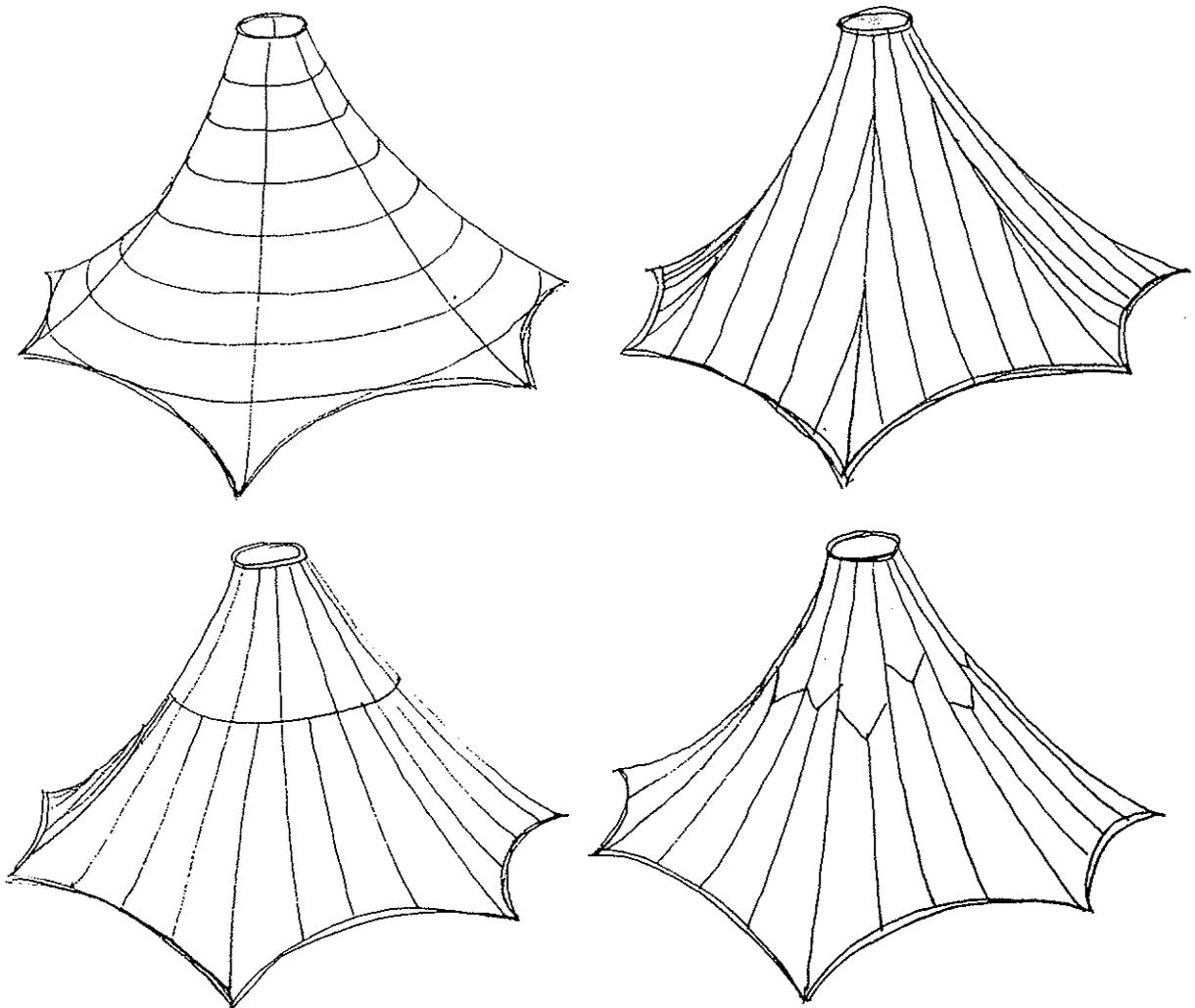


Fig. 40. Distintos tipos de patroneado de una cubierta en conoide.

## 7. CLASIFICACION ESTRUCTURAL DE LA ARQUITECTURA TEXTIL

Resulta muy subjetiva una clasificación de las estructuras textiles, salvo que esté encaminada a establecer una taxonomía de objetivo claramente expresado. En este sentido y atendiendo a las características de los bordes y sistemas de sustentación, proponemos:

- \* Tensadas neumáticas.
- \* Tensadas apuntaladas.
- \* Tensadas enmarcadas.
- \* Tensadas complementadas.

Prescindimos de comentar las neumáticas por no ser objeto de este trabajo.

Las tensadas apuntaladas son aquellas

cuya estabilidad se garantiza por el apoyo en puntos altos y tensados en puntos bajos, dejando el resto del contorno libre (Fig. 41). Requieren soportes de gran envergadura (Fig. 42) y fuertes anclajes (Fig. 43) con tracciones en la cimentación, así como cables de borde de dimensiones importantes (Fig. 44). El mayor inconveniente de estas estructuras es el de que antes de recibir las acciones exteriores ya están transmitiendo fuertes compresiones y tracciones a la cimentación, de tal modo que su resultante se equilibra a cero, pero que obliga a costosas infraestructuras enterradas. Las acciones exteriores no hacen sino incrementar estas reacciones (Fig. 45).

Las tensadas enmarcadas son capaces de compensar sus esfuerzos globalmente y

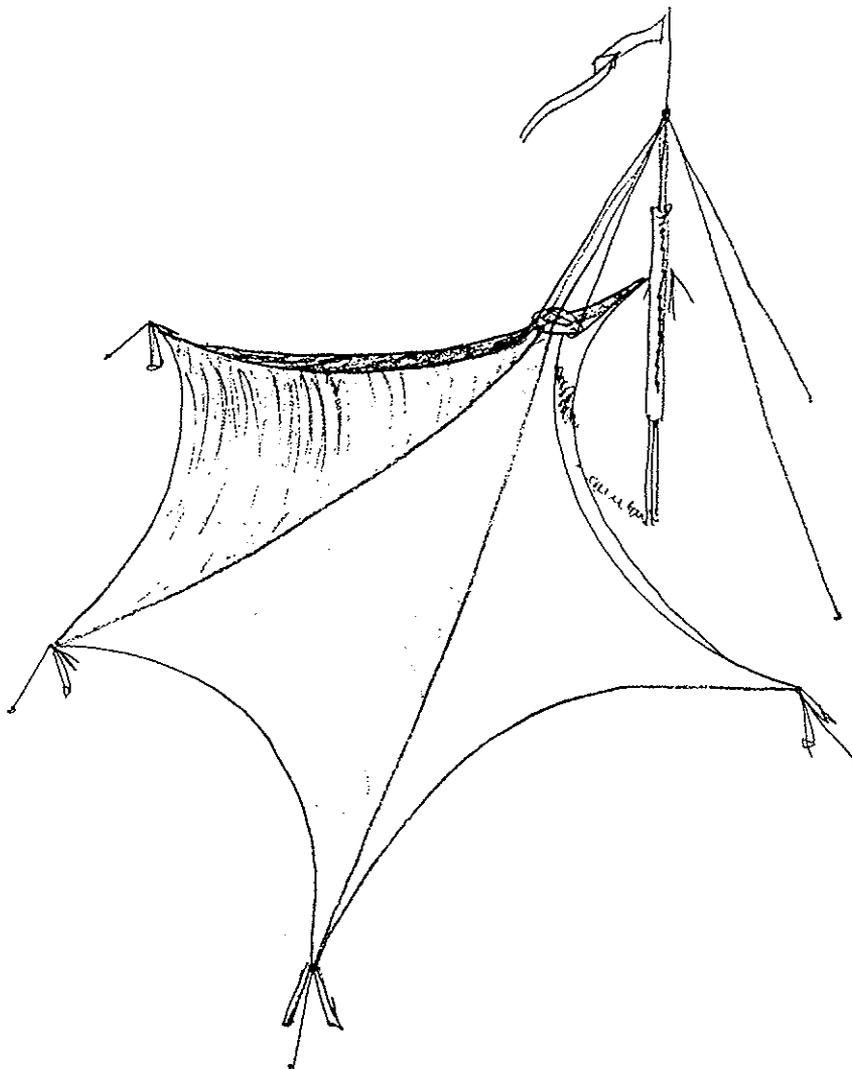


Fig. 41. Cubierta tensada, apuntalada. Puerta de acceso a la EXPO'75, de Okinawa.

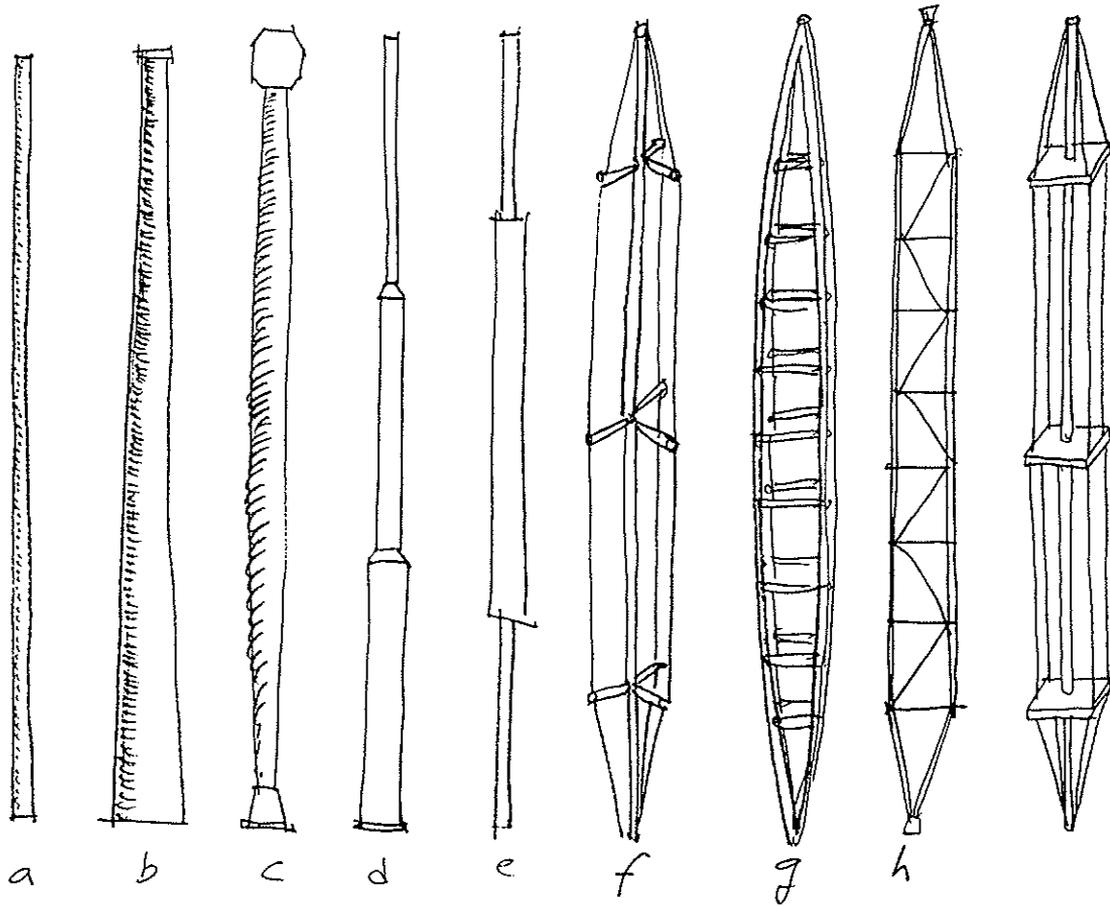


Fig. 42. Tipología de soportes para cubiertas apuntaladas.



Fig. 43. Anclaje de la cubierta del Estadio Olímpico de Munich, 1972.



Fig. 44. Cable de borde del Estadio de Riyad.

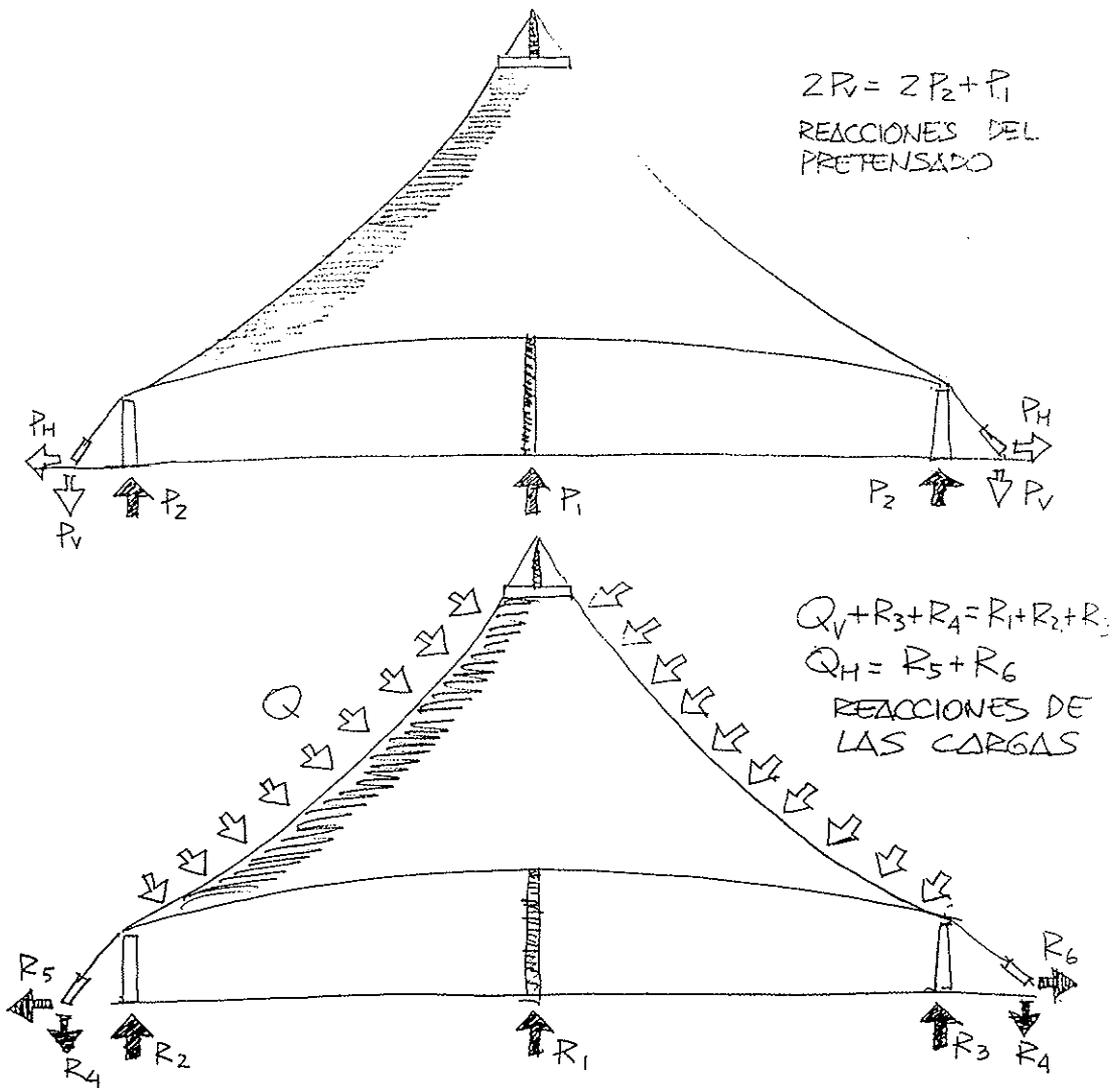


Fig. 45. Distribución de reacciones debidas al pretensado y a la aplicación de las cargas. Las acciones resultantes son la suma de los dos estados.

transmitir a la cimentación sólo las cargas exteriores. Por otra parte, son enormemente sencillas de aspecto porque suelen adaptarse a estructuras rígidas muy moduladas (Fig. 46). Ligadas a mallas espaciales, no necesitan estar coaccionadas en todo su contorno (Fig. 47). Vinculadas a curvas alabeadas en el espacio, dan soluciones de gran belleza, muy económicas en rendimiento por unidad de superficie y muy económicas de cimentación (Fig. 48).

Las tensadas complementadas son las que requieren de la colaboración de otras estructuras adicionales, sean también tensadas o rígidas (Fig. 49). No tienen las ventajas de sencillez y economía de las anteriores y tienen los mismos inconvenientes: cimentaciones costosas y fuertes elementos de borde. Sin embargo, permiten resolver problemas de grandes luces y geometrías de características especiales.

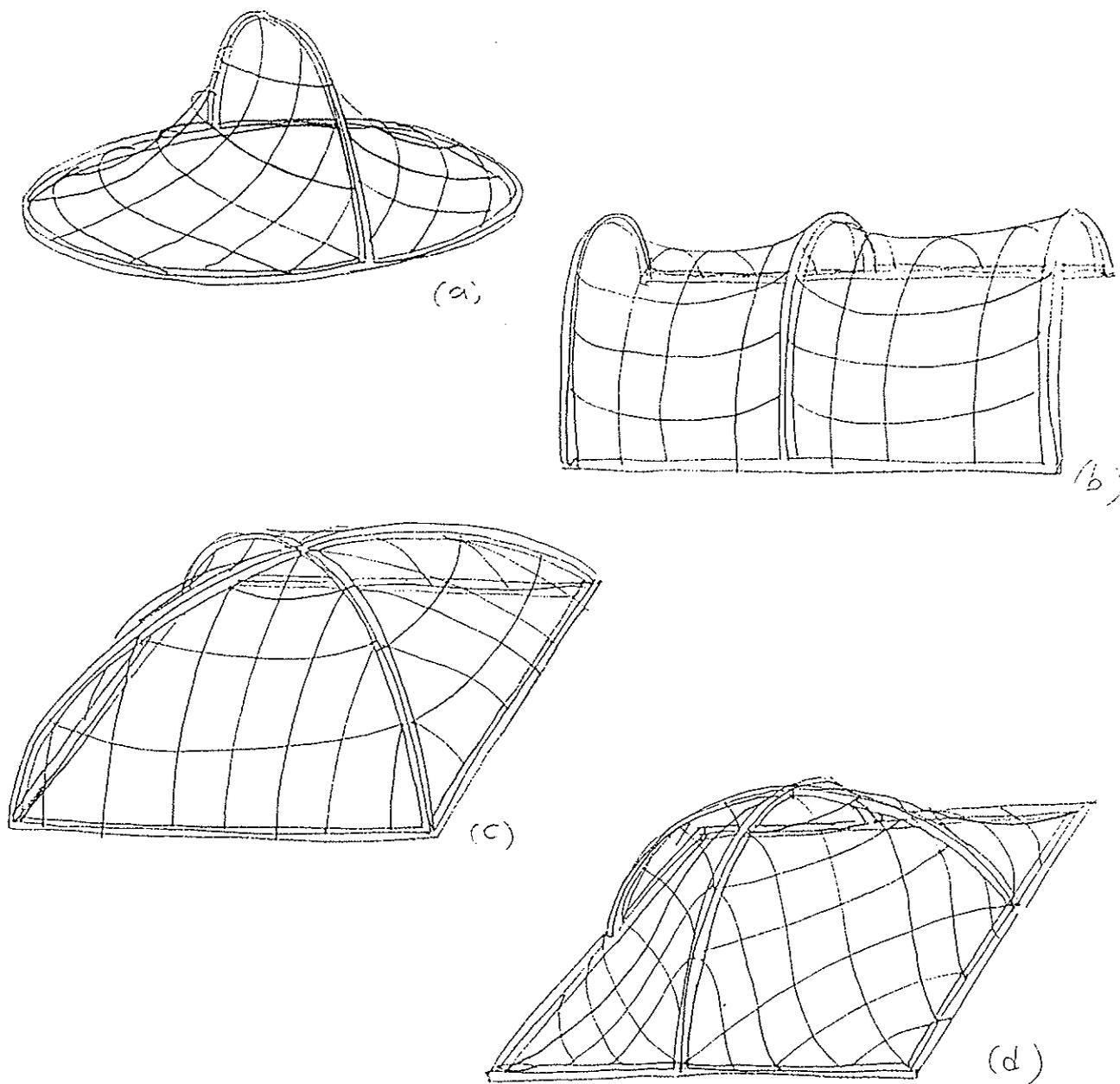


Fig. 46. Formas tensadas sobre bordes rígidos.

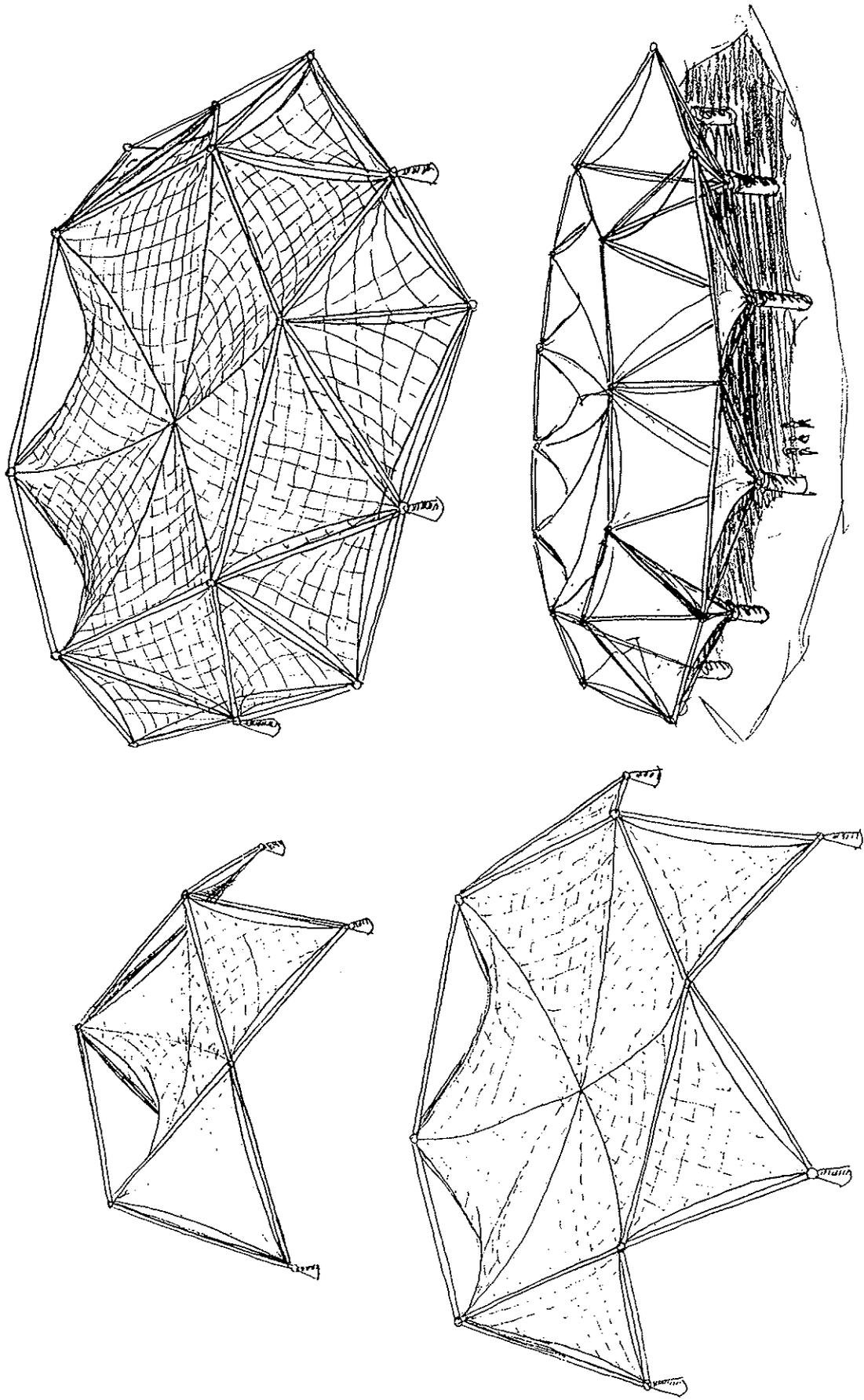


Fig. 47. Formas tensadas sobre mallas espaciales.

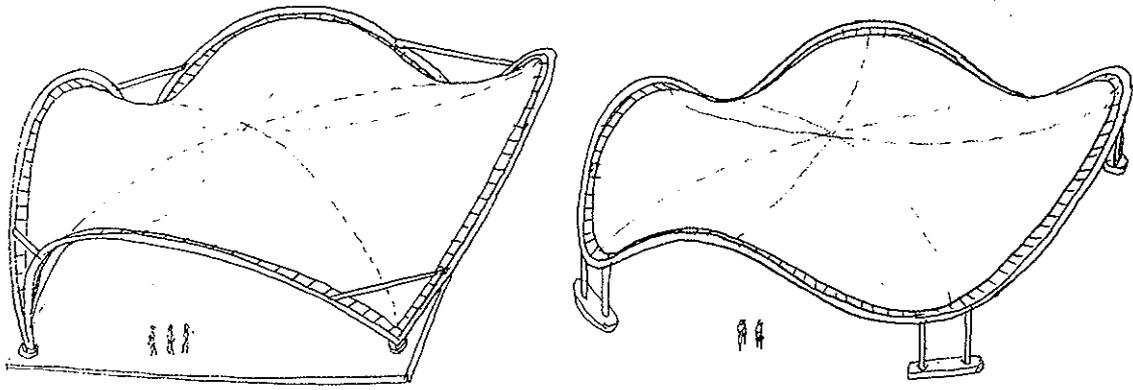


Fig. 48. Cubiertas tensadas sobre bordes alabeados.

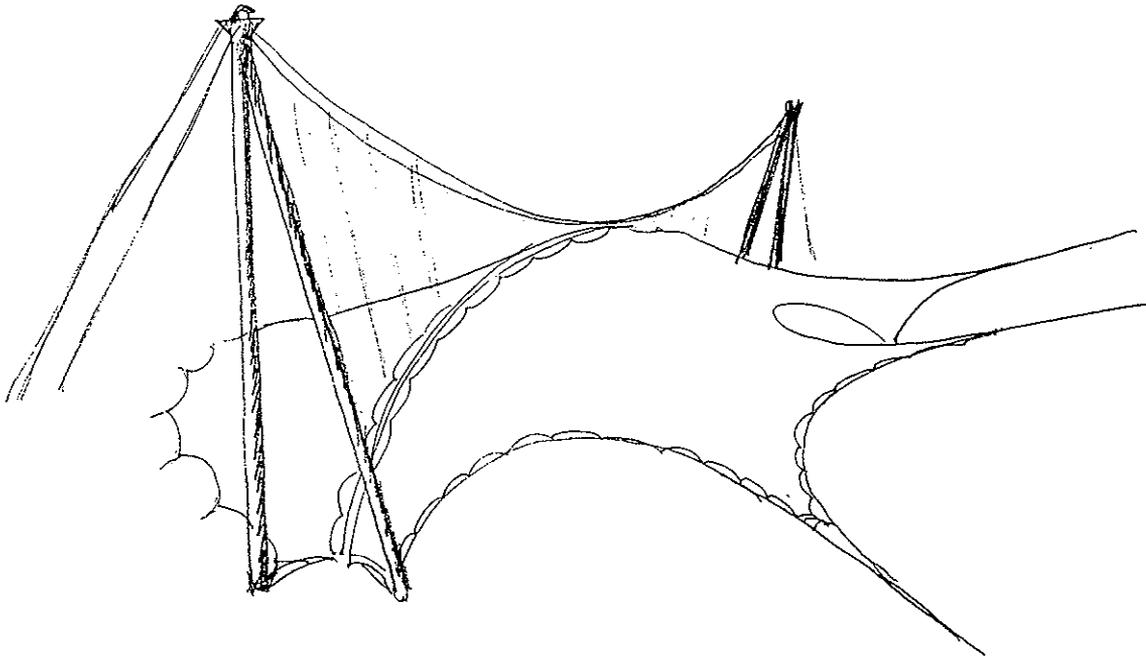


Fig. 49. Forma tensada complementada. Pabellón de exposiciones de la Feria de Milán, de 1985.

## 8. SISTEMAS APUNTALADOS DE LA EXPO'92

Toda esta introducción ha podido ser excesivamente larga para una simple exposición de las estructuras realizadas en el recinto de la EXPO'92; pero aclarará bastante el comportamiento de las mismas.

### Puerta de Itálica

Parte, fundamentalmente, de una superfi-

cie en paraboloides hiperbólicos del que se recortan  $3.500 \text{ m}^2$  en planta y apoya en su contorno en siete grandes mástiles de hasta 47 m de altura. Fundamentalmente, es una red de cables entre cuyos módulos se tensa una rejilla textil que aminora la resistencia al viento aunque no dé una superficie impermeable. El máximo desarrollo en planta es de  $70 \times 85 \text{ m}^2$ . El diseño corresponde a Harald Muhelberger. Su característica imagen de boca abierta ha resultado uno de los símbolos más definitorios de la Exposición (Fig. 50 a 53).

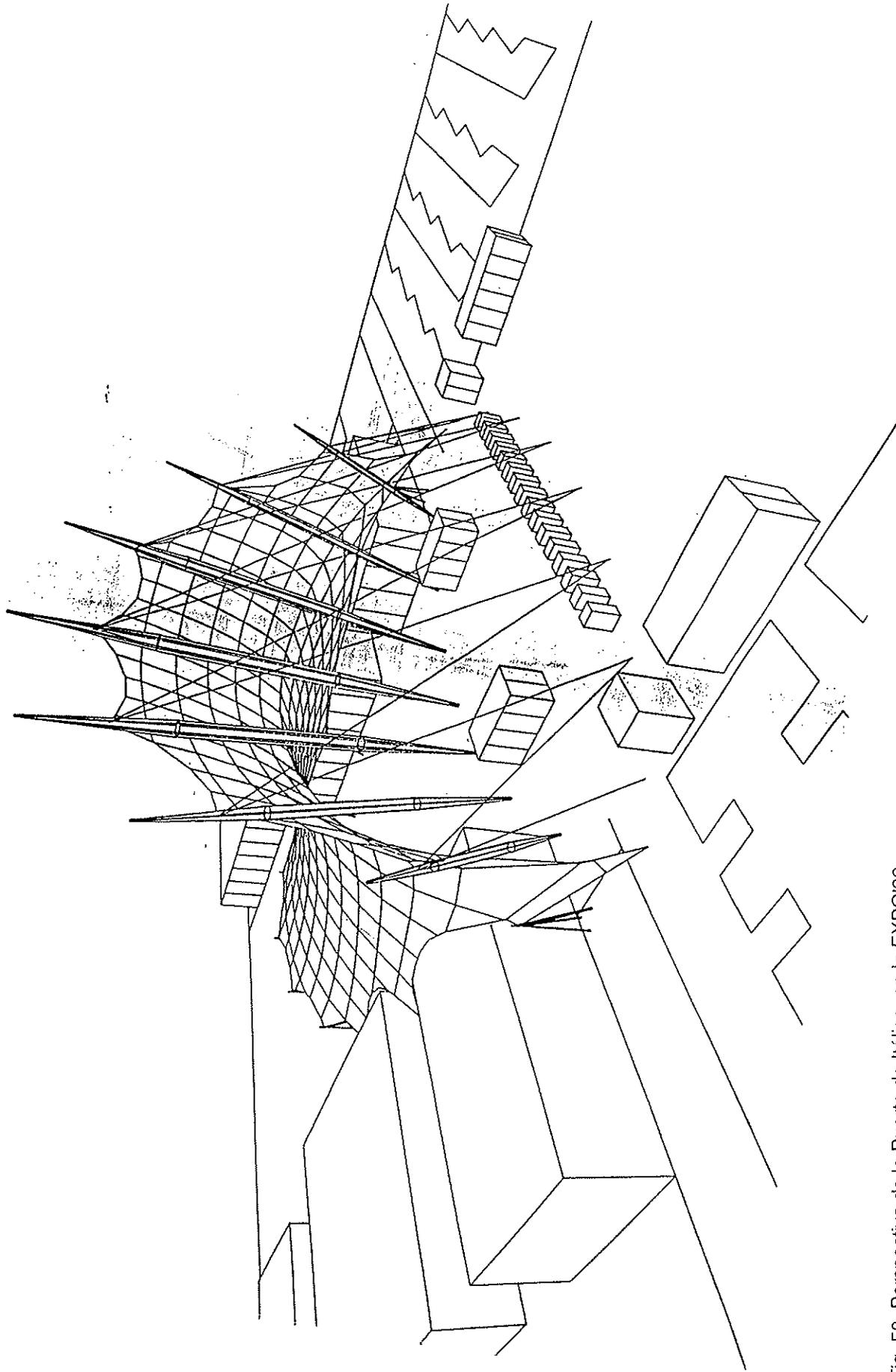


Fig. 50. Perspectiva de la Puerta de Itálica, en la EXPO'92.

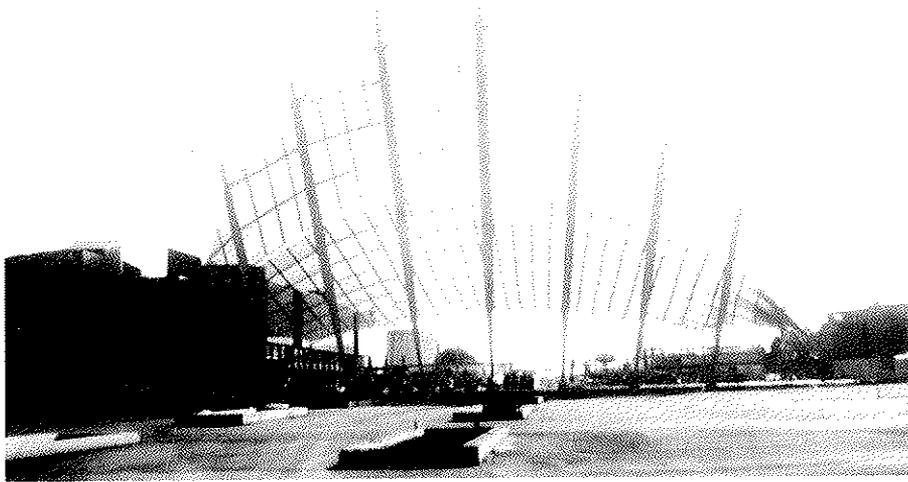


Fig. 51.

Fig. 52.

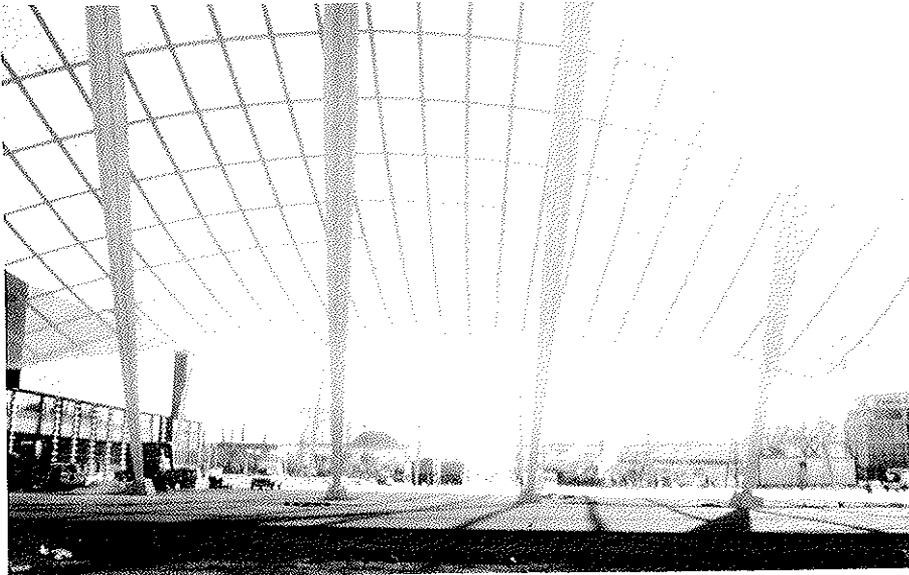
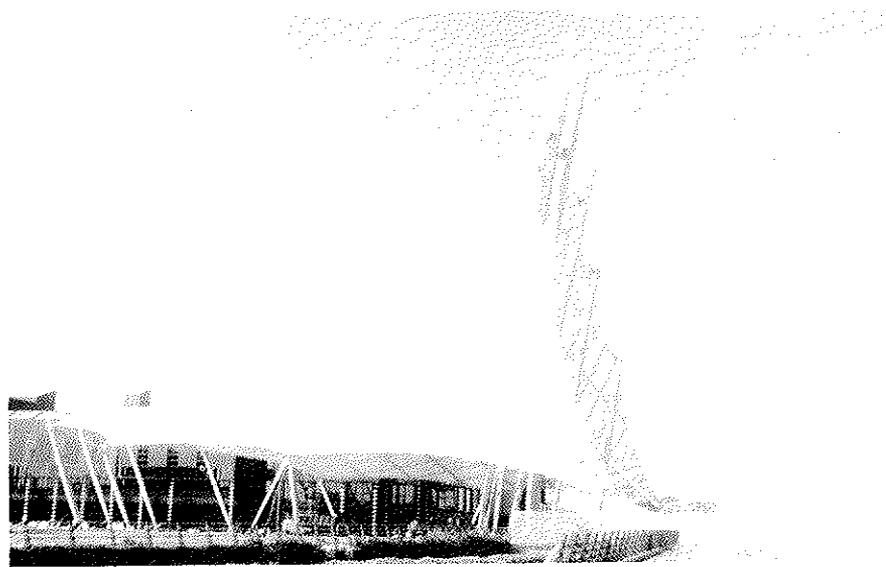


Fig. 53.

Figs. 51, 52 y 53. Vistas de la Puerta de Itálica.

## Avenida de Europa

Está cubierta por cinco Paraboloides Hiperbólicos de planta rectangular, de 62 x 42 m<sup>2</sup>. La altura de los mástiles es de 20 m y el punto más bajo del textil es de 13 m. Ello hace que resulten unas superficies muy

planas y que requieran grandes tensiones en los cables y soportes. Realmente, tampoco es una estructura textil sino una red de cables entre cuyos módulos se tensan piezas de rejilla plastificada que no colabora en la rigidez del conjunto. El autor de esta cubierta es también Harald Muhelberger (Figs. 54 a 57).

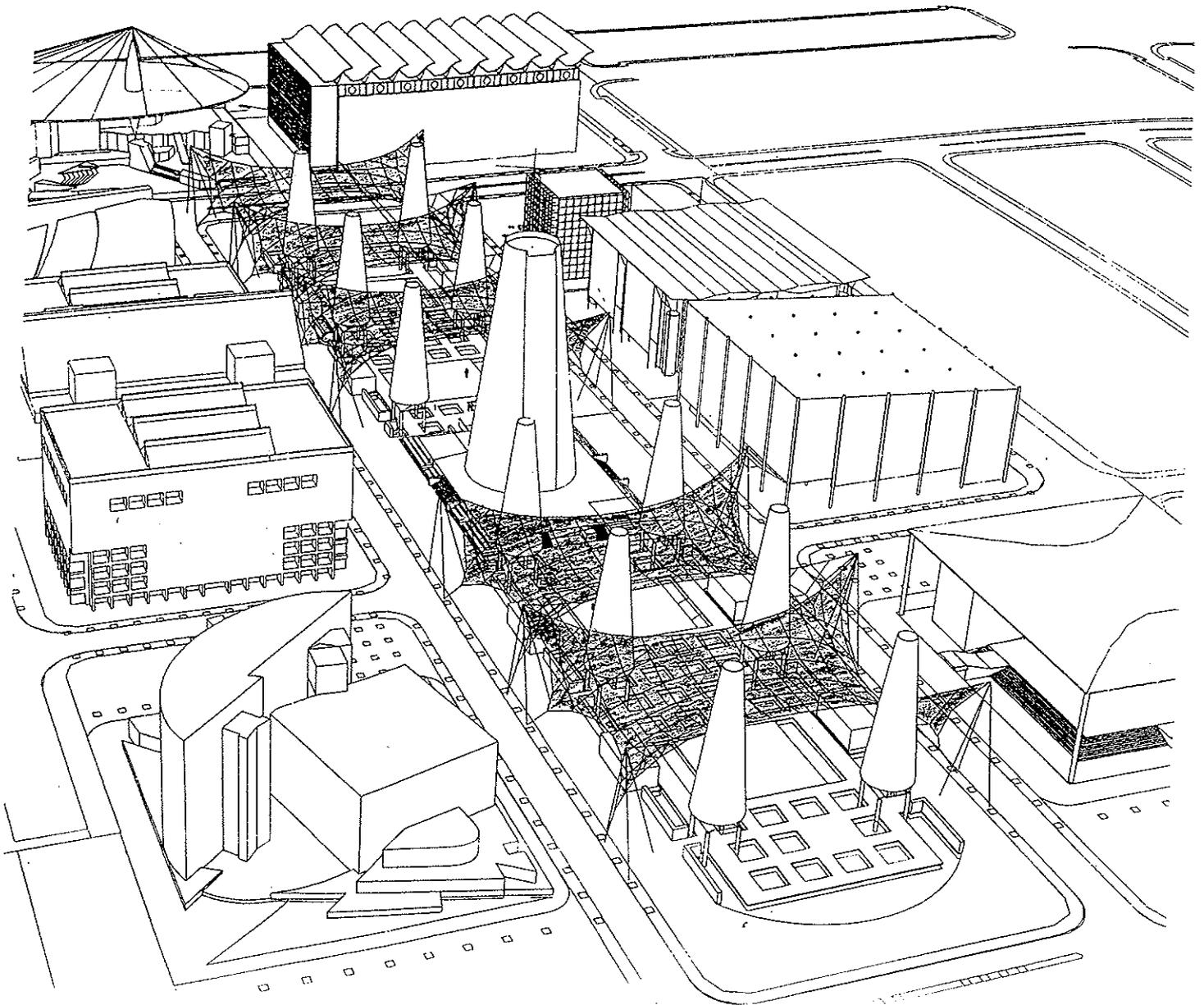


Fig. 54. Perspectiva de la Avenida de Europa.

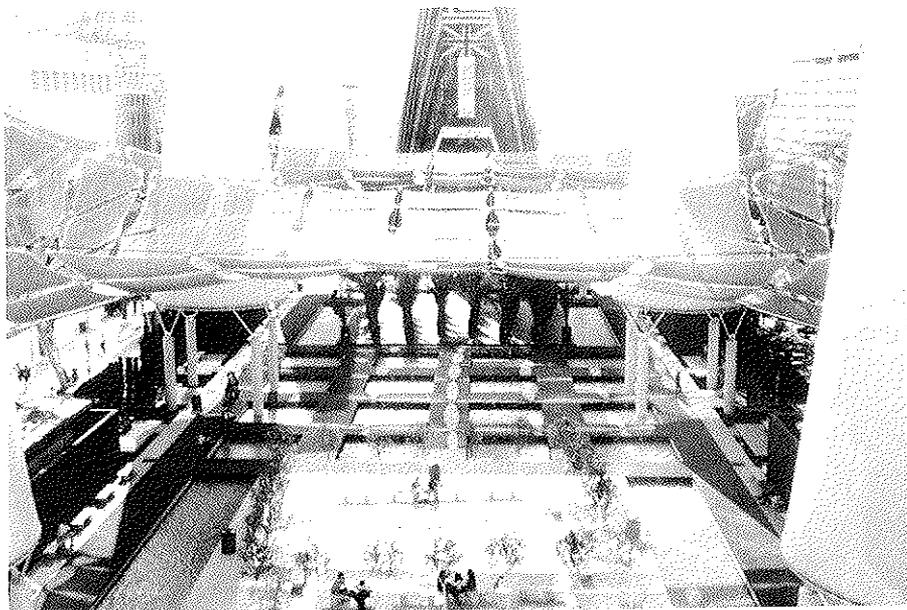


Fig. 55.

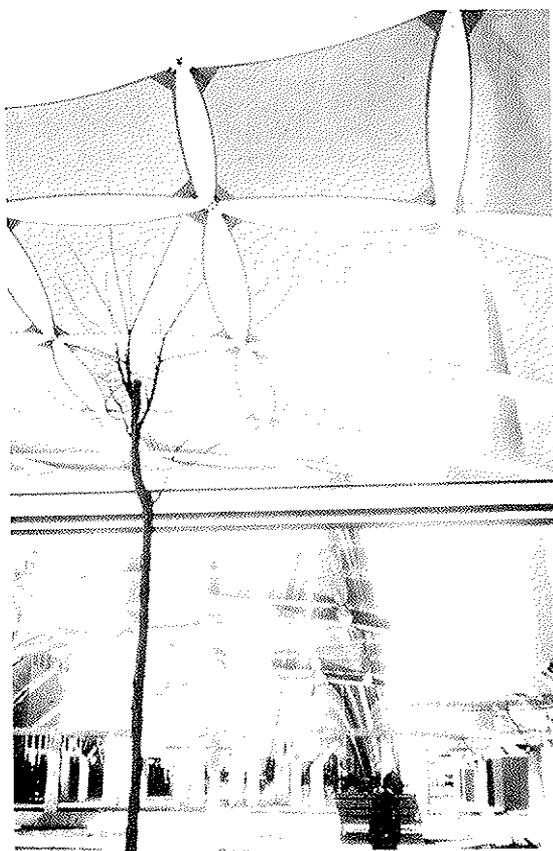


Fig. 56.

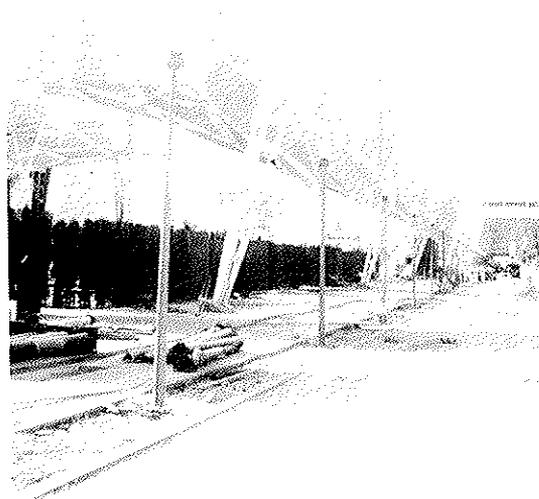


Fig. 57.

Figs. 55, 56 y 57. Vistas de la Avenida de Europa.

### Pabellón de Israel

Es una estructura sumamente modesta formada por una carpa de 873 m<sup>2</sup> de planta y apoyada en un punto alto a 25 m de altura y unos puntos bajos a 8 m, con sólo seis tensores que se anclan en la misma losa en

la que apoyan los soportes pequeños. El autor es Uri Shavic. Otra característica importante de esta estructura es que en el mástil central apoyaba también una carpa inferior para proporcionar aislamiento térmico y oscurecer el recinto, que debía ser una cámara negra (Fig. 58).

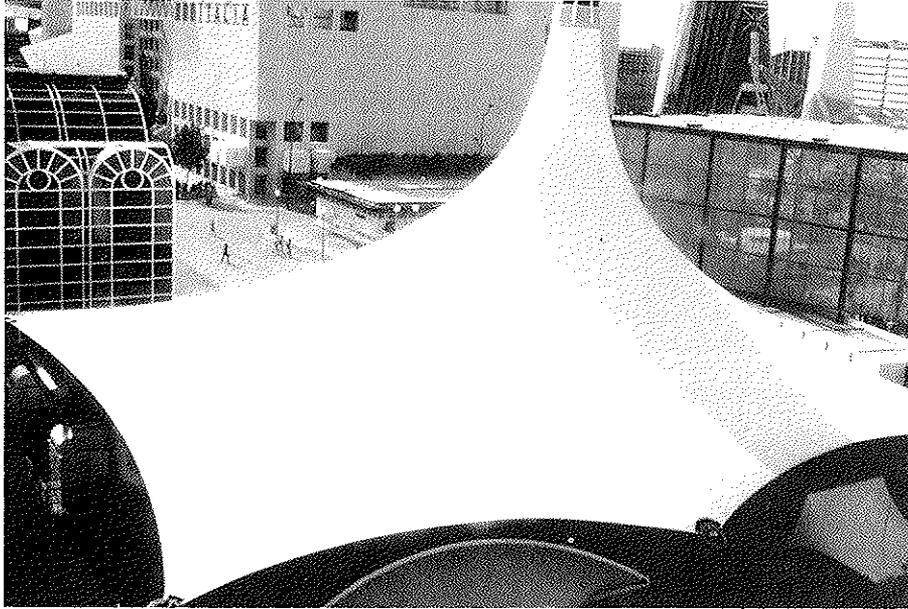


Fig. 58. Vista de la Cubierta del Pabellón de Israel.



### Pabellón de Corea

Es un ejemplo de eficacia cuando estas cubiertas se utilizan para rematar un edificio convencional. Cubre 1.100 m<sup>2</sup> y su punto más alto está a 24 m de altura, aunque el más bajo comienza a 15 m (Fig. 59). No transmite esfuerzos adicionales a la cimentación.

### Pabellón de Suráfrica

Está cubierto por una carpa de doble mástil, de tipo comercial, y no presenta más singularidad que la de estar situada en el recinto de la EXPO. Tuvo 322 m<sup>2</sup> de planta y 12,8 m de altura (Fig. 60).

Fig. 59. Vista del Pabellón de Corea.

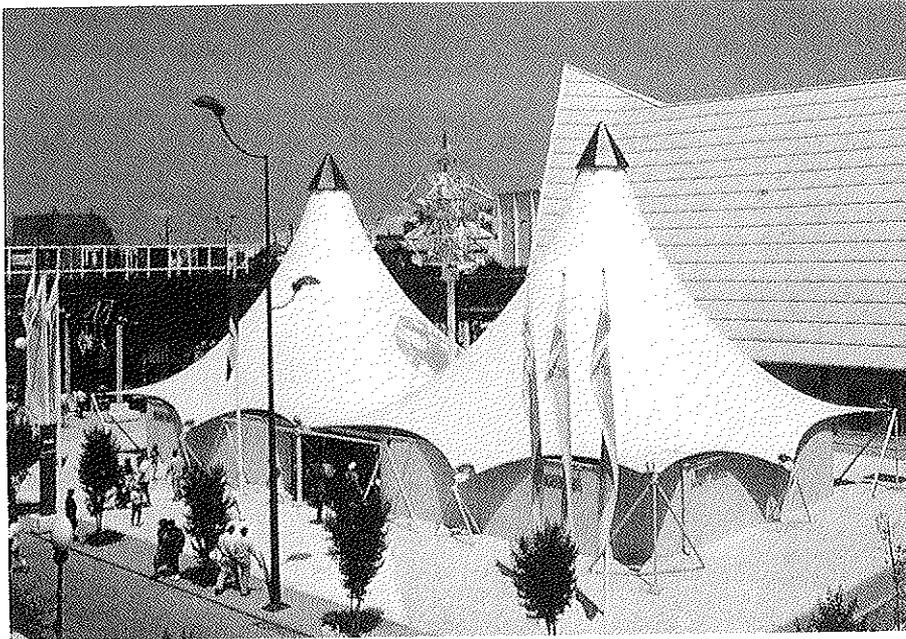


Fig. 60. Pabellón de Suráfrica.

### Carpa inaugural

Es una estructura que tuvo que ser improvisada en el último momento para el acto de apertura de la EXPO y no se ha encontrado documentación sobre la misma. Como la Puerta de Itálica, era un trozo de

Paraboloide Hiperbólico, con tejido de Poliéster recubierto de PVC, apoyado sobre cuatro esquinas. Tuvo una superficie aproximada de 2.000 m<sup>2</sup> y los mástiles eran del mismo tipo que los utilizados en la Avenida de Europa, con 20 m de altura. El autor es también Harold Muhelberger (Figs. 61 a 64).

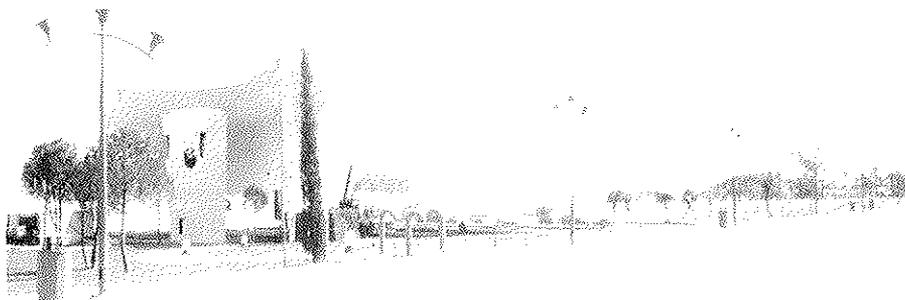


Fig. 61.



Fig. 62.

Figs. 61, 62 y 63. Vistas de la Carpa inaugural.

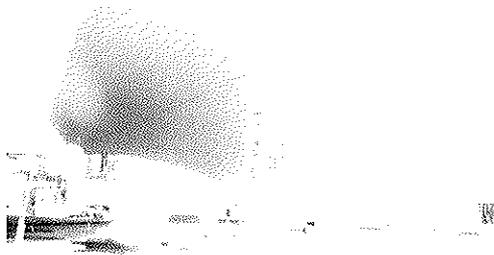


Fig. 63.



Figs. 64. Anclaje de la Carpa inaugural.

## 9. SISTEMAS ENMARCADOS DE LA EXPO'92

### Terminal del AVE

Esta construcción está formada por una doble cubierta textil, de PVC, la interior

impermeable y la exterior de rejilla para impedir la radiación solar directa. Esta cubierta está vinculada a unos arcos semi-circulares, de 16 m de radio, cruzados entre sí y configurando una sección elíptica. La superficie cubierta es de 10.000 m<sup>2</sup> y 365 m de longitud (Figs. 65 a 68).



Fig. 65.



Fig. 66.

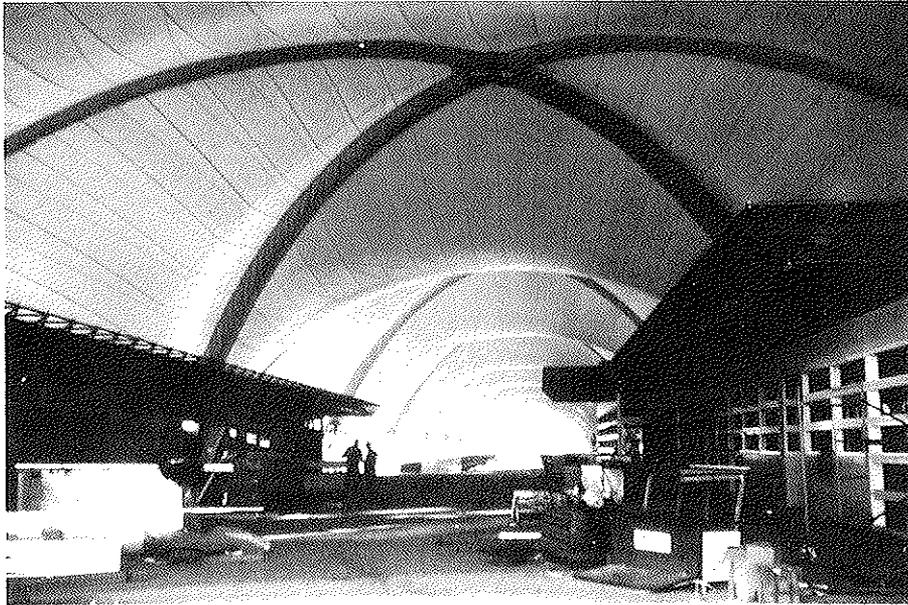
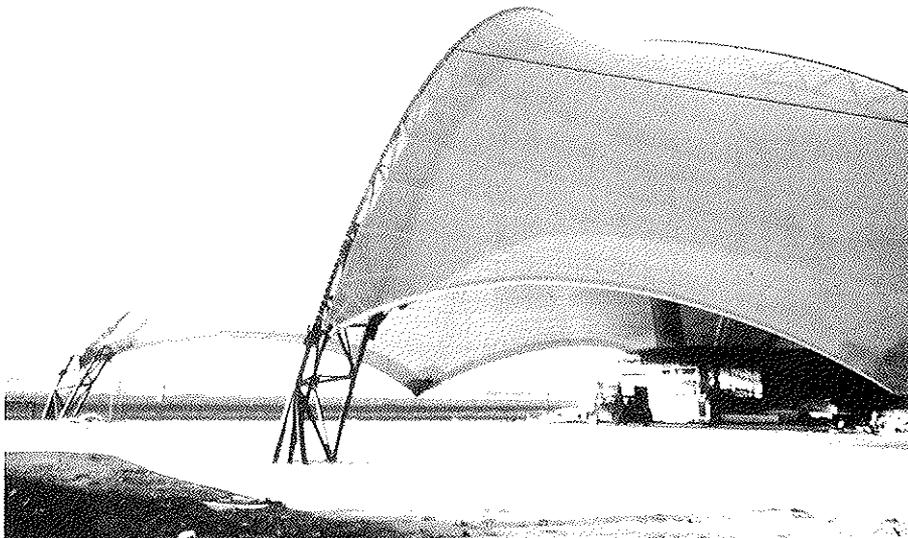


Fig. 67.



Figs. 65 a 68. Terminal del Tren de alta velocidad.

### Tres carpas en la Plaza de los Descubrimientos

Sombreaman tres plazas, de 400 m<sup>2</sup> cada una, y alcanzan una altura de 12 m. Están formadas por cuatro parábolas metálicas, acodaladas entre sí para que puedan tensarse dos paraboloides hiperbólicos cruzados

en arista. No transmiten tracciones a la cimentación que recoge simplemente la estructura mediante anclaje a la solera. Una ventaja de estas estructuras, además de su sencillez, es que desaguan por las cuatro esquinas, dejando los accesos libres de caída (Figs. 69 a 71). Su autor es el de este artículo.

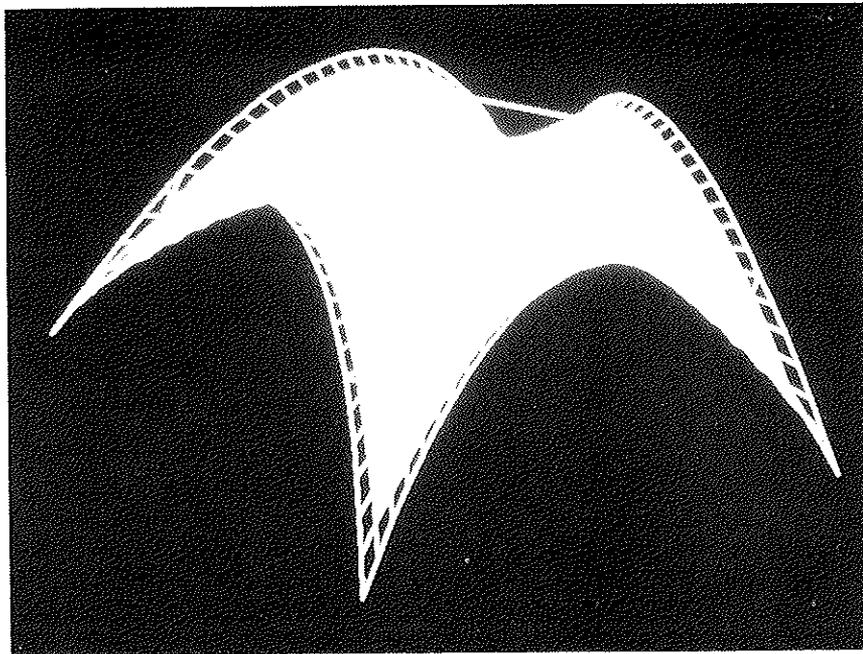


Fig. 69. Esquema de las carpas enmarcadas, frente al Pabellón de los Descubrimientos.

Fig. 70.

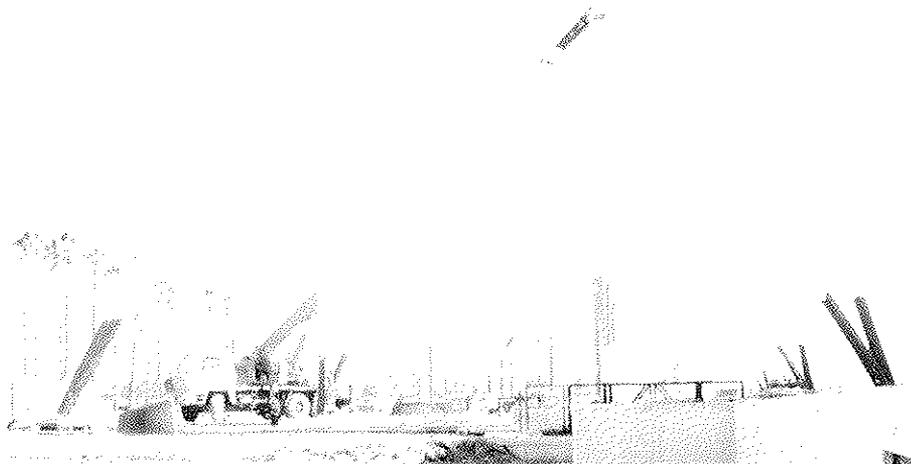
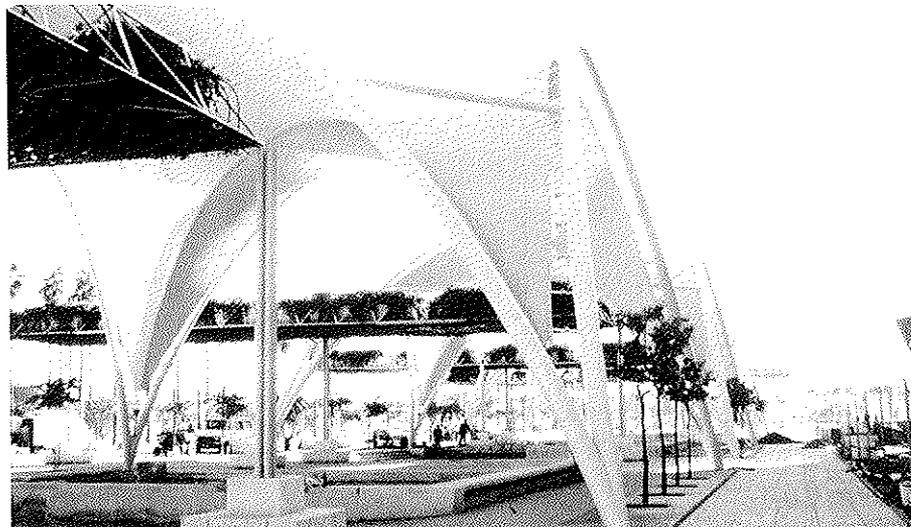


Fig. 71.

Figs. 70 y 71.  
Carpas frente al  
Pabellón de los  
Descubrimientos.



## Carpa Bioclimática

Es la primera cubierta textil que se construyó en la Expo, con carácter experimental, para analizar fenómenos de tratamiento ambiental.

Cubre 900 m<sup>2</sup> y llega a una altura de 12 m. La estructura de borde son tubos curvados. Su autor es Mulhberger (Figs. 72 y 73).

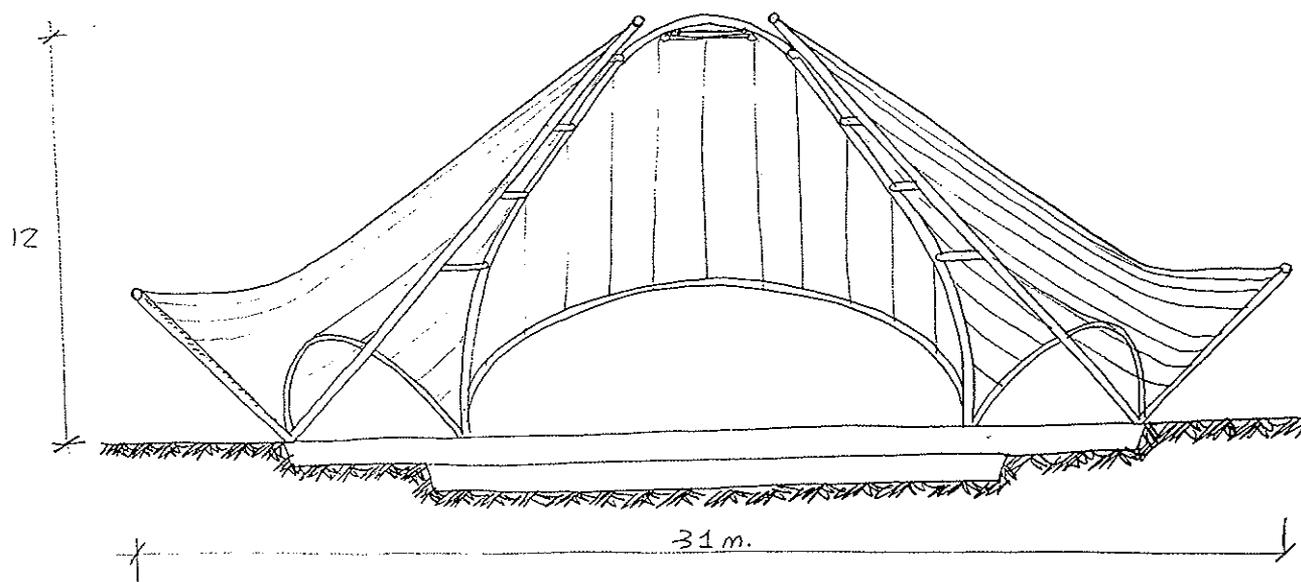


Fig. 72. Sección de la carpa bioclimática experimental.



Fig. 73. Vista interior de la carpa bioclimática.

## 10. SISTEMAS COMPLEMENTADOS EN LA EXPO'92

### Puerta Oleada

Cubre 6.200 m<sup>2</sup> sobre una planta de

extremos 135 x 70 m<sup>2</sup>. La cubierta textil se sustenta, principalmente, sobre dos mástiles de 55 m de altura y dos arcos en ménsula, de forma circular, que fijan una arista en el eje del diseño. Su autor es Mulhberger (Fig. 76).

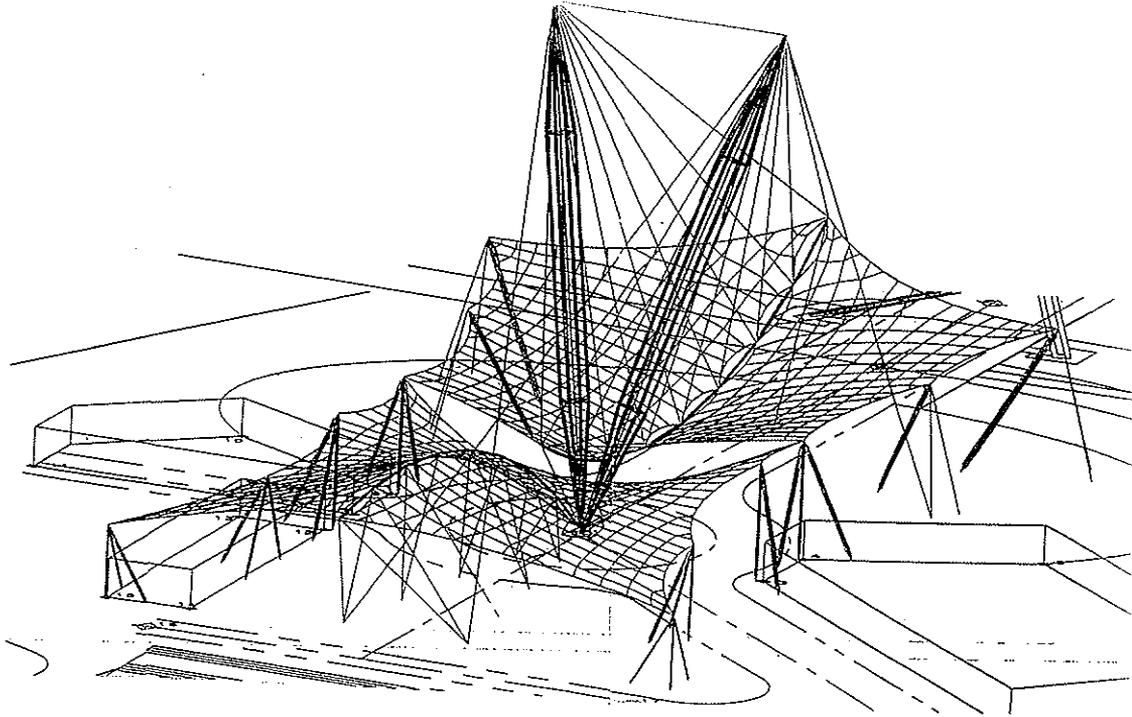


Fig. 74. Perspectiva de la Puerta de la Barqueta.

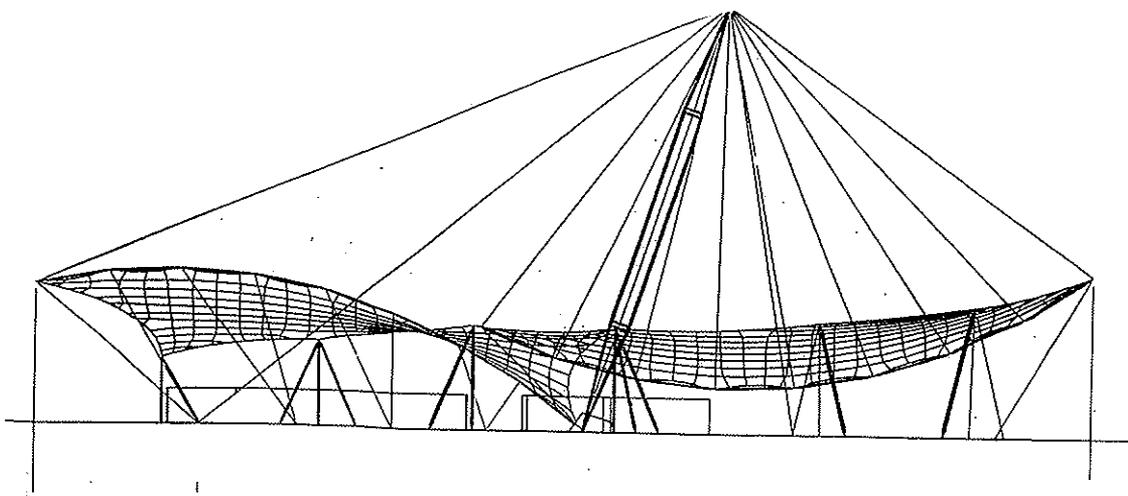


Fig. 75. Alzado lateral de la Puerta de la Barqueta.

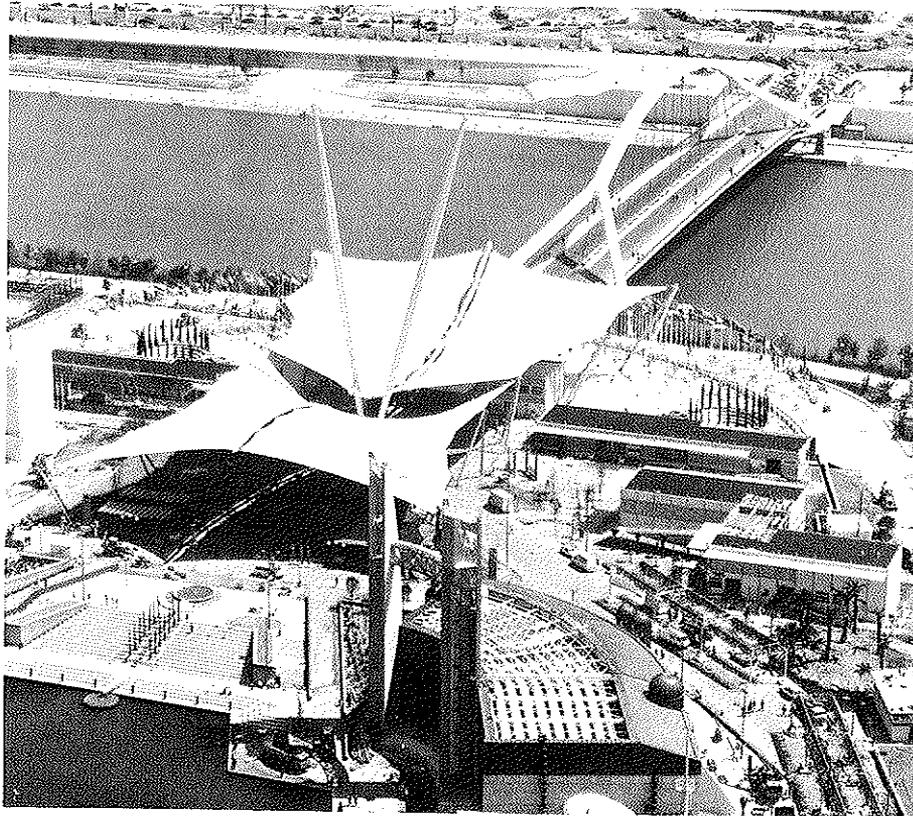


Fig. 76. Vista general de la Puerta de la Barqueta.

### Palenque

Está formado por veinticinco módulos, de  $25,4 \times 13,3 \text{ m}^2$  cada uno, para cubrir un rectángulo de  $127 \times 66,5 \text{ m}^2$ . Su autor es J.M. Prada. En este caso, toda una estructura similar a una malla espacial de mástiles

y cables sirve para fijar los puntos altos y bajos de los módulos citados. Para que en los bordes éstos no formaran lóbulos se ligaron unos cables de borde que completan una estructura enormemente compleja (Figs. 77 a 82).

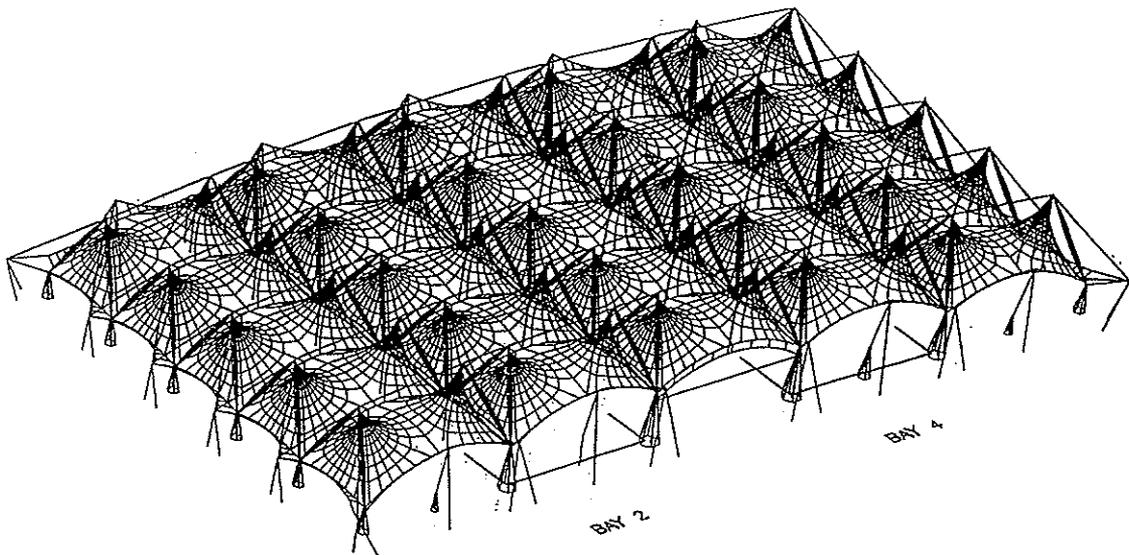


Fig. 77. Perspectiva general de la cubierta del Palenque.

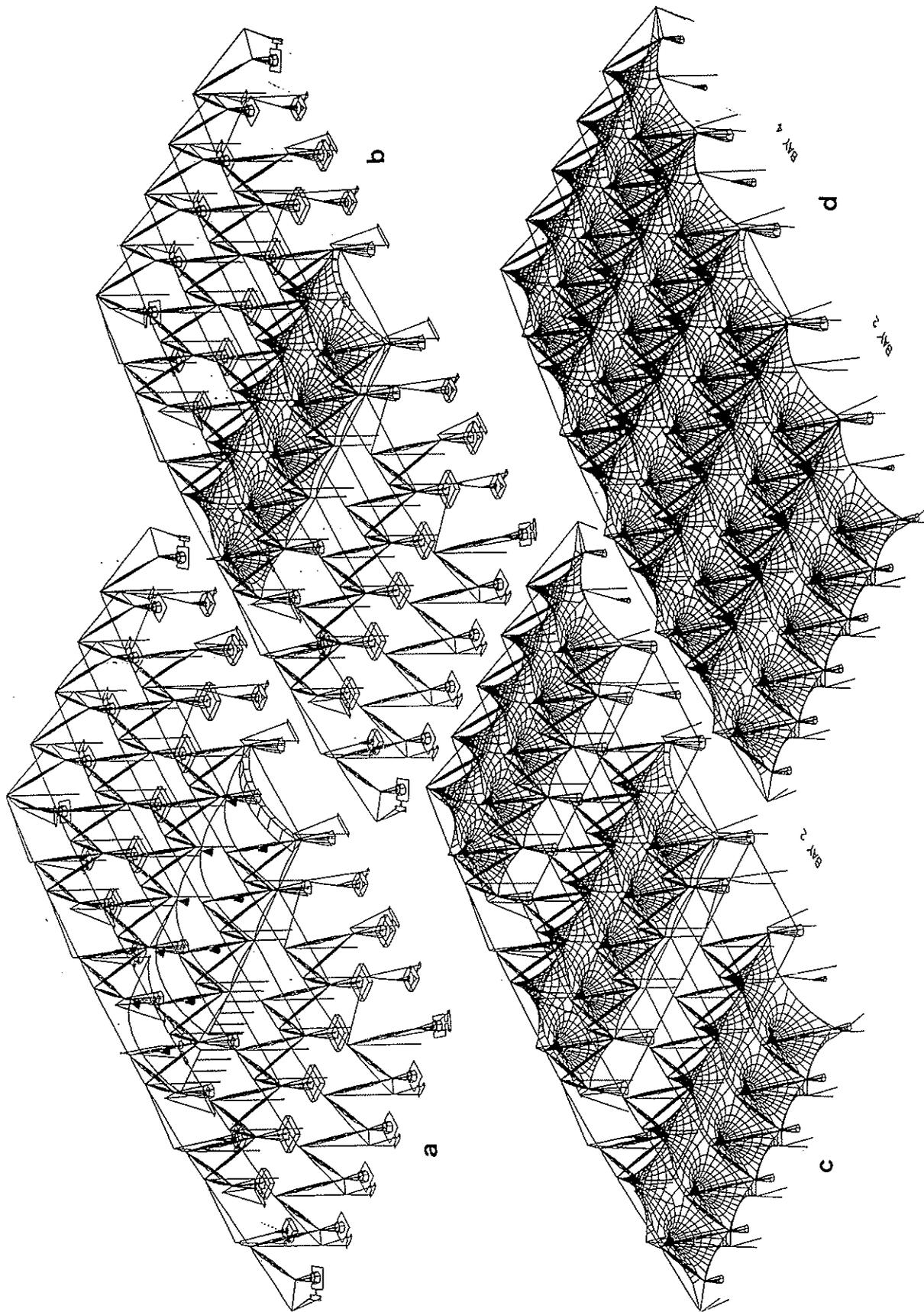


Fig. 78. Esquema del montaje de la cubierta del Palenque.

- a) Preparación de la estructura metálica.
- b) Módulo central instalado.
- c) Colocación de los módulos extremos.
- d) Colocación de los módulos intermedios y tensado de la estructura.



Fig. 79. Vista general del Palenque.



Fig. 80. Montaje de la estructura metálica.

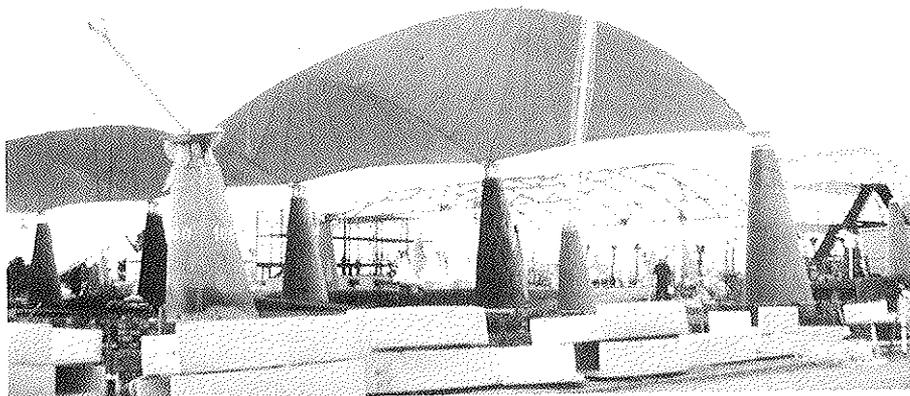


Fig. 81. Montaje de un módulo extremo.

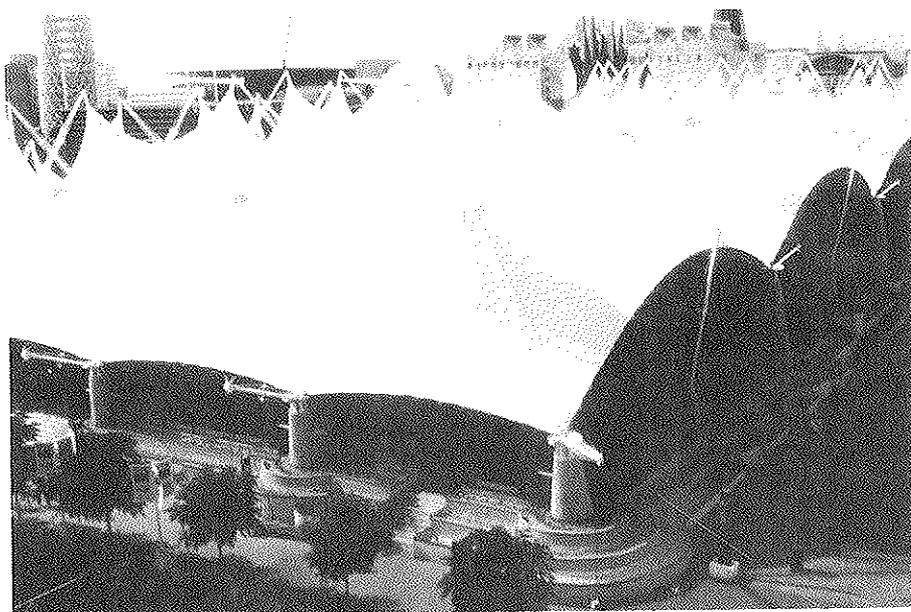


Fig. 82. Cubierta del Palenque terminada.

## RESUMEN

La EXPO'92 de Sevilla ha sido un importante laboratorio donde experimentar propuestas singulares de arquitectura. Las estructuras tensadas y las cubiertas textiles han sido utilizadas intensamente en casi todas sus posibles configuraciones tipológicas. Este artículo intenta una clasificación

de las mismas aprovechando los ejemplos construidos en Sevilla. Para ello, se introducen algunos conceptos sobre estructuras colgadas y tensadas referidos a edificios históricos y construcciones antiguas y a cubiertas actuales. También se introducen brevemente algunos planteamientos de pre-dimensionado.

## SUMMARY

EXPO'92 of Seville has been an important laboratory where to experimente singular architecture. Tensile structures and textil roofs have been used intensively in almost all typologic configurations. This paper intents a general clasificacion of tensile

structures with examples builted in Seville. To introduce them some concepts about hanged and pretensioned structures are explained with references to historical buildings and ancient constructions as well as in more modern roofs. Some considerations about elemental analysis are also considered.

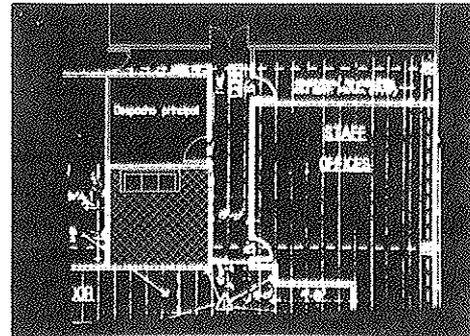
\* \* \*

## Soft presenta CAD Overlay para Arris

Soft, importadora del programa Arris de dibujo y diseño de arquitectura, anuncia la disposición del nuevo módulo "CAD Overlay" para la recuperación y la informatización de planos en papel.

CAD Overlay trabaja con planos previamente leídos mediante escáner y convertidos a formato TIFF, permitiendo que el usuario dibuje directamente sobre la imagen del plano, añadiendo información vectorial, como líneas, símbolos, rotulación o cotas, mediante cualquiera de las potentes opciones de edición de Arris. Durante las operaciones de dibujo, Arris mantiene la sincronía entre imagen *raster* y dibujo, realizando desplazamientos y *zooms* simultáneos de ambos documentos. Es posible corregir también el alineamiento y los desajustes de los planos de partida.

Coexisten en un mismo plano, por tanto, información *raster* y elementos dibujados. Estos documentos híbridos pueden imprimirse con utilidades contenidas en el propio programa, mediante impresoras láser o trazadores electrostá-



ticos, separando o superponiendo la información *raster* y la dibujada, o incluso difuminando la parte *raster* para diferenciarla.

Los interesados en recibir información suplementaria deberán dirigirse a:

SOFT  
D. Fernando Valderrama  
Santísima Trinidad, 32-5º  
28010 Madrid  
Tel.: 448 35 40  
Fax: 448 40 50

\* \* \*

## Programa de contratación temporal de investigadores CSIC - Mayo 1993

### I. PREAMBULO

En los últimos años nuestro país, y concretamente el CSIC, ha realizado un importante esfuerzo de formación de personal investigador y, en este momento, se dispone de un importante activo de jóvenes científicos, altamente cualificados, que deberían incorporarse de pleno a la actividad laboral. Ante la imposibilidad

obvia de incorporar a todos estos investigadores como funcionarios públicos, se ha pensado en la fórmula del contrato temporal, como la más adecuada para que estos científicos participen en el Sistema Español de Ciencia y Tecnología. Por otra parte, esta fórmula ha sido ampliamente ensayada en países de nuestro entorno socioeconómico con éxito probado.

## II. OBJETIVOS

Los objetivos que se persiguen con la presente convocatoria son los de incrementar la capacidad de investigación del CSIC, mediante la contratación temporal de investigadores postdoctorales, así como ofrecer las mejores condiciones de trabajo posible a éstos.

A este fin, se convocan contratos para doctores con destino a los Centros/Institutos del CSIC.

## III. CONDICIONES

La dotación de estos contratos (incluida la cuota patronal de la Seguridad Social) será de 4.170.000 ptas. brutas anuales. Excepcionalmente, se considerarán otras retribuciones, en función de la valía y experiencia del candidato. Los investigadores contratados serán adscritos y trabajarán, siguiendo las directrices marcadas por el Investigador Principal, en un proyecto de investigación en marcha financiado por el Plan Nacional de I + D, ya sea a través de sus Programas Nacionales, o a través de los Programas Sectoriales integrados en él (Programas de los Ministerios de Agricultura, Pesca y Alimentación y de Educación y Ciencia), por el Fondo de Investigación Sanitaria del Ministerio de Sanidad y Consumo, por Programas de I + D de la Comunidad Europea y de Comunidades Autónomas o por cualquier otro Programa de investigación, siempre que su adjudicación se haya realizado mediante procesos de evaluación y selección homologables a los empleados en el Plan Nacional de I + D.

Estos contratos serán anuales, renovables hasta la finalización del proyecto y, en todo caso, hasta un máximo de tres años, al amparo del límite máximo previsto en el artículo 17.b de la Ley 13/1986, de 14 de Abril.

## IV. REQUISITOS

Aquellos doctores que deseen tomar parte en esta convocatoria lo solicitarán, en carta dirigida al Excmo. Sr. Presidente del Consejo Superior de Investigaciones Científicas, antes del día 18 de Junio de

1993. Las solicitudes deberán ir acompañadas de los siguientes documentos:

- a) Fotocopia del DNI.
- b) Fotocopia compulsada del documento acreditativo del Grado de Doctor.
- c) Curriculum vitae que incluya las tres publicaciones científicas más relevantes a juicio del candidato (no enviar tesis).
- d) Certificación de aceptación del Investigador Principal del Proyecto al que se adscriba el candidato, en la que se describa, brevemente, su trabajo a desarrollar, con el V.º B.º del Director del Centro.
- e) Breve historial científico y técnico durante los últimos cinco años, del grupo investigador en el que se integre el candidato.

La solicitud, junto con la documentación requerida, se presentarán en el Registro General del Consejo Superior de Investigaciones Científicas, Serrano, 117, 28006 Madrid.

## V. SELECCION

La selección de los candidatos será informada por una única Comisión del CSIC, presidida por el Vicepresidente de Ciencia y Tecnología y compuesta por el Vicepresidente de Relaciones Institucionales, el Director del Gabinete de Estudios y el Vicesecretario General de Personal y Asuntos Generales. Dicha Comisión se asesorará de expertos en las materias específicas que considere necesario. La Comisión de Selección propondrá al Presidente del CSIC la relación de los aspirantes seleccionados. La adjudicación de los contratos a los aspirantes que resulten seleccionados, se efectuará por la Presidencia del CSIC y será comunicada a los interesados, a efectos de la formalización de los correspondientes contratos.

El Investigador Principal del Proyecto, con el V.º B.º del Director del Centro, notificará al contratado la finalización de los trabajos objeto de contratación, con una antelación de 15 días naturales, estando sometida a idéntico plazo de preaviso, la denuncia del contrato por parte del contratado.

# La técnica del pretensado exterior en los puentes modernos

Celso Iglesias  
Ingeniero de Caminos  
M.S. (E.N.P.C.)

CARLOS FERNANDEZ CASADO, S.A.

## 1. DEFINICION

El pretensado exterior es una técnica constructiva que consiste en transmitir los esfuerzos internos de pretensado, mediante cables que no son solidarios, desde el punto de vista de deformaciones, al hormigón de la estructura. La aplicación más directa se produce en secciones transversales en forma de cajón, donde los cables circulan a lo largo de la estructura e interiormente al mismo.

Desde un punto de vista estricto, se debe considerar también pretensado exterior, un pretensado tradicional donde no se haya realizado la inyección y donde, por tanto, no está garantizada la igualdad de deformaciones entre el hormigón y el acero. A este último se le suele denominar pretensado no adherente.

No se trata de una técnica nueva; pero lo que sí ha sucedido es que su resurrección se debe, principalmente, a los ingenieros franceses, que actualmente la utilizan de forma masiva en sus proyectos de grandes puentes pretensados.

## 2. EVOLUCION HISTORICA EN FRANCIA

Se considera que los primeros intentos de utilización de cables exteriores al hormigón respondían a necesidades puramente

técnicas, que tenían que ver con una simplicidad mayor de los trazados, o bien para evitar la patente de Freyssinet. A pesar de esto, la mayoría de los puentes de los años 30 a 50 fueron ejecutados con pretensado interior adherente.

Hacia los años 50, el grupo de ingenieros liderados por Freyssinet pone a punto la idea de reforzar estructuras de hormigón armado o pretensado, con cables exteriores. A partir de los años 60, se construyen en Bélgica una treintena de puentes pretensados por el sistema Freyssinet, con un trazado mixto interior y exterior. El objetivo era simplificar el trazado, evitando las desviaciones, en planta, de los cables. Algunos puentes franceses catalogados por J. Chate-lain son:

- Puente de Vaux-sur-Seine (empresa Coignet), 1955, 15+26+15 (vanos continuos) con cables exteriores, pero interiores al cajón. Una capa de 4 cables de 30 hilos  $\varnothing$  5 por cajón.

- Puente de Port à Binson (empresa Coignet), 1953, 40,5+40,5 (vanos independientes). Con 2x4 cables 49  $\varnothing$  7 por cajón, desviados por 8 pantallas intermedias y anclados en los extremos.

- Puente de Villeneuve-Saint-Georges, 1952, (H. Lossier), 41+78,20+40, cables de 193 hilos de  $\varnothing$  4,1, desviados y anclados en los extremos.

- Puente de Can Bia en Arles-sur-Tech por Sainrapt y Brice, 1952. Un vano independiente, de 61 m de luz, con 58 cables 12,7.

A partir de los años 70, se realizan algunas reparaciones y refuerzos de puentes y, a partir de los 80, se lleva a cabo en Francia, bajo la vigilancia del Setra (Service Central d'Etudes Techniques des Routes et Autoroutes) y en la persona de Mr. Virlogeux (Ingeniero Jefe de Ponts et Chaussées y Jefe de la División de Grandes Estructuras de Hormigón) la construcción de una gran cantidad de puentes con cables exteriores.

Finalmente, y lo que puede considerarse la última parte de esta evolución, lo constituye el pretensado exterior desmontable, es decir, cables exteriores que pueden actuar en fase provisional, pudiendo a continuación desmontarse, aunque su reutilización posterior sea bastante discutible (Puentes empujados). En el caso de un puente ya construido con pretensado exterior, sometido a reparación o conservación, la sustitución de un cable exterior constituye la solución más fácil. Actualmente, es obligatorio en Francia prever la posición de un cable exterior, que no se coloca, pero que ha de servir para reparaciones futuras de la estructura.

### 3. EVOLUCION DEL PRETENSADO EXTERIOR EN ALEMANIA

El empleo de cables exteriores se remonta, en Alemania, al año 1928, cuando F. Dischinger los utiliza por primera vez, patentando un sistema de pretensado exterior en el año 1934 y aplicándolo en algunos puentes tales como:

- Saale Brücke (1928).
- Puente de Aue, en Sajonia (1936).
- Warthe Brücke, en Poznan (1939), inacabado por la guerra.

En 1937, Finsterwalder patenta un sistema de pretensado exterior que encuentra aplicación en el postensado de vigas con articulación en centro de vano, mediante un mecanismo consistente en, una vez situados los tendones en posición, con la junta central de la viga abierta al modo de un puente levadizo, se cierra esta junta alineando la

rasante de las dos semivigas, con lo cual tesamos los cables de pretensado (Wiedenburgbrücke, en Alemania, 1938).

En Venezuela, se puede citar el puente sobre el río Caroní (1961) proyectado por F. Leonhardt y que es el primer puente construido por empuje de tablero.

### 4. EJEMPLOS RECIENTES DE PUENTES CON CABLES TOTALMENTE EXTERIORES, PROYECTADOS POR INGENIEROS FRANCESES

Los primeros puentes modernos con pretensado exterior fueron construidos en los EE.UU. por el sistema de dovelas prefabricadas y según proyectos redactados por J. Muller (Francia). Se trata de los puentes:

- Seven Mile
- Long Key (1979)
- Channel Five
- Niles Channel

Los cables pretensan todo el vano y se anclan en las riostras sobre pilas. Son desviados mediante diafragmas de pequeño tamaño, de hormigón armado, y situados en la unión del alma y la losa inferior.

En Francia, para los viaductos de Vallon-des-Fleurs y de la Banquière, M. Placidi dispuso un pretensado totalmente exterior mediante cables 12 T15 (12 torones de 15 mm de diámetro y de una sección de 139 mm<sup>2</sup>; aproximadamente, sería un 12  $\varnothing$  0,6").

Por otra parte, la empresa Bouygues construyó, en Kuwait, el puente de Bubiyan, según proyecto de estructura triangulada puesto a punto por P. Richard. Se previó pretensado totalmente exterior, con 2 cables de 27 T15.

Cabría citar el viaducto de Saint-Agnant, cuyo proyecto, debido a J. Combault y P. Thivans, prevé la construcción por voladizos sucesivos, con dovelas prefabricadas, y 8 cables de 19 T15 por vano, exteriores al hormigón.

Finalmente, señalar la creciente generalización del pretensado exterior a puentes donde comparte sitio con un cierto pretensado interior y que da nombre a los llama-

dos "puentes de trazado mixto" exterior e interior (voladizos sucesivos y empujados).

## 5. GENERALIZACION DEL CONCEPTO DE PRETENSADO EXTERIOR

A lo largo de los últimos diez años y una vez generalizadas las técnicas de construcción de puentes por voladizos sucesivos, por el método de empuje y las estructuras de puentes atirantados, se observa en Francia un gran deseo de innovación.

El camino seguido por los ingenieros franceses ha ido dirigido al redescubrimiento de la técnica del pretensado exterior, que parecía ya olvidada. Este gran esfuerzo fue posible por el apoyo a nivel institucional que supone el SETRA y por la gran labor investigadora desarrollada, paralelamente, por Freyssinet Internacional y los laboratorios franceses de Saint Remy-Les Chevreuses y el LCPC (Laboratoire Central des Ponts et Chaussées).

El pretensado exterior se aplica actualmente en Francia a "cualquier" tipo de puente, en el sentido que a continuación se intentará explicar.

### 5.1. Puentes de trazado mixto

Se trata de aquellos puentes en los que coexisten cables adherentes y, por tanto, "interiores" al hormigón, y cables exteriores en los que la igualdad de deformaciones entre hormigón y acero no existe.

#### 5.1.1. Puentes de voladizos

Se disponen cables interiores tradiciona-

les, en fase de construcción, que soportan el peso propio del voladizo antes del cierre en centro de vano. A continuación, una vez hormigonada la dovela de cierre, se colocan los cables de continuidad, de tipo exterior, que soportarán la sobrecarga y los efectos de redistribución de esfuerzos.

#### 5.1.2. Puentes empujados

En general, los tableros se pretensan mediante cables exteriores cuya longitud es de 2 vanos, anclándolos en riostras bastante potentes dispuestas en el lugar que ocuparán las pilas, además de las dos extremas en estribos. En centro de vano se desvían mediante sillas dispuestas en el seno de diafragmas o desviadores.

El pretensado consta de varios tipos de cables que han de contemplar el proceso constructivo del puente:

1. Cables ondulados: Que se adaptan a la forma tradicional de los cables interiores adherentes, pero de trazado rectilíneo en forma de línea quebrada, al ser exteriores al hormigón.

2. Cables rectos: Que se quedan definitivamente en el puente.

3. Cables antagonistas provisionales: Que ejercen una acción tal que equilibran las acciones ejercidas por los cables ondulados y que se retiran después de la operación de empuje.

4. Cables ondulados complementarios: Que se añaden antes de la puesta en servicio del puente.

Resumiendo el proceso que se sigue con un puente empujado con trazado mixto, en cuanto a cables y trazado se refiere, tenemos las siguientes fases:

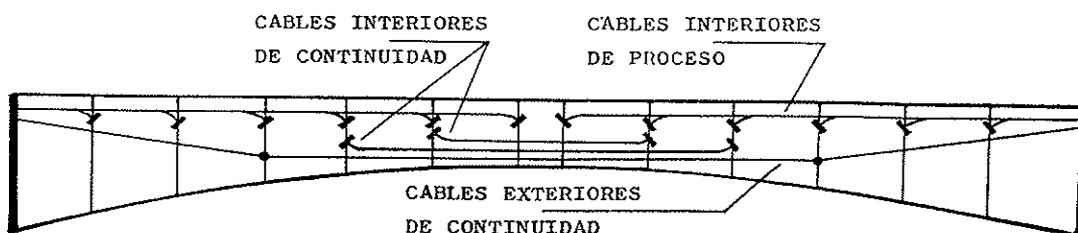


Fig. 1. Pretensado exterior en un puente por voladizos.

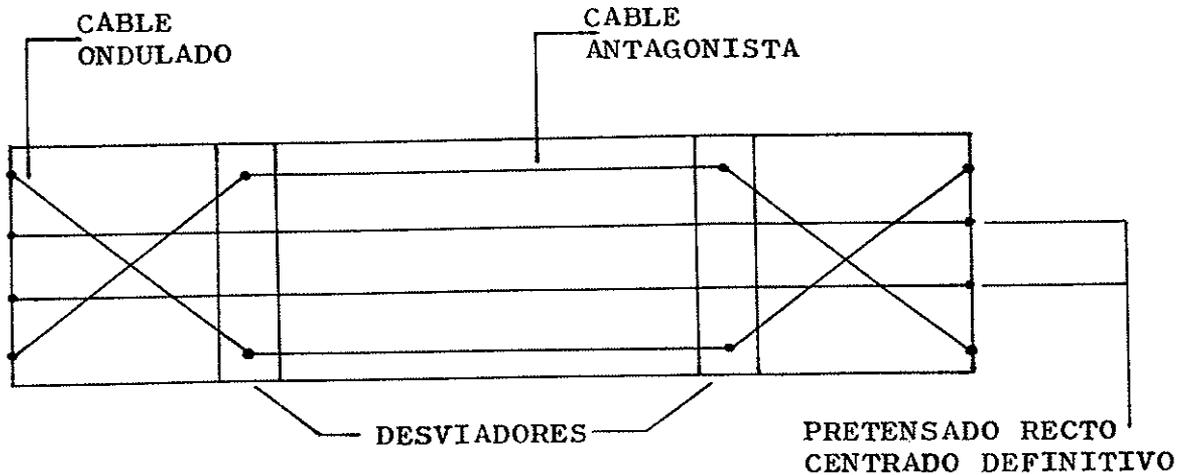


Fig. 2. Pretensado exterior en un puente empujado.

• **Proceso constructivo o fase de empuje:**

- Cables ondulados (definitivos)
- Cables rectilíneos centrados (definitivos)
- Cables antagonistas (provisionales)

• **Fase de servicio:**

- Cables ondulados
- Cables rectilíneos centrados
- Cables ondulados adicionales, tras haber retirado los antagonistas.

En cualquiera de las dos fases consideradas coexisten dos tipos de cables (rectilíneos y ondulados) que dan lugar a dos tipos de pretensado (centrado y no centrado), según los cables ondulados estén o no compensados por los cables antagonistas.

El pretensado centrado es siempre mucho menos efectivo, de cara a compensar tracciones, que el pretensado no centrado. No obstante, a cambio, este último da lugar a la aparición de momentos hiperestáticos en servicio. El pretensado centrado gobierna la fase de empuje, pero al quitar los cables antagonistas se descentra, lo cual va en favor del tipo de sollicitación a que dará lugar la sobrecarga.

No obstante, para compensar estos efectos hiperestáticos de pretensado y la sollicitación de sobrecarga, suele ser necesario el añadir unos cables ondulados adicionales.

Parece claro que lo ideal sería dimensionar el pretensado de construcción de forma tal que bastase eliminar cables antagonistas

para estar en condiciones de servicio aceptables, sin tener que añadir nada. Las compresiones en fibra inferior en fase de empuje impiden esto, por regla general.

Entre los sistemas de empuje de tablero cabe destacar la técnica del empuje mixto con pico metálico y torre provisional de atirantamiento, a la que suele recurrirse cuando las luces rondan los 70 m o bien la nariz metálica resulta corta para la luz que hay que empujar. En Francia ha sido puesta en práctica por la empresa Spie-Batignolles. A fin de cuentas, no se trata más que de un pretensado exterior que se regula, controlando la reacción del mástil de la torre mediante gatos, a lo largo del proceso de empuje. Esto justificaría, aparte de otros motivos, la escasa altura de las torres de atirantamiento provisionales, en comparación con la altura de las torres de los puentes atirantados. La torre de atirantamiento provisional constituye un caso particular de pretensado extradorsal, tal y como se describe a continuación.

## 5.2. Pretensado Extradorsal

El término de pretensado extradorsal ha sido acuñado por los franceses, aunque el origen de la idea se encuentra en las realizaciones de los ingenieros alemanes y suizos. El pretensado extradorsal recuerda a una estructura atirantada, aunque la filosofía es totalmente diferente, lo que hace que se beneficie de tensiones admisibles más altas en los cables.

Parece que la idea surge naturalmente, a partir del concepto de pretensado exterior, cuando lo que se busca es compensar al máximo el momento negativo en apoyos. En un pretensado tradicional interior y adherente, la excentricidad máxima que podemos conseguir está limitada por el recubrimiento del cable. Pero, ¿qué pasaría si este cable lo sacamos fuera del hormigón como un cable exterior cualquiera? El brazo de palanca aumenta todo lo que queramos, sin más que construir un desviador que asome por encima del apoyo y que sirva de soporte al cable. El objetivo de este cable no es, como en el caso de un puente atirantado, generar una serie de reacciones verticales en el símil de viga sobre apoyos elásticos, sino constituir un pretensado real de la sección. Por tanto, las directivas francesas permiten niveles de tensión similares a los de los cables de pretensado (0,8 Fpu), mientras que las tensiones máximas admitidas en los cables de puentes atirantados rondan 0,4 Fpu.

Esta idea la desarrolla implícitamente el ingeniero suizo Christian Menn en su conocido proyecto del puente de Ganter, donde recurre a tirantes de hormigón que recubre el cable y con ello obvia problemas de corrosión y fatiga. Aquí, los cables de pretensado están rodeados por el hormigón que se pone en obra después de la puesta en tensión de los cables, por lo que este hormigón se somete a tracción, exclusivamente, por parte de la sobrecarga y se convierte en un elemento pasivo que aumenta el peso propio de la estructura.

Si el diafragma de hormigón se va hormigonando a medida que se ponen en carga los cables de pretensado, se puede decir entonces que éste participa en la resistencia del tablero y da lugar a un tipo de estructura denominado "Fin-back bridge", una de cuyas primeras realizaciones es el puente de Barton Creek, en EE.UU. (2).

En Francia, uno de los principales defensores de la idea del pretensado extradorsal es J. Mathivat, quien ha propuesto, en los últimos tiempos, diversas soluciones a base de pretensado extradorsal, combinando esta idea con la de las "almas aligeradas trapecoidales" (2).

### 5.3. Las estructuras trianguladas

Aunque ya U. Finsterwalder había establecido proyectos de estructuras trianguladas de hormigón y esta tipología no es desconocida (en el campo de las cerchas prefabricadas en naves industriales), corresponde el mérito a P. Richard, ingeniero francés de Bouygues, el hecho de haberlas reactualizado. Aquí sí parece que el pretensado exterior es inevitable, por la imposibilidad de llevar los cables interiores al hormigón. El ejemplo más conocido es el puente de Bubiyan (Kuwait, 1983) y, en Francia, los viaductos de Sylans y Glacières (Autopista de Ginebra, 1987).

### 5.4. Las almas de chapa plegada

Tipología desarrollada por el equipo de ingenieros de Campenon Bernard y que puede clasificarse dentro de las tipologías de puentes mixtos. La transmisión del pretensado es muy efectiva ya que las almas de chapa plegada son muy deformables frente a esfuerzos cortantes. Hay una sola realización, de tipo experimental, en el puente de Cognac. Al carecer de almas en las que alojar el pretensado tradicional, da lugar a una tipología en la que no hay más remedio que utilizar el pretensado exterior.

### 5.5. Conclusión

Parece que, en las tendencias actuales innovadoras, la idea de pretensado exterior al hormigón está presente en todas las tipologías de grandes puentes pretensados y, a falta de una discusión más precisa sobre ventajas e inconvenientes, parece haberse impuesto en Francia. Los alemanes, sin embargo, no parecen haber reaccionado en el mismo sentido que los franceses.

## 6. PREDIMENSIONAMIENTO DEL PRETENSADO EXTERIOR

### 6.1. Introducción

El predimensionamiento del pretensado exterior no difiere esencialmente de la de un trazado completamente interior y adhe-

rente al hormigón. Generalmente, se adapta mejor a las estructuras de canto constante (empuje) aunque, como ya se ha señalado, se utiliza también en puentes construidos por voladizos sucesivos. La tendencia actual en Francia es colocar pocos cables exteriores de continuidad, generalmente de 2 a 3 por alma, del tipo 19 T15 (16 toneladas por torón, después de pérdidas) en el sistema Freyssinet.

Algunas propiedades de los trazados de cables exteriores son:

- La sección de clave suele condicionar el proyecto y de ahí que los tableros puedan ser de canto constante, sea cual sea la luz (dentro de ciertos lógicos límites).
- La fibra superior del tablero suele estar muy comprimida.
- La fibra inferior suele estar sometida a fuertes variaciones de tensiones, con lo que es frecuente grandes tracciones en apoyos y exceso de compresión en clave.
- Simplicidad del trazado, que suele ser pasante a lo largo de dos vanos.
- Valores de los momentos hiperestáticos, superiores a los de los trazados convencionales.

## 6.2. Recordatorio fundamental

Los esfuerzos que hay que tener en cuenta para el cálculo de un puente pueden expresarse en valores extremos:

$$M_{\text{máx}} = M_{\text{permanente}} + M'_{\text{máx}}$$

$$M_{\text{mín}} = M_{\text{permanente}} + M'_{\text{mín}}$$

para cualquier sección del tablero. Estas igualdades son las envolventes de esfuerzos a flexión, que permiten el cálculo de las envolventes de tensiones.

$M_{\text{máx}}, M_{\text{mín}}$  = momentos máximos y mínimos totales.

$M_{\text{permanente}}$  = momento permanente total.

$M'_{\text{máx}}, M'_{\text{mín}}$  = momentos originados por las acciones variables.

- $M_{\text{permanente}}$ : Es el debido a las cargas permanentes:
  - peso propio,
  - esfuerzos generados por los cables de

pretensado, corregidos por los esfuerzos hiperestáticos,

–carga muerta.

•  $M'_{\text{máx-mín}}$ :

- efectos térmicos,
- sobrecargas de explotación,
- descenso de apoyos.

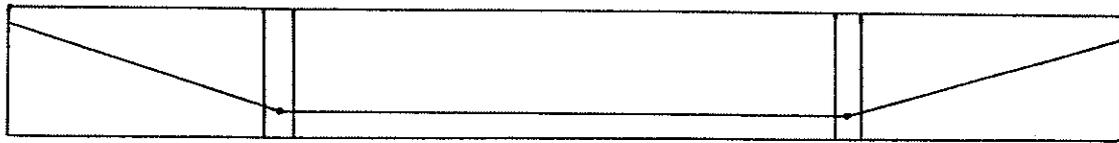
Los factores que influyen en estos esfuerzos son, por un lado, las características de la sección transversal, y por otro, las luces adoptadas en los vanos. Por su parte, el pretensado depende de la fuerza de pretensado necesaria –que, a su vez, viene determinada por los otros esfuerzos ya aludidos–, así como del trazado de los cables. No hay que olvidar los efectos diferidos que darán lugar a envolventes a "tiempo cero" y a "tiempo infinito".

## 6.3. El pretensado exterior al hormigón

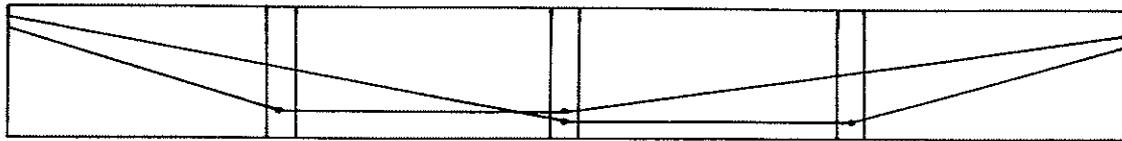
Una vez determinada la fuerza de pretensado necesaria, hay que fijar el trazado, con lo que, en teoría, conocemos los esfuerzos de pretensado en cada sección.

Sabemos que el cable funicular de la sobrecarga uniforme por unidad de abscisa es el parabólico; por tanto, parece lógico acercarse lo más posible a esta tipología. En el límite, y aumentando el número de desviadores, podríamos llegar a obtener un cable parabólico, aproximándolo por tramos rectos. No obstante, la limitación lógica de desviadores hace que, en la práctica, no se consideren más que dos o tres por vano. Cuando se consideran dos desviadores, obtenemos un trazado de tipo trapecial simétrico (Fig. 2) y, si es preciso aumentar el número de cables, se puede recurrir a disponer tres desviadores, con trazado trapecial no simétrico (Fig. 3).

Ante la imposibilidad de conseguir un trazado parabólico perfecto, se puede definir el cable "pseudofunicular" trapecial (J. Combault), con dos desviadores por vano (Fig. 4). Este trazado se define por su flecha útil,  $h$ , y un coeficiente de forma  $c/L$ . En particular, cuando  $c/L = 1/3$ , los giros isostáticos engendrados en los extremos del vano isostático asociado son iguales a los del cable parabólico de igual flecha útil, siendo ambos trazados muy parecidos.



DOS DESVIADORES: TRAZADO TRAPEZoidal CENTRADO



TRES DESVIADORES: TRAZADO TRAPEZoidal NO CENTRADO, CUANDO ES PRECISO AUMENTAR EL NUMERO DE CABLES

Fig. 3. Trazados de cables exteriores.

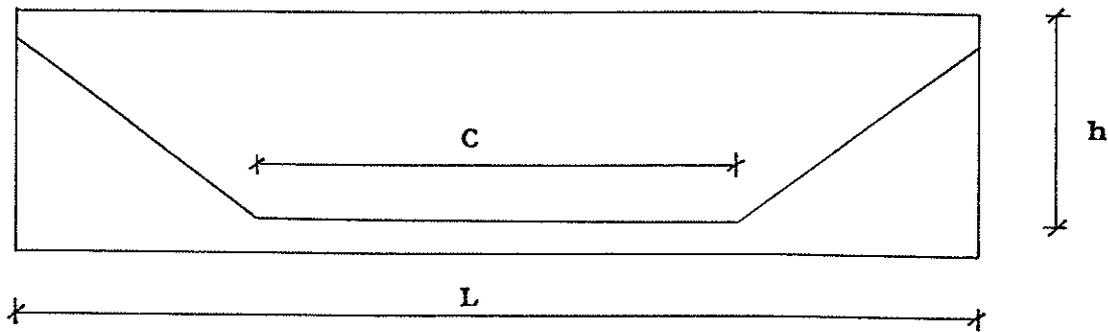


Fig. 4. Cable exterior pseudofunicular.

Como ventaja evidente de este trazado exterior está el hecho de adaptarse mejor a los esfuerzos de sobrecarga, que el cable parabólico, ya que se evita la parte de compresión inútil al cuarto de la luz. Frente a esfuerzo cortante suele ser más efectivo el trazado mediante cables exteriores que el interior adherente y parabólico, al presentar inclinaciones mayores. Por otra parte, la comprobación al 1/4 de la luz suele ser importante en la determinación de las inclinaciones de los cables y, por tanto, de la posición de los desviadores.

#### 6.4. Ejemplos

Se presentan dos ejemplos consistentes en una solución por voladizos sucesivos y otra solución por empuje de tablero, cuyas secciones transversales se reflejan en la

figura 5, para una misma distribución de luces.

- Voladizos sucesivos

Vano tipo de 60 m de luz, con sección transversal en cajón 42+8 x 60+42 y hormigón H-300.

El pretensado previsto fue, en el sistema Freyssinet:

- cables de voladizo = 16x12 T15 interiores.

- cables de continuidad = 6x12 T15 interiores y 4x19 T15 exteriores.

- Empuje de tablero

Con idéntica distribución de luces y hormigón de alta resistencia H-600, con losa tipo Homberg, se previó el pretensado siguiente:

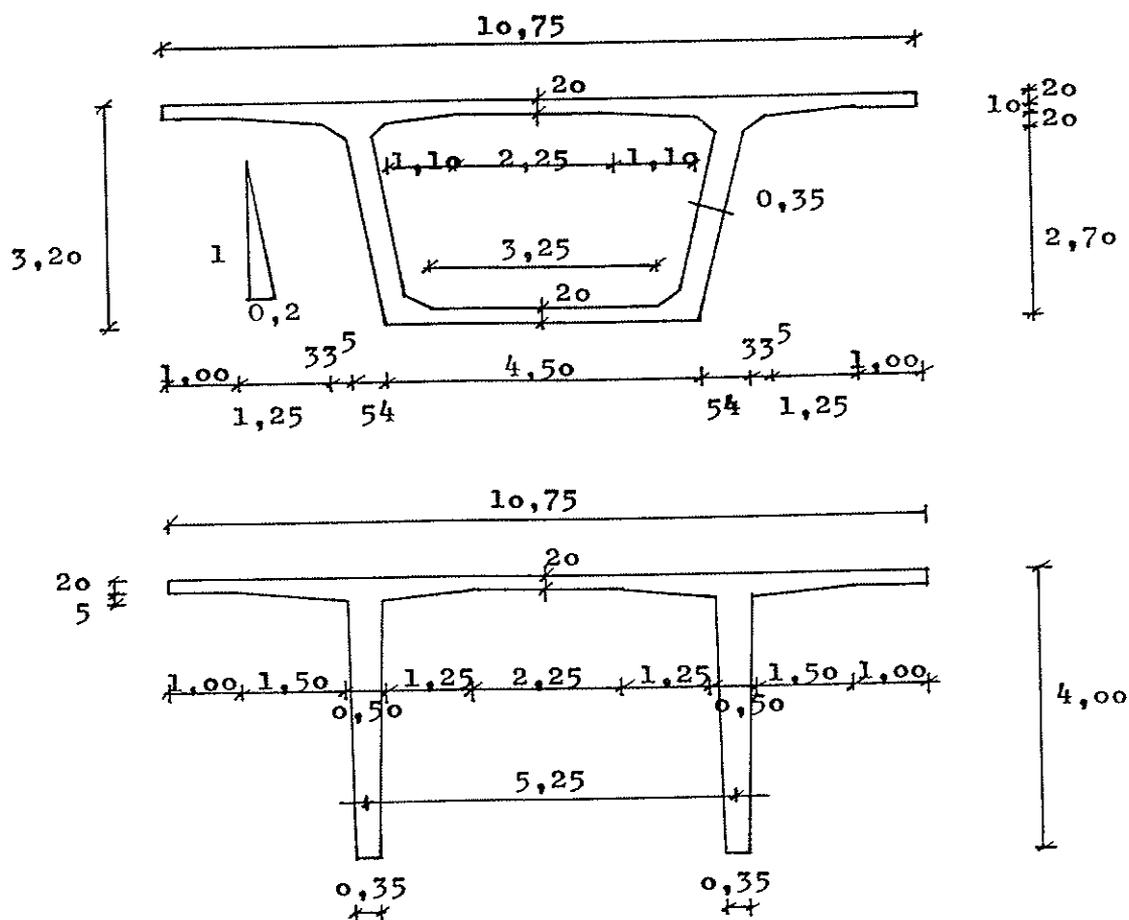


Fig. 5. Puente de la Violette: solución por voladizos y empujada.

a) Proceso constructivo:

4x19 T15 ondulados (definitivos), 2 por alma.

4x19 T15 rectilíneos centrados (definitivos), 2 por alma.

4x19 T15 antagonistas (provisionales).

b) En servicio: Se retiran los antagonistas y se añaden 2 ondulados.

6x19 T15 ondulados.

4x19 T15 rectilíneos.

## 7. REPARACION DE PUENTES CON PRETENSADO EXTERIOR

Una de las aplicaciones más inmediatas del pretensado exterior es la reparación de puentes de hormigón armado y pretensado. La reparación de una estructura puede venir ocasionada por la aparición de una fisuración sobrevenida debido a una insuficiencia a esfuerzo flector (fisuras verticales), fisu-

ras inclinadas en las almas ligadas al esfuerzo cortante o a la difusión de esfuerzos concentrados y, finalmente, fisuras longitudinales en losa inferior, sobre todo en secciones de canto variable de puentes por voladizos.

Se recurre, pues, al pretensado exterior, de trazado rectilíneo o poligonal, para reforzar estas estructuras:

- Trazado rectilíneo: De colocación sencilla, pero de rendimiento bajo debido a los momentos hiperestáticos de pretensado, que anulan el efecto de excentricidad de los cables. Se suele dimensionar con una condición del tipo  $P/A > 0$  (tensión de compresión necesaria) y mejora muy escasamente (por la compresión) la resistencia a cortante.

- Trazado poligonal: Mecánicamente más satisfactorio, pero precisa la construcción de desviadores, lo que implica incremento de peso y pérdidas de pretensado más ele-

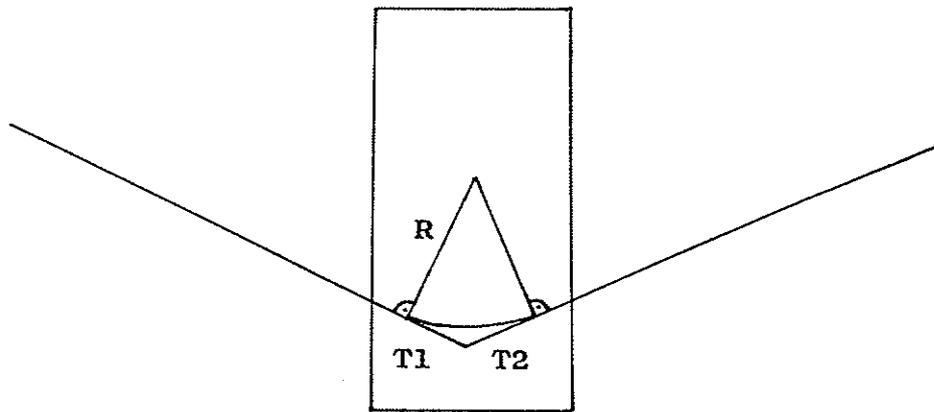


Fig. 6. Paso de un cable exterior a través del desviador.

vadas. En este tipo de proyectos es muy importante el estudio exhaustivo de los elementos de desviación, donde cambia la dirección de los cables. Hay que asegurarse que la parte curva de tangencia del cable con la silla, quede en el interior del ancho del diafragma. La precisión de los replanteos de los cables es muy importante para evitar puntos angulosos en los mismos, mereciendo especial atención los problemas de sobretensiones o fatiga.

## 8. TIPOLOGIA DE CABLES EXTERIORES DE FREYSSINET INTERNACIONAL

El desarrollo de la tecnología de cables exteriores ha estado en Francia exclusivamente a cargo de la empresa Freyssinet, en la persona de M. Jartoux, a quien seguimos a continuación (5):

### • Pretensado exterior a partir de los años 50

Se trataba de cables de hilos 12  $\phi$  7 y los principios básicos de su tecnología eran los mismos:

1. Perforación de una pared que pueda recibir el esfuerzo de pretensado al nivel del anclaje o creación de una riostra o macizo de anclaje, unido al hormigón armado de la estructura.

2. Parte libre del cable revestida de tubo de acero y que puede ser de polietileno si el cable no es recto.

### • Pretensado exterior a partir de los años 70

La tecnología de los cables de pretensado se caracteriza por dos elementos esenciales:

1. La mayor parte de las aplicaciones se realizan en puentes.
2. Utilización de unidades de torones, enseguida muy potentes (12 T15).

Los principios son idénticos a las soluciones más antiguas, es decir:

1. El cable es adherente en las partes de pared que atraviesa.
2. En la parte libre, el cable es protegido por tubos de acero o de polietileno de alta densidad, inyectados con lechada de cemento.

### • Pretensado exterior desmontable, a partir de los años 80

El proyecto mediante pretensado exterior obliga a prever la construcción de desviadores de anchura mínima, lo que lleva a concentrar los esfuerzos de desvío mediante la utilización de radios de curvatura mínimos (3 a 5 m para cables del tipo 19 T15).

Las presiones de contacto son tan grandes entre desviador y torones que se producen dos efectos que hay que vigilar: por una parte, nos acercamos a los límites de plastificación del acero, es decir, el acero, en lugar de deslizar adecuadamente sobre la silla del desviador, queda fuertemente

adherido sobre ésta, de modo que queda interrumpido el deslizamiento relativo; en segundo lugar, se obtienen rozamientos del orden de 0,30 a 0,35.

El objetivo de los cables desmontables es que el cable no sea adherente a la estructura, de manera que, tras el destesado o corte del mismo, se pueda retirar sin dificultades, lográndose esto con las siguientes medidas:

1. Con una inyección de grasa u otro producto protector, no adherente al acero ni al hormigón.

2. Con cables autoprottegidos, como el caso de los torones galvanizados.

3. Con la solución original Freyssinet (patentada) que consiste en un cable protegido por lechada de cemento que circula libremente a través de los desviadores.

El pretensado desmontable Freyssinet se puso a punto en 1982, para el puente de Pont-à-Mouson, con cables 19 T15. Para el corte del cable en tracción, se desnuda éste en una longitud suficiente para que la falta de adherencia permita perder todo el alargamiento. El corte se realiza a continuación. En cuanto el primer corte hace desaparecer la tensión, se puede hacer el resto por medios mecánicos. Por último, señalar la existencia del pretensado exterior desmontable torón por torón, en los que el pequeño coeficiente de rozamiento, debido al engrase, permite la transmisión del pretensado a lo largo de la estructura, con muy pocas pérdidas, incluso si las curvaturas son importantes.

## 9. VENTAJAS DEL PRETENSADO EXTERIOR

A continuación se van a enumerar las principales ventajas defendidas por la escuela francesa, en lo que a pretensado exterior se refiere (7).

### 9.1. Reducción del tiempo de trabajo

A pesar de que se necesita una gran precisión en la colocación de los tubos de paso

de los cables exteriores en los desviadores, para evitar quiebros angulares de los cables a la salida del hormigón, se citan como causas de esta reducción:

– Eliminación de las operaciones de ajuste y colocación de las vainas de pretensado.

– Simplificación del trazado, por la reducción de su número, del conjunto de cables de voladizo o de continuidad interiores al hormigón y simplificación de las operaciones de colocación.

– Eliminación de las operaciones de picado del hormigón cuando, por los motivos que sean, el enfilado de los cables se ve bloqueado.

– Menor incidencia con la armadura pasiva.

### 9.2. Mejora del trazado de los cables

Un cable exterior es recto entre desviadores, por lo que no hay desviaciones parásitas, con lo que se puede considerar un coeficiente de rozamiento en línea, nulo. Sin embargo, hay que considerar el coeficiente de rozamiento en curva, que habrá de tener en cuenta las desviaciones parásitas en los tubos de los desviadores.

Para pretensados de trazado mixto, los cables interiores, de voladizo o de continuidad, en un puente por voladizos sucesivos, son horizontales y tienen un trazado más simple que en los casos habituales, lo cual implica desviaciones parásitas más reducidas y tensiones útiles mayores, por lo que se justifica su utilización dentro de una filosofía de pretensado exterior.

### 9.3. Reducción del espesor de las almas

Al eliminar el pretensado de las almas, se produce una mejora de las condiciones de hormigonado así como la eliminación de los anclajes en las juntas de las dovelas de puentes construidos por voladizos sucesivos o por empuje de tablero. Esto permite una reducción del espesor de almas, con la consiguiente reducción de peso propio.

Por otra parte, se produce una reducción mayor de esfuerzo cortante, por el hecho de que el reglamento francés considera, al igual que el español, como anchura neta resistente a cortante de alma, su anchura real menos la mitad del diámetro de la vaina alojada. Además de esto, las inclinaciones de los cables, como ya se ha señalado, suelen ser mayores que en un trazado interior adherente, lo que contribuye también a la reducción de este esfuerzo.

Otros reglamentos, como el alemán, no contemplan esta reducción de medio diámetro de vaina alojada y quizás explique esto el menor éxito que ha tenido hasta ahora el pretensado exterior entre los alemanes.

#### **9.4. Mejora de las condiciones de inyección**

El trazado exterior facilita las operaciones de inyección y su control, evitando la obstrucción de las vainas.

#### **9.5. Sustitución de los cables exteriores**

Es una de las ventajas principales, siempre y cuando haya sido previsto en el proyecto. Para ello, es necesario que el trazado del cable, a su paso por los desviadores, sea rectilíneo o circular, para que el cable pueda desplazarse sobre sí mismo sin deformación. El cable no debe ser solidario al hormigón en los anclajes, para permitir la extracción por detrás de los anclajes del cable correspondiente.

#### **9.6. Conocimiento preciso de los esfuerzos reales introducidos en la estructura una vez puesta en carga**

### **10. INCONVENIENTES DEL PRETENSADO EXTERIOR**

#### **10.1. Vibración de los cables**

Para evitar vibraciones excesivas en los cables, que podrían dar origen a fenóme-

nos de fatiga, hay que limitar las longitudes libres, mediante elementos de sujeción que fijen los mismos.

Dado que el período propio fundamental de los cables se aproxima a los períodos principales de flexión de la estructura, conviene colocar dispositivos que bloqueen estas vibraciones.

Se recomiendan longitudes libres del orden de 10 m, condición que se cumple a poco que se consideren trazados trapezoidales con 2 ó 3 desviadores por vano.

#### **10.2. Esfuerzos de difusión en anclajes**

##### *10.2.1. Anclajes en diafragmas intermedios*

En el caso de un trazado interior, el pretensado se difunde en el hormigón, pero en un trazado exterior el esfuerzo se transmite, por rasante, al alma. La superficie de unión está sometida a esfuerzos tangenciales muy fuertes.

##### *10.2.2. Anclaje en los estribos*

Debido a la fuerte concentración de esfuerzos en los extremos, es frecuente la aparición de fisuras longitudinales en la losa inferior e incluso en la losa superior, de los puentes de concepción clásica. Ello lleva a pensar que, en el caso de pretensado exterior, estos esfuerzos, tan importantes en anclajes, darán lugar a fisuras a las que no cabe hacer frente más que con pretensado transversal. Es importante tener en cuenta que la seguridad de un trazado exterior se confía exclusivamente a los anclajes. Este parece un inconveniente importante, sólo solucionable con pretensado transversal.

##### *10.2.3. Anclaje en dovelas sobre pilas*

En fase constructiva provisional, aparecen esfuerzos de difusión muy importantes, a los que sólo se puede poner remedio con pretensado transversal o vertical o ambos a la vez.

### 10.3. Cálculo en rotura de la sección

Aquí reside la mayor diferencia entre un trazado clásico y un trazado exterior. Puesto que no hay adherencia entre acero y hormigón, la tensión en el cable es constante a lo largo del mismo. La predeformación del cable está evidentemente ligada a la deformación de la estructura, así como su variación de tensión.

#### • CABLE INTERIOR

Sea  $\Delta F$  la variación de tensión del cable en una sección cualquiera.

$$\Delta N = \Delta F \quad \Delta M = e \cdot \Delta F + \Delta M_{\text{ext}}$$

$$\Delta \delta u = \frac{\Delta F}{E_0 \cdot B_h} \quad \Delta \delta \omega = \frac{e \cdot \Delta F + \Delta M_{\text{ext}}}{E_0 \cdot I_h}$$

La variación de tensión del cable está ligada a la deformación de la sección por las ecuaciones siguientes:

$$\Delta F = A_p \cdot E_p \cdot (\Delta \delta u + \Delta \delta \omega \cdot e)$$

$$\Delta F = - A_p \cdot E_p \cdot \frac{e \cdot \frac{\Delta M_{\text{ext}}}{E_0 \cdot I_h}}{1 + \frac{A_p \cdot E_p}{E_0 \cdot B_h} + \frac{A_p \cdot E_p}{E_0 \cdot I_h} \cdot e^2}$$

#### • CABLE EXTERIOR

La variación de tensión del cable está ligada a la deformación de la estructura y se puede expresar de la forma siguiente:

$$\Delta F = - \frac{A_p \cdot E_p}{L} \int_0^L (\Delta \delta u + \Delta \delta \omega \cdot e) dx$$

Si consideramos constante la sección de la viga y cable rectilíneo:

$$\Delta F = - A_p \cdot E_p \cdot \frac{\frac{e}{E_0 \cdot I_h} \cdot \frac{1}{L} \int_0^L \Delta M_{\text{ext}} \cdot dx}{1 + \frac{A_p \cdot E_p}{E_0 \cdot B_h} + \frac{A_p \cdot E_p}{E_0 \cdot I_h} \cdot e^2}$$

La conclusión más importante que se puede extraer, a la vista de las ecuaciones anteriores, es que la variación de tensión de un cable interior es proporcional a la variación

de momento en la sección considerada, y la variación de tensión de un cable exterior es proporcional al valor medio de la variación de momento a lo largo de la viga.

En la tesis doctoral dirigida por M. Virlogeux (6), se estudia de forma exhaustiva el problema del cálculo en rotura de estructuras pretensadas exteriormente. Se analiza el comportamiento de un vano isostático teniendo en cuenta el comportamiento no lineal de los materiales y los efectos de segundo orden debidos a los desplazamientos de la estructura. Algunas de las hipótesis de trabajo son las siguientes:

1. Conservación de las secciones planas, incluso cuando plastifican los materiales.

2. Ausencia de deslizamiento relativo entre armaduras pasivas o activas inyectadas en el hormigón.

3. Adopción de dos modelos de fisuración: modelo clásico de fisuración repartida, para puentes hormigonados in situ y modelo de fisuración concentrada, para puentes por voladizos.

El planteamiento del problema se establece en los siguientes términos:

1. Principio de la fisuración repartida:

En el caso de trazados clásicos interiores al hormigón, la inyección asegura que la variación de deformación del acero de pretensado es igual a la del hormigón situado al mismo nivel. Se produce, pues, una sobretensión favorable de los aceros de pretensado, que contribuyen en rotura con su tensión permanente más la sobretensión correspondiente.

2. No aplicabilidad de este principio al pretensado exterior:

Debido a la ausencia de adherencia entre hormigón y acero, las sobretensiones de los cables están ligadas, no a los esfuerzos de la sección sino a la deformación global de la estructura. La tensión del cable es la misma entre dos puntos de sujeción.

3. Efectos de segundo orden:

Si no hay ningún desviador entre ancla-

jes, el cable permanece recto durante la deformación y aparecen importantes efectos de segundo orden. Si los cables están desviados mediante diafragmas, estos efectos son casi despreciables y puede asociarse su estudio al de un cable interior no inyectado.

#### 4. Deslizamiento de los cables en los desviadores:

Fenómeno que debe tenerse en cuenta y que puede aparecer bajo una carga que deforme la estructura.

#### 5. Principio de la fisuración concentrada:

En el caso de puentes construidos por voladizos sucesivos mediante dovelas prefabricadas y bajo cargas superiores a las admisibles, la estructura se deforma por apertura de las juntas entre dovelas y no mediante una fisuración uniformemente repartida. La sobretensión del cable exterior sigue dependiendo de la deformación global de la estructura; pero la de un cable interior inyectado depende de la apertura de la junta al nivel del cable.

### 10.4. Método de cálculo adoptado

Esta tesis doctoral plantea un método "paso a paso" del comportamiento de la estructura. El principio del método iterativo es el siguiente:

1. Se determina el alargamiento inicial de los diferentes cables presentes en la estructura.

2. Bajo el efecto de las cargas exteriores que dan lugar a los esfuerzos exteriores ( $N_{ext}$ ,  $M_{ext}$ ), se determinan las deformaciones ( $\delta u$ ,  $\delta \omega$ ) de la sección de cálculo, despreciando las sobretensiones de los cables exteriores al hormigón.

3. Se deduce de lo anterior una primera evaluación de la sobretensión de los cables exteriores y esto permite retomar el cálculo de las deformaciones ( $\delta u$ ,  $\delta \omega$ ).

Por iteraciones sucesivas, el cálculo converge por oscilaciones alrededor de la posición de equilibrio. En el caso de puentes por voladizo mediante dovelas prefabrica-

das, se modifica el proceso de cálculo iterativo, para representar la concentración de deformaciones en las dovelas.

### 10.4. Método de cálculo alternativo

En ausencia de un programa de cálculo que determine las sobretensiones de los cables exteriores, como consecuencia de la deformación global de la estructura, deben considerarse nulas estas sobretensiones. El cálculo de la sección en rotura pasa por considerar el axil de pretensado exterior como una acción exterior más.

### BIBLIOGRAFIA

1. POINEAU, D., "La réparation des ponts en béton précontraint". CURSO DE LA E.N.P.C. sobre Patología de puentes de hormigón.

2. MATHIVAT, J., "L'évolution récente des ponts en béton précontraint". A.I.P.C., Noviembre 1988.

3. COMBAULT, J., "Evolution et développement des ponts modernes à précontrainte totalment extérieure au béton". Revista TRAVAUX, suplemento al número de Enero de 1986.

4. VON HANS RIGENDINGER, C., "Ganterbrücke: Projekt und Ausführung". "Festschrift Christian MENN ZUM 60. Geburtstag", Institut für Baustatik und Konstruktion. Eidg. T.H. ZURICH.

5. JARTOUX, P., "La précontrainte extérieure, rétrospective d'une évolution". Revista TRAVAUX, suplemento al número de Enero de 1986.

6. AHMED M'RAD, "Calcul à la rupture des ponts à précontrainte extérieure au béton". Tesis Doctoral defendida el 22 de Octubre de 1984 y dirigida por M. VIRLOGEUX.

7. VIRLOGEUX, M., "La précontrainte extérieure". Journée d'étude A.F.P.C.-I.T.B.T.P., 25 de Noviembre de 1982. I.T.B.T.P. N° 420. Diciembre 1983.

8. MURCIA, J., "Análisis no lineal y comportamiento hasta rotura de estructuras

de hormigón pretensado con tendones no adherentes". *HORMIGON Y ACERO* N<sup>o</sup> 176, 1990.

9. NAAMAN, A. - BREEN, J. Editors, "External Prestressing in Bridges". ACI. SP-120, 1990.

10. IABSE SYMPOSIUM: "Concrete Structures for the Future". PARIS-VER-SAILLES, 1987.

## RESUMEN

En este trabajo, se intenta hacer una recopilación sobre los conceptos más importantes que relacionan la técnica del pretensado exterior con algunas tipologías innovadoras, en las estructuras de grandes puentes pretensados. Todo ello, a partir de las publicaciones de los ingenieros, principalmente franceses, que han contribuido a relanzar una técnica constructiva ya conocida, pero, que había permanecido olvidada.

Se presentan los puentes que denominamos "de trazado mixto" (voladizos sucesivos, empujados) en los que coexisten trazados de pretensado interior adherente, con pretensado exterior. Por otro lado, se presentan una serie de tipologías en las que la utilización del pretensado exterior es casi obligatoria: estructuras trianguladas y almas de chapas plegadas. La técnica del atirantamiento provisional para empuje de tableros se asocia con el llamado pretensado extradorsal, que no es más que un pretensado exterior en el que la excentricidad sobre apoyos se lleva al máximo, gracias a la construcción de desviadores exteriores al tablero. Se hace un repaso a las tipologías principales de cables exteriores y no se olvida una de las aplicaciones más importantes y extendidas: la reparación de estructuras.

Finalmente, se hace un pequeño repaso a las ventajas e inconvenientes que presenta esta técnica, haciendo hincapié en el problema del cálculo en rotura.

## SUMMARY

In this paper, the more important concepts of external prestressing which are related to the great bridges structures, are presented. All this taking into account papers published by french engineers mainly, who have contributed to the revival of a constructive technique already know, but up till now forgotten.

Bridges named as "mixed tendon lay-out" (Cantilever and Incremental Launching methods), in which classical bonded prestressed lay-out coexists with external prestressing, are presented. New typologies of bridges structures in which the use of external prestressing is almost inescapable are also presented: concrete lattice space frames and composite bridges with steel folded webs. The incremental launching method with provisional cable-stayed tower is related to external prestressing, which is only a external prestressing where the eccentricity on supports is lead to its greatest possible value, thanks to concrete deviators placed on the outside of the deck. The different ways of implementing external prestressing are discussed and one of the more extended applications of external prestressing is not forgotten: the post-tensioned repair of concrete structures.

Finally a review of advantages and disadvantages of external prestressing is presented with special reference to the ultimate-state design problem.

# MIEMBROS PROTECTORES DE LA ASOCIACION TECNICA ESPAÑOLA DEL PRETENSADO

(Continuación de Int. Portada)

- FOMENTO DE CONSTRUCCIONES Y CONTRATAS, S.A. (FCCSA).**—Federico Salmón, 13. 28016 Madrid.
- FORMIGONS GIRONA, S.A.**—Carretera C-250 de Girona a Sant Feliú de Guixols, Km. 4,3. 17242 Quart (Gerona).
- FREYSSINET, S.A.**—General Perón, 24. 28020 Madrid.
- GRACE, S.A.**—Apartado 523. 08080 Barcelona.
- HORMIGONES PROYECTADOS, S.A.**—Avda. Príncipe de Asturias, 63. 08012 Barcelona.
- HUARTE, S.A.—Oficina Técnica.**—Avda. General Perón, 40-C-4.º. 28020 Madrid.
- IBERDROLA, S.A. Servicio Formación.**—Referencia 3001. Gardoqui, 8. 48008 Bilbao.
- IBERDROLA, S.A. Servicio Formación.**—Referencia 8501. Gardoqui, 8. 48008 Bilbao.
- IBERICA DE ESTUDIOS E INGENIERIA, S.A. (IBERINSA).**—Avda. de Burgos, 11. 28036 Madrid.
- INDUSTRIAS GALYCAS, S.A.**—Portal de Gamarra, 46. 01013 Vitoria.
- INGENIERIA DEL ATLANTICO, S.A. (IDASA).**—Pérez Cepeda, 5 y 7. 15004 La Coruña.
- INSTITUTO ESPAÑOL DEL CEMENTO Y SUS APLICACIONES (IECA).**—José Abascal, 53-2.ª planta. 28003 Madrid.
- INSTITUTO TECNICO DE LA CONSTRUCCION, S.A.**—Avda. de Elche, 164. 03008 Alicante.
- INSTITUTO TECNICO DE MATERIALES Y CONSTRUCCIONES (INTEMAC).**—Monte Esquinza, 30. 28010 Madrid.
- INTERNACIONAL DE INGENIERIA Y ESTUDIOS TECNICOS (INTECSA). Biblioteca.**—Orense, 70. 28020 Madrid.
- JOSE ANTONIO TORROJA, OFICINA TECNICA, S.A.**—Príncipe de Vergara, 103. 28006 Madrid.
- MECANOGUMBA, S.A.**—Apartado 23. 08100 Mollet del Vallés (Barcelona).
- PACADAR, S.A.**—Hermosilla, 57. 28001 Madrid.
- PREFABRICACIONES Y CONTRATAS, S.A.**—Apartado 138. 36600 Villagarcía de Arosa (Pontevedra).
- PRETENSADOS DEL LOURO, S.A.**—Polígono Industrial Atios. 36400 Porriño (Pontevedra).
- PROYECTOS Y ESTRUCTURAS, S.A. (PROES).**—Padre Damián, 42-1º-D. 28036 Madrid.
- SENER, TECNICA INDUSTRIAL Y NAVAL, S.A.**—Avda. de Zugazarte, 56. 48930 Las Arenas (Vizcaya).
- SIKA, S.A.**—Carretera de Fuencarral, 72. Polígono Industrial. 28100 Alcobendas (Madrid).
- SOCIEDAD ESPAÑOLA DE ESTUDIOS PARA LA COMUNICACION FIJA A TRAVES DEL ESTRECHO DE GIBRALTAR, S.A. (SECEGSA).**—Estébanez Calderón, 3-1.º-A. 28020 Madrid.
- TECNICAS DEL PRETENSADO, S.A. (TECPRESA).**—Príncipe de Vergara, 135. 28006 Madrid.
- TREFILERIAS DEL NORTE, S.A.**—Carretera de Zorroza a Castrejana, 150. Apartado 590. 48080 Bilbao.
- TREFILERIAS QUIJANO, S.A.**—Fábrica de Forjas de Buelna. 39400 Los Corrales de Buelna (Cantabria).
- TRENZAS Y CABLES DE ACERO, S.A. (TYCSA).**—Monturiol, 5. 08210 Barberá del Vallés (Barcelona).
- VSL IBERICA, S.A.**—Paseo de la Castellana, 117-2.º-dcha. 28046 Madrid.

La Asociación Técnica Española del Pretensado se complace en expresar públicamente su agradecimiento a las Entidades citadas, por la valiosa ayuda que le prestan, con su especial aportación económica, para el desenvolvimiento de los fines que tiene encomendados.



**asociación técnica  
española del pretensado**