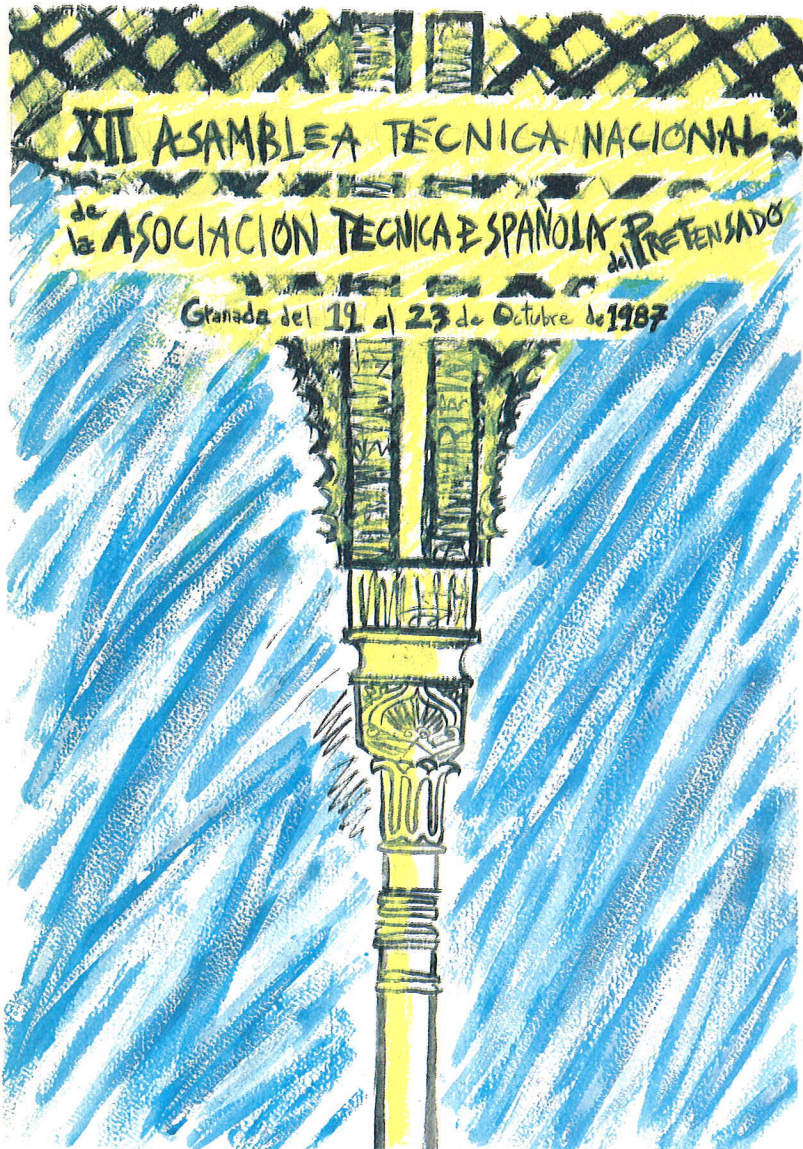


# hormigón



**y ACERO**

nº167

ASOCIACION TECNICA ESPAÑOLA DEL PRETENSADO  
DECLARADA DE UTILIDAD PUBLICA CON FECHA 4-3-77

INSTITUTO EDUARDO TORROJA DE LA CONSTRUCCION Y DEL CEMENTO (C.S.I.C.)  
APARTADO 19.002 - 28080 MADRID

## MIEMBROS PROTECTORES DE LA ASOCIACION TECNICA ESPAÑOLA DEL PRETENSADO

Dentro de nuestra Asociación existe una categoría, la de "Miembro Protector", a la que pueden acogerse, previo pago de la cuota especial al efecto establecida, todos los Miembros que voluntariamente lo soliciten. Hasta la fecha de cierre del presente número de la Revista, figuran inscritos en esta categoría de "Miembros Protectores" los que a continuación se indican, citados por orden alfabético:

- ACEROS Y TECNOLOGIA PARA LA CONSTRUCCION, S.A. (ATECSA).**— Pº de la Habana, 14. 28036 Madrid.
- AGROMAN EMPRESA CONSTRUCTORA, S.A.**— Raimundo Fernández Villaverde, 43. 28003 Madrid.
- AGRUPACION DE FABRICANTES DE CEMENTO DE ESPAÑA "OFICEMENT".**— Velázquez, 23. 28001 Madrid.
- ALVI, S.A. (PREFABRICADOS ALBAJAR).**— Orense, 10. 28020 Madrid.
- AUTOPISTAS, CONCESIONARIA ESPAÑOLA, S.A.**— Plaza Gala Placidia, 1. 08006 Barcelona.
- AZMA, S.A.**— Pº de la Habana, 16. 28036 Madrid.
- BIGUETES, S.L.**— Partida Altabix, s/n. 03000 Elche (Alicante).
- CAMARA, S.A.**— Apartado 180. 36080 Pontevedra.
- CARLOS FERNANDEZ CASADO, S.A.**— Grijalba, 9. 28006 Madrid.
- CEMENTOS MOLINS, S.A.**— C.N. 340, Km. 329,300. 08620 Sant Vicenç dels Horts (Barcelona).
- CENTRO DE ESTUDIOS Y EXPERIMENTACION DE OBRAS PUBLICAS (CEDEX).** Gabinete de Información y documentación.— Alfonso XII, 3. 28014 Madrid.
- CENTRO DE TRABAJOS TECNICOS, S.A., C.T.T., S.A.**— Aribau, 185. 08021 Barcelona.
- COLEGIO DE INGENIEROS TECNICOS DE OBRAS PUBLICAS.**— Miguel Angel, 16. 28010 Madrid.
- COLEGIO NACIONAL DE INGENIEROS DE CAMINOS, CANALES Y PUERTOS DE MADRID.**— Almagro, 42. 28010 Madrid.
- COLEGIO OFICIAL DE APAREJADORES Y ARQUITECTOS TECNICOS.**— Santa Eugenia, 19. 17005 Gerona.
- COLEGIO OFICIAL DE ARQUITECTOS DE MADRID. Biblioteca.**— Barquillo, 12. 28004 Madrid.
- COL. LEGI OFICIAL D'ARQUITECTES DE CATALUNYA.**— Plaça Nova, 5. 08002 Barcelona.
- CONSTRUCCIONES Y CONTRATAS, S.A.**— Federico Salmón, 13. 28016 Madrid.
- CUBIERTAS Y M.Z.O.V., S.A.**— Ayala, 42. 28001 Madrid.
- DRAGADOS Y CONSTRUCCIONES, S.A.**— Orense, 81. 28020 Madrid.
- EMESA-TREFILERIA, S.A.**— Apartado 451. 15080 La Coruña.
- EMPRESA AUXILIAR DE LA INDUSTRIA, S.A. (AUXINI).** Departamento Obras Especiales.— Padilla, 46. 28006 Madrid.
- ENAGA, S.A.**— Hermanos Fernández Calvajal, 31. 28023 Pozuelo de Alarcón (Madrid).
- ENTRECANALES Y TAVORA, S.A. Biblioteca.**— Juan de Mena, 8. 28014 Madrid.
- ESCUELA TECNICA SUPERIOR DE INGENIEROS DE CAMINOS, CANALES Y PUERTOS.**— Ciudad Universitaria. 28040 Madrid.
- ESTEYCO, S.A.**— Menéndez Pidal, 17. 28036 Madrid.
- ESTUDIOS Y PROYECTOS TECNICOS INDUSTRIALES, S.A. (EPTISA).**— Arapiles, 14. 28015 Madrid.
- EUROCONSULT, S.A.**— Apartado 99. 28700 San Sebastián de los Reyes (Madrid).
- FOMENTO DE OBRAS Y CONSTRUCCIONES, S.A. (FOCSA).**— Avda. General Perón, 36. 28020 Madrid.
- FREYSSINET, S.A.**— General Perón, 24. 28020 Madrid.
- GRACE, S.A.**— Apartado 523. 08080 Barcelona.
- HIDROELECTRICA DE CATALUÑA, S.A.**— Almogávares, 11 - 17. 08018 Barcelona.
- HISPANO-ALEMANA DE CONSTRUCCIONES, S.A.**— Capitán Haya, 51. 28020 Madrid.
- HORMIGONES GERONA, S.A.**— Lorenzana, 45. 17002 Gerona.
- HORMIGONES PROYECTADOS, S.A.**— Avda. Príncipe de Asturias, 63. 08012 Barcelona.

*(Continúa en el int. de contraportada)*

**ASOCIACION TECNICA ESPAÑOLA DEL PRETENSADO  
INSTITUTO EDUARDO TORROJA DE LA CONSTRUCCION Y DEL CEMENTO  
DEL CONSEJO SUPERIOR DE INVESTIGACIONES CIENTIFICAS**

**COMITE DE REDACCION**

Director:

PIÑEIRO, Rafael

Vocales:

ARENAS, Juan José  
BARREDO, Carlos  
CUVILLO, Ramón del  
CHUECA, Rafael  
ELICES, Manuel  
FERNANDEZ DE VILLALTA, Manuel  
FISAC, Miguel  
GONZALEZ VALLE, Enrique  
JODAR, Juan  
JULIA, Manuel  
LLOMBART, José Antonio  
MANTEROLA, Javier  
MARIA-TOME, Javier  
MORAN, Francisco  
MURCIA, Juan  
POZO VINDEL, Florencio J. del  
ROMERO, Rafael  
SANCHEZ GALVEZ, Vicente  
SIEGRIST, Carlos

Censores Técnicos:

JODAR, Juan  
MORAN, Francisco  
SANCHEZ GALVEZ, Vicente

SERVICIO DE ESTUDIOS  
ESPECIALES

# *hormigón y acero*

*n.º 167*

**2.º trimestre 1988**

**CUOTAS ANUALES**

CATEGORIAS	ESPAÑA	EXTRANJERO
Miembros "Personales" (personas naturales) .....	4.500,— ptas.	45,— dólares
Miembros "Colectivos" (personas jurídicas) .....	7.000,— ptas.	100,— dólares
Miembros "Protectores" (personas naturales o jurídicas que deseen prestar una ayuda económica especial a la A.T.E.P.) .....	12.000,— ptas.	200,— dólares

Ni la Asociación ni el Instituto, una de cuyas finalidades es divulgar los trabajos de investigación sobre la construcción y sus materiales, se hacen responsables del contenido de ningún artículo y el hecho de que patrocinen su difusión no implica, en modo alguno, conformidad con la tesis expuesta.

De acuerdo con las disposiciones vigentes, deberá mencionarse el nombre de esta Revista en toda reproducción de los trabajos insertos en la misma.

APARTADO 19.002 - 28080 MADRID - ☎ 202 04 40

Depósito Legal: M-853-1958  
Imprime: ACOR, S.A.- M. Hernández, 50 - MADRID  
ISSN: 0439-5689

# hormigón y acero n. 167

## índice

Pág.

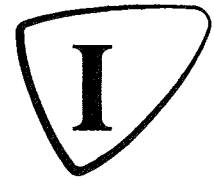
### COMUNICACIONES PRESENTADAS A LA XIIª ASAMBLEA TÉCNICA NACIONAL DE LA A.T.E.P.

#### Tema 1º "Investigaciones y Estudios" (Continuación)

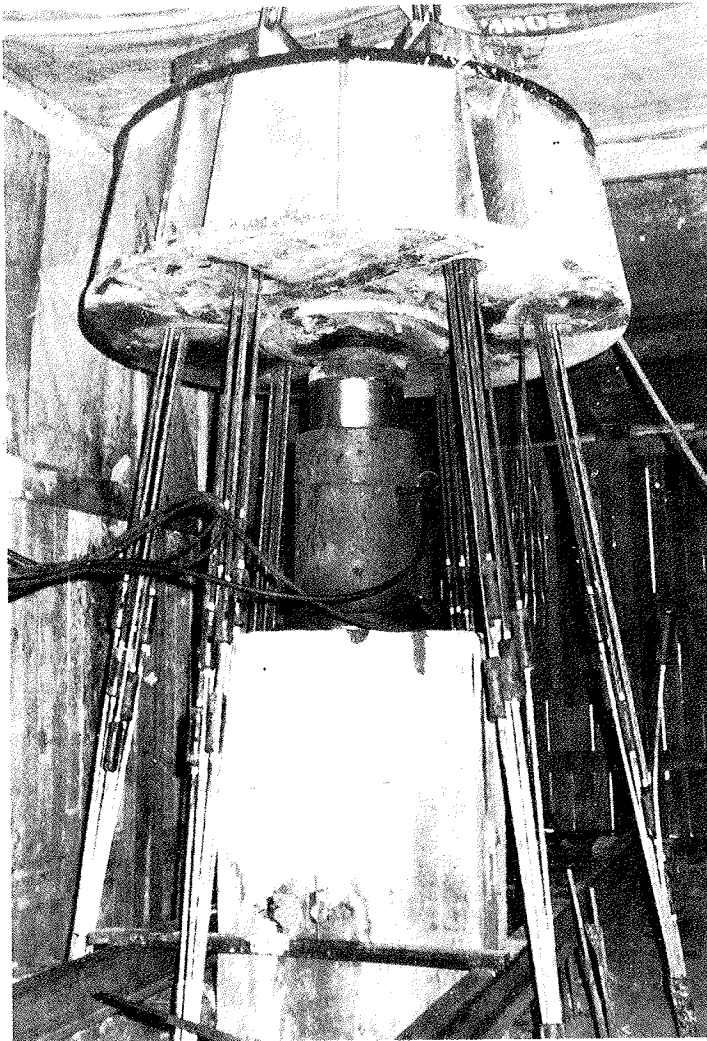
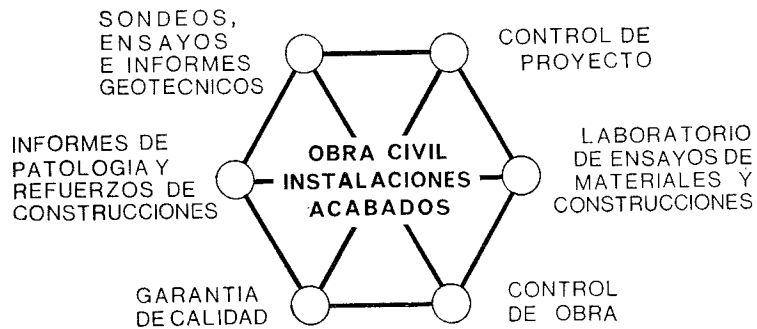
- |           |  |       |
|-----------|--|-------|
| 457-0-125 | <b>Anomalías en flexión-compresión y formas de evitarlas . . . . .</b><br>Anomalies dans la théorie de flexion-compression et forme de les éliminer.<br>Anomalies in the bending and compression theory and how to avoid them.<br><i>F. Morán.</i>   | 19-28 |
| 457-0-126 | <b>Selección de los esfuerzos más desfavorables para el cálculo de una sección . . . . .</b><br>Sélection des cas de charge dans le calcul des sections en béton armé.<br>Selection of the load cases in reinforced concrete cross-section design.<br><i>A. Recuero y F. Morán.</i>  | 29-38 |
| 457-0-127 | <b>Una representación geométrica de la red de fisuración en estructuras de hormigón para su aplicación en un modelo de análisis por el Método de los Elementos Finitos . . . . .</b><br>Une représentation géométrique de la réseau de fissuration dans les structures en béton armé pour son application dans un modèle d'analyse pour la méthode d'éléments finis.<br>A geometric representation of the cracking network for the finite element analysis of reinforced concrete structures.<br><i>M.A. Fernández Prada y P.F. Miguel Sosa.</i> | 39-43 |
| 457-0-128 | <b>Un modelo por el M.E.F. con fisuración discreta para el análisis de estructuras de hormigón . . . . .</b><br>Un modèle pour la méthode d'éléments finis avec fissuration discrète pour l'analyse des structures en béton.<br>A discret crack model for the analysis of concrete structures by the finite element method.<br><i>M.A. Fernández Prada y P.F. Miguel Sosa.</i>   | 45-54 |
| 457-0-129 | <b>Aspectos prácticos de la comprobación de flechas en forjados de edificación . . . . .</b><br>Aspects pratiques de la comprobation des flèches en planchers d'édification.<br>Practical aspects on the checking of deflection in building floors.<br><i>E. González Valle; J. Calavera Ruiz y J. Fernández Gómez.</i>  | 55-59 |
| 457-3-21  | <b>Criterios de dimensionamiento para losas de continuidad en tableros de vigas prefabricadas para puentes de carretera . . . . .</b><br>Des critères pour le dimensionnement des dalles de continuité en tabliers des poutres préfabriquées des ponts-routes.<br>Design criteria of continuity slabs for precast concrete beams decks of highway bridges.<br><i>A. López y M. Gullón.</i>   | 61-86 |

457-8-119	<b>El ensayo de despegue y las bandas de tolerancia de la fuerza de pretensado en edificios de contención de centrales nucleares</b> . . . . . L'essai de décollement et les bandes de tolerance de la force de précontrainte dans les enceintes de confinement pour réacteurs nucléaires. The liftoff test and the tolerance band of prestressing force in concrete containment structures. <i>A. Aguado; J.M. Velasco; A. Vives; J.J. Egozcue, y E. Mirambell.</i>	87-98
457-8-120	<b>La respuesta dinámica como método no destructivo de inspección y control de estructuras</b> . . . . . La réponse dynamique comme méthode no destructive d'inspection et control des structures. The dynamic response as a non destructive test for structures inspection and control. <i>J.R. Casas y A.C. Aparicio.</i>	99-119
457-8-121	<b>Resistencia a la helada de pilares de hormigón</b> . . . . . Résistance a la gelée des poteaux de béton. Resistance to frost in concrete columns. <i>A. Delibes Liniers; J. Fernández Gómez, y G. González Isabel.</i>	121-130
457-8-122	<b>Estudio experimental de juntas de hormigonado en estructuras de edificios</b> . . . . . Etude expérimental des joints de bétonnage dans les structures des bâtiments. Experimental study of joints in concrete structures of buildings. <i>J. Caffarena y J. Calavera.</i>	131-141
628-0-53	<b>Influencia de la orientación de las colonias de perlita en la corrosión bajo tensión de aceros eutectoides</b> . . . . . Influence de l'orientation des colonies de perlite sur la corrosion sous tension des aciers eutectoides. The influence of pearlite colony orientation on stress corrosion cracking of eutectoid steels. <i>A.M. Lancha y M. Elices.</i>	143-151
685-0-20	<b>Comportamiento del hormigón en fractura a muy bajas temperaturas</b> . . . . . Comportement en fracture du béton à tres basses températures. Behaviour of concrete at cryogenic temperatures. <i>P. Maturana; J. Planas, y M. Elices.</i>	153-161
	<b>Discusion del artículo "Pandeo con fluencia" de Eduardo Pedoja</b> . . . . . Discussion de l'article "Flambement avec fluage" de Eduardo Pedoja. Discussion of the paper "Buckling with creep" of Eduardo Pedoja. <i>J. Murcia.</i>	163-166
	<b>Respuesta del Autor</b> . . . . . Réponse de l'Auteur. Answer of the Author. <i>E. Pedoja.</i>	167-168
Portada:	Reproducción del Cartel anunciador de la XIIª Asamblea Técnica Nacional, que obtuvo el primer premio en el concurso al efecto celebrado, Autor: <i>Antonio Peña Molina.</i>	

# INTEMAC



## INSTITUTO TECNICO DE MATERIALES Y CONSTRUCCIONES



Prueba de carga  
de un pilote.

### MADRID

Oficinas:  
Monte Esquinza, 30 - 4º D  
MADRID-4  
Tels. (91) 410 51 58/62/66

### Laboratorio:

Carretera de Loeches, 7  
TORREJON DE ARDOZ  
Tels. (91) 675 31 00/04/08

### BARCELONA

Pasaje Busquets, 37  
CORNELLA DE LLOBREGAT  
Tels. (93) 377 43 58/62

**RELACION DE ENTIDADES QUE, EN LA FECHA DE CIERRE DEL PRESENTE NUMERO DE LA REVISTA, FIGURAN INSCRITAS, EN LA ASOCIACION TECNICA ESPAÑOLA DEL PRETENSADO, COMO "MIEMBROS COLECTIVOS".**

**ESPAÑA**

ALBISA, S.A.—Algeciras (Cádiz).  
ASOCIACION INGENYERS INDUSTRIALS DE CATALUNYA.—Barcelona.  
CAMARA OFICIAL DE COMERCIO, INDUSTRIA Y NAVEGACION.—Barcelona.  
CASTRO HERMANOS, S.L.—Mislata (Valencia).  
CENTRO DE ANALISIS Y DISEÑO DE ESTRUCTURAS, S.A.— Oviedo.  
CEYD TECNICA, S.A.— Oviedo  
CIISA "CONSULTING E INGENIERIA INT. S.A."— La Coruña.  
COLEGIO NACIONAL DE INGENIEROS DE CAMINOS, CANALES Y PUERTOS. Demarcación de Andalucía Oriental.—Málaga.  
COLEGIO NACIONAL DE INGENIEROS DE CAMINOS, CANALES Y PUERTOS. Demarcación de Galicia.—La Coruña.  
COLEGIO OFICIAL DE APAREJADORES Y ARQUITECTOS TECNICOS.— La Coruña.  
COLEGIO OFICIAL DE APAREJADORES Y ARQUITECTOS TECNICOS. Laboratorio de Ensayos.— Murcia.  
COLEGIO OFICIAL DE APAREJADORES Y ARQUITECTOS TECNICOS. Laboratorio de Ensayos.— Tarragona.  
COLEGIO OFICIAL DE ARQUITECTOS DE BALEARES.— Palma de Mallorca.  
COLEGIO OFICIAL DE ARQUITECTOS DE CANARIAS. Departamento de Laboratorios.— Santa Cruz de Tenerife.  
COLEGIO OFICIAL DE ARQUITECTOS VASCO-NAVARRO.—Bilbao.  
COMERCIAL Y COLOCADORA DE TEXSA, S.A.— Barcelona.  
CONFEDERACION HIDROGRAFICA DEL GUADALQUIVIR. Biblioteca.—Sevilla.  
CONTROLEX.—Alicante.  
CUBIERTAS Y M.Z.O.V., S.A.—Barcelona.  
DIRECCION DE CARRETERAS Y TRANSPORTE. Diputación Foral de Guipúzcoa. San Sebastián.  
DITECO, S.L.—Valencia.  
ESCOLA TECNICA SUPERIOR DE ARQUITECTURA. Universidad Politécnica de Barcelona.— Tarrasa (Barcelona).  
ESCUELA TECNICA SUPERIOR DE ARQUITECTURA.—Barcelona.  
ESCUELA TECNICA SUPERIOR DE ARQUITECTURA.— Madrid.  
ESCUELA TECNICA SUPERIOR DE ARQUITECTURA.—Sevilla.  
ESCUELA TECNICA SUPERIOR DE INGENIEROS AGRONOMOS. Biblioteca.—Córdoba.  
ESCUELA TECNICA SUPERIOR DE INGENIEROS INDUSTRIALES. Departamento de Teoría de Estructuras. Universidad de Zaragoza.—Zaragoza.  
ESCUELA UNIVERSITARIA DE ARQUITECTURA TECNICA.— Castro de Elviña (La Coruña).  
ESCUELA UNIVERSITARIA DE INGENIERIA TECNICA MINERA. Biblioteca.— León.  
ESCUELA UNIVERSITARIA POLITECNICA.— Burgos.  
ESCUELA UNIVERSITARIA POLITECNICA.— Córdoba.  
ESCUELA UNIVERSITARIA POLITECNICA DE MANRESA.—Manresa (Barcelona).  
EUROESTUDIOS, S.A.—Madrid.  
EXCELENTISIMO AYUNTAMIENTO DE GRANADA. Area de Obras Públicas e Infraestructura.—Granada.  
FERNANDEZ CONSTRUCTOR, S.A.—Madrid.  
FERROVIAL, S.A.— Madrid.  
FORJADOS DOL.— Esquivias (Toledo).  
FUNDACION DE LOS FERROCARRILES ESPAÑOLES.— Madrid.

GIJON E HIJOS, S.A.—Motril (Granada).  
 HORMADISA, S.L.—Puentecesures-Cordeiro (Pontevedra).  
 HORMIGONES GERONA, S.A.—Gerona.  
 INBADELCA, S.A.—Baracaldo (Vizcaya).  
 INCOSA.—Ponferrada (León).  
 INDUSTRIAS VEGGA, S.A.—Tarrasa (Barcelona).  
 INGENIERIA Y ECONOMIA DEL TRANSPORTE, S.A.— Centro de Documentación.— Madrid.  
 INSTITUT DE TECNOLOGIA DE LA CONSTRUCCIO DE CATALUNYA.—Barcelona.  
 INSTITUTO JUAN DE HERRERA.— Madrid.  
 INSTITUTO NACIONAL DE REFORMA Y DESARROLLO AGRARIO (IRYDA).— Madrid.  
 J. CASTRO MATELO, S.A.—Sigueiro (La Coruña).  
 JUNTA DE CASTILLA Y LEON.— Consejería de Fomento.— Valladolid.  
 JUNTA DE CASTILLA Y LEON.—Servicio de Obras Públicas.—Avila.  
 JUNTA DEL PUERTO DE VILLAGARCIA DE AROSA.—Villagarcía de Arosa (Pontevedra).  
 LA AUXILIAR DE LA CONSTRUCCION.—Santa Cruz de Tenerife.  
 LABORATORIO DE LA EDIFICACION.— Consejería de Obras Públicas.— Las Palmas de Gran Canaria.  
 LABORATORIO GEOCISA. Biblioteca.—Coslada (Madrid).  
 LABORATORIO DE INGENIEROS DEL EJERCITO.—Madrid.  
 LIBRERIA RUBIÑOS.—Madrid.  
 LUIS BATALLA, S.A. (LUBASA).—Castellón de la Plana.  
 MINISTERIO DE DEFENSA. DIRECCION GENERAL DE INFRAESTRUCTURA.— Madrid.  
 MINISTERIO DE DEFENSA. DIRECCION DE INFRAESTRUCTURA DEL MANDO SUPERIOR DE APOYO LOGISTICO DEL EJERCITO.—Madrid.  
 MINISTERIO DE OBRAS PUBLICAS Y URBANISMO.—DIRECCION GENERAL PARA LA VIVIENDA Y ARQUITECTURA, SUBDIRECCION GENERAL DE NORMATIVA BASICA Y TECNOLÓGICA.—Madrid.  
 MINISTERIO DE OBRAS PUBLICAS Y URBANISMO. SUBDIRECCION GENERAL DE ESTUDIOS ECONOMICOS Y TECNOLOGIA.—Madrid.  
 POSTENSA, S.A.—Bilbao.  
 PRAINSA.—Barcelona.  
 PREBETONG CANARIAS, S.A.—Santa Cruz de Tenerife.  
 PREFABRICADOS AGRICOLAS E INDUSTRIALES, S.A. (PRAINSA).—Zaragoza.  
 PREFABRICADOS DEL CEMENTO, S.A. (PRECESA).—León.  
 PREFABRICADOS DE HORMIGÓN, S.A. (CUPRE-SAPRE).—Valladolid.  
 PREFABRICADOS POUASA, S.A.—Santa Perpetua de Moguda (Barcelona).  
 PRODUCTOS DERIVADOS DEL CEMENTO, S.A. (HORTE).—Valladolid.  
 RODIO. CIMENTACIONES ESPECIALES, S.A.— Madrid.  
 RUBIERA, S.A.— León.  
 SERINCO, S.A.— Madrid.  
 SERVICIO MILITAR DE CONSTRUCCIONES.— Barcelona.  
 SOCIEDAD ANONIMA ESPAÑOLA TUBO FABREGA.—Madrid.  
 SOCIEDAD ESPAÑOLA DE AUTOMOVILES DE TURISMO (SEAT). Biblioteca.— Barcelona.  
 SPANDECK CATALANA, S.A.—Barcelona.  
 TECHOS ESPECIALES PREFABRICADOS, S.A. (TEPSA).—Tarrasa (Barcelona).  
 TECNOS, GARANTIA DE CALIDAD, S.A.—Madrid.  
 TEJERIAS "LA COVADONGA".—Muriedas de Camargo (Cantabria).  
 TELEFONICA.—Departamento Inmobiliario.—Madrid.  
 TERRATEST, S.A.—Madrid.  
 TIGNUS, S.A.—Valencia.  
 TUBERIAS Y PREFABRICADOS, S.A. (TYPSA).—Madrid.  
 UNIVERSIDAD CASTILLA - LA MANCHA.—Albacete.  
 UNIVERSIDAD POLITÉCNICA. Hemeroteca.—Valencia.  
 VIGUETAS MUBEMI.—Torrente (Valencia).



## EXTRANJERO

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE CIMENTO PORTLAND.—Sao Paulo (Brasil).  
CONSULAR. CONSULTORES ARGENTINOS ASOCIADOS.—Buenos Aires (Argentina).  
CONSULBAIRES. INGENIEROS CONSULTORES, S.A.—Buenos Aires (Argentina).  
LABORATORIO DE ENGENHARIA DE ANGOLA.—Luanda (República Popular de Angola).  
PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATOLICA DE CHILE. Dirección de Bibliotecas.—Santiago de Chile (Chile).  
PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATOLICA DEL PERU. Biblioteca Central.—Lima (Perú).  
SARET P.P.B. Cadre Technique.—Le Pontet (France).  
SCIENCE REFERENCE LIBRARY.—Londres (Inglaterra).  
UNIVERSIDAD DE LOS ANDES.—Biblioteca Integrada de Economía, Ciencias e Ingeniería. Dpto. de Selección y Adquisiciones. Mérida (Venezuela).  
UNIVERSIDAD CATOLICA DE QUITO. Biblioteca.—Quito (Ecuador).  
UNIVERSIDAD CATOLICA DE VALPARAISO. Biblioteca Central.—Valparaiso (Chile).  
UNIVERSIDAD DE PUERTO RICO. Biblioteca.—Mayagüez (Puerto Rico).  
UNIVERSIDAD TECNICA FEDERICO SANTA MARIA.—Biblioteca Central. Valparaiso (Chile).

## MIEMBRO CORRESPONDIENTE

ASOCIACION BOLIVIANA DEL PRETENSADO (A.B.P.).—La Paz (Bolivia).

\* \* \*

## AVISO IMPORTANTE

### DISCUSION DE LOS ARTICULOS ORIGINALES PUBLICADOS EN LA REVISTA “HORMIGON Y ACERO”

Todos los artículos originales que se publican en “Hormigón y Acero”, quedan sometidos a discusión y al comentario de nuestros lectores. La discusión debe limitarse al campo de aplicación del artículo, y ser breve (cuatro páginas mecanografiadas a doble espacio, como máximo, incluyendo figuras y tablas).

Debe tratarse de una verdadera discusión del trabajo publicado y no ser una ampliación o un nuevo artículo sobre el mismo tema; el cual será siempre aceptado para su publicación en nuestra Revista, pero con tal carácter.

Debe ofrecer un interés general para los lectores. De no ser así, se trasladará al autor del artículo al que se refiera, para que la conteste particularmente.

Los comentarios deben enviarse, por duplicado, a la Secretaría de la A.T.E.P., Apartado 19.002, 28080 Madrid, dentro del plazo de tres meses contados a partir de la fecha de distribución de la Revista.

El autor del artículo cerrará la discusión contestando todos y cada uno de los comentarios recibidos.

Los textos, tanto de las discusiones y comentarios como de las contestaciones de los autores de los correspondientes artículos, se publicarán conjuntamente en una Sección especial que aparecerá en las últimas páginas de la Revista.

# Normas que deben cumplir los artículos que se envían para su publicación en "Hormigón y Acero"

## 1. CONDICIONES GENERALES

Los originales de los artículos que se desee publicar en "Hormigón y Acero", se enviarán a la Secretaría de la ATEP. Deberán cumplir rigurosamente las normas que a continuación se especifican. En caso contrario, serán devueltos a sus Autores para su oportuna rectificación.

Los que cumplan los requisitos exigidos pasarán al Comité de Redacción de la Revista el cual, previo informe y evaluación de su calidad por el correspondiente Cuerpo de Censores, decidirá si procede o no su publicación, sugiriendo eventualmente al Autor los cambios que, en su opinión, deben efectuarse para su final publicación en "Hormigón y Acero". Toda correspondencia en este sentido se mantendrá directamente con el Autor o primero de los Autores que figuren en el Artículo.

Los originales que por cualquier causa no fueran aceptados serán devueltos al Autor.

## 2. PRESENTACION DE ORIGINALES

Los originales se presentarán mecanografiados a doble espacio, por una sola cara, en hojas tamaño UNE A4.

### 2.1. Título

El título, *en español, francés e inglés* deberá ser breve y explícito, reflejando claramente el contenido del artículo. A continuación se hará constar nombre y apellidos del Autor o Autores, titulación profesional y, si procede, Centro o Empresa en el que desarrolla sus actividades.

### 2.2. Resumen

Todo artículo deberá ir acompañado de un resumen, *en español e inglés*, de extensión no inferior a cien palabras (unas ocho líneas mecanografiadas) ni superior a ciento cincuenta palabras (doce líneas).

### 2.3. Gráficos y figuras

Los gráficos y figuras deberán ir numerados correlativamente en el orden en que se citen en el texto, en el cual deberá indicarse el lugar adecuado de su colocación.

Se presentarán delineados en tinta china negra sobre papel vegetal o sobre papel blanco, o en reproducibles de muy buena calidad. Todas las figuras llevarán su correspondiente pie explicativo.

Los rótulos, símbolos y leyendas deberán ser tales que, tras su reducción a la anchura de una o dos columnas de la Revista (setenta y dos o ciento cincuenta mm, respectivamente) queden letras de tamaño no inferior a 1,5 mm y sean, en todo caso, fácilmente legibles.

### 2.4. Fotografías

Se procurará incluir sólo las que, teniendo en cuenta la reproducción, sean realmente útiles, claras y representativas. Podrán presentarse en copias de papel opaco negro o en color, en negativo, o en diapositivas. Se tendrán en cuenta las normas sobre tamaño de rótulos y leyendas dadas en el punto 2.3 anterior. Irán numeradas correlativamente y llevarán su correspondiente pie explicativo.

### 2.5. Tablas y cuadros

Cumplirán las proporciones y dimensiones indicadas para las figuras. Llevarán numeración correlativa, citada en el texto, y un pie con la explicación adecuada y suficiente para su interpretación directa.

### 2.6. Unidades

Las magnitudes se expresarán, preferiblemente, en unidades del Sistema Internacional (S.I.) según las UNE 5001 y 5002.

### 2.7. Fórmulas, letras griegas, subíndices y exponentes

En las fórmulas se procurará la máxima calidad de escritura y emplear las formas más reducidas siempre que no entrañen riesgo de incomprensión. Para su identificación se utilizará, cuando sea necesario, un número entre paréntesis a la derecha de la fórmula.

Se cuidará especialmente que todas las letras griegas, subíndices y exponentes resulten perfectamente identificables, procurando evitar los exponentes complicados y letras afectadas simultáneamente de subíndices y exponentes.

Cualquier expresión que, por su complejidad, pueda dar lugar a interpretaciones equivocadas, se presentará manuscrita. Se diferenciarán claramente mayúsculas y minúsculas y aquellos tipos que puedan inducir a error (por ejemplo, la  $\ell$  y el 1; la O y el cero; la K y la k, etc.).

### 2.8. Referencias bibliográficas

Las referencias bibliográficas citadas en el texto se recogerán al final del mismo dando todos los datos precisos sobre la fuente de publicación, para su localización.

Las citas en el texto se harán mediante números entre paréntesis. En lo posible, se seguirán las normas internacionales utilizadas generalmente en las diversas publicaciones, es decir:

#### Referencias de artículos publicados en revistas

Apellidos e iniciales del Autor o Autores; título del artículo; nombre de la publicación; número del volumen y fascículo; fecha de publicación, y número de la primera y última de las páginas que ocupa el artículo al que se refiere la cita.

#### Referencias de libros

Apellidos e iniciales del Autor o Autores; título del libro; edición; editorial, y lugar y año de publicación.

## 3. PRUEBAS DE IMPRENTA

De las primeras pruebas de imprenta se enviará una copia al Autor para que, una vez debidamente comprobadas y corregidas, las devuelva en el plazo máximo de quince días, con el fin de evitar el riesgo de que la publicación de su artículo tenga que aplazarse hasta un posterior número de "Hormigón y Acero".

En la corrección de pruebas no se admitirán modificaciones que alteren sustancialmente el texto o la ordenación del artículo original.



*“Al construir puentes podemos sentir los ríos como nuestras propias venas y al mismo tiempo, incorporamos a nuestra intimidad la canción del agua que pasa por debajo de todos nuestros puentes, agua que seguirá pasando cuando nuestro cuerpo retorne a la tierra”.*

Carlos Fernández Casado

#### CARLOS FERNANDEZ CASADO

- 1905 Nace en Logroño el 4 de marzo.
- 1924 Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos.
- 1926 Ingeniero de Radiotelegrafía en “Ecole Supérieure d’Electricité de París”.
- 1927 Ingeniero de Telecomunicación en España.
- 1929 Profesor del cursillo de Faros y Señales Marítimas. Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos de Madrid.
- 1932 Ingeniero Consultor de la empresa Huarte y Cía.
- 1944 Licenciado en Filosofía y Letras, sección Historia.
- 1961 Catedrático de Puentes en la Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos de Madrid.
- 1973 Licenciado en Derecho.
- 1976 Académico de número de la Real Academia de Bellas Artes de San Fernando de Madrid.
- 1978 Medalla de la F.I.P. (Federación Internacional del Pretensado), Londres. Mayo, 1978.
- 1988 Muere en Madrid el 3 de mayo.

#### PERSONALIDAD Y OBRA DE CARLOS FERNANDEZ CASADO

El profesor Carlos Fernández Casado acabó la carrera de Ingenieros de Caminos en 1924 a los 19 años de edad y la carrera de Ingeniero de Telecomunicación en 1927, carrera que nunca ejerció, salvo algún trabajo inicial de escasa importancia (Estudio de Radiofaros). El se sentía dotado y vocado para la Ingeniería Civil y sus primeros trabajos profesionales los realiza en Andalucía, donde se traslada a vivir, concretamente a Granada, en 1926.

En Granada participa en el movimiento vanguardista del grupo “gallo”, que capitaneaba Federico García Lorca, y en el acto de la noche del 28 de octubre de 1928, donde junto a Federico intervienen otros poetas y escritores, D. Carlos expone por primera vez, a los 23 años, los primeros conceptos de lo que para él es la ingeniería, en su intervención: *Ingeniero: Maquinismo y Arquitectura*.

D. Carlos estaba formado en la cultura racionalista que gobierna el pensamiento europeo de van-

guardia de aquella época. Han pasado ya los impactos de la primera revolución industrial. El hombre se ha acostumbrado a ver las fábricas, las estaciones, los puentes en los que la estructura aparece desnuda, sin adornos, fruto de una concepción en que se ve a las cosas libres de connotaciones culturales de otros tiempos.

Toda nuestra cultura edificatoria, sea cual sea el signo que adopte, proviene de ese movimiento cultural de exaltación de lo técnico a la categoría de arte.

D. Carlos, en una faceta que siempre le caracterizó, la de saber ver, la de distinguir entre lo importante y lo superfluo, se adhiere a este movimiento, cuyas noticias son vagamente vislumbradas en España. Despojar a las cosas de lo superfluo, descubrir su esencia, su estructura y manifestarla en toda su pureza es la nueva manera de ver. En su intervención en la noche de "gallo" D. Carlos dice, entre otras cosas, "la arquitectura del ingeniero arraiga en lo cósmico, forzándole a una actitud ascética ante la naturaleza, contención estoica frente al atractivo de lo superfluo; actitud no intemporal, pero sí independiente de las modas".

En estas palabras hay algo más que lo preconizado por el racionalismo y que será uno de los "leit motiv" de la vida intelectual de D. Carlos. Me refiero a lo cósmico, al sentimiento del hombre unido a la naturaleza, en identidad física y espiritual, que actúan en conjunto para transformarse o, como dice en la misma noche de "gallo", "el ingeniero ha llegado a ser el agente geomórfico por excelencia".

Esto le llevó a una concepción metafísica de la ingeniería, si se me permite la expresión. La fuerza motriz del pensamiento metafísico ha sido el intento de mirar las cosas como un todo, de presentar un esquema unificado dentro del cual la amplia diversidad de cosas de nuestra experiencia pudiera explicarse.

Y D. Carlos ordena pronto sus conceptos racionalistas con el mundo de sus experiencias personales al ponerse en contacto con la naturaleza o con los ríos, con los puentes realizados por los que le precedieron. Descubre que la estructura que resiste en un puente encuentra su similitud en el hombre, la resistencia de un pilar con la de sus huesos, la tensión de sus músculos con la del acero y esa similitud le lleva a considerar como natural lo que el hombre hace. Inserta la obra del ingeniero en un proceso cosmológico.

D. Carlos dice "Nuestro aparato sensorial está organizado en una estructura como las del mundo físico. Incluso nuestra psique ocupa, por circunscripción, un espacio físico, el de nuestro propio cuerpo. Estamos sometidos a la gravitación universal y cualquier acto, por muy espiritual que sea, requiere un gasto de energía. Sentimos la presión

de nuestra sangre en las venas, el ritmo de nuestra respiración, lo que nos conjuga con el ritmo de los días y las noches, el de las estaciones, el fluir de los ríos y la alternancia de las mareas. Al construir puentes podemos sentir los ríos como nuestras propias venas y, al mismo tiempo, incorporamos a nuestra intimidad la canción del agua que pasa por debajo de todos nuestros puentes, agua que seguirá pasando cuando nuestro cuerpo retorne a la tierra. En definitiva, al ser extensos, temporales y noérgicos, participamos del acontecer cósmico, en cuyo dar de sí se instala nuestra obra".

La concreción de esta dimensión cósmica le lleva a decir en su *Teoría del Puente* "es preciso ahondar en el significado de lo económico como categoría ingenieril y encontramos que la aspiración de economizar que por un lado apunta hacia una meta de lucro, es decir, de lo ventajoso materialmente, en lo más profundo consiste en causar la mínima alteración de las condiciones materiales como compromiso en nuestra relación con las cosas. Necesitamos de ellas y tenemos que utilizarlas, pero el árbol arrancado del bosque, para convertirlo en madera, nos impone la obligación de utilizar ésta al máximo". "Que se arranque lo menos posible de mineral de la mina, que la menor cantidad de piedra y arena se desvíen de su proceso evolutivo, que se consuma el mínimo de combustible en los transportes y se introduzcan las menos ideas nuevas en el paisaje".

Cuando D. José Ortega le dice que la naturaleza no hace locomotoras, D. Carlos contesta que, si la naturaleza las necesitase las fabricaría, y de hecho lo hace a través de una de sus manifestaciones vivas que es el hombre.

Se podrá estar o no de acuerdo con esta manera de pensar; en lo que sí se tiene que estar de acuerdo es en que, desde esta manera de pensar, el cuidado que se pone al actuar sobre la naturaleza, como sobre las cosas, es extremo.

Es muy especial su relación con los ríos desde que en sus primeros años y en Logroño sintió "el vértigo de los ríos, fugitivos de sus cauces..." y es constante su referencia a ellos a través de espléndidas metáforas tomadas de la poesía y filosofía.

"Nuestras vidas son los ríos..."

"No es posible atravesar dos veces el mismo río..."

"Todo fluye como los ríos..."

Se podría pensar que su relación íntima con los puentes a lo largo de toda su vida no es sino la necesidad de vencer ese vértigo que desde la infancia le producen los ríos y que le vence instalando e instalándose sobre ellos con algo que permanece.

Racionalizando este hecho D. Carlos escribió, en su discurso de ingreso en la Academia de Bellas

Artes de San Fernando, "si este paisaje tiene un río y vamos a imponerle un puente, los datos que necesitamos son: la geometría del cauce, el régimen hidráulico desde estiajes hasta máximas avenidas, la geotecnia del terreno donde vamos a cimentar sus pilas y el proceso geomórfico que acontece en aquella zona del río".

"Estrictamente, necesitamos estos datos en la zona de encuentro río-camino; pero el estudio de la geomorfología nos lanza hacia el pasado del río para averiguar cómo ha sido su evolución natural, cómo ha ido conformando su propio lecho".

"Además, el cálculo de sus caudales es una incitación a remontar el curso del río, a descubrir que otros puentes romanos, medievales, renacentistas, etc. quedan alineados en la misma corriente y que otros hombres nos han precedido en análoga tarea. Así, del conocimiento del río en la zona de cruce y en la actualidad, que es lo que satisfaría al simple técnico, podemos pasar a la meta más ambiciosa del ingeniero, que es poseer la intuición completa del río, intimando con él para llegar por este camino al amor que nos humaniza. Decía Leonardo 'Il grande amore nasce de la grande cognitione de la chosa che si ama' y este gran amor legitima el fruto material de nuestra relación con las cosas".

Pero volvamos a su biografía que nos viene dada a través de lo ya adelantado de su pensamiento. Desde el principio vio la necesidad de llenar dos lagunas que la carrera de Ingeniero no colma. Estudia la carrera de Filosofía y Letras, en la especialidad de Historia, que termina en Madrid en 1944. La segunda corresponde a sus estudios de filosofía, disciplina que no abandonará en su vida, siendo primero alumno de Ortega y después y, como él mismo se reconoce, siendo discípulo de Zubiri, con quien le unió una entrañable amistad hasta que éste murió.

Y es lógico que esto fuese así. La filosofía y sobre todo el pensamiento metafísico de los presocráticos, de Platón y Aristóteles, le es necesario a su sistema conceptual, necesitado de sentar un sistema de referencias que lo englobase todo. Esto explica, además de por razones biológicas, su mucho más estrecha relación con Zubiri, que ha representado el pensamiento metafísico de la España contemporánea.

En cuanto a cursar la carrera de Historia y terminarla, responde a dos notas distintas: una actitud y una vocación personal. La actitud corresponde a algo que D. Carlos hizo a lo largo de toda su vida. Cuando hay que hacer una cosa, hay que hacerla bien y, además, terminarla y nada mejor para vehicularse en la historia y la arqueología que cursar esa carrera como primer paso.

La vocación histórica de D. Carlos es consecuencia de su propio planteamiento integral de la

ingeniería. Para conocer los puentes hoy, es necesario conocer su historia, lo que va a constituir una segunda rama paralela a la de constructor de puentes y estructuras, la de historiador de la ingeniería en general y de la ingeniería romana en particular.

A las obras romanas en España D. Carlos dedicó gran parte de su vida, acudiendo a archivos, donde pasaba horas y horas recogiendo todos los vestigios históricos que pudiese haber sobre ellas, acudiendo después a los puentes o acueductos, analizándolos, midiéndolos, descubriendo la forma de sus fábricas, la trabazón de sus piedras en las distintas épocas de la historia romana.

Esto le llevó a realizar un estudio profundo del resto de las obras romanas extendidas por el mundo, especialmente las de Italia.

Estudió la cultura romana en general y, por consiguiente, lo que para él es la fuente de la romana y a la que apreciaba mucho más, la griega, lo cual encaja en esa especial predilección por su filosofía. D. Carlos fue un enamorado de todo lo griego, pero siempre dijo que su particular manera de entender la realidad les imposibilitaba para ser buenos ingenieros. Los romanos, guiados por su afán de conquistas, su necesidad de estructurar los paisajes y facilitar el acceso de sus legiones, establecieron una impresionante red de caminos, puentes, acueductos, presas. Eran unos excelentes ingenieros.

Como fruto de la dedicación a la historia de las obras romanas están sus tres libros, *Los Puentes Romanos*, *Los Acueductos Romanos* y *Las Obras Hidráulicas Romanas*, además de multitud de artículos en revistas históricas, estéticas y de arqueología. Como colofón a esta dedicación al mundo romano, dirigió la restauración del Acueducto de Segovia.

Sintió especial debilidad por el puente de Alcántara, en Cáceres, del que llegó a decir "que nadie construya en España sin haber pasado antes por Alcántara" y le gustaba repetir el poético gesto del rey D. Alfonso V de Portugal, levantando el cerco de Alcántara al enterarse de que los españoles iban a cortar el puente, diciendo al duque de Villahermosa, que la defendía por parte de los Reyes Católicos, 'que no le quebrasen, que él rodearía porque edificio tal no se gastase, pues no quería el reino de Castilla con aquel edificio menos'.

Al resto de la historia de las obras públicas y de los puentes en particular le dedicó también mucha atención, recorriendo todos los caminos en pos de puentes románicos, góticos, renacentistas, barrocos, neoclásicos, etc. Escribió largamente sobre el puente de Segovia de Herrera, sobre el de Toledo de Rivera, amó especialmente el puente de Carlos V sobre el Tajo, en la carretera de Extremadura a Madrid.

Todas estas manifestaciones de su personalidad se deslizan paralelas a lo que será la principal actividad de su vida, la de ingeniero de su tiempo dedicado principalmente al campo de las estructuras y de los puentes.

### **PUENTES DE ALTURA ESTRICTA (1930 a 1956)**

Los puentes de altura estricta son una serie de puentes normalizados para su utilización en los casos más frecuentes que se presentan en los ríos españoles. La elaboración de esta colección absorbió muchas horas de la vida de Carlos Fernández Casado en la primera época de su actuación profesional, entre los años 1930 a 1940, consiguiendo que se aprobasen oficialmente en mayo de 1936 y en 1939.

De esta colección se han realizado más de 50 puentes, tanto por su autor como por otros ingenieros y constituye, a nuestro entender, uno de los más claros logros de la ingeniería de aquellos años.

Y esto por un doble motivo: El primero, general; es uno de los primeros intentos y logros de normalizar los puentes, con luces variando entre los 7 y los 30 m, cuando aún el país estaba muy lejos de plantearse dicho tipo de problemas. El segundo, particular; representa como pocas obras una idea muy querida por Fernández Casado, la idea de lo estricto.

Situados en la época del hormigón armado, el diseño recoge la estructura adintelada en su más clásica acepción. La forma y proporciones se adecúan en condiciones exactas a la distribución de los esfuerzos y a la simplicidad de ejecución, dando lugar a obras estrictas. En palabras suyas, "en el paso de los datos de la realidad por el crisol de la idea, tuvimos ocasión de purificarlas de todo lo accidental, y ésta es la significación de lo estricto, aunque aparentemente califique sólo a la altura de nuestros puentes".

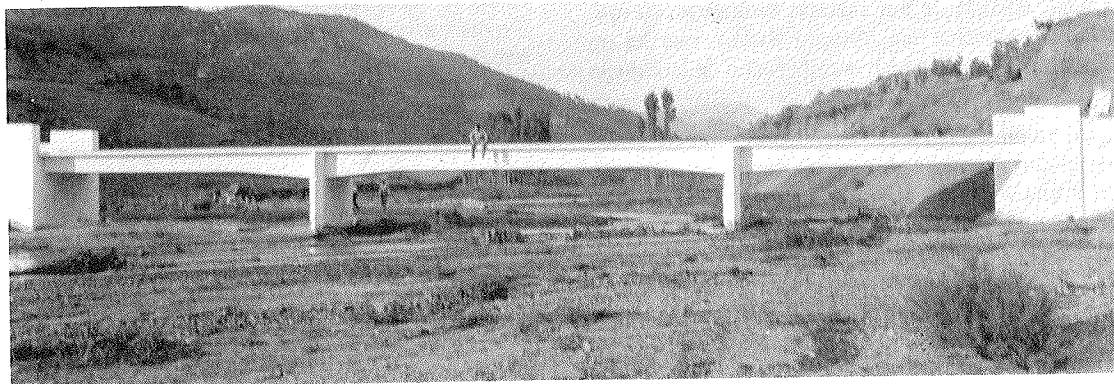
Contemplar estos puentes en la actualidad supone un verdadero examen de conciencia para todos aquellos que nos dedicamos a estas tareas. Sometidos tanto a los caprichos personales como a las exigencias de un mercado duro y exigente, son muy pocos los capaces de realizar un esfuerzo de contención en aras de una profundización en la esencia de las cosas. Unas veces nos contentamos con la brillantez, el efectismo, la originalidad, justificando las formas desde fuera de ellas mismas, en un afán de seducir en lugar de convencer. En otras somos incapaces de encontrar la forma de la estructura, acudiendo a patrones más o menos comunes, que la convierten en tosca y bárbara.

No somos de los que creen que la forma de los puentes sea una, como si respondiese a una organización formal propia y matemática; muy al contrario, la historia del puente lo demuestra, la formalización de cualquier objeto está sujeta a las variaciones sociales, ideológicas, técnicas y estéticas. Pero en todos aquellos en los que nos reconocemos, subyace el espíritu de vuelta al interior de su creador, hasta encontrar el código que estructura su posibilidad de comunicación y hace vivir como suya la realidad de sus puentes.

Construidos hace veinte, treinta o cuarenta años, los puentes de altura estricta responden a la idea racionalista de Mies Van der Rohe "Menos es más".

### **PREFABRICACION DE NAVES INDUSTRIALES (1940-1960)**

En planteamiento paralelo al de la normalización de puentes, aunque un poco posterior en el tiempo, hacia el principio de la década de los años 40, Fernández Casado, junto con la empresa constructora Huarte y Cía., se dispusieron a acometer la prefabricación de viviendas y edificios en general. Después de varios intentos, la prefabricación



Puente de Guadalimar. Año 1934.

de viviendas fracasó debido a que las condiciones económico-sociales de la época no permitieron su desarrollo; sin embargo, la prefabricación de naves industriales fue un completo éxito, dado que desde 1942, en que se realizó la cubierta de la Escuela de Ingenieros de Montes, hasta el año 1959 se prefabrican más de 300.000 m<sup>2</sup> en unas 20 factorías de diverso tipo.

La tipología desarrollada fue muy diversa, dependiendo de las condiciones funcionales requeridas. Tenemos, en primer lugar, las cubiertas que utilizan el arco atirantado como elemento sustentante principal, dispuesto transversalmente al eje longitudinal de la nave, y sobre el que se apoya un conjunto de viguetas de hormigón armado. Estas se distribuyen de diferente manera, según sean las condiciones de iluminación de la nave. Su soporte está constituido por pilares de hormigón armado realizados in situ. De entre las realizaciones de este tipo podemos destacar los talleres de calderería, mecánica, fundición y laminación de Ensidesa y la estación de trolebuses de Madrid (1950-1951).

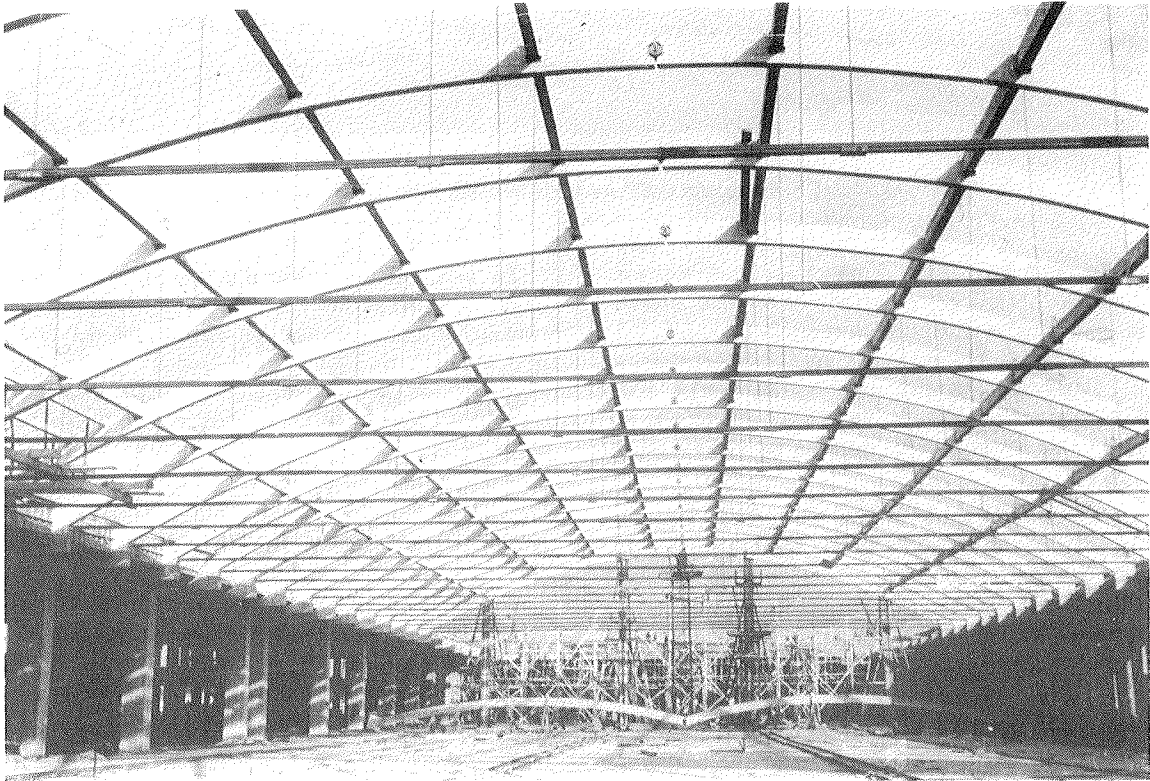
Las cubiertas en "dientes de sierra" se desarrollaron en diferentes prototipos. Tenemos en primer lugar las vigas de celosía distribuidas en dirección longitudinal de la nave, como las naves de Pacífico, de Huarte y Cía., construidas en 1948. La morfo-

logía pasó a disponer la estructura principal en dirección transversal a la nave, en forma de celosías o vigas Vierendel, donde se disponía el lucernario, sobre las cuales se colocaban viguetas longitudinales prefabricadas.

En la Metalurgia de Santana, de Linares, la prefabricación fue total, tanto en pilares como en vigas, estableciéndose una disposición aporticada situada en dirección longitudinal a la nave. Su morfología exterior corresponde también al "diente de sierra".

Por último, conviene reseñar la cubierta de la fábrica de Intelhorce, en donde se utilizaron por primera vez vigas en celosía, continuas, de dos vanos. Su soporte está formado por pilares de hormigón armado realizados in situ.

Son muchos más los elementos prefabricados que se realizaron en esas fábricas: placas, vigas de puente-grúa en número de 4.160 para las factorías de Avilés, distintos tipos de cerchas, etc.; pero quede esta escueta reseña como muestra del enorme esfuerzo realizado en una época en que no existía nada de esto en nuestro país. Este tipo de construcciones ha pasado, desde hace años, a fábricas especializadas, que han desarrollado el proceso grandemente.

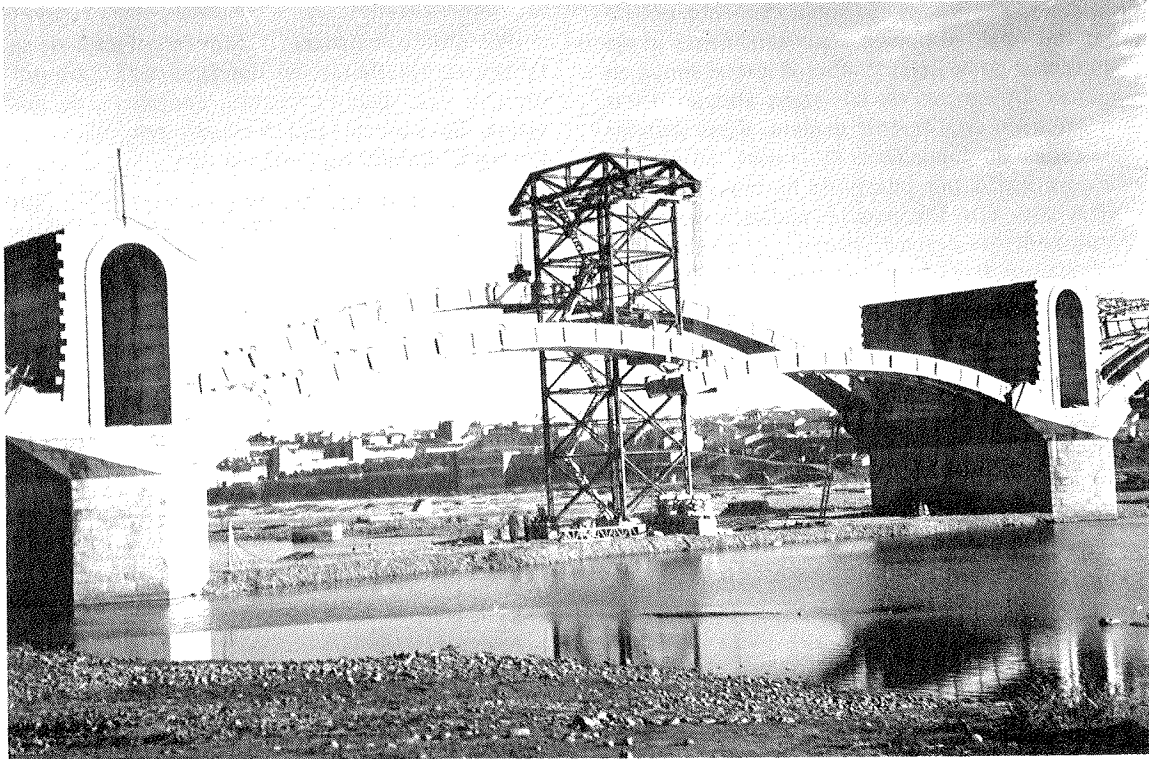


Estación de Trolebuses de Madrid. Año 1950.

## PUENTES EN ARCO

Durante bastantes años, después de nuestra guerra civil, sufrimos en España una carestía importante de materiales metálicos. Fernández Casado recurrió entonces a utilizar la forma arco para resolver estructuralmente el vano con esfuerzos de compresión y evitar así, en lo posible, el uso del acero.

soporte el arco prefabricado y colaborando con él en situación de servicio. Son varias las realizaciones llevadas a cabo por este procedimiento, como el Puente de Mérida (1959), con ocho arcos de 60 m de luz; el puente sobre el aliviadero del Pantano de Cubillas, o el más importante de todos, el puente sobre el río Caudal, en Mieres, de 70 m de luz.



Construcción del Puente de Mérida. Año 1959.

Sin embargo, esta forma estructural, extraordinariamente eficaz en período de servicio, presenta un inconveniente grave durante su construcción, ya que no funciona hasta que está terminada. El evitar las grandes cimbras necesarias para su construcción ha sido un reto continuo a la inventiva de los ingenieros durante las últimas décadas.

Fernández Casado utilizó en primer lugar un procedimiento español, la autocimbra de Rivera, para la construcción de los acueductos de Najerillas. Sin embargo, pronto desarrolló un procedimiento de construcción de puentes utilizando su experiencia en la construcción de naves industriales.

Estableció una estructura evolutiva formada por arcos prefabricados de poco peso que se montaban mediante grúas y torres. Sobre ellos se hormigonaba un tímpano, utilizando como

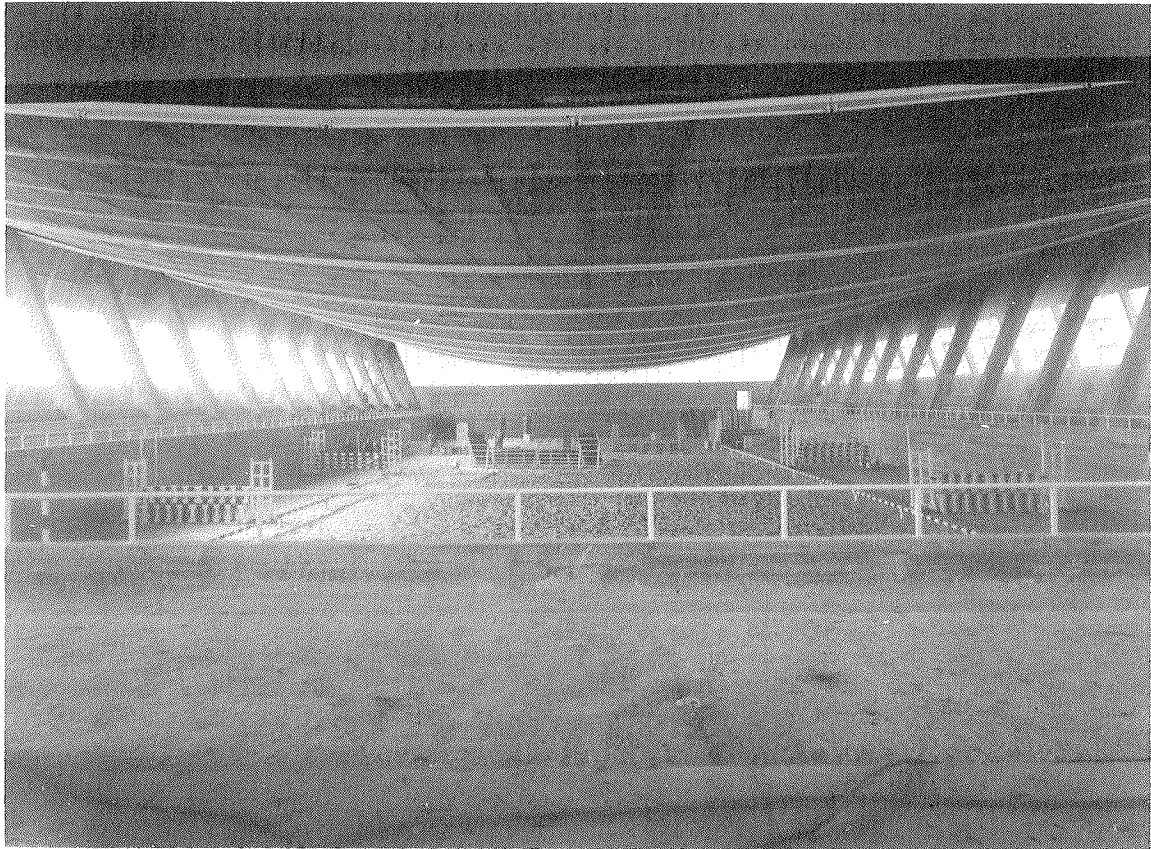
La investigación sobre puentes arcos la desarrolló en muchas facetas, como por ejemplo, encontrar la gran adecuación estructural del arco tipo Maillart, de rigidez prácticamente nula, para el soporte de acueductos, como el del embalse de Gabriel y Galán, formado por cuatro arcos de 60 m de luz.

## ASESORIAS Y OBRAS DIVERSAS

Desde 1932 hasta que sus condiciones físicas se lo permitieron, Fernández Casado fue consultor de estructuras de la empresa constructora Huarte y Cía. Esta vinculación fue especialmente querida por D. Carlos, por muchos motivos.

En primer lugar, por su relación personal con la figura de su fundador, D. Félix Huarte, y con sus sucesores. En segundo lugar, porque una em-





Cubierta colgada pretensada del Picadero del Club de Campo de Madrid. Arquitecto: Domínguez Salazar

presa constructora es el medio donde se conjugan todos los problemas reales de la construcción. Una cosa es diseñar estructuras más o menos brillantes y hacer que se construyan con los medios actuales del mercado. Otra muy distinta es establecer una política constructiva a partir de una sociedad que estructura sus medios con voluntad de progreso. En el primer caso, todo el conjunto de variables que constituyen los medios de construcción son objeto únicamente de elección. En el segundo caso, los medios y las personas forman un conjunto dinámico que evoluciona, dando lugar a la invención desde sí misma.

No se pueden entender los resultados obtenidos en la construcción de puentes por dovelas prefabricadas sin la presencia de una empresa como Capenon-Bernard, ni el enorme progreso que ha dado a los puentes una figura como Finsterwalder sin una empresa como Dyckerhoff und Widmman. Tan estrecha es esta relación que puede considerarse, sin grandes errores, y salvando determinadas personalidades individuales, que todo el progreso de la construcción se ha realizado en los últimos años desde la empresa constructora.

El número de obras que D. Carlos planeó, aconsejó y dirigió desde y con Huarte y Cía fue enor-

me, como corresponde al trabajo de una gran empresa constructora durante muchos años. Esta labor le ha hecho enfrentarse a infinidad de problemas, unos de diseño, otros de construcción y muchos de ellos con carácter de urgencia. Para este tipo de actividad es necesario contar con gran experiencia, firmeza de convicciones técnicas y capacidad de riesgo. De entre todo este trabajo vamos a destacar exclusivamente aquellas obras que por su mayor dificultad ha proyectado y dirigido personalmente.

Dentro del campo de las estructuras laminares realizó la cubierta de la fábrica de HITASA, formada por láminas cilíndricas continuas, tipo diente de sierra, de 30 m de luz. La estructura del picadero del Club de Campo de Madrid, de 70x70 m, que está constituida por una cubierta de hormigón, colgada y pretensada. La del pabellón I.N.I. en la Feria del Campo de Madrid, también colgada. Estas cubiertas, entre otras de menos importancia, vienen a contribuir a las grandes realizaciones españolas construidas por este procedimiento.

Dentro de las construcciones deportivas, conviene destacar la tribuna metálica del campo de

San Mamés, de Bilbao, ganada en concurso en el año 1952-1953 con los arquitectos Domínguez Salazar, De Miguel y Magdalena; y el campo de Chamartín, de Madrid.

En cuanto al cálculo y diseño de las presas, Fernández Casado se dedicó, desde muy al principio de su carrera profesional, al estudio de las presas bóvedas. De estos estudios sólo queda una realización en la presa bóveda de 125 m de altura sobre el río Aguas Blancas, en Granada.

### PRIMERAS REALIZACIONES EN HORMIGÓN PRETENSADO

Suele ser difícil que un ingeniero de más de cincuenta años, cuando tiene a la espalda un largo historial en el proyecto de estructuras metálicas y de hormigón armado, aborde con ímpetu una nueva técnica, como es la del hormigón pretensado.

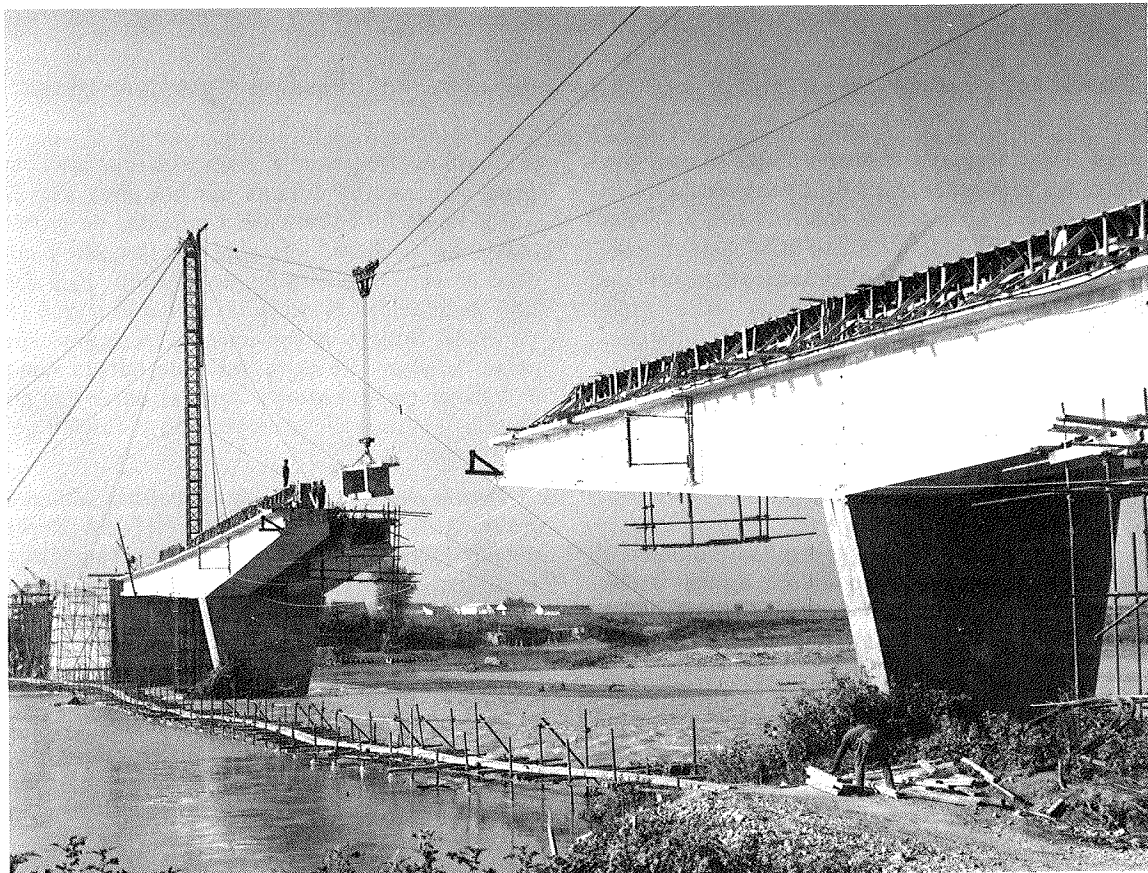
Generalmente, el dominio de una técnica perjudica la adopción de otras nuevas. Se tiende a descansar en la maestría adquirida con la cual se ha construido el lenguaje expresivo durante muchos años. Aprender nuevas técnicas, conductoras de infinitas posibilidades aún ocultas, supone una

gran capacidad de respuesta personal junto con un hábito de observar la realidad de una manera radical. Una vida en tensión, sin darse tregua personal. Este hecho es poco frecuente.

Fernández Casado se lanzó con extraordinario interés a la indagación personal de esta nueva técnica, buscando las posibilidades que le brindaba la introducción voluntaria de las acciones en la estructura, para resolver el nuevo problema que se plantea al cambiar un dato en las premisas iniciales.

Las primeras realizaciones se llevaron a cabo en Cuba con una serie de puentes prefabricados, de 30 m de luz, que se realizaron en un número de 10 durante la década de los años 50. En España empezó con las grandes vigas en celosía pretensadas para las factorías de Ensidesa, en Avilés. Estas vigas, de 25 y 29 m de luz, están sometidas a la carga de cubierta y a la sobrecarga de puentes grúa de 50 y 100 t de potencia. Para este trabajo se realizaron estudios en modelo reducido y una vez construidas.

Inmediatamente vino la cobertura del apeadero de Gracia, en la calle Aragón, de Barcelona; el puente mixto de carretera y ferrocarril de Térmi-



Puente de Almodóvar. Año 1962.

cas Asturianas, sobre el Nalón, el puente sobre el río Tinto, etc.

Conviene destacar de entre estas obras, el puente sobre el río Guadalquivir, realizado en 1962, en las proximidades de Almodóvar del Río. Este puente, de 70 m de luz central, se construyó uniendo la técnica del avance en voladizo sucesivo con la prefabricación de dovelas. Esta técnica la había planteado años antes, para un puente en Cuba, el puente Zaza, que no llegó a construirse. En ella unió los avances realizados por la tecnología alemana en puentes construidos por voladizos sucesivos, con su gran tradición de prefabricador en naves industriales y puentes arcos. Poco antes de la utilización previa de este mismo procedimiento en la URSS, y en ese mismo año de 1962 se realizó la primera obra en Francia por este mismo método, en el puente de Choisy-le-Roi, por la empresa Campenon-Bernard. Para su construcción se utilizó la técnica de juntas "húmedas" y el hormigonado secuencial de dovelas "de una contra otra".

De esta misma época son todos los puentes de células triangulares de la autopista de La Coruña,

entre Madrid y Villalba. Allí realizó cinco puentes, con luces variando entre los 30 y 50 m.

D. Carlos Fernández Casado nació hace 83 años en Logroño. Fue ingeniero de Caminos, de Telecomunicación, Licenciado en Derecho e Historia. Catedrático de Puentes de la Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos hasta su jubilación en 1975. Académico de número de la Real Academia de Bellas Artes de San Fernando. Escribió 12 libros e innumerables ensayos y publicaciones. Ha sido galardonado con todos los premios que se dan en la profesión, culminando con el reconocimiento internacional cuando en Londres, en 1978, se le concedió la medalla de la Federación Internacional del Pretensado. Fue un ingeniero humanista y maestro y todos los ingenieros de Caminos tenemos algo de él. Para terminar, y parafraseando a Husserl, podríamos decir que D. Carlos fue... una buena suerte. Descanse en Paz.

Javier Manterola

\* \* \*

## STREMA 89 Conferencia Internacional sobre Estudios Estructurales, Reparaciones y Conservación de Edificios Históricos

Durante los días 5 al 7 de abril de 1989 y organizada por la Universidad de Florencia, Italia y el Instituto de Cálculo Informático de Southampton, Reino Unido, se va a celebrar, en Florencia, una Conferencia Internacional con el objeto de reunir a todos aquellos técnicos, científicos, arquitectos e ingenieros interesados en estudios estructurales, reparaciones y conservación de los edificios históricos. Se estima que, en estos momentos, es de la mayor importancia convocar una reunión para difundir la experiencia técnica alcanzada por los diferentes especialistas en la resolución de los problemas relacionados con el comportamiento de los edificios históricos y sacar provecho de los logros hasta ahora obtenidos y de los errores cometidos en el pasado.

Los temas seleccionados para estas reuniones son los siguientes:

*Naturaleza del problema.*—Aspectos históricos y arquitectónicos. Diferentes tipos de estructuras (de fábrica, madera, hierro, hormigón). Cargas de larga duración, incluyendo las originadas por acciones del ambiente, asientos del terreno, etc. Efectos de los sismos y las vibraciones.

*Valoración de los problemas.*—Técnicas experimentales. Análisis de movimientos estructurales. Simulación matemática incluidos programas de ordenador. Estudio de casos prácticos.

*Reparaciones y refuerzos.*—Técnicas de reparación. Prevención de daños estructurales. Estudio de casos prácticos.

El calendario aprobado para la presentación de Comunicaciones es el siguiente:

—Envío de resúmenes (no más de 300 palabras) hasta el 1 de junio de 1988.

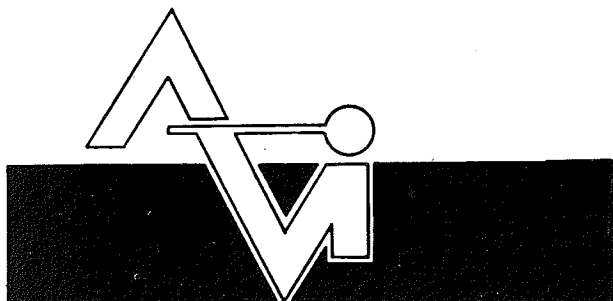
—Aceptación provisional: 1 de agosto de 1988.

—Envío del texto completo hasta el 1 de diciembre de 1988.

—Aceptación definitiva: 15 de enero de 1989.

Los interesados en participar en esta conferencia deberán dirigirse a:

Audrey Lampard, Conference Secretary  
Computational Mechanics Institute  
Ashurst Lodge, Ashurst  
SOUTHAMPTON, SO4 2AA, Reino Unido.  
Tfno.: (042129) 3223  
Telex: 47388 Attn COMPMECH  
Fax: (042129) 2853

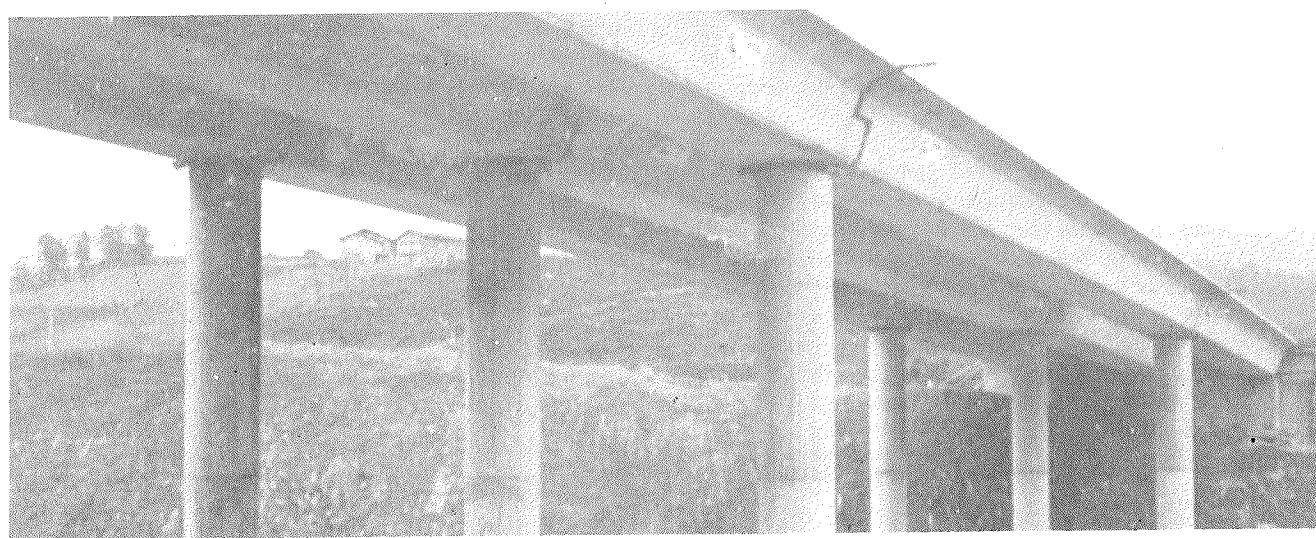
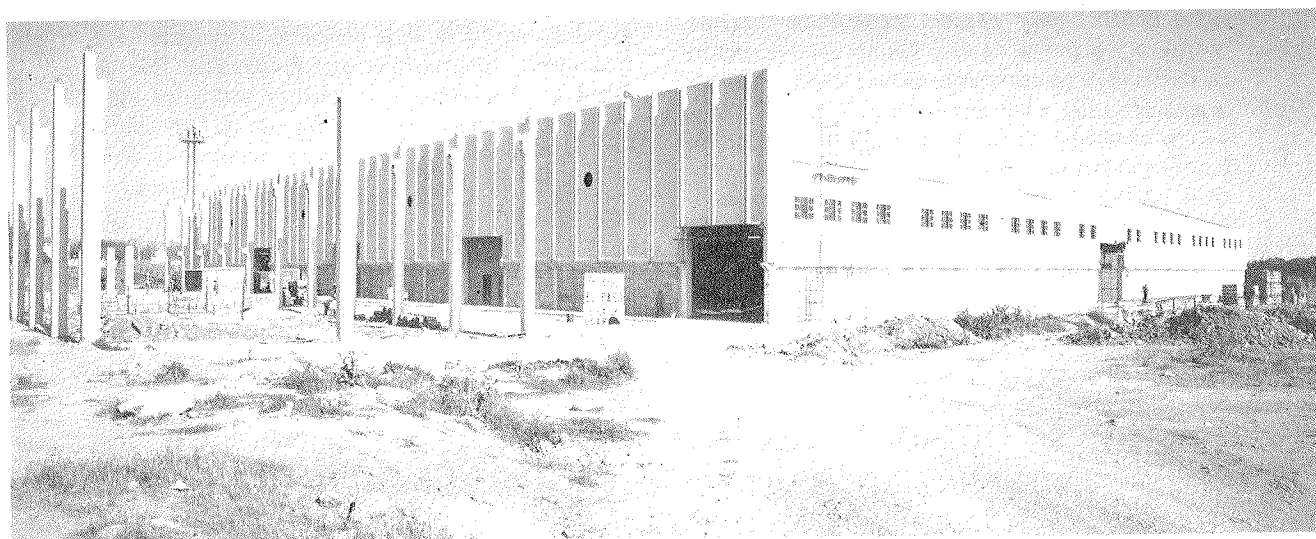


PREFABRICACION LIGERA Y PESADA

**ALVISA**

PREFABRICADOS ALBAJAR

**PUENTES - NAVES INDUSTRIALES - FORJADOS  
BOVEDILLAS - LADRILLOS - TEJAS - TUBOS DRENAJE**



**HUESCA:**

Oficina Comercial y Fábrica: P.º Lucas Mallada, s/n - Teléfono 22 39 00 - HUESCA

Oficina y Fábrica: Ctra. de Lérida, s/n - Teléfono 40 07 80 - MONZON

Oficina y Fábrica: Ctra. de Huesca - Teléfono 39 00 41 - GRAÑEN

**MADRID**

Oficina Comercial: Orense, 10, 1.º - Teléfonos 455 05 35 - 6 - 7 - MADRID-10

Oficina y Fábrica: Ctra. Torrejón a Loeches, Km 4,200 - Teléfonos 675 04 50 - 4 - 8 -  
TORREJON DE ARDOZ

Oficinas y Fábrica: Ctra. de Toledo, Km 7,300 - Teléfono 688 27 72 - LEGANES

**ZARAGOZA**

Oficina Comercial: P.º de la Constitución, 31 - Teléfonos 23 75 02 - 3 - ZARAGOZA-1

# Anomalías en flexión-compresión y formas de evitarlas

Francisco Morán  
Dr. Ingeniero de Caminos  
Instituto Eduardo Torroja, Madrid.

## 1. INTRODUCCION

La flexión-compresión, o hablando con más propiedad, el cálculo de secciones sometidas a solicitaciones normales en el estado límite último de agotamiento, es uno de los problemas mejor estudiados de la Teoría del Hormigón Armado. Desde la aparición de las Recomendaciones CEB/FIP de 1970 [1] existe un conjunto de hipótesis básicas coherente y completo que permite resolver, con carácter general, los casos que se presentan en la práctica: el dimensionamiento y la comprobación de secciones [2]. De estas hipótesis algunas proceden de la Mecánica Racional (equilibrio entre esfuerzos y tensiones, compatibilidad de deformaciones entre el hormigón y las armaduras); otras quedan confirmadas por los ensayos (planeidad de las secciones); y otras, por fin (diagrama de pivotes y diagrama tensión-deformación del hormigón), aun siendo meras convenciones útiles para el cálculo, han sido calibradas para conseguir una concordancia suficiente con los resultados experimentales.

No obstante lo anterior, existen algunas anomalías en los resultados de la aplicación de dicha teoría a secciones y elementos no singulares, sino habituales, cuya índole podría considerarse paradójica, en tanto que se oponen al sentido común. Si bien sus efectos prácticos son limitados, lo que puede explicar que hasta la fecha no hayan recibido atención, estas anomalías contradicen la suposición de que la flexión-compresión, tal como está establecida, pueda considerarse una teoría comple-

ta, racional y coherente, y aconsejan una revisión de las hipótesis básicas sobre las que se sustenta.

A continuación se exponen y comentan estas paradojas y se adelantan sugerencias sobre la forma de evitarlas.

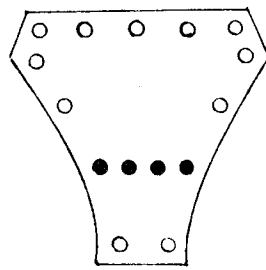
## 2. LA PARADOJA DE LA ARMADURA CONTRAPRODUCENTE

Sea una sección de hormigón armado de forma y distribución de armaduras cualesquiera (figura 1 a), y sea  $M L S$  el diagrama de interacción correspondiente a la armadura base considerada (figura 1 c).

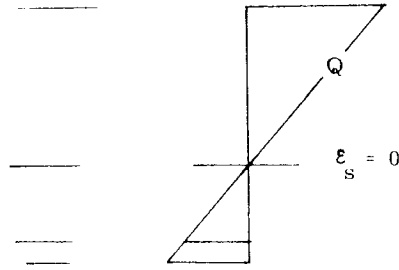
Si se añade una armadura suplementaria constituida por cualquier número de barras a cualquier altura en una sola capa, el diagrama de interacción resultante para la nueva sección,  $M' L' S'$  no es, en general, todo él exterior al  $M L S$ , lo que equivale a decir que para una cierta región de solicitaciones  $Q L Q'$ , el efecto de la armadura suplementaria es contraproducente (va en contra de la seguridad).

En efecto, existe una posición del plano de deformaciones en agotamiento (figura 1 b) para la cual la deformación de la armadura suplementaria es nula,  $\epsilon_s = 0$ , y lo mismo su tensión. A esa posición corresponde una sollicitación de agotamiento que se representa en el plano  $Nu-Mu$  por un punto  $Q$  común a ambos diagramas de interacción, que por lo tanto se cortan.

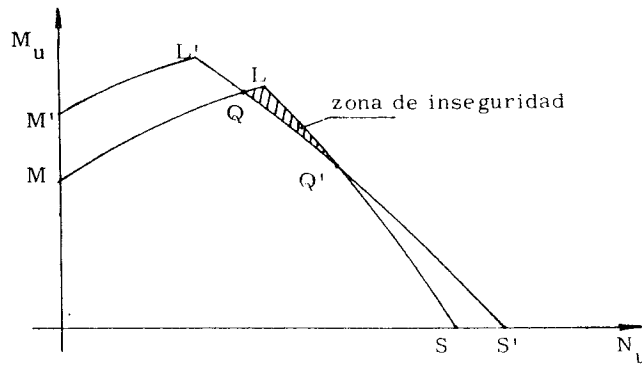
- Armadura base
- Armadura suplementaria



a) Sección considerada



b) Plano de deformaciones



c) Diagrama de interacción

Fig. 1.

En general, cabe suponer que el punto Q sea de corte y no de tangencia entre ambos diagramas. La tangencia sólo se producirá si la pendiente en Q del diagrama base M L S coincide con la excentricidad de la armadura suplementaria.

Existiendo por tanto un punto de corte entre ambos diagramas, es evidente que a la derecha o a la izquierda del mismo se presentará la zona de inseguridad mencionada.

A continuación se presentan tres ejemplos de situaciones en las que se presenta la paradoja de la armadura contraproducente.

### 2.1. Ejemplo primero

Corresponde al caso, frecuente en la práctica, de dimensionar un soporte usando un diagrama de interacción o una fórmula aproximada válido para armaduras iguales en dos caras opuestas, complementando luego con dos redondos en los puntos medios de las caras laterales.

Como se ve en el diagrama de la figura 2, obtenido en ordenador para un caso real cuyos datos figuran en el diagrama, la inseguridad que se produce en este caso es poco importante, y puede no

afectar si la sollicitación de cálculo cae fuera de una zona pequeña.

### 2.2. Ejemplo segundo

Corresponde al caso, también frecuente, de dimensionamiento de soportes en compresión compuesta. Si la excentricidad de la carga es pequeña, no es necesario acudir a un diagrama de interacción para dimensionar la sección. Suponiendo que el hormigón trabaja a compresión simple (punto S del diagrama de interacción, véase figura 3), y que la excentricidad de la carga se absorbe colocando armaduras en compresión distintas entre sí, las cuantías mecánicas de estas armaduras se obtienen del equilibrio de fuerzas y momentos:

$$\omega_i = \frac{\nu - 0,85}{2} - \frac{\mu}{2\lambda} < 0$$

$$\omega_s = \frac{\nu - 0,85}{2} + \frac{\mu}{2\lambda}$$

siendo:

$\nu, \mu$  = axil y momento reducidos;  
 $\lambda = 0,5 - d'/h$  = distancia relativa de la armadura al centro de la sección.

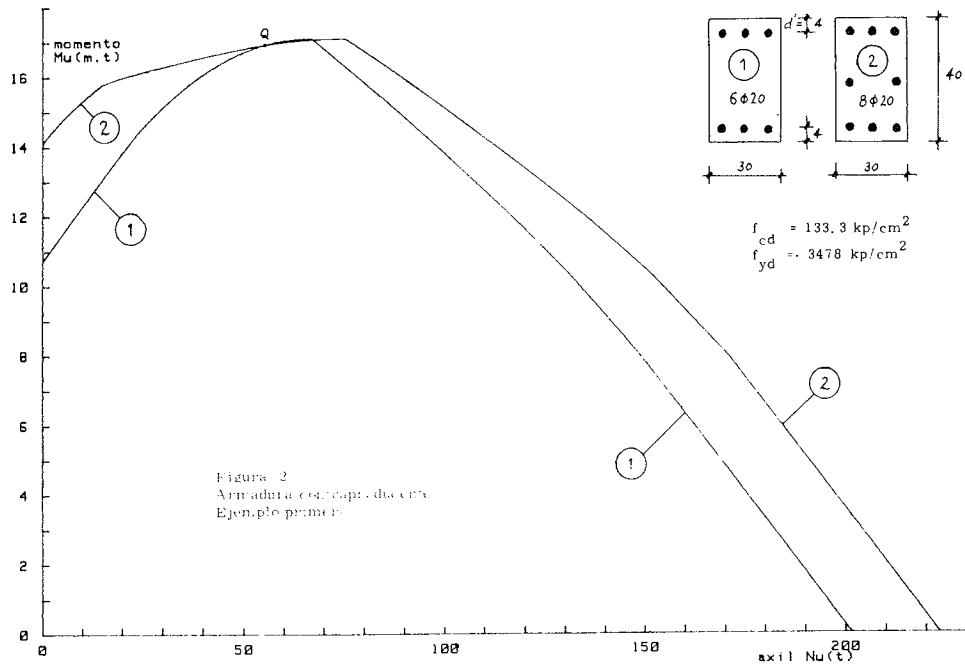


Fig. 2. Armadura contraproducente. Ejemplo primero.

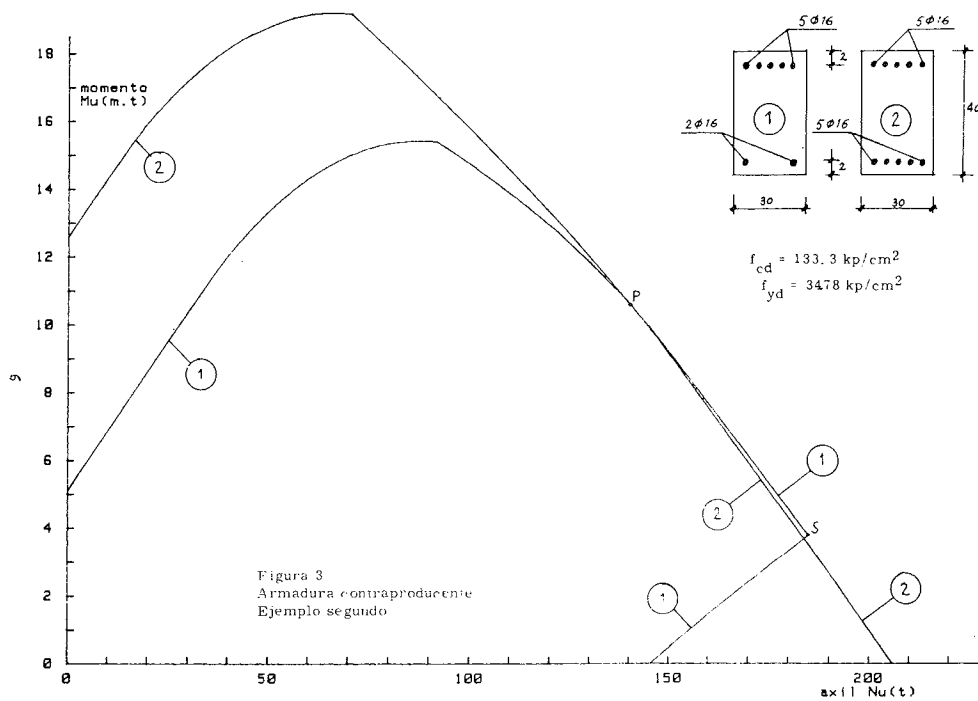


Fig. 3. Armadura contraproducente. Ejemplo segundo.

A efectos prácticos lo habitual es aumentar la armadura inferior haciéndola igual a la superior, es decir, disponer  $\omega_i = \omega_s$ .

Sin embargo se produce, en todos los casos, una inseguridad, que, como puede verse en la figura 3, preparada para una sección particular cuyos datos se indican en dicha figura, puede llegar a valer un 1,5 o un 2 por ciento.

### 2.3. Ejemplo tercero Dimensionamiento de un muro en flexión simple

Normalmente, se obtiene la armadura en una cara, U, sin considerar la existencia de la armadura en la otra, es decir, suponiendo que es  $U' = 0$ . Luego, si el momento puede cambiar de sentido, se dispone  $U' = U$  (armadura simétrica en ambas caras). Para cuantías bajas y recubrimientos elevados (muros de canto reducido) ello puede quedar ligeramente del lado de la inseguridad.

Como ejemplo numérico, del que en este caso no se aporta el diagrama de interacción por ser un problema de flexión simple, una sección de  $b \times h = 100 \times 20$  cm con un recubrimiento mecánico  $d' = 4$  cm, proyectada con un hormigón de resistencia de cálculo  $f_{cd} = 133,3$  kp/cm<sup>2</sup> y un acero  $f_{yd} = 3478$  kp/cm<sup>2</sup>, y armada en una sola cara con  $U = 4 \Phi 20$ ;  $U' = 0$ , resiste un momento último  $M_u = 6,13$  mt. La misma sección con armadura simétrica  $U' = U$  resiste solamente un momento  $M_u = 6,11$  mt.

## 3. LA CONCAVIDAD DEL DIAGRAMA DE INTERACCION

La comprobación de una sección de hormigón armado sometida a flexocompresión consiste en

verificar que ninguna de las posibles solicitaciones actuantes supera la capacidad resistente de la sección.

En un caso típico de flexocompresión recta, las solicitaciones actuantes vienen representadas, en el plano N-M (figura 4), por los puntos de un polígono de lados paralelos. El ejemplo de la figura corresponde a una sección en la que actúa la carga permanente  $\bar{G}$  (que puede venir afectada por el coeficiente  $\gamma$  si es desfavorable o por el coeficiente 0,9 si es favorable), la sobrecarga  $\bar{Q}$  y el viento  $\bar{W}$  (que puede actuar en un sentido o en el opuesto). El polígono de solicitaciones actuantes es el hexágono ABCDEF.

Las solicitaciones resistentes vienen representadas por el diagrama de interacción de la sección (figura 4).

Para comprobar la sección es necesario verificar que el polígono de solicitaciones actuantes es todo él interno al diagrama de interacción. En la práctica habitual, sin embargo, y tanto si se trata de un caso de comprobación como si es de dimensionamiento, se restringe el cálculo a las solicitaciones actuantes correspondientes a los vértices del polígono. Ello equivale a admitir, implícitamente, que el diagrama de interacción es convexo, esto es, que un segmento que une dos puntos cualesquiera del mismo tiene todos sus puntos dentro del diagrama.

En efecto, si el diagrama de interacción presenta concavidades, puede suceder que siendo los vértices del polígono internos a él no lo sean otros puntos. Ello equivaldría a admitir que una estructura que resiste una sobrecarga  $Q = 0$  y también una sobrecarga  $\gamma Q$  puede agotarse para una sobre-

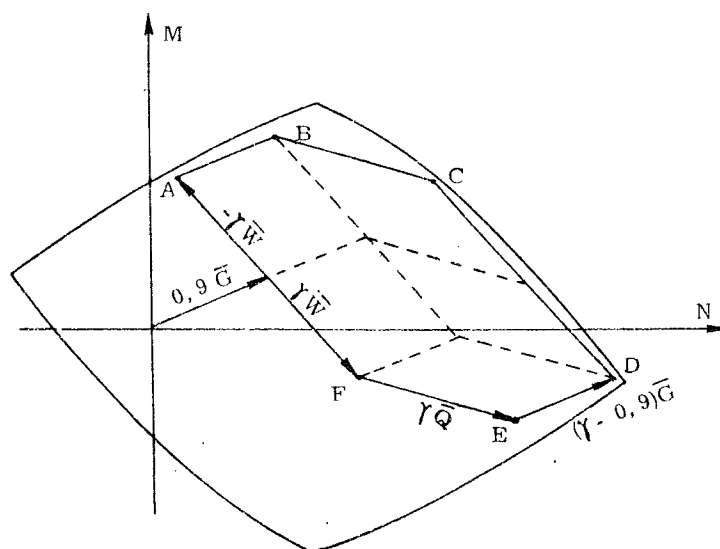


Fig. 4. Polígono de solicitaciones actuantes y diagrama de interacción.





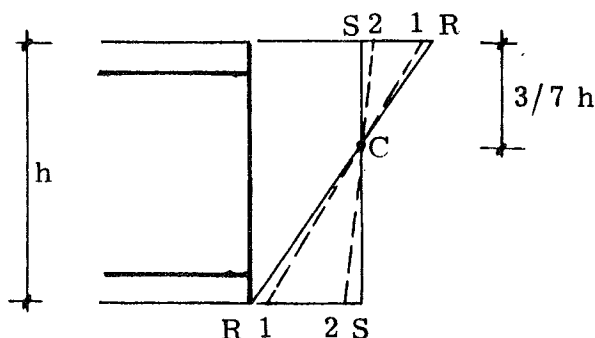
carga de valor intermedio  $\alpha Q$  siendo  $0 < \alpha < \gamma$ . Esta suposición, además de ser contraria al buen sentido estructural, complicaría de forma extraordinaria la práctica del dimensionamiento y de la comprobación de secciones, ya que haría necesario un estudio detallado y difícilmente mecanizable del diagrama de interacción y de su situación con respecto al polígono de solicitaciones actuantes.

La convexidad del diagrama de interacción no parece poder deducirse, sin embargo, a partir de las hipótesis básicas de la teoría de flexión-compresión. Por otra parte, ni en la experiencia personal del autor ni en la literatura técnica por él conocida, había noticia de la existencia de concavidades apreciables. Por ello, al referirse a este problema [2], el autor consideró procedente admitir dicha convexidad del diagrama de interacción como un postulado útil al cálculo, a la espera de estudios más detallados. Hay que hacer notar, sin embargo, que en los diagramas de interacción que resultan de hipótesis básicas ligeramente distintas, como son las de la Norma Alemana DIN-1045-78 [3], sí se presentan concavidades importantes, en este caso debido a la existencia de un coeficiente de seguridad que varía entre 1,75 en flexión simple y 2,10 en compresión simple (véase la figura 5).

A continuación se exponen, sin embargo, dos tipos de situaciones en las que el diagrama de interacción presenta pequeñas concavidades.

### 3.1. Concavidad tipo A

Esta concavidad se produce en el dominio 5, esto es, en compresión compuesta, en la zona R - S del diagrama de interacción (véanse figuras 6 y 7), cuando existen armaduras con recubrimientos relativos mayores de 1/7.



En efecto, la contribución diferencial del hormigón en esa zona tiene una excentricidad constante  $\lambda_c = -(0,5 - 1/7)$ , lo que equivale a decir que el tramo R - S del diagrama correspondiente a  $\omega = 0$  es una recta de pendiente  $\lambda_c$  constante. Pe-

ro la contribución diferencial de las armaduras que modifican su tensión, situadas en la parte inferior de la sección, tiene una excentricidad  $\lambda_s$  menor en valor absoluto que  $\lambda_c$ . Por consiguiente, el tramo R - S del diagrama correspondiente a  $\omega = 1$  ha de tener una pendiente  $\lambda$  menor que  $\lambda_c$ .

Por otra parte, es fácil ver que al pasar de la posición R-R a la 1-1 (figura 6) las armaduras próximas al borde inferior sufren un aumento de tensión mucho mayor, en términos relativos, que las próximas al pivote C, mientras que al pasar de la 2-2 a la S-S este efecto casi desaparece. De ello se deduce que la excentricidad  $\lambda$  es decreciente en todo el tramo. Este efecto es el que produce la concavidad del diagrama de interacción, tal como puede verse para una sección concreta en la figura 7, obtenida mediante un programa de ordenador y dibujada con plotter.

### 3.2. Concavidad tipo B

Esta concavidad se produce en las proximidades del estado S de compresión simple para armaduras con recubrimientos relativos normales o pequeños ( $d'/h < 1/7$ ) y acero de límite elástico no excesivamente alto ( $f_{yd} < 4.200$ ). Estas condiciones son las más habituales, por lo que puede decirse que esta concavidad afecta a la mayoría de los soportes. Su efecto, sin embargo, es más pequeño que el de la concavidad tipo A, y se restringe a una zona que normalmente cae dentro del límite de excentricidades mínimas.

En las citadas condiciones, existirá un estado U (véanse figuras 8 y 9) para el que la armadura inferior alcanza su límite elástico. En el tramo U - S del diagrama de interacción la armadura no cambia su tensión, por lo que la diferencia entre U y S se debe exclusivamente a la contribución del hormigón, y por tanto el tramo U - S es un segmento rectilíneo de pendiente que viene dada por  $\lambda_c = -(0,5 - 1/7)$ .

Por el contrario, en el tramo R - U la armadura inferior aumenta su tensión, por lo que su contribución diferencial tendrá una excentricidad  $\lambda_s$  igual a la excentricidad de la armadura, mayor en valor absoluto que  $\lambda_c$ . Por consiguiente el tramo R - U del diagrama correspondiente a una cuantía  $\omega = 1$  tendrá una pendiente  $\lambda$  mayor que la pendiente  $\lambda_c$  del tramo U - S, y el diagrama de interacción será cóncavo.

En la figura 9 se representa un caso de un soporte real, cuyos datos vienen indicados sobre la figura, y que permite apreciar lo reducido del efecto, pese a que el límite elástico y el recubrimiento elegidos corresponden a valores relativamente infrecuentes.

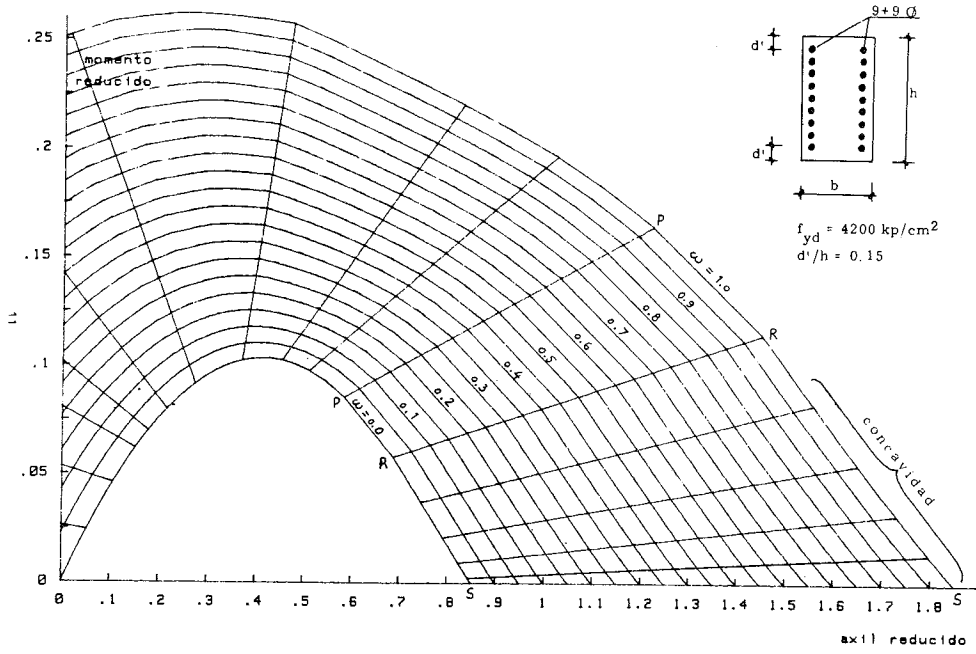


Fig. 7. Concavidad tipo A.

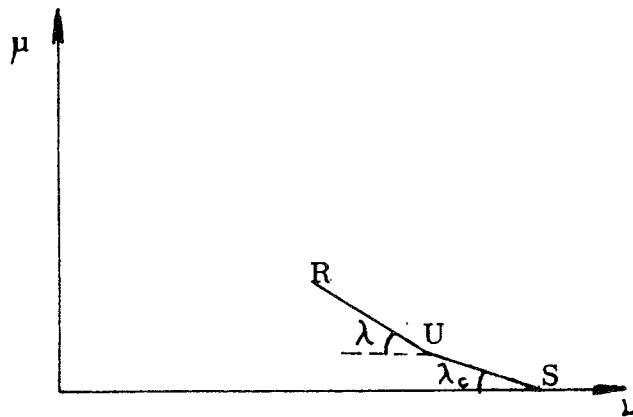
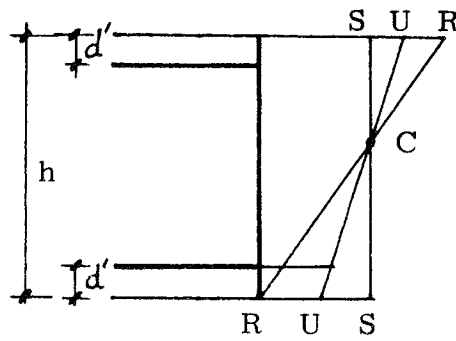


Fig. 8. Concavidad tipo B.

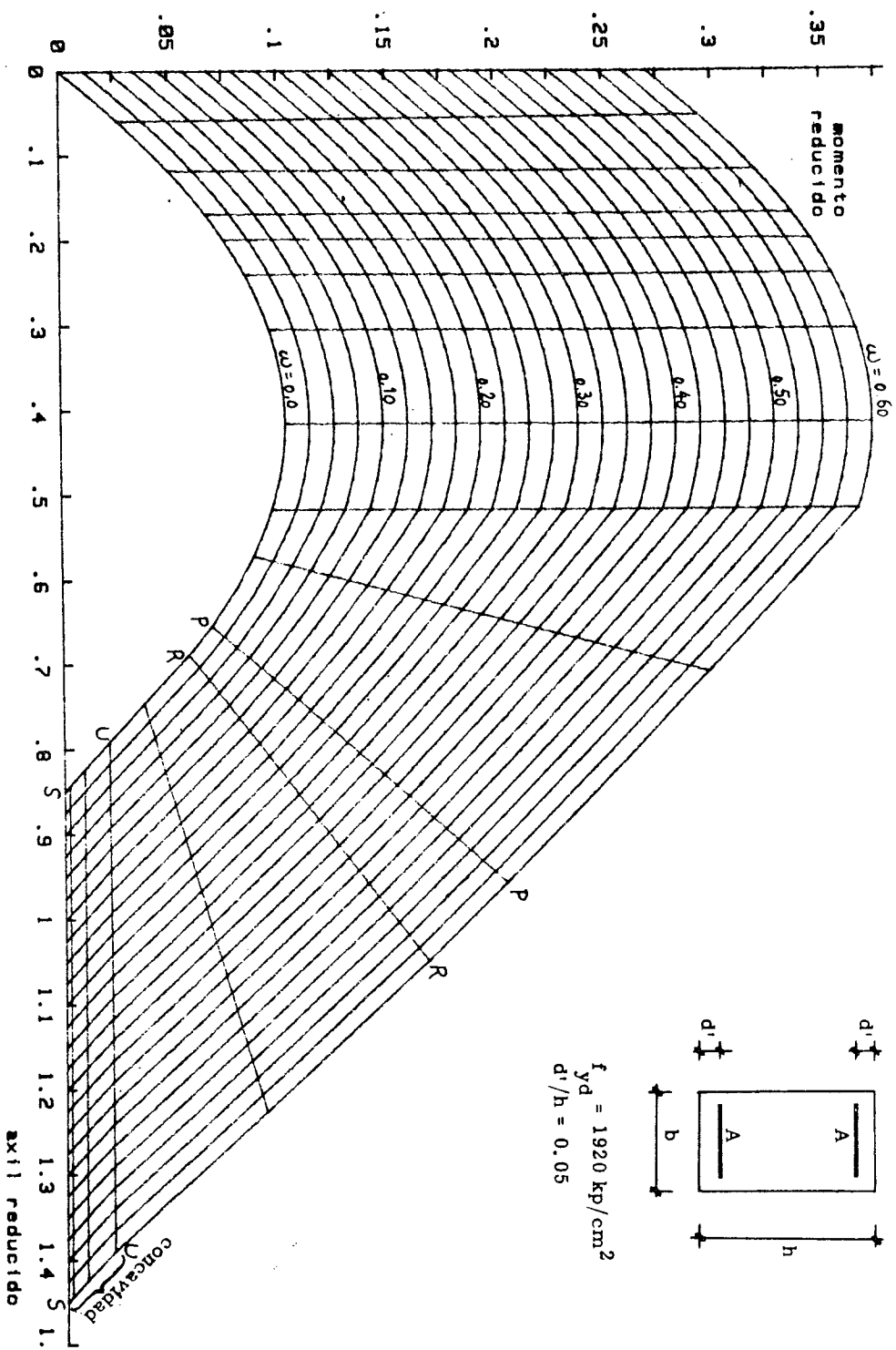


Fig. 9. Concavidad tipo B.

#### 4. PROPUESTA PARA ELIMINAR ESTAS ANOMALIAS

Tal como se aprecia en las figuras, los errores que pueden cometerse en la práctica al despreciar las anomalías detectadas, aunque queden del lado de la inseguridad, son pequeños. Su magnitud no suele rebasar el 1 o el 2 por ciento, por lo que su importancia es pequeña en relación con la precisión de las restantes hipótesis básicas de la flexión-compresión.

Por otra parte, las situaciones en que dichas anomalías se manifiestan, si bien no son en absoluto excepcionales, tampoco pueden considerarse muy frecuentes en la práctica. Una prueba de lo anterior la constituye precisamente el hecho de que en la literatura técnica al uso no existan hasta el momento, al menos en conocimiento del autor, referencias a dichas anomalías.

Por ello parece razonable admitir, como hipótesis básicas adicionales de la teoría de la flexión-compresión, las dos siguientes:

Hipótesis adicional A:

Si una sección se encuentra en buenas condiciones resistentes y se modifica su armado, aumentando las secciones de algunas de sus armaduras o añadiendo armaduras nuevas, puede suponerse que la sección resultante también está en buenas condiciones resistentes.

Hipótesis adicional B:

El conjunto de las solicitaciones de agotamiento de una sección es una superficie o diagrama de interacción que, a efectos de cálculo, puede suponerse convexo.

Estas hipótesis deberían añadirse a las hipótesis habituales del cálculo de secciones en flexión-compresión (diagrama de pivotes, secciones planas, compatibilidad de deformaciones, diagramas tensión-deformación, equilibrio de fuerzas y momentos, etc.), para conseguir un conjunto más completo y coherente.

Aunque el enunciado de las nuevas hipótesis propuestas podría parecer obvio e incluso chocante a primera vista, su inclusión es, en opinión del autor, la forma conceptualmente más correcta de eliminar las anomalías examinadas y restituir la coherencia necesaria a la teoría de flexión-compresión.

#### 5. REFERENCIAS

[1] CEB-FIP: International recommendations for the design and construction of concrete structures. FIP Congress Prague 1970. Edición Inglesa. Cement and Concrete Association. London, 1970.

[2] Morán, F.: Cálculo de secciones de hormigón armado, sometidas a solicitaciones normales, en el estado límite último. Monografía n. 304. Instituto Eduardo Torroja. Madrid, septiembre 1972.

[3] Deutscher Normenausschuss: DIN 1045 Beton- und Stahlbeton-bau. Bemessung und Ausführung. Beuth Vertrieb. Berlin 1978.

#### RESUMEN

Se presentan algunas anomalías que aparecen en la aplicación de la teoría de flexión-compresión, es decir, en el cálculo de secciones de hormigón sometidas a solicitaciones normales.

En determinadas condiciones, algunas de las cuales son frecuentes en la práctica, al añadir armaduras a una sección cuya resistencia es suficiente de acuerdo con la teoría actual de flexión-compresión, se produce una disminución de la resistencia de la sección que puede llevar a su agotamiento. Se presenta así lo que puede llamarse la paradoja de la armadura contraproducente.

El procedimiento habitual del cálculo de secciones exige implícitamente que el diagrama (o la superficie) de interacción sea convexo. Sin embargo, en determinados casos se presentan, incluso para secciones rectangulares con armaduras habituales, concavidades en el diagrama de interacción. La consecuencia teórica es que una estructura que resiste una sobrecarga determinada  $Q$ , y resiste también sobrecarga nula, podría fallar para una sobrecarga intermedia  $\alpha Q$ , siendo  $0 < \alpha < 1$ .

Aunque sus efectos prácticos sean limitados, estas anomalías se consideran importantes desde el punto de vista teórico, ya que representan lagunas que afectan a la coherencia de las hipótesis básicas actuales de la teoría de la flexión-compresión. Por ello, se sugiere la conveniencia de completar estas hipótesis de forma que se eviten las citadas anomalías.

#### SUMMARY

Some anomalies are reported in the Bending and Compression Theory, i.e., in the theory of analysis of Reinforced Concrete cross-sections submitted to bending and compression.

In certain circumstances, some of which are frequent in practice, if reinforcement is added to a cross-section whose resistance is sufficient in accordance with the theory, a decrease of resistance results which can lead to failure. This effect has been called the harmful reinforcement paradox.

The ordinary procedure for cross-section analysis and design implicitly requires the convexity of the interaction diagram (or surface). However, in some cases, including rectangular cross-sections with normal reinforcement, small concavities are reported to appear in the interaction diagram. The theoretical consequence is that a structure which can sustain a load  $Q$ , and can sustain too or zero load, may fail for an intermediate load  $\alpha Q$ , with  $0 < \alpha < 1$ .

These anomalies have limited practical interest. However, they are considered important from the theoretical point of view, as they show a lack of coherence in the basic assumptions lying under the bending and compression theory. Some suggestions are presented to modify these basic assumptions so that these lack of coherence can be avoided.

\* \* \*

## Segundo Simposio Internacional sobre "Estructuras para el cruce de los estrechos"

En Trondheim, Noruega, se va a celebrar durante los días 10 al 13 de junio de 1990, organizado por la "Sociedad de Ingenieros de Noruega" y la "Administración Pública Noruega de Carreteras", el Segundo Simposio Internacional sobre "Estructuras para el cruce de los estrechos".

Este Simposio es continuación del celebrado en Stavanger, en octubre de 1986. Desde entonces, han sido concluidas algunas nuevas obras para el cruce de estrechos, entre ellas, el largo túnel de Seikan, en Japón, y el complejo de túneles submarinos en Ålesund, en Noruega. Se ha avanzado mucho en las obras del famoso Eurotúnel entre Inglaterra y Francia y se continúa la discusión sobre si debe construirse un puente o un túnel para el cruce de los estrechos de Messina y Gibraltar. El objetivo fundamental del Simposio que ahora se anuncia es ampliar conocimientos en relación con los temas siguientes:

Tecnología. El Simposio abordará el estudio de todos los diferentes tipos de estructuras utilizados para cruzar los estrechos, es decir: puentes convencionales, puentes flotantes, tuberías sumergidas y flotantes, túneles sumergidos, túneles sumergidos perforados en roca y nuevos criterios para la construcción de ferrys de alta velocidad. Se pasará revista a los métodos actualmente aplicados en las investigaciones in situ así como a las técnicas utilizadas en los proyectos, la construcción y el mantenimiento de estas estructuras.

Una o más sesiones estarán dedicadas a los aspectos de la seguridad del tráfico; y se considera especialmente interesante obtener normas satisfactorias para el cálculo, la construcción y el mantenimiento de los túneles.

Por otra parte, se estima que las nuevas estructuras para el cruce de los estrechos pueden tener

importantes repercusiones sociales y económicas. Por ello, el análisis de estos efectos, tanto a nivel nacional como regional, requieren un análisis detenido para resolverlos de la mejor manera posible, y ello será también objeto de discusión en el Simposio.

Se organizarán uno o dos días de excursiones post-Simposio, en el curso de las cuales se visitarán diversas obras de este tipo recientemente terminadas o en construcción. Se programarán también diferentes Actos Sociales y para los acompañantes se programarán otras actividades.

Las fechas actualmente previstas para la organización de este Simposio son las siguientes:

-1 de Febrero de 1989: Envío de boletines en solicitud de Comunicaciones.

-1 de Setiembre de 1989: Recepción de los correspondientes resúmenes.

-1 de Diciembre de 1989: Notificación de las Comunicaciones aceptadas.

-1 de Enero de 1990: Envío del programa definitivo y formularios de inscripción.

-1 de Febrero de 1990: Plazo límite para la recepción de Comunicaciones.

-1 de Marzo de 1990: Abono de las cuotas de inscripción.

Los interesados en participar en estas reuniones deberán ponerse en contacto con:

Strait Crossings  
Att. Vidar E. Storbik  
Norwegian Society of Chartered Engineers  
Kronprinsensgt, 17  
N-0251 Oslo 2, Norway.

# Selección de los esfuerzos más desfavorables para el cálculo de una sección

Alfonso Recuero  
y Francisco Morán  
Dres. Ingenieros de Caminos  
Instituto Eduardo Torroja, Madrid

## 1. INTRODUCCION

El cálculo de secciones de hormigón armado sometidas a solicitaciones normales (flexión-compresión) es una tarea repetitiva y laboriosa. Con el empleo cada vez más extendido de programas de proyecto automático de estructuras surge la necesidad, cada vez más evidente, de su planteamiento y resolución de una forma rigurosa y sistemática, evitando las simplificaciones aceptadas en el cálculo manual y respetando las exigencias de la Normativa vigente.

Así, por una parte, parece razonable la aplicación del Método de la Parábola-Rectángulo en lugar del Método simplificado del Momento Tope, y el empleo de métodos precisos en flexocompresión esviada, aun a costa del aumento que se produce, en ambos casos, en el tiempo de cálculo al substituir las fórmulas aproximadas tradicionales por los nuevos algoritmos basados en procesos simple o doblemente iterativos, respectivamente [1].

Por otra parte, también parece razonable considerar por separado, para cada pieza y cada sección, las diferentes hipótesis de carga y sus posibles combinaciones, en vez de limitarse a considerar sólo una o dos hipótesis seleccionadas en cada caso particular aplicando la experiencia y el criterio del proyectista, como venía siendo la práctica habitual.

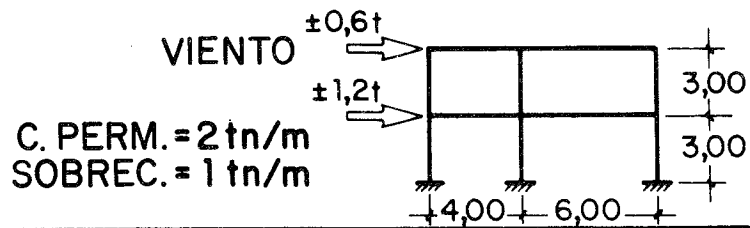
Es bien conocido que el número de solicitaciones resultantes en la sección de un soporte que forma parte de un pórtico, aún en el caso de considerar sólo esfuerzos de flexocompresión recta, es muy elevado. Así, en un ejemplo citado por Calavera [2], correspondiente a un soporte de un pórtico de edificación muy simple (véase figura 1), resultan 18 casos de carga diferentes, cuyos esfuerzos actuantes vienen representados en un diagrama axil - momento por puntos situados dentro de un polígono de solicitaciones actuantes (figura 2), cuyos lados son paralelos dos a dos, y que en el caso considerado es un hexágono.

Si el polígono de solicitaciones actuantes está dibujado puede evitarse el cálculo para todas las solicitaciones internas al mismo, con lo que en el ejemplo citado el número de casos que hay que tener en cuenta se reduciría a 6 (los vértices del polígono). Ello se debe a la convexidad del diagrama de interacción de la sección, propiedad que, si bien no puede demostrarse con carácter general —y de hecho hay casos en los que aparecen pequeñas concavidades locales [3]—, resulta útil admitir como postulado adicional para el cálculo en flexión-compresión. Y esta reducción del esfuerzo necesario se aplica tanto al caso del dimensionamiento o proyecto (obtención de las armaduras) como al de comprobación o peritaje (verificación de la capacidad resistente de una sección conocida).

Surge, por consiguiente, el problema de, dada una nube de puntos en el plano (caso de flexocompresión recta o simétrica) o en el espacio (caso de flexocompresión oblicua o esviada), obtener, por aplicación de un algoritmo eficiente, el polígono o el poliedro convexos de área o volumen mínimos que envuelven a la nube de puntos. Los vértices de dicho polígono o poliedro serán un subconjunto de los puntos de la nube, a los que puede restringirse el cálculo de la sección.

El problema de la eliminación de los casos superfluos ha sido tratado por Marin [4], el cual da una solución para la flexión recta que permite eliminar sólo algunos de dichos casos superfluos, y que resulta además inaplicable si la sección y la armadura no son doblemente simétricas. Dicha solución consiste (véase figura 3) en encontrar el caso con mayor esfuerzo axil (punto 1), el caso con mayor momento flector (punto 2) y el caso con menor esfuerzo axil (punto 3), y descartar los casos situados en la zona rayada de la figura.

El problema matemático de encontrar el polígono envolvente ha sido planteado y estudiado a fondo por Dijkstra para los casos de dos y tres dimensiones, en una obra famosa sobre programación y algoritmos [5], en la que le dedica un capí-



HIPOTESIS	CP+SC		CP+SC +V		CP+SC -V		
	M	N	M'	N'	M''	N''	
	1-1-1"	-1,514	11,59	-1,061	11,65	-1,967	11,53
	6-6-6"	-2,272	17,39	-1,819	17,45	-2,725	17,33
	3-3-3"	-0,9705	13,79	-0,5177	13,85	-1,423	13,73
	2-2-2"	-2,815	15,19	-2,362	15,25	-3,268	15,13
	4-4-4"	-2,352	15,28	-1,899	15,34	-2,805	15,22
	5-5-5"	-1,434	13,70	-0,981	13,76	1,887	13,64

Fig. 1. Casos de carga para el cálculo del soporte de un pórtico. Tomado de [2].



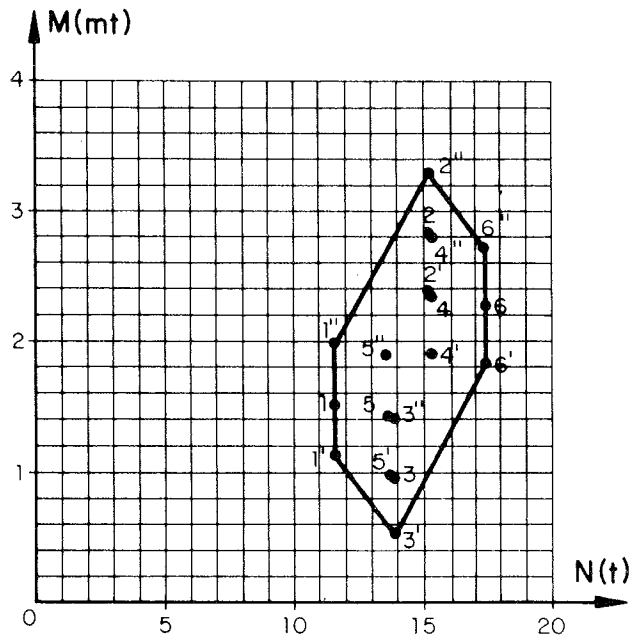


Fig. 2. Solicitaciones actuantes para el cálculo del soporte de un pórtico. Tomado de [2].

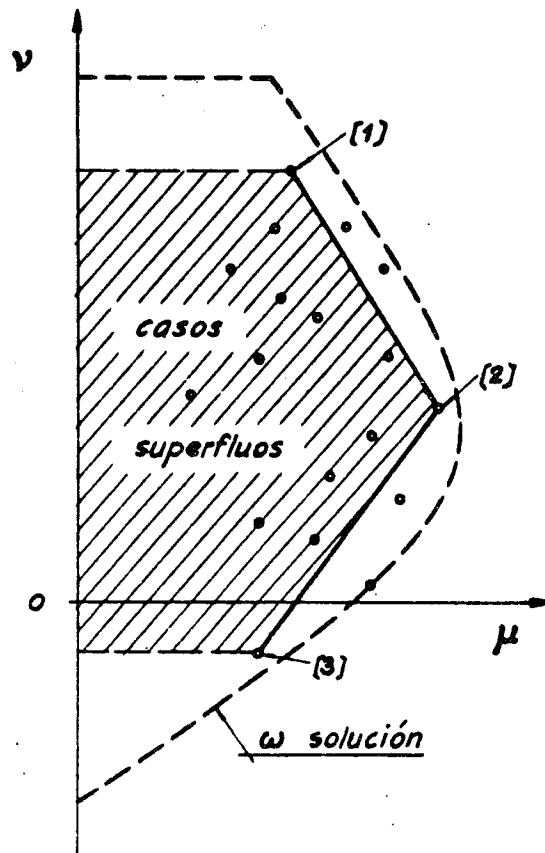


Fig. 3. Casos de carga superfluos, según Marin [4].

tulo que es el más extenso de la obra. Dicho autor considera el problema como extremadamente complejo, y afirma no conocer algoritmos razonables para resolverlo en el caso de tres dimensiones.

También es citado el problema por Dewdney en un ameno artículo sobre artilugios analógicos [6], en el que propone para resolverlo el CABE, o Computador Analógico de Banda Elástica, constituido simplemente por una banda elástica o anillo de goma. La forma de proceder es la siguiente (véase figura 4). Se clavan en un tablero  $n$  puntas de carpintero en las posiciones correspondientes a los  $n$  puntos dados del plano. Se coge después la banda elástica y, estirándola en forma de anillo grande, se rodea con ella el grupo de clavos. Al soltarla, la banda de goma se ciñe instantáneamente en torno de los clavos, determinando el polígono envolvente.

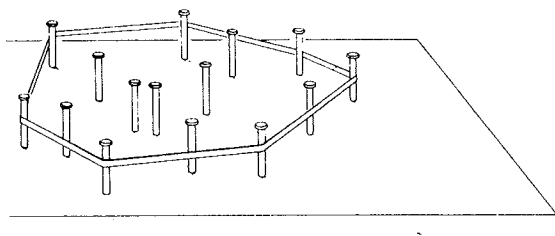


Fig. 4. Computador Analógico de Banda Elástica (CABE). Tomado de [6].

A continuación se presenta un algoritmo que permite determinar, exactamente, el polígono convexo de área mínima que encierra una nube de puntos en un plano, y cuyo tiempo de ejecución crece casi linealmente con el número de puntos de la nube.

## 2. POLIGONO ENVOLVENTE DE UNA NUBE DE PUNTOS

Sea una nube de puntos en el plano, descritos por sus coordenadas  $X$  e  $Y$ , e identificados por medio de un índice. El método que se describe se basa en la posibilidad de expresar los dos grados de libertad de cada punto en un sistema tal que los vértices del polígono buscado puedan ordenarse en función de uno de los grados de libertad, de tal modo que el valor que en cada punto tome el segundo grado de libertad permita, comparándolo con el que toma en los puntos contiguos a él, tipificar el punto en estudio como perteneciente al polígono solución o como interior a dicho polígono.

Para ello, (véase figura 5), se expresan las coordenadas de los puntos de la nube en un sistema po-

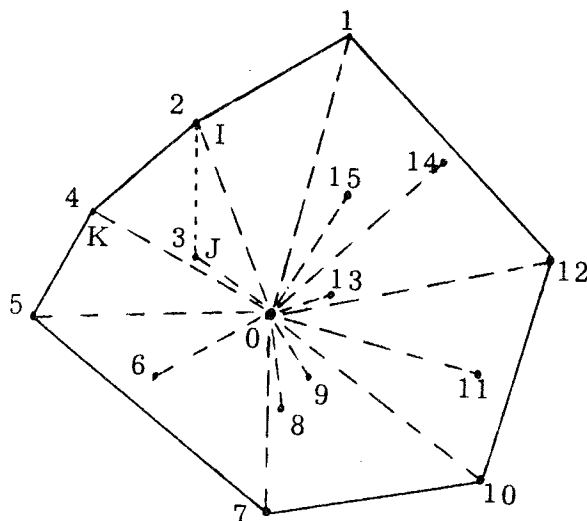


Fig. 5. Obtención del polígono envolvente.

lar que tenga como polo un punto  $O$  interior a la nube, por ejemplo, el centro de gravedad de la misma. Puede adoptarse cualquier dirección para el eje polar; en este caso se ha elegido la paralela al semieje  $X$  positivo.

Se determina a continuación el punto cuyo radio polar sea máximo; sea  $I$  el índice correspondiente a dicho punto. Este punto será, necesariamente, uno de los vértices del polígono buscado. Se ordenan luego los puntos de la nube según valores crecientes de su ángulo polar y se construye una lista que contiene los índices ordenados de todos los puntos de la nube, empezando por el punto  $I$  y terminando de nuevo la lista por el mismo (véase figura 5). La ordenación se hace aplicando el algoritmo Quicksort y por medio de un vector de direccionamiento indirecto, tal como se expone en [7].

La lista ordenada de los vértices del polígono convexo envolvente se construye del siguiente modo:

- a) Se considera, inicialmente, que el primero y segundo vértices del polígono son los dos primeros puntos de la nube ordenada.
- b) Se repasan, sucesivamente, todos los puntos de la nube ordenada, a partir del tercero. Sea  $K$  el índice del punto de la nube que se considera y sean, respectivamente,  $J$  e  $I$  los índices del último y el penúltimo vértices de la lista del polígono actual (figura 5).
- c) Si el vértice  $J$  está en el lado opuesto que el polo respecto al segmento  $IK$ , se incorpora el punto  $K$  a la lista de vértices y se prosigue como se ha indicado en b).
- d) Si el vértice  $J$  queda sobre el segmento  $IK$ , o del mismo lado que el polo respecto de este segmento, se eliminará el punto  $J$  de la lista de vértices del polígono y, además,

e) Se retrocederá en la lista actual de vértices del polígono, de modo que el anterior vértice I pase a ser el nuevo vértice J, y el vértice anterior de la lista del polígono pase a ser el nuevo punto I.

f) Si el vértice J queda sobre el nuevo segmento I K, o del mismo lado que el polo respecto de dicho segmento, se eliminará el punto J de la lista de vértices del polígono y se seguirá en e); en caso contrario se incorporará el punto K a la lista de vértices del polígono y se seguirá en b).

Una vez concluida la revisión de la nube de puntos ordenada, la lista de vértices del polígono envolvente estará completa.

El proceso descrito puede seguirse en la subrutina polígono, que se incluye en el apéndice a este trabajo. Un ejemplo de una nube de puntos y el polígono convexo de área mínima se muestra en la figura 5.

### 3. POLIEDRO ENVOLVENTE DE UNA NUBE DE PUNTOS

El método descrito en el apartado anterior para una nube de puntos en el plano no es generalizable para una nube de puntos en el espacio tridimensional, dado que no es posible establecer un criterio de orden entre los vértices de un poliedro. En consecuencia se propone un método basado en el procedimiento general. Este procedimiento general consiste en formar todos los posibles triángulos que tienen como vértices los puntos de la nube y, para cada uno de ellos, comprobar si es una cara del poliedro solución, verificando que deja a los restantes puntos de la nube de un mismo lado.

El número de operaciones de este método general crece proporcionalmente a la cuarta potencia del número de puntos de la nube. El método que se presenta consiste en seleccionar de entre los puntos de la nube un subconjunto de ellos que son vértices del poliedro solución y que constituyen los vértices de un denominado poliedro inicial.

Se generan después las caras de este poliedro inicial y se comprueba si los restantes puntos de la nube son interiores al mismo. A medida que se detectan puntos exteriores al poliedro inicial, éstos se incorporan como posibles nuevos vértices del mismo, entrando a formar parte de la generación de posibles nuevas caras. De este modo el poliedro inicial evoluciona hasta completar la solución exacta buscada.

En los casos habituales, a medida que aumenta el número de puntos de la nube, aumenta más lentamente el número de vértices del poliedro solución, con lo que el número de operaciones con el método propuesto es sensiblemente proporcional al producto del número de puntos de la nube por

una potencia, muy próxima a uno, del número de vértices de la solución.

Para efectuar la primera selección de vértices se hacen varias proyecciones de los puntos de la nube, con lo que se obtienen otras tantas nubes planas a las que es posible aplicar el método descrito en el apartado anterior.

Los vértices del polígono envolvente de cada una de estas nubes planas serán proyecciones de vértices del poliedro solución exacta. En la implementación del método incluida en este trabajo se utilizan cuatro proyecciones, según direcciones que forman 45 grados cada una con la anterior. Los puntos así seleccionados serán los vértices del poliedro inicial.

Se separan luego los puntos de la nube en dos listas que inicialmente contienen, la primera de ellas, los vértices del poliedro inicial, y, la segunda, los restantes puntos de la nube. Se determina, asimismo, un punto interior a la nube, por ejemplo el centro de gravedad de la misma.

Se procede después a formar, de modo ordenado, todas las combinaciones ternarias posibles de puntos de la primera lista. Para comprobar que una terna define una cara del poliedro inicial se comprueba si todos los restantes puntos de la primera lista quedan, respecto a la terna, del mismo lado que el punto interior. En caso negativo la terna no definirá una cara del poliedro inicial.

Cada vez que se detecta una cara, se verifica la posición de los puntos de la segunda lista respecto a la cara, con relación a la posición que ocupa el punto interior. Cuando se detecta un punto exterior a la cara en estudio se elimina el mismo de la segunda lista y se incorpora al final de la primera. Una vez concluido el repaso de puntos de la segunda lista, si no ha habido ninguna eliminación de la misma, los tres puntos de la terna serán, necesariamente, vértices del poliedro solución.

La posición de un punto respecto a una terna se determina atendiendo al signo del volumen del tetraedro que tiene como base los puntos de la terna y como cuarto vértice el punto en estudio.

### 4. UTILIZACION DE LAS SUBRUTINAS

La implementación de los métodos descritos se ha realizado en Microsoft Basic y se ha puesto a punto en un microcomputador PC compatible AMSTRAD PC-1512. Junto con las subrutinas polígono y poliedro se incluye, asimismo, la subrutina de ordenación QSORT, que es llamada por polígono, y el programa que genera las nubes de puntos y mide los tiempos de cálculo para diversos valores del número de puntos.

Las subrutinas reciben, como parámetros de entrada, el número de puntos de la nube, N, y las coordenadas de los mismos, X e Y para polígono y X, Y y Z para poliedro, y devuelven el número de vértices V y la lista L que contiene los índices de los puntos que corresponden a dichos vértices.

En la tabla 1 se recogen los resultados obtenidos con los programas presentados, indicándose en la misma el número de puntos de la nube, el número de vértices y el tiempo de ejecución en segundos, en lenguaje BASIC compilado con el ordenador citado.

**TABLA 1**  
**Tiempos de ejecución de las subrutinas**  
**POLIGONO y POLIEDRO**

TIEMPO EN POLIGONO			
Puntos	Vértices	Tiempo	T/N * 100
10	7	0,05	0,508
20	10	0,11	0,547
50	12	0,27	0,539
100	13	0,66	0,660
200	15	1,31	0,656
500	18	3,35	0,670
TIEMPO EN POLIEDRO			
Puntos	Vértices	Tiempo	T/(N*V)*100
10	10	2,09	2,094
20	15	8,95	2,983
50	28	49,71	3,551
100	45	232,83	5,174
200	71	1250,21	8,804

Las nubes de puntos utilizadas en las pruebas se han generado de forma aleatoria, obligando a los puntos a estar contenidos, respectivamente, en el interior de una elipse o de un elipsoide.

Como puede observarse, el número de vértices crece más lentamente que el número de puntos de la nube. Además, los tiempos de ejecución son, para polígono, sensiblemente lineales con el número de puntos, y para poliedro son casi lineales con el producto del número de puntos por el número de vértices.

## 5. CONCLUSIONES

El cálculo de secciones de hormigón armado o pretensado sometidas a solicitaciones normales (flexión-compresión) implica la utilización de mé-

todos iterativos, los cuales, sobre todo en el caso de flexocompresión esviada y secciones de forma complicada y elevado número de armaduras, pueden consumir tiempos importantes. Por consiguiente, y sobre todo cuando el número de casos de carga es elevado, como es frecuente en ciertas estructuras (pórticos y puentes), resulta conveniente poder reducir el número de casos que hay que considerar a los estrictamente necesarios.

Los métodos presentados seleccionan, de forma exacta, los casos cuya consideración es imprescindible, los cuales, teniendo en cuenta la convexidad de los diagramas y superficies de interacción, corresponden a los vértices del polígono o poliedro convexos mínimos circunscritos a la nube de los puntos que representan las distintas solicitaciones actuantes.

Las subrutinas que implementan estos métodos tienen tiempos de ejecución que hacen aconsejable su utilización en muchos casos.

## 6. REFERENCIAS

- [1] F. Morán: Cálculo de Estructuras de Hormigón Armado con Ordenadores Personales. Publicación del Seminario S-6 del Curso CEMCO-85. Instituto Eduardo Torroja. Madrid, 1985.
- [2] J. Calavera: Proyecto y Cálculo de Estructuras de Hormigón Armado para Edificios. Tomo I. INTEMAC. Madrid, 1984.
- [3] F. Morán: Anomalías en Flexión-Compresión y formas de evitarlas. Comunicación presentada a la XII Asamblea de la ATEP, Granada, 1987.
- [4] J. Marín: Abacos, Fórmulas y Criterios para el Cálculo de Columnas en Edificios de Concreto Armado. Boletín IMME enero-junio 1978. UCV. Caracas, 1978.
- [5] E.W. Dijkstra: A Discipline of Programming. Prentice Hall. Englewood Cliffs, New Jersey, 1976.
- [6] A.K. Dewdney: Del Computador a Spaghetti y otros Artugios Analógicos. Investigación y Ciencia agosto 1984. Barcelona, 1984.
- [7] A. Recuero y J.P. Gutiérrez: Reordenación de archivos utilizando vectores de direccionamiento indirecto. Primer Congreso Iberoamericano de Métodos Computacionales en Ingeniería. CEDEX Madrid, 1985.

```

10 REM PROGRAMA PRUEBA POLI3
20 REM PRUEBA DE TIEMPOS DE POLINOMIO Y POLIEDRO
30 OPTION BASE 1
40 DEFINT D-Q, U, V
50 DIM L(501), H(501), F(501), IA(501)
60 DIM LT(20), UT(20)
70 DIM X(500), Y(500), Z(500)
80 DIM W(500), T(500), R(500)
90 FOR I=1 TO 500
100 X(I)=10*RND: Y(I)=20*RND
110 W(I)=SQR(X(I)*X(I)+Y(I)*Y(I))
120 X1=(X(I)-5)/5
130 Y1=(Y(I)-10)/10
140 IF X1*X1+Y1*Y1>1 THEN 100
150 Z(I)=30*RND
160 Z1=(Z(I)-15)/15
170 IF X1*X1+Y1*Y1+Z1*Z1>1 THEN 150
180 NEXT I
190 REM *** HA GENERADO 500 PUNTOS EN EL INTERIOR DE UN ELIPSOIDE
200 DATA 10, 20, 50, 100, 200, 500
210 PRINT "TIEMPO EN POLIGONO"
220 PRINT "PUNTOS VERTICES TIEMPO"
230 FOR I=1 TO 6
240 READ N
250 T1=TIMER
260 GOSUB 1060 'SUBROUTINA POLIGONO
270 T1=TIMER-T1
280 PRINT USING "#### #####.## ##.###"; N, V, T1, T1/N*100
290 NEXT I
300 PRINT: PRINT
310 PRINT "TIEMPO EN POLIEDRO"
320 PRINT "PUNTOS VERTICES TIEMPO"
330 RESTORE
340 FOR I=1 TO 5
350 READ N
360 T1=TIMER
370 GOSUB 420 'SUBROUTINA POLIEDRO
380 T1=TIMER-T1
390 PRINT USING "#### #####.## ##.###"; N, V, T1, T1/(N*V)*100
400 NEXT I
410 END
420 REM SUBROUTINA POLIEDRO
430 REM VERTICES DEL POLIEDRO CONVEXO CIRCUNSCRITO A LA NUBE DE PUNTOS
440 REM DE COORDENADAS X, Y, Z. DEJA EN L LA LISTA DE INDICES DE VERTICES
450 FOR DI=1 TO N
460 H(DI)=0: F(DI)=0
470 NEXT DI
480 FOR DI=1 TO 4
490 SA=SIN(DI*3.141593/4)
500 CA=COS(DI*3.141593/4)
510 FOR DJ=1 TO N
520 W(DJ)=X(DJ)*CA+Y(DJ)*SA
530 NEXT DJ
540 GOSUB 1060 'SUBROUTINA POLIGONO
550 FOR DJ=1 TO V
560 H(L(DJ))=1
570 NEXT DJ
580 NEXT DI
590 XO=0: YO=0: ZO=0: V=0: V1=0
600 FOR DI=1 TO N
610 XO=XO+X(DI): YO=YO+Y(DI): ZO=ZO+Z(DI)
620 IF H(DI)=1 THEN V=V+1: L(V)=DI ELSE V1=V1+1: H(V1)=DI

```

```

630 NEXT DI
640 XO=XO/N: YO=YO/N: ZO=ZO/N
650 DI1=0
660 DI1=DI1+1 'CICLO I
670 IF DI1>V-2 THEN 1010 'GOTO SALIDA CICLOS
680 DI=L(DI1)
690 X1=X(DI): Y1=Y(DI): Z1=Z(DI)
700 DJ1=DI1
710 DJ1=DJ1+1 'CICLO J
720 IF DJ1>V-1 THEN 660
730 DJ=L(DJ1)
740 C4=X(DJ)-X1: C5=Y(DJ)-Y1: C6=Z(DJ)-Z1
750 DK1=DJ1
760 DK1=DK1+1 'CICLO K
770 IF DK1>V THEN 710
780 DK=L(DK1)
790 C7=X(DK)-X1: C8=Y(DK)-Y1: C9=Z(DK)-Z1
800 C1=XO-X1: C2=YO-Y1: C3=ZO-Z1
810 CO=C1*C5*C9+C2*C6*C7+C3*C4*C8-C1*C6*C8-C2*C4*C9-C3*C5*C7
820 IF CO=0 THEN 760
830 FOR G1=1 TO V
840 IF G1=DI1 OR G1=DJ1 OR G1=DK1 THEN 890
850 G=L(G1)
860 C1=X(G)-X1: C2=Y(G)-Y1: C3=Z(G)-Z1
870 C=C1*C5*C9+C2*C6*C7+C3*C4*C8-C1*C6*C8-C2*C4*C9-C3*C5*C7
880 IF C*CO<0 THEN 760
890 NEXT G1
900 N1=0
910 FOR G1=1 TO V1
920 IF H(G1)=0 THEN 980
930 G=H(G1)
940 C1=X(G)-X1: C2=Y(G)-Y1: C3=Z(G)-Z1
950 C=C1*C5*C9+C2*C6*C7+C3*C4*C8-C1*C6*C8-C2*C4*C9-C3*C5*C7
960 IF C*CO>=0 THEN 980
970 N1=N1+1: V=V+1: L(V)=G: H(G1)=0
980 NEXT G1
990 IF N1=0 THEN F(DI)=1: F(DJ)=1: F(DK)=1
1000 GOTO 760
1010 V=0
1020 FOR DI=1 TO N
1030 IF F(DI)=1 THEN V=V+1: L(V)=DI
1040 NEXT DI
1050 RETURN
1060 REM SUBROUTINA POLIGONO
1070 REM POLIGONO CONVEXO CIRCUNSCRITO A UNA NUBE DE PUNTOS
1080 REM W, Z = COORDENADAS DE LOS N PUNTOS DE LA NUBE
1090 REM L = LISTA ORDENADA DE LOS V VERTICES DEL POLIGONO
1100 REM PASO A COORDENADAS POLARES CON POLO EN PTO. INTERIOR
1110 REM Y SELECCION DEL RADIO MAXIMO
1120 W1=0: Z1=0
1130 FOR GI=1 TO N
1140 W1=W1+W(GI): Z1=Z1+Z(GI)
1150 NEXT GI
1160 W1=W1/N: Z1=Z1/N
1170 R1=0
1180 FOR GI=1 TO N
1190 W2=W(GI)-W1: Z2=Z(GI)-Z1
1200 R2=SQR(W2*W2+Z2*Z2)
1210 IF R2>R1 THEN R1=R2: GI1=GI
1220 R(GI)=R2
1230 IF R2=0 THEN T(GI)=0: GOTO 1280
1240 IF W2=0 THEN T(GI)=3.141593/2: GOTO 1270
1250 T(GI)=ATN(Z2/W2)
1260 IF T(GI)<0 THEN T(GI)=3.141593+T(GI)
1270 IF Z2<0 THEN T(GI)=3.141593+T(GI)
1280 NEXT GI

```

```

1290 GOSUB 1520                                'SUBROUTINA QSORT
1300 FOR GI=1 TO N                              'BUSQUEDA DEL PUNTO INICIAL
1310 IF IA(GI)=GI THEN 1330
1320 NEXT GI
1330 FOR GJ=0 TO N                              'CREACION DE LA LISTA INICIAL
1340 GK=(GI+GJ-1) MOD N + 1
1350 L(GJ+1)=IA(GK)
1360 NEXT GJ
1370 V=1                                        'SELECCION DE LOS VERTICES DEL POLIGONO
1380 FOR GK1=3 TO N+1
1390 GI=L(V): GJ=L(V+1): GK=L(GK1)
1400 W2=W(GK): Z2=Z(GK)
1410 Z3=(W2-W(GI))*(Z(GJ)-Z(GI))-(W(GJ)-W(GI))*(Z2-Z(GI))
1420 IF Z3<0 THEN V=V+1: GOTO 1490            'ACEPTACION PROVISIONAL DE GJ
1430                                           'ELSE RECHAZO DE GJ
1440 FOR H1=V-1 TO 1 STEP -1                  'CONFIRMAR PUNTOS ANTERIORES
1450 GI=L(H1): GJ=L(H1+1)
1460 Z3=(W2-W(GI))*(Z(GJ)-Z(GI))-(W(GJ)-W(GI))*(Z2-Z(GI))
1470 IF Z3<0 THEN 1490 ELSE V=V-1          'RECHAZAR GJ
1480 NEXT H1
1490 L(V+1)=GK
1500 NEXT GK1
1510 RETURN
1520 REM SUBROUTINA QSORT
1530 REM ORDENACION SEGUN VALORES CRECIENTES DE LA TABLA T(I) DE
1540 REM N ELEMENTOS MEDIANTE EL METODO QUICKERSORT
1550 REM DEVUELVE IA(I), VECTOR DE DIRECCIONAMIENTO INDIRECTO
1560 QI=1                                        'PRIMER ELEMENTO DEL GRUPO A TRATAR
1570 QJ=N                                        'ULTIMO IDEM
1580 M=1                                        'NUM. DE GRUPOS PENDIENTES+1
1590 FOR QK=1 TO N
1600 IA(QK)=QK
1610 NEXT QK
1620 IF QJ-QI<2 THEN 1860                      'EL GRUPO TIENE 2 ELEMENTOS O MENOS
1630 P=(QI+QJ)\2
1640 P1=IA(P)
1650 ST=T(P1)                                  'ELEMENTO DE COMPARACION
1660 IA(P)=IA(QI)
1670 Q=QJ
1680 FOR QK=QI+1 TO Q
1690 IF T(IA(QK))<=ST THEN 1780                'ELSE DEBE COLOCARSE DESPUES DE ST
1700 FOR Q=Q TO QK+1 STEP -1                  'BUSCA UN ELEMENTO CON EL QUE INTERCAMBIARSE
1710 IF T(IA(Q))>=ST THEN 1750                'ELSE INTERCAMBIA LA POSICION DE AMBOS ELTOS
1720 QX=IA(QK): IA(QK)=IA(Q): IA(Q)=QX
1730 Q=Q-1
1740 GOTO 1780
1750 NEXT Q
1760 Q=QK-1
1770 GOTO 1790
1780 NEXT QK
1790 IA(QI)=IA(Q)
1800 IA(Q)=P1                                  'COLOCA T EN SU POSICION DEFINITIVA
1810 IF 2*Q<=QI+QJ THEN 1830                  'SELECCIONA EL GRUPO DE MENOR TAMANO
1820 LT(M)=QI: UT(M)=Q-1: QI=Q+1: GOTO 1840
1830 LT(M)=Q+1: UT(M)=QJ: QJ=Q-1
1840 M=M+1
1850 GOTO 1620
1860 IF QI>=QJ THEN 1890                       'EL GRUPO TIENE UN SOLO ELEMENTO
1870 IF T(IA(QI))<=T(IA(QJ)) THEN 1890        'EL GRUPO DE 2 ELEMENTOS ESTA ORDENADO
1880 QX=IA(QI): IA(QI)=IA(QJ): IA(QJ)=QX     'INTERCAMBIO DE ELTOS
1890 M=M-1
1900 IF M>0 THEN QI=LT(M): QJ=UT(M): GOTO 1620 'ULTIMO GRUPO PENDIENTE
1910 RETURN

```

## RESUMEN

Se presentan sendos métodos exactos para la determinación de los puntos de una nube plana o espacial que son vértices del polígono o del poliedro convexos mínimos que contienen a la nube.

Ambos métodos han sido implementados en forma de subrutinas escritas en BASIC para ordenadores PC compatibles, cuyos listados se presentan. Los tiempos de ejecución varían casi linealmente con el número de puntos de la nube, para el caso plano, y con el producto del número de puntos de la nube por el número de vértices del poliedro, para el caso espacial.

Estos métodos son aplicables a la selección de las hipótesis que deben ser objeto de consideración al calcular secciones de hormigón armado o pretensado, sometidas a flexocompresión recta (caso plano) o a flexocompresión esviada (caso espacial), dado que los puntos interiores al polígono o al poliedro pueden descartarse a priori en virtud de la convexidad del diagrama o de la superficie de interacción.

## SUMMARY

Exact methods are presented for the problem of the convex hull in two and three dimensions. Given a set of points in the plane or in a three-dimensional space, the convex hull problem consists in the determination of the points of the set which are vertices of the minimum convex polygon or polyhedron which contains all the points of the set.

Both algorithms have been implemented as subroutines in BASIC for PC-compatible micros, whose listings are given. Execution times of these subroutines vary almost linearly with the number of points of the set, in the plane case, and with the product of the number of points by the number of vertices of the polyhedron, in the space case.

These methods can be used for the selection of load cases for the design or check of reinforced concrete cross-sections submitted to symmetrical bending and compression (plane case) or to biaxial bending and compression (space case). The load cases corresponding to internal points can be eliminated as a consequence of the convexity of the interaction diagram or surface.

\* \* \*

## Constitución del Centro Español de Soldadura y Tecnologías de Unión (CES)

Los países industrializados vienen dedicando, a las tecnologías de unión, especiales esfuerzos y recursos para mantener un adecuado nivel de conocimientos y desarrollar programas de investigación que les permitan jugar un importante papel en el contexto internacional.

En la actualidad, estas acciones se realizan a través de Entidades de la Administración, Asociaciones de Empresas y Asociaciones de Profesionales que estudian, investigan, desarrollan y difunden sus conocimientos, con los mismos objetivos fundamentales de atender las necesidades industriales con un nivel tecnológico elevado.

En España, en lo que se refiere a las tecnologías de unión, existían Entidades de la Administración y una Asociación de Profesionales que es ADESOL. Pero no había una Asociación de Empresas a Nivel Nacional, lo que, indudablemente, creaba un vacío, tanto en lo referente a cubrir las atenciones que la industria moderna demanda como en lo relativo a la presencia de la misma a nivel internacional.

Por ello, recientemente se ha constituido el CES-CENTRO ESPAÑOL DE SOLDADURA Y TECNOLOGIAS DE UNION, que vendrá a cubrir esta importante área.

El Centro se ha creado siguiendo el modelo de países tecnológicamente avanzados, en los que este tipo de Asociaciones, de carácter privado y no lucrativo, están organizadas, dirigidas, sustentadas y controladas por sus Empresas Socios, que son, al mismo tiempo, su objetivo y su razón de ser.

Los interesados en incorporarse a este nuevo Centro, podrán ponerse en contacto, en solicitud de información complementaria con:

D. GERMAN HERNANDEZ RIESCO  
Director en funciones  
CENTRO ESPAÑOL DE SOLDADURA Y  
TECNOLOGIAS DE UNION (CES)  
Príncipe de Vergara, 74 - 7<sup>o</sup>  
28006 MADRID  
Tfno.: 411 03 70  
Télex: 46229 EQNA - Fax: 261 06 18



# Una representación geométrica de la red de fisuración en estructuras de hormigón para su aplicación en un modelo de análisis por el Método de los Elementos Finitos

Miguel Angel Fernandez Prada  
 Profesor de Hormigón  
 Pedro F. Miguel Sosa  
 Catedrático de Hormigón

Departamento de Ingeniería de la Construcción  
 Universidad Politécnica de Valencia

## 1. INTRODUCCION

Cuando se realiza un análisis, por el método de los elementos finitos, de estructuras de hormigón siguiendo la técnica de la fisuración discreta, es necesario modificar la malla de elementos finitos que representa a la estructura, cada vez que se produce una fisura.

Diversos autores han tratado el problema de establecer los criterios que se deben seguir para renovar la malla de elementos finitos cuando se produce la fisuración. Así, por ejemplo, Ngo (3) utilizando elementos cuadrangulares y triangulares, establece un proceso general consistente en:

1) Obtener las tensiones principales nodales y el ángulo que define su dirección, como media de las de los elementos que rodean al nodo.

2) Chequear las tensiones principales frente al criterio de rotura.

3) Escoger el nodo más desfavorable frente a la fisuración, y

4) Generar un tramo de fisura entre el nodo fisurado y otro nodo pertenecientes a un mismo elemento, pudiendo aparecer elementos triangulares si la fisura progresa por la diagonal.

También, Saouma e Ingraffea (4), utilizando elementos isoparamétricos cuadrangulares y triangulares cuadráticos, establecen un proceso general consistente en:

1) Definir elementos especiales, para cada cabeza de fisura, que determinan la dirección en que progresan.

2) Determinar el elemento que es atravesado por la fisura.

3) Comprobar si la fisura se detiene o prosigue a otro elemento, y

4) Establecer la fisura entre dos nodos de un mismo elemento.

En lo que sigue se presenta un conjunto de criterios para representar la red de fisuración, cuando se utilizan elementos finitos triangulares de deformación constante para representar al hormigón.

Esta estrategia es la empleada por los autores en el modelo de análisis de estructuras de hormigón en tensión plana que emplea la técnica de la fisuración discreta (1).

## 2. PROCESO GENERAL DE MODIFICACION DE LA MALLA DE ELEMENTOS FINITOS

La estrategia general seguida en la modificación de la malla de elementos finitos cuando se alcanza las condiciones de rotura es la siguiente:

1) Determinación del nodo fisurado de entre aquellos que superan el criterio de rotura.

2) Localización del elemento a través del que se propaga la fisura (elemento fisurado).

3) Determinación del tramo de fisura generado desde el nodo fisurado, y

4) Generación de los nuevos nodos y elementos que conforman la fisura.

En lo que sigue se trata con mayor extensión cada una de las etapas.

## 3. DETERMINACION DEL NODO FISURADO

Para un determinado nivel de carga, y con una determinada configuración de la malla de elemen-

tos finitos, en general, se alcanza el equilibrio mediante un proceso de convergencia numérica. En esta situación de equilibrio es posible obtener las tensiones en los nodos de la malla (2). Pueden darse dos situaciones: que en ningún nodo se alcance el criterio de rotura, en cuyo caso habrá que aumentar el nivel de carga; o que uno o más nodos superen el criterio de rotura.

En rigor, si el proceso de aplicación de la carga fuera mediante escalones tan pequeños como fuese necesario, sería posible avanzar en el proceso de fisuración de forma que en cada escalón sólo un nodo alcanzara el criterio de rotura.

Debido a las dificultades de automatizar el proceso descrito en el párrafo anterior y al gran esfuerzo de cálculo que se dispendiaría, resulta más ventajoso avanzar por escalones de carga previamente fijados. Esto conduce a que, en general, en un determinado escalón existan varios nodos que alcanzan a la vez el criterio de rotura. La aparición simultánea de todos los tramos de fisura correspondientes a estos nodos no es real sino debida a la discretización de la carga. Parece más lógico pensar que el nodo más cargado debe ser el único que hubiera alcanzado el criterio de rotura en el caso de que la carga se hubiese aplicado con un escalón suficientemente pequeño. De este modo, la estructura iría cambiando sucesivamente conforme fueran apareciendo nodos fisurados. La situación tensional al alcanzar el nivel de carga que, aplicada a la estructura inicial, dió lugar a que varios nodos quisieran fisurarse, sería esencialmente distinta a la obtenida al alcanzarse este mismo nivel de carga si se hubiera aplicado en escalones suficientemente pequeños, debido a que la estructura se modifica cada vez que se genera un tramo de fisura.

Se hace necesario, por tanto, progresar nodo a nodo en el proceso de avance de la fisura, y establecer un criterio de selección del nodo fisurado.

El criterio que se ha seguido para determinar el nodo fisurado, es escoger aquel cuya tensión principal de tracción sea mayor, excepto en el caso de que entre los nodos que superan el criterio de rotura exista alguno que sea cabeza de fisura. Entonces, el nodo fisurado se escoge, con el criterio de la mayor tensión principal de tracción, de entre los nodos cabeza de fisura.

Una vez determinado el nodo fisurado, el ángulo del tramo de fisura (ángulo de fisura) viene determinado por la dirección normal a la de máxima tracción.

#### 4. LOCALIZACION DEL ELEMENTO FISURADO

Una vez escogido el nodo fisurado y conocida la dirección en que debe avanzar la fisura desde el

mismo, es necesario saber a través de qué elemento avanza la fisura.

El problema reside en el hecho de que las tensiones principales obtenidas en el nodo solamente permiten conocer la dirección de avance de la fisura pero no su sentido. En general, habrá dos elementos atravesados por la recta que pase por el nodo fisurado y lleve la dirección de la fisura. Si el nodo fisurado no es cabeza de una fisura anterior resulta indiferente el sentido de avance de la fisura, pero si el nodo fisurado es cabeza de una fisura anterior, es necesario imponer un criterio para determinar el sentido de avance de la fisura y escoger así el elemento fisurado.

Parece lógico imponer como criterio de avance de la fisura el de la mínima desviación respecto de la fisura anterior; lo que lleva a desechar el elemento que es atravesado por la semi-recta que forma con el tramo anterior un ángulo menor que  $\pi/2$  (fig. 1).

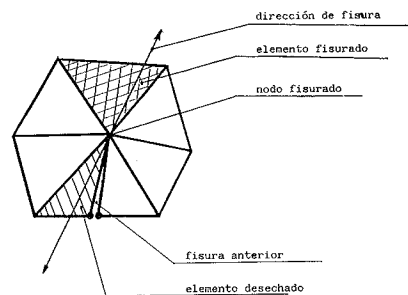


Fig. 1

#### 5. DETERMINACION DEL TRAMO DE FISURA

Determinado el elemento fisurado, la recta definida por la dirección de la fisura dividirá al triángulo en dos nuevos triángulos. El nuevo tramo de fisura quedará definido por el lado común a estos dos triángulos. Si no se impone ningún otro criterio, puede suceder que uno de los dos nuevos triángulos quede con un lado mucho menor que los otros dos. Tal elemento provocaría distorsiones tensionales en la malla de elementos finitos y, para evitarlo, se ha considerado la opción de no generar este tipo de elementos, desplazando el nodo más próximo del elemento origen hasta la intersección de la recta definida por la dirección de la fisura y el lado opuesto al nodo fisurado (fig. 2 y fig. 3).

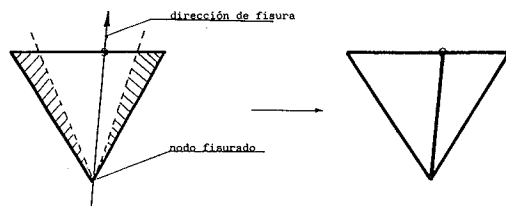


Fig. 2

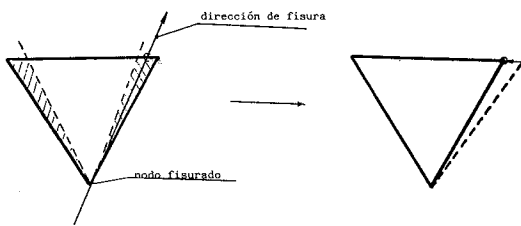


Fig. 3

## 6. GENERACION DE NODOS Y ELEMENTOS

Una vez determinado el tramo de fisura en el elemento fisurado, es necesario generar nodos y elementos nuevos que conformen la fisura y permitan que la nueva malla de elementos finitos este configurada con elementos del mismo tipo que la malla inicial.

La fisura va configurándose tramo a tramo por elementos especiales de cuatro nodos (fig. 4), dos en un labio de la fisura y dos en el otro. Este elemento se ve degenerado a tres nodos (fig. 4) en el caso del tramo que representa la cabeza de fisura o incluso a dos nodos si el tramo de fisura se crea sin continuar un tramo anterior ni parte de un borde de la malla (fig. 5).

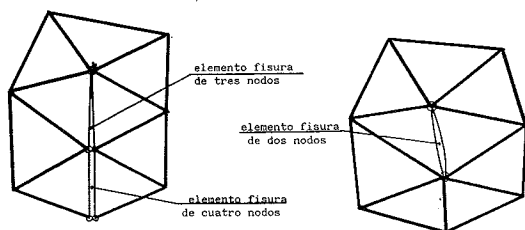


Fig. 4 y 5 Tipos de elementos de fisura según el número de nodos.

Cuando un nodo cabeza de fisura resulta ser el nodo fisurado en una etapa del proceso, es neces-

rio generar un nuevo nodo para que el elemento de tres nodos que antes era cabeza de fisura pase ahora a tener cuatro nodos y el nuevo tramo, ahora cabeza de fisura, tenga los tres nodos correspondientes (fig. 6).

Además, tal como se indicó en el apartado anterior, el nuevo tramo de fisura podía ir por un lado del elemento fisurado o dividir a éste en dos. En el primer caso no se hace necesario generar un nodo cabeza de fisura, puesto que ya existe, basta con modificar su posición. En el segundo caso sí necesitamos generar dicho nodo, al mismo tiempo que dividimos en dos al elemento, para poder representar la fisura. Este nuevo nodo obliga a dividir en dos al elemento de hormigón cuyo lado coincide con el lado del elemento fisurado donde se ha generado un nuevo nodo, a fin de restablecer una malla con el mismo tipo de elementos, es decir, elementos triangulares con nodos en los vértices (fig. 7).

Si no existe ningún elemento con lado común al fisurado, quiere decir que ese lado es un borde de la malla y, por tanto, la fisura habrá alcanzado el borde exterior de la estructura, por lo que no aparece una cabeza de fisura y precisamos generar un nodo más para conformar adecuadamente el elemento fisura de cuatro nodos (fig. 8).

Si el elemento con lado común al elemento fisurado es un elemento fisura, esto indica que el nuevo tramo de fisura ha alcanzado una fisura anterior y, como en el caso anterior, también, será necesario generar otro nodo más para representar el elemento fisura (fig. 9). Este caso es idéntico al anterior en cuanto a los nodos que hace falta generar para dar forma al nuevo tramo de fisura, pero esencialmente distinto en lo que se refiere a la modificación del resto de los elementos de la malla, puesto que hemos de dividir el elemento de fisura, que tiene un lado común con el elemento fisurado, en dos elementos, para lo cual necesitamos generar otro nuevo nodo al otro lado del labio de la fisura. Esto implica, nuevamente, la división en dos del elemento de hormigón que se encuentra, también, al otro lado de la fisura, para que la nueva malla siga teniendo el mismo tipo de elementos.

Si la malla de elementos finitos contiene elementos lineales de acero ensamblados a los de hormigón mediante elementos de adherencia (1), los nodos comunes al hormigón y a la adherencia no pueden desplazarse de su posición y, por tanto, necesariamente se ha de generar un nuevo nodo y dividir el elemento de hormigón en dos. Esto lleva consigo la necesidad de dividir, a su vez, en dos tanto al elemento de adherencia como al de acero, generando un nuevo nodo (fig. 10).

Si el nodo fisurado es cabeza de fisura y, además, pertenece a un elemento de adherencia, en-

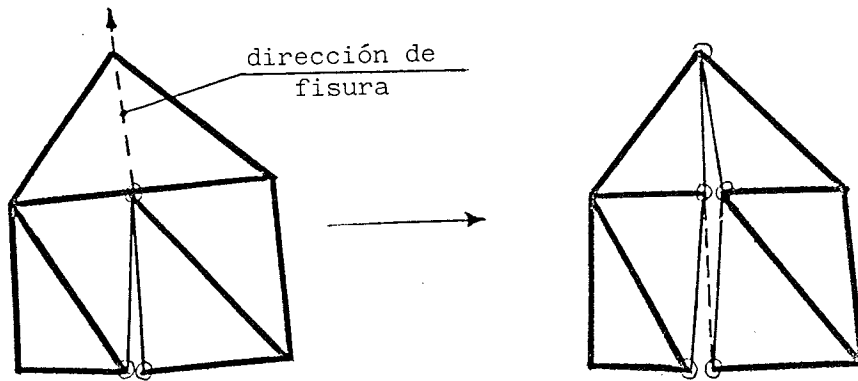


Fig. 6. Progresión de la fisura y duplicación de nodo cabeza de fisura.

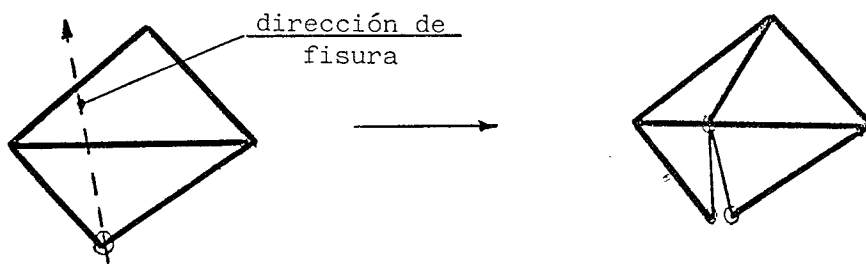


Fig. 7. Duplicación del elemento adyacente al fisurado.

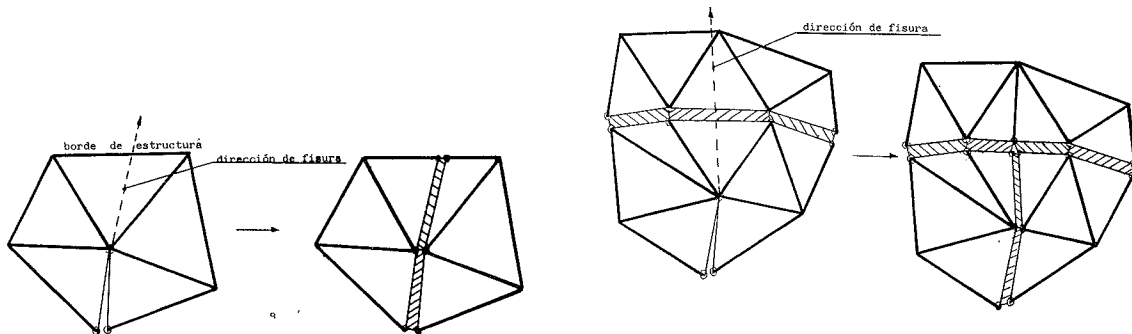


Fig. 8. Fisura que alcanza el borde de la estructura.

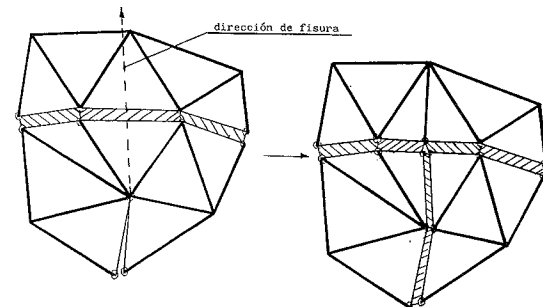


Fig. 9. Fisura que alcanza a otra fisura. Duplicación de elemento fisura.

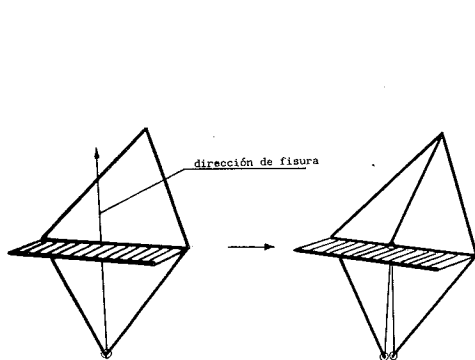


Fig. 10. Fisura que alcanza a un elemento de adherencia.

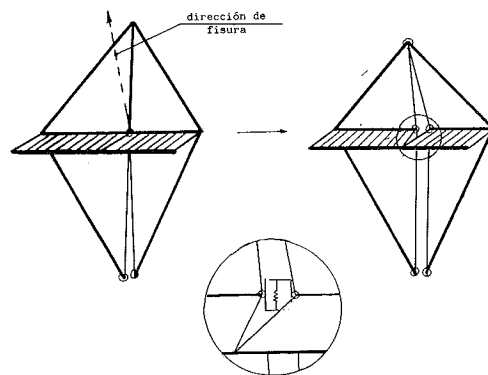


Fig. 11. Fisura que progresa generando un pasador.

tonces, la fisura queda atravesada por una armadura y se puede introducir un nuevo elemento de enlace entre los nodos de hormigón que quedan a un lado y otro de la fisura, para representar el fenómeno del efecto pasador de la armadura (fig. 11).

## 7. CONCLUSIONES

Se ha expuesto una forma de reorganizar la malla de elementos para representar la fisuración de forma real cuando la malla está compuesta por elementos triangulares de hormigón y lineales para el acero. El uso de este tipo de malla tan simple, hace posible una fácil reorganización de la malla de forma que la malla final esté compuesta por elementos del mismo tipo que la inicial, pero en mayor número.

El avance de la fisura se hace por tramos discretos cuyo tamaño depende del tamaño de los elementos triangulares de hormigón en la malla inicial. La dirección del avance, sin embargo, no queda condicionada por la malla inicial puesto que la fisura progresa sin restricciones en cuanto al ángulo de avance.

La posibilidad de que la fisura avance por el lado de los elementos triangulares de hormigón moviendo la posición inicial de los nodos, hace que el número de elementos generados por la fisuración pueda ser pequeño si la malla inicial está bien configurada.

## 8. BIBLIOGRAFIA

(1) M.A. Fernández y P.F. Miguel "Un modelo por el M.E.F. con fisuración discreta para el análisis de estructuras de hormigón. Descripción general" XII<sup>a</sup> Asamblea de la A.T.E.P., Granada 1987.

(2) R. Loov "Modifications to the interpretation of the stresses and strains determined using

constant strain triangular elements" Int. J. for Num. Methods in Eng., Vol. 22, marzo 1986.

(3) D. Ngo "A network-topological approach to the finite element analysis of progressive crack growth in concrete members" Tesis Doctoral presentada en la Universidad de Berkley (California) 1975.

(4) V.E. Saouma y A.R. Ingraffea "Fracture mechanics analysis of discrete cracking" Advanced Mechanics of Reinforced Concrete. I.A.B.S.E. Colloquium, Delft 1981.

## RESUMEN

Uno de los aspectos que condicionan el empleo de la técnica de la fisuración discreta en los modelos de análisis de estructuras de hormigón que utilizan el M.E.F. es la modificación continua que sufre la malla durante el proceso de iniciación y progresión de fisuras.

En este trabajo se propone una estrategia de modificación de la malla cuando los elementos finitos que representan al hormigón son triángulos. La modificación prevista tiene también en cuenta la posibilidad de que la malla contenga elementos finitos para representar la adherencia, el acero, el encajamiento y el efecto pasador. Todo el proceso de modificación es automático.

## SUMMARY

One of the aspects that conditions the use of the discrete crack technique in the finite element analysis of concrete structures is the continuous alteration of the mesh during the process of crack propagation.

This work presents a strategy for the modification of triangular meshes that also takes into account the presence of bond, aggregate interlock and dowel action. The proposed process of modification is fully automatic.

# I Conferencia Internacional "Oleg Kerensky Memorial" Estructuras Atirantadas 20 - 22 junio 1988

Organizada por el Instituto de Ingenieros Estructurales y bajo el patrocinio de S.A.R. el Príncipe Felipe de Edimburgo, KG, PC, KT, OM, GBE, FRS, durante los días 20 a 22 del próximo mes de junio se va a celebrar, en el Centro de Congresos "Queen Elizabeth II" de Londres, la I Conferencia Internacional sobre "Estructuras atirantadas".

El programa técnico de reuniones es el siguiente:

## LUNES 20 DE JUNIO DE 1988

### *Solemne Sesión de Apertura*

Discurso Inaugural.—Presentación de la Conferencia.—Homenaje a Oleg Kerensky.

### *1ª Sesión Técnica.—Aspectos Históricos*

Algunas consideraciones sobre la evolución de los puentes colgantes. Desarrollo de las estructuras de cubiertas colgantes, en China.

### *2ª Sesión Técnica.—Puentes*

Puentes ferroviarios colgantes. Evolución de los puentes atirantados. Protección contra la corrosión de los cables de puentes atirantados. Estética de los puentes colgantes y atirantados. Consideraciones sobre las tracciones y compresiones en los puentes.

## MARTES 21 DE JUNIO DE 1988

### *3ª Sesión Técnica.—Otras estructuras (Incluidas las de edificios)*

Estructuras laminares y atirantadas en edificación. Estadio Olímpico en Seul, Corea. Estructuras industriales.

### *4ª Sesión Técnica.—Análisis y Ensayos*

Estudio, tipos y ejecución de las estructuras superficiales tesas.—Evolución del proyecto de los puentes atirantados.—Comportamiento de los cables de suspensión en puentes.—Ensayo dinámico, a escala natural, de puentes atirantados.

## MIÉRCOLES 22 DE JUNIO DE 1988

### *5ª Sesión Técnica.—Materiales*

Materiales utilizados en los puentes atirantados de gran luz.—Materiales utilizados en edificación.—Elementos superficiales para tableros ortótropos de puentes.—Materiales metálicos para estructuras atirantadas.

### *6ª Sesión Técnica.—Últimos avances en las técnicas de ejecución*

Técnicas utilizadas en la ejecución de puentes atirantados.—Rapidez de ejecución y aumento de la seguridad (en puentes).

### *Sesión de Clausura*

Están programados también diversos actos sociales y una exposición de materiales, equipos y posters.

El importe de la cuota de inscripción es de 299 libras esterlinas.

Los interesados en participar en esta Conferencia deberán ponerse en contacto con:

MRS. MARGARET TREANOR  
The Institution of Structural Engineers  
11 Upper Belgrave Street, LONDON SW1X  
8BH  
Tfno.: 01-235 4535.— Fax: 01-235 4294

# Un modelo por el M.E.F. con fisuración discreta para el análisis de estructuras de hormigón

Miguel Angel Fernández Prada  
Profesor de Hormigón

Pedro F. Miguel Sosa  
Catedrático de Hormigón

Departamento de Ingeniería de la Construcción de  
la Universidad Politécnica de Valencia.

## 1. INTRODUCCION

Existen dos fenómenos que influyen en el comportamiento no-lineal de estructuras de hormigón:

–No-linealidad geométrica: originada por los grandes desplazamientos que sufren determinadas estructuras con respecto a su posición inicial y que obligan a establecer el equilibrio en la posición deformada. Columnas esbeltas, láminas delgadas y arcos son ejemplos de estructuras donde este tipo de no-linealidad puede ser relevante.

–No-linealidad del material: originada por efectos tales como: fisuración del hormigón; relaciones tensión-deformación no lineales para hormigón, acero y adherencia; y efectos diferidos como retracción y fluencia.

El modelo que se describe aquí no tiene en cuenta la no-linealidad geométrica y tampoco los efectos diferidos que influyen sobre el comportamiento no lineal del material.

En el tratamiento de estructuras de hormigón mediante el método de los elementos finitos (MEF), se han utilizado, y se sigue haciendo, dos técnicas conocidas como (1):

–Fisuración discreta (discrete cracking) mediante la cual las fisuras se representan entre elementos de hormigón, pudiendo quedar ligados los elementos a un lado y otro de la fisura con algún elemento de enlace (fig. 1.1).

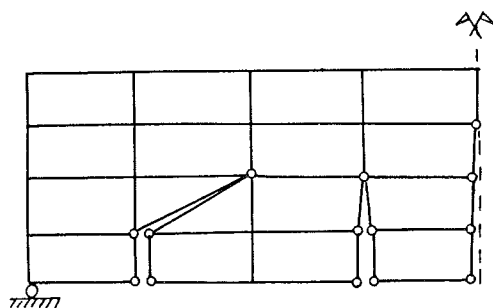


Fig. 1.1.

–Fisuración distribuída (smeared cracking) mediante la cual las fisuras quedan incluídas dentro de los elementos, los cuales modifican sus parámetros constitutivos para tener en cuenta este hecho (fig. 1.2).

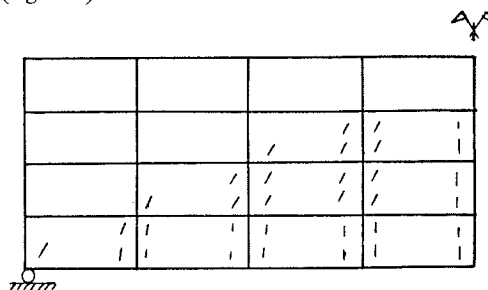


Fig. 1.2.

La primera de estas técnicas fue la que en un principio desarrollaron los programas de elementos finitos aplicados al hormigón como, por ejemplo, el modelo propuesto por Ngo (15), en el cual se representan los elementos de hormigón mediante triángulos o cuadriláteros y el acero mediante elementos lineales, representando la adherencia, el encajamiento o el pasador, con elementos de enlace.

Con el tiempo aparecieron las técnicas de fisuración distribuída, en las cuales se asume que la fisura está distribuída dentro del elemento. Para los casos de tensión plana es muy corriente asumir que el acero se encuentra repartido dentro del elemento de hormigón con alguna dirección determinada que permite hallar la rigidez del elemento compuesto acero-hormigón. Suele asumirse también una perfecta adherencia entre el acero y el hormigón, aunque existen modelos que representan ésta de forma semejante a como se hacía con la fisuración discreta.

La técnica de la fisuración distribuída presenta una importante ventaja frente a la discreta en el hecho de que la malla inicial de elementos finitos nunca se modifica.

Sin embargo, la técnica de la fisuración discreta nos permite una mejor aproximación a los fenómenos locales y, con una adecuada estrategia de modificación de la malla, el problema puede no resultar excesivamente más complejo que tratado mediante fisuración distribuída.

La técnica de fisuración discreta aplicada a estructuras planas cargadas en su plano es la que se ha utilizado en el modelo que se presenta.

## 2. MECANISMO RESISTENTE DEL HORMIGÓN FISURADO

En una estructura de hormigón donde existen fisuras, son varios los mecanismos que intervienen en la transmisión de los esfuerzos. Se puede distinguir entre lo que ocurre entre fisuras, es decir, donde el hormigón no está fisurado, y lo que ocurre en la propia fisura.

En el hormigón entre fisuras y, en general, en cualquier parte de la estructura donde no existan tales fisuras, co-existen diferentes formas de transmitir los esfuerzos: Por el propio hormigón sometido a un estado tensional determinado (bi o triaxial) con tensiones de tracción o compresión en las distintas direcciones según el estado en que se encuentre; por el acero embebido en el hormigón trabajando esencialmente en un estado uniaxial en la dirección de la propia armadura; y por la adherencia, que permite la transmisión de parte de las tensiones que tiene el acero, al hormigón, debido a las tensiones tangenciales que actúan sobre ambos materiales a causa de los movimientos relativos entre ellos.

Además, entre las caras de la fisura aparecen otros mecanismos que aportan rigidez y colaboran a la transmisión de esfuerzos. Son los conocidos como encajamiento de áridos (aggregate interlock) y efecto pasador (dowel action) de las armaduras.

El encajamiento de áridos se manifiesta cuando se producen movimientos relativos de las caras de la fisura en la dirección de la fisura y su efecto consiste en la aparición de unas tensiones tangenciales entre ambas caras, que tratan de impedir el movimiento, actuando al mismo tiempo unas tensiones normales a la fisura que tienden a abrirla para facilitar el "cabalgamiento" de los áridos (fig. 2.1).

El efecto pasador tiene lugar cuando, en una fisura atravesada por una armadura, se produce un movimiento relativo entre caras de la fisura, en dirección normal a la armadura. Entonces, la armadura trabaja como una barra bi-empotrada movilizándose unos esfuerzos de corte que tienden a impedir el movimiento relativo (fig. 2.2).

## 3. ELEMENTOS FINITOS UTILIZADOS EN EL MODELO

Se han diseñado elementos finitos capaces de reproducir los mecanismos resistentes citados en el punto anterior, los cuales se describen a continuación:

### 3.1. Elemento finito de hormigón

Para el hormigón se ha utilizado el conocido elemento triangular de deformación constante (22) cuyas funciones de forma  $N$  son:

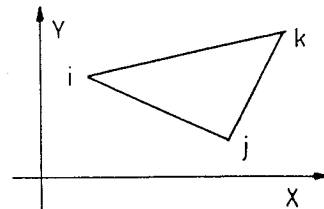


Fig. 3.1.

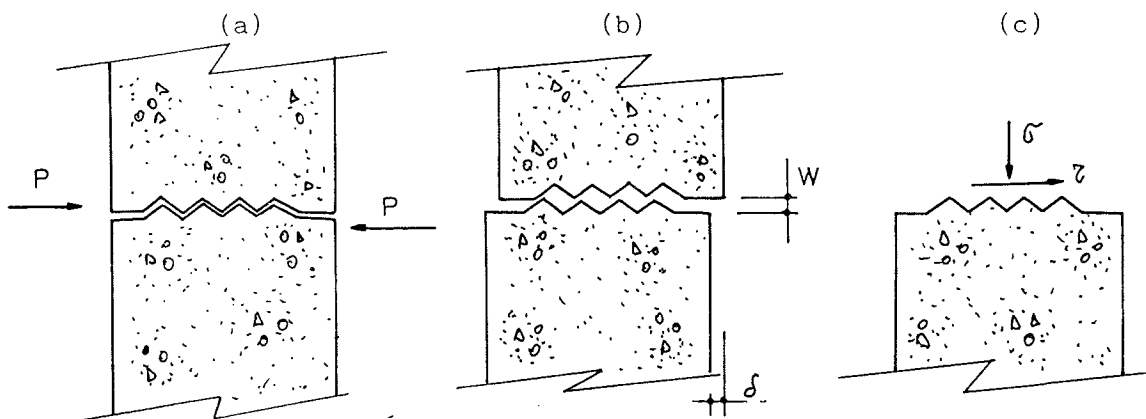


Fig. 2.1.



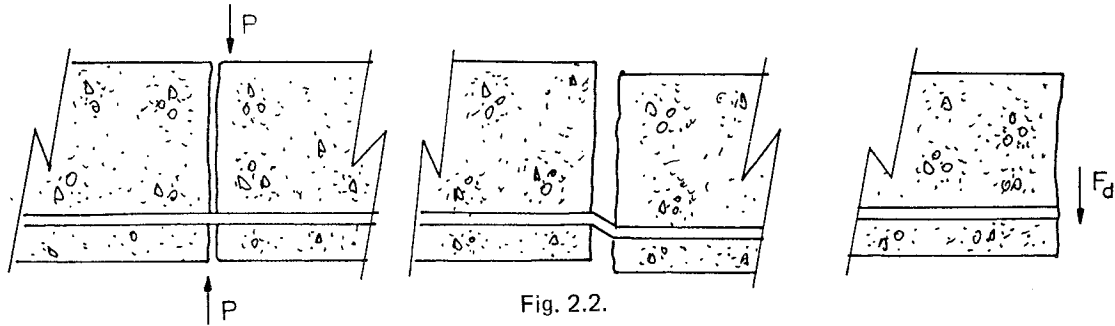


Fig. 2.2.

$$\tilde{u} = \tilde{N} \cdot \tilde{d}$$

$$\tilde{N} = \begin{bmatrix} N_i & 0 & N_j & 0 & N_k & 0 \\ 0 & N_i & 0 & N_j & 0 & N_k \end{bmatrix}$$

donde

$$\tilde{u} = \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} \text{ desplazamientos de un punto del elemento}$$

$$\tilde{d} = \begin{bmatrix} u_i \\ v_i \\ u_j \\ v_j \\ u_k \\ v_k \end{bmatrix} \text{ desplazamientos nodales}$$

$N_i = (a_i + b_i x + c_i y) / 2 / \text{área}$  (y análogamente para 'j' y 'k')

y considerando el criterio de signos que se indica a continuación, las funciones de forma de las deformaciones son:

$$\tilde{\epsilon} = \begin{bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \epsilon_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -du/dx \\ -dv/dy \\ (du/dy + dv/dx) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -b_i & 0 & -b_j & 0 & -b_k & 0 \\ 0 & -c_i & 0 & -c_j & 0 & -c_k \\ c_i & b_i & c_j & b_j & c_k & b_k \end{bmatrix} \cdot \tilde{d}$$

con

$$b_i = (y_j - y_k) / 2 / \text{área}$$

$$c_i = (x_k - x_j) / 2 / \text{área}$$

y permutando cíclicamente los subíndices para obtener  $b_j, c_j, b_k$  y  $c_k$ .

### 3.2. Elemento finito de acero

Para la armadura se ha utilizado el conocido elemento lineal de deformación constante cuyas funciones de forma N son:

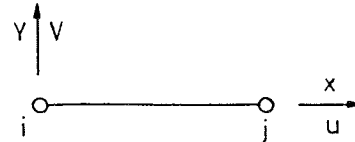


Fig. 3.2.

$$u = \tilde{N} \cdot \tilde{d}$$

$$\tilde{N} = [(1 - x/L), x/L] \quad \tilde{d} = \begin{bmatrix} u_i \\ u_j \end{bmatrix}$$

y cuya deformación viene dada por la expresión:

$$\epsilon(x) = -du/dx = [1/L, -1/L] \cdot \begin{bmatrix} u_i \\ u_j \end{bmatrix}$$

### 3.3. Elemento finito de adherencia

El elemento de adherencia es un elemento lineal de cuatro nodos. Los cuatro nodos son: 1c y 2c pertenecientes al hormigón y 1s y 2s pertenecientes al acero, tal como se muestra en las figuras 3.3 y 3.4.

El deslizamiento relativo de cualquier punto vendrá dado por la expresión:

$$s(x) = |u_c(x) - u_s(x)|$$

y suponiendo una variación lineal de los desplazamientos para el hormigón y el acero:

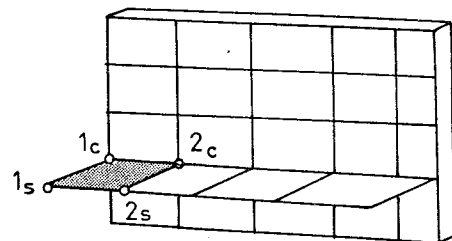


Fig. 3.3.

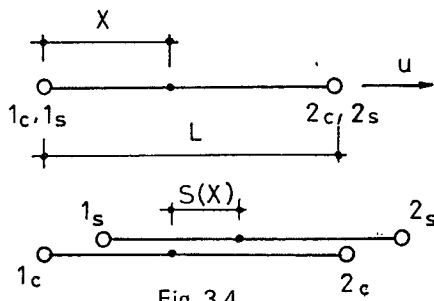


Fig. 3.4

$$u_c(x) = \underline{N}_c \cdot \underline{u}_c \quad \underline{u}_c = \begin{bmatrix} u_{1c} \\ u_{2c} \end{bmatrix} \quad \underline{u}_s = \begin{bmatrix} u_{1s} \\ u_{2s} \end{bmatrix}$$

$$u_s(x) = \underline{N}_s \cdot \underline{u}_s$$

$$\underline{N}_c - \underline{N}_s = [(1-x/L) \ x/L]$$

por lo que la función de forma de los deslizamientos N resulta ser:

$$S = \underline{N} \cdot \underline{d}$$

con

$$\underline{N} = [(1-x/L), x/L, -(1-x/L), -x/L]$$

y

$$\underline{d} = \begin{bmatrix} u_{1c} \\ u_{2c} \\ u_{1s} \\ u_{2s} \end{bmatrix}$$

### 3.4. Elemento finito de encajamiento de áridos

Se trata de un elemento lineal de 4 nodos, cuyos movimientos son el deslizamiento  $\delta$  y la apertura de fisura  $w$ :

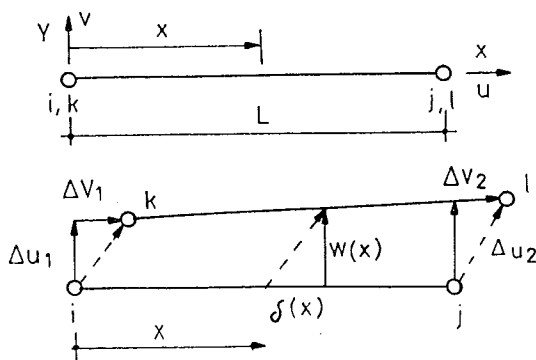


Fig. 3.5.

$$\delta_1 = \Delta u_1 = \Delta u_k - \Delta u_i \quad w_1 = \Delta v_1 = \Delta v_k - \Delta v_i$$

$$\delta_2 = \Delta u_2 = \Delta u_l - \Delta u_j \quad w_2 = \Delta v_2 = \Delta v_l - \Delta v_j$$

que puesto en forma matricial quedaría:

$$\begin{bmatrix} \delta_1 \\ w_1 \\ \delta_2 \\ w_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_i \\ v_i \\ u_j \\ v_j \\ u_k \\ v_k \\ u_l \\ v_l \end{bmatrix}$$

$$\text{o bien: } \underline{S} = \underline{C} \cdot \underline{d}$$

Suponiendo una variación lineal de los movimientos relativos:

$$\delta(x) = (1-x/L) \cdot \delta_1 + x/L \cdot \delta_2 =$$

$$= N_1 \cdot \delta_1 + N_2 \cdot \delta_2$$

$$w(x) = (1-x/L) \cdot w_1 + x/L \cdot w_2 =$$

$$= N_1 \cdot w_1 + N_2 \cdot w_2$$

que puesto en forma matricial quedaría:

$$\begin{bmatrix} \delta(x) \\ w(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} N_1 & 0 & N_2 & 0 \\ 0 & N_1 & 0 & N_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_1 \\ w_1 \\ \delta_2 \\ w_2 \end{bmatrix}$$

$$\underline{S}(x) = \underline{N} \cdot \underline{S}$$

Por tanto, las funciones de forma  $N^*$  de los movimientos de la fisura son:

$$\underline{S}(x) = \underline{N} \cdot \underline{C} \cdot \underline{d} = \underline{N}^* \cdot \underline{d}$$

donde

$$\underline{N}^* = \begin{bmatrix} -N_1 & 0 & -N_2 & 0 & N_1 & 0 & N_2 & 0 \\ 0 & -N_1 & 0 & -N_2 & 0 & N_1 & 0 & N_2 \end{bmatrix}$$

### 3.5. Elemento finito de pasador

Se trata de un elemento que une los dos nodos entre los cuales una armadura atraviesa una fisura y cuyas funciones de forma N vienen dadas por:

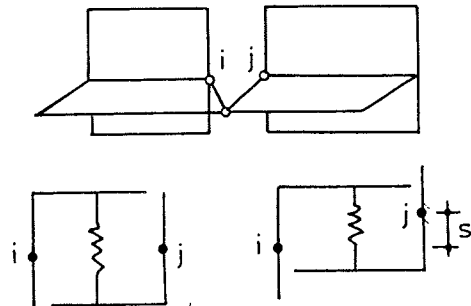


Fig. 3.6.

$$S = \underline{\underline{N}} \cdot \underline{\underline{d}}$$

con:

$$\underline{\underline{N}} = [-1, 1] \quad \text{y} \quad \underline{\underline{d}} = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix}$$

## 4. ECUACIONES CONSTITUTIVAS

### 4.1. Hormigón

La ecuación constitutiva utilizada es la propuesta por Kotsovos (9) y (12), validada con numerosos ensayos llevados a cabo en el Imperial College de la Universidad de Londres y que figura entre las recomendadas por el C.E.B. (3).

Brevemente, el modelo relaciona los tensores de tensiones  $\sigma_{ij}$  y deformaciones  $\epsilon_{ij}$  mediante la ley de Hooke generalizada:

$$\epsilon_{ij} = \delta_{ij} \cdot (\sigma_0 / 3K) + S_{ij} / 2G$$

donde

$$\begin{aligned} \sigma_0 &= [\sum_{ij} (\sigma_{ij} \cdot \delta_{ij})] / 3 \\ S_{ij} &= (\sigma_{ij} - \delta_{ij} \cdot \sigma_0) \\ K, G &= \text{parámetros del material} \\ \delta_{ij} &= \text{delta de Kronecker.} \end{aligned}$$

Los parámetros del material K y G son los que introducen los efectos de no-linealidad del material.

Si la relación entre tensiones y deformaciones se establece en valores totales, se manejan los parámetros secantes  $K_s$  y  $G_s$ . Cuando esta relación es en valores incrementales es preciso manejar los parámetros tangentes  $K_t$  y  $G_t$ .

El modelo prevé la posible descarga tensional, utilizando en este caso los parámetros del material con sus valores iniciales  $K_0$  y  $G_0$ .

Todos estos parámetros, obtenidos por ajuste a las curvas experimentales, son función de:

$f_c$  resistencia a compresión del hormigón  
 $\sigma_0$  tensión normal octaédrica (definida anteriormente)  
 $\tau_0$  tensión tangencial octaédrica cuyo valor es:

$$\tau_0 = [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2]^{0.5} / 3$$

siendo  $\sigma_1, \sigma_2$  y  $\sigma_3$  las tensiones principales.

$$\begin{aligned} K_0 &= K_0(f_c) & G_0 &= G_0(f_c) \\ K_s &= K_s(f_c, \sigma_0) & G_s &= G_s(f_c, \tau_0) \\ K_t &= K_t(f_c, \sigma_0) & G_t &= G_t(f_c, \tau_0) \end{aligned}$$

expresiones que figuran explícitamente en la referencia (3).

### 4.2. Acero

La ecuación constitutiva del acero es la conocida relación bilineal definida por el límite elástico ( $f_y$ ), el módulo de deformación longitudinal ( $E_s$ ), la pendiente de la rama plástica ( $E_h$ ) y la deformación remanente ( $\epsilon_p$ ) para poder considerar la descarga (fig. 4.1).

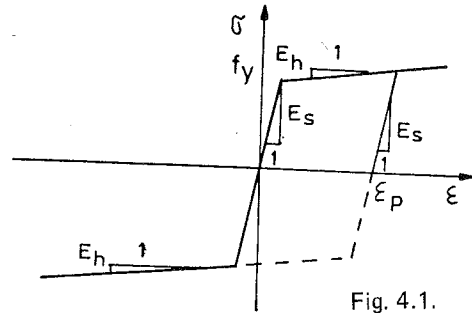


Fig. 4.1.

### 4.3. Adherencia

Numerosos son los modelos constitutivos propuestos para la adherencia por los diferentes autores (20), (21), (8), (17), (4) y (7). De acuerdo con Rhem (2) hemos utilizado una curva que reúna los requisitos por él propuestos, esto es, dar como datos la pendiente en el origen, la tensión máxima de adherencia y el deslizamiento correspondiente a ésta. Además, se ha buscado una curva fácil de manejar dentro de un programa de elementos finitos y que se acomode cualitativamente, en la mejor medida posible, a las propuestas por los autores citados anteriormente.

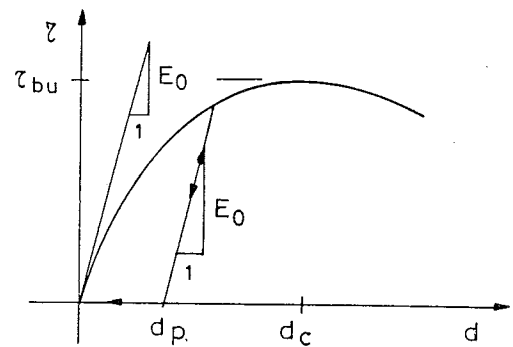


Fig. 4.2.

Una curva que cumple los requisitos expuestos es la curva de Sargin cuya ecuación es:

$$\frac{\tau}{\tau_{bu}} = \frac{\mu \cdot K - \mu^2}{1 + (K-2)\mu}$$

$$\mu = |d/d_c| \quad K = \frac{E_0 \cdot d_c}{\tau_{bu}}$$

y que queda definida con la pendiente inicial ( $E_0$ ), el deslizamiento correspondiente a la tensión máxima ( $d_c$ ), y con el diámetro de los redondos, que permite hallar el valor de la tensión máxima ( $\tau_{bu}$ ):

$$\begin{aligned} \tau_{bu} &= 115 & \phi < 8 \\ \tau_{bu} &= 130 - 1,9 \cdot \phi & 8 \leq \phi \leq 32 \\ \tau_{bu} &= 69 & 32 < \phi \end{aligned}$$

siendo  $\phi$  el diámetro en milímetros y  $\tau_{bu}$  la tensión en  $\text{Kg/cm}^2$  (5).

Para la descarga se ha escogido una relación lineal de pendiente  $E_0$ , definida por el deslizamiento relativo remanente  $d_p$ .

#### 4.4. Encajamiento de áridos

Se ha utilizado el modelo propuesto por Walraven (18), (19) y (16), el cual plantea una relación lineal entre el deslizamiento ( $\delta$ ) y las tensiones normal ( $\sigma$ ) y tangencial ( $\tau$ ) en la fisura, para una abertura de fisura ( $w$ ) dada, de la forma:

$$\begin{aligned} \tau &= \tau(w, f_c) \cdot \delta + a \\ \sigma &= \sigma(w, f_c) \cdot \delta + b \end{aligned}$$

donde  $f_c$  es la resistencia a compresión del hormigón y "a" y "b" son dos constantes que dependen también de  $f_c$ ,

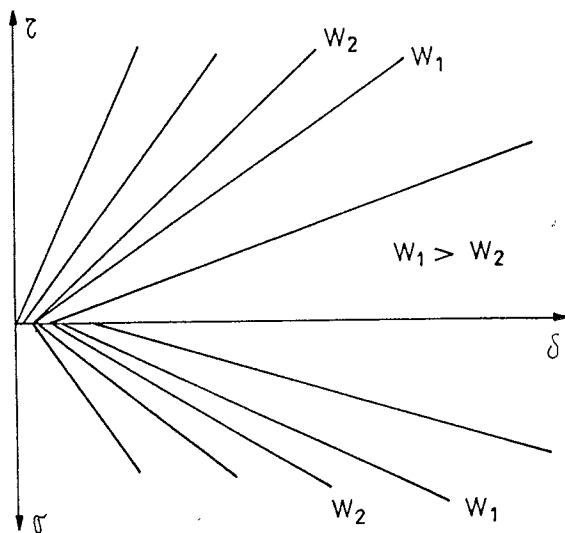


Fig. 4.3.

Estas expresiones nos conducen a la obtención de una matriz de rigidez tangente asimétrica para el elemento encajamiento. Para evitar esto se incluye en la matriz de rigidez tangente general de la estructura, únicamente el término correspondiente a la rigidez al deslizamiento.

Las tensiones normales que aparecen en la fisura, sin embargo, son consideradas, al igual que las tangenciales, como esfuerzos que se introducen en los labios de la fisura a la hora de obtener el equilibrio de dicha estructura.

Se ha previsto también la posible "descarga" del elemento encajamiento que tiene lugar cuando se invierte el sentido del deslizamiento relativo entre los labios de la fisura, una vez alcanzado un máximo, y cuyo efecto es el de una pérdida de la rigidez frente a dicho deslizamiento, por haberse destruido en los labios de la fisura la rugosidad inicial.

#### 4.5. Efecto pasador

La ecuación constitutiva utilizada es la propuesta por Jonhson y Millard (14), que proporciona el esfuerzo de pasador  $F_d$  en función del esfuerzo último  $F_{du}$ , del movimiento relativo ( $v$ ) normal a la armadura, y de una constante  $k$  que representa la rigidez inicial en función de las características del hormigón:

$$F_d = F_{du} \cdot [1 - \exp(-k \cdot v/F_{du})]$$

donde, a su vez,  $F_{du}$  es una función del diámetro de la armadura, de las resistencias del acero y el hormigón, y de la tensión a que está sometida la armadura.

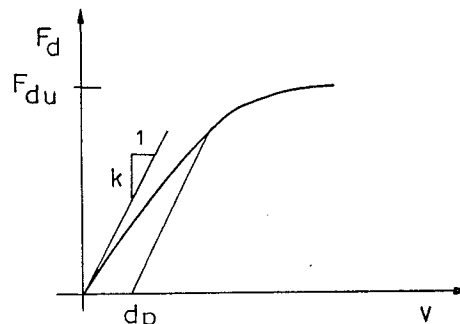


Fig. 4.4.

Para la descarga se ha escogido, al igual que en la adherencia, una relación lineal de pendiente  $k$  definida por el movimiento relativo  $d_p$ .

### 5. CRITERIOS DE ROTURA

#### 5.1. Hormigón

El modelo utiliza el criterio de rotura definido por Kotsovos (10), (11) y (12), en el que se establece una superficie límite de rotura en el espacio, cuyas coordenadas cartesianas son las tensiones principales  $\sigma_1, \sigma_2$  y  $\sigma_3$  (fig. 5.1).

Este sistema puede transformarse en el sistema

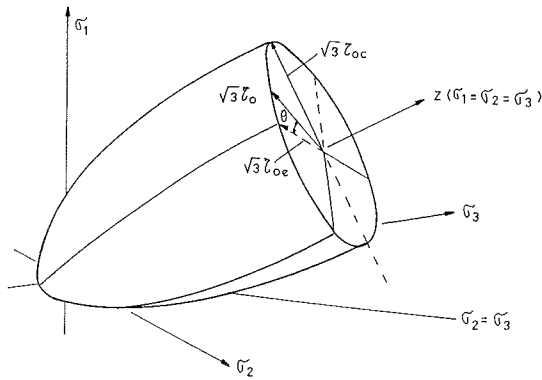


Fig. 5.1.

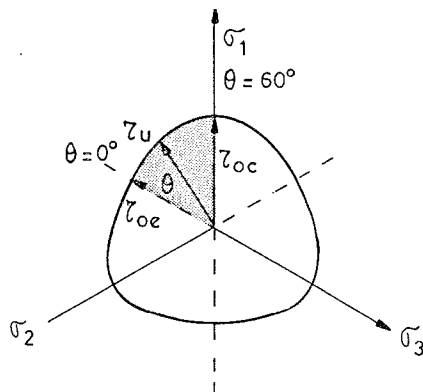


Fig. 5.2.

de coordenadas cilíndricas  $(z, r, \phi)$ , tal que el eje  $z$  coincide con la recta  $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$ , y cuya relación de transformación es la siguiente:

$$z = (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) / \sqrt{3} = \sqrt{3} \cdot \sigma_0$$

$$r = [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2]^{0,5} / \sqrt{3} = \sqrt{3} \cdot \tau_0$$

$$\cos \theta = (\sigma_1 + \sigma_2 - 2 \cdot \sigma_3) / (\sqrt{6} \cdot r)$$

donde  $\sigma_0$  y  $\tau_0$  son las tensiones normal y tangencial octaédricas.

Las variables  $z$  y  $r$  son las componentes hidrostática y desviadora de tensiones correspondientes a un estado tensional dado  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ , y la variable  $\theta$  representa la dirección de la componente  $r$  sobre el plano normal al eje  $z$  (plano desviador) (fig. 5.2).

Los seis sectores de la figura 5.2 son exactamente iguales, por lo cual ordenando las tensiones principales  $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$  sólo es necesario definir uno de ellos. Los valores de las tensiones tangenciales octaédricas correspondientes a los valores extremos de  $\theta$  en este intervalo son  $\tau_{0e}$  para  $\theta = 0^\circ$  y  $\tau_{0c}$  para  $\theta = 60^\circ$ , y vienen dadas, según Kotsovov, en función de la tensión normal octaédrica y de la resistencia a compresión del hormigón, por:

$$\tau_{0c} = \tau_{0c}(f_c, \sigma_0)$$

$$\tau_{0e} = \tau_{0e}(f_c, \sigma_0)$$

y la curva representada en la figura 5.2, que es la intersección entre la superficie de rotura y el plano normal al eje  $z$  para un nivel de tensiones determinado  $\sigma_0$ , vendría dada por la expresión:

$$\tau_u = \tau_u(\tau_{0c}, \tau_{0e}, \cos \theta)$$

La comparación entre  $\tau_u$  y  $\tau_0$  correspondientes a los valores  $\sigma_0$  y  $\cos \theta$ , determina si se ha superado o no el criterio de rotura.

## 5.2. Acero

En el acero, la condición de rotura se establece cuando el valor de la deformación alcanza un máximo establecido ( $\epsilon_u$ ).

## 5.3. Adherencia

Igual que en el acero, el efecto de la adherencia se asume que se ha destruido cuando el deslizamiento relativo entre el hormigón y la armadura ha superado un valor máximo preestablecido ( $d_u$ ).

## 6. PROCESO GENERAL DE FISURACION

Desde el punto de vista de los elementos finitos, el uso de triángulos de deformación constante, para el hormigón, supone que la tensión obtenida para un determinado elemento es constante en toda el área que ocupa ese elemento. Suele ser habitual representar dicha tensión en el centro del triángulo y, en ese caso, al dibujar las isostáticas de tensiones se obtienen diferentes soluciones, muy influenciadas por el tipo de malla escogido. Este hecho, que puede resultar poco importante cuando tratamos de estudiar un comportamiento global de la estructura, afecta mucho, sin embargo, cuando se plantea un estudio más detallado a nivel local, especialmente a la hora de definir dónde se abre una fisura y con qué dirección se ha de propagar.

Para solucionar este problema se ha utilizado el método propuesto por Loov (13), mediante el cual se obtiene la tensión en cada nodo haciendo una media ponderada con las tensiones de todos los elementos que llegan al nodo, basándose en que el punto del elemento que mejor representa las tensiones no es el mismo en todos los elementos, e incluso que, en un mismo elemento, cada una de las tensiones  $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$  según los ejes, pueden tener puntos distintos en donde se representen mejor. De esta forma se obtienen unos valores más exactos de las tensiones y sobre todo se consigue

mayor exactitud en la determinación de la dirección de las fisuras.

Una vez que en algún punto se ha superado el criterio de rotura, existiendo, al menos, una tensión principal de tracción, se producirá una fisura según un plano normal a la dirección de la mayor tensión principal de tracción, comenzando el proceso de fisuración.

En el proceso de carga de la estructura, se va introduciendo la carga por escalones de forma que, en un escalón dado podemos distinguir, dentro del proceso de fisuración, entre:

- iniciación de fisura,
- propagación de fisura, y
- estabilización del proceso.

Se entiende por iniciación o propagación de la fisura, el hecho de que aparezca una fisura nueva o progrese alguna fisura abierta bajo algún escalón de carga anterior; y por estabilización, el momento en el cual ningún punto de la estructura supera el criterio de rotura y, por tanto, no se producen más fisuras.

Dentro de este proceso, en un momento dado, pueden existir varios nodos en condiciones de fisurarse, por haber superado todos ellos el criterio de rotura. Se ha establecido el criterio de permitir fisurar solamente uno de ellos, escogiéndose aquél que tiene una tracción mayor, y dando preferencia a aquellas fisuras que quieran continuar frente a aquellas que quieran iniciarse.

## 7. REORGANIZACION DE LA MALLA

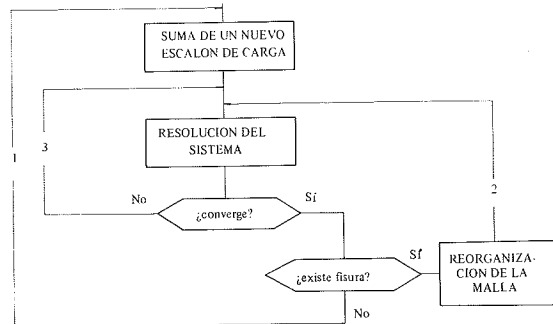
Una vez encontrado el nodo que se va a fisurar y el ángulo con el que se abrirá la fisura, se puede encontrar el elemento a través del cual se propagará dicha fisura. Se ha seguido el criterio de permitir que esa fisura atraviese todo el elemento dividiéndolo en dos y generando un nuevo nodo en el lado opuesto al del nodo fisurado. Además, aparecerá un elemento encajamiento y, si la fisura atraviesa una armadura, aparecerá también un elemento pasador.

Todo esto lleva consigo el que cada vez que un nodo se fisura aparezcan, en general, nuevos nodos y nuevos elementos finitos. El modo como van apareciendo estos nodos y elementos es objeto de otra publicación (6) en la que se trata este aspecto con mayor detalle.

## 8. PROCESO DE CARGA

La puesta en carga de la estructura se logra mediante un proceso paso a paso dividiendo la carga total en escalones que se van aplicando de forma sucesiva a medida que el proceso de fisuración se estabiliza en el paso anterior.

Un esquema general del proceso sería:



La vuelta atrás por 3 es el proceso general de convergencia de cualquier problema no-lineal, actuando la misma carga sobre la estructura durante todo el proceso.

Una vez que se alcanza el equilibrio (el problema converge) puede existir algún nodo fisurado. Si esto ocurre, se produce la iniciación o progresión de alguna fisura, y por tanto, se modifica la malla. Al modificarse la malla, se produce un desequilibrio, y se vuelve por 2 a resolver el nuevo sistema de ecuaciones originado al aparecer nuevos nodos. La situación es ahora de igual carga pero de diferente estructura que en la anterior convergencia. El proceso continúa buscando el equilibrio en las nuevas condiciones originadas por la aparición de la fisura, y modificando la malla cada vez que, equilibrada una determinada estructura, existe algún nodo que supera el criterio de rotura.

En general, el proceso de fisuración para un nivel de carga se estabiliza, si no existen nodos que superen el criterio de rotura. Esto supone que se ha encontrado una posición de equilibrio para la carga dada y con la situación de fisuración alcanzada, y se vuelve por 1 a incrementar la carga, continuando el proceso hasta alcanzar la carga total.

## 9. EJEMPLOS

Con el modelo descrito se han pasado algunos ejemplos de los cuales se indican a continuación las redes de fisuración obtenidas:

**Ejemplo 1:** Viga biapoyada de 2 m de longitud, sección 30 x 40 cm, armada con 3 $\phi$ 16. Canto útil 35 cm. Carga total en centro-luz de 20 toneladas en 20 pasos de carga.

**Ejemplo 2:** Ménsula de 50 cm de voladizo, sección 20 x 40, armada con 1 $\phi$ 16. Canto útil 35 centímetros. Carga total en el extremo del voladizo de 10 toneladas en 20 pasos de carga.

En todos los casos el hormigón tiene una resistencia a compresión de  $200 \text{ Kg/cm}^2$  y el acero un límite elástico de  $4100 \text{ Kg/cm}^2$ , con un módulo de elasticidad de  $2.100.000 \text{ Kg/cm}^2$ .

La discretización utilizada es la que se indica:

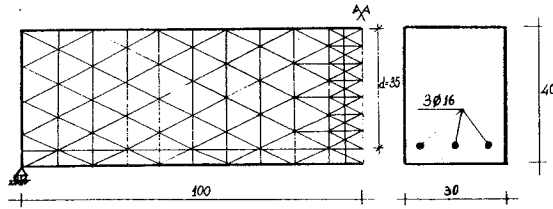


Fig. 9.1.

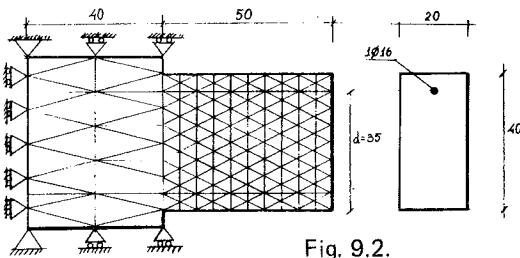
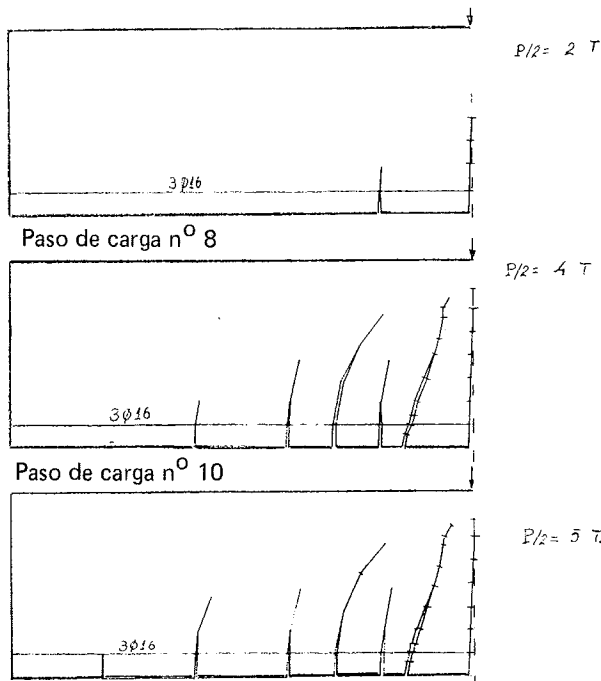


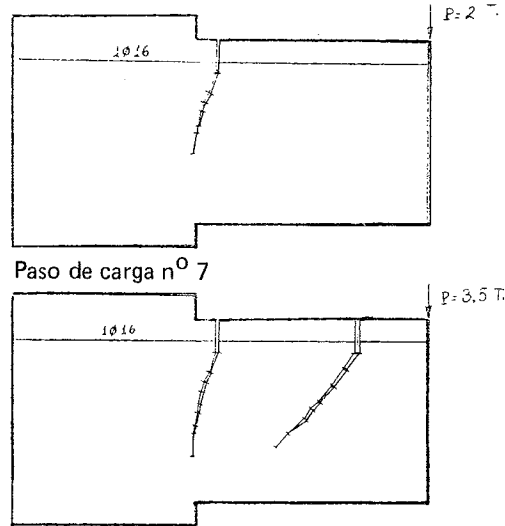
Fig. 9.2.

Las redes de fisuración obtenidas son:

Ejemplo 1:  
Paso de carga n° 4



Ejemplo 2:  
Paso de carga n° 4



## 10. BIBLIOGRAFIA

(1) A.S.C.E. "Finite element analysis of reinforced concrete" State of the Art Report, 1982.

(2) C.E.B. "Bond action and bond behaviour of reinforcement" Bulletin d'information n° 151, abril 1982.

(3) C.E.B. "Concrete under multiaxial states of stress. Constitutive equations for practical design" Bulletin d'information n° 156, 1983.

(4) K. Dörr, "Bond behaviour of ribbed reinforcement under transversal pressure" Symposium I.A.A.S., Darmstadt 1978.

(5) EH-82 "Instrucción para el proyecto y la ejecución de obras de hormigón en masa o armado" M.O.P.U. 1984.

(6) M.A. Fernández y P.F. Miguel "Una representación geométrica de la red de fisuración en estructuras de hormigón para su aplicación en un modelo de análisis por el M.E.F." XIIª Asamblea de la A.T.E.P., Granada 1987.

(7) F.B.J. Gijssbers, A.K. Groot y G.M.A. Kusters "A numerical model for bond-slip problems" Symposium I.A.A.S., Darmstadt 1978.

(8) A.R. Ingraffea, W.H. Gerstle, P. Gergely y V. Saouma "Fracture mechanics of bond in reinforced concrete" Journal of Structural Engineering Vol. 110, n° 4, Abril 1984.

(9) M.D. Kotsovos y J.B. Newman "A mathematical description of the deformational beha-

viour of concrete under complex loading" Magazine of Concrete Research Vol. 31, n° 107, Junio 1979.

(10) M.D. Kotsovos "A mathematical description of the strength properties of concrete under generalized stress" Magazine of Concrete Research Vol. 31, n° 108, Septiembre 1979.

(11) M.D. Kotsovos "Effect of testing techniques on the post-ultimate behaviour of concrete in compression" Materiaux et Constructions Vol. 16, n° 91, 1983.

(12) M.D. Kotsovos "Concrete a brittle fracturing material" Materiaux et Constructions Vol. 17, n° 98, 1984.

(13) R. Loov "Modifications to the interpretation of the stresses and strains determined using constant strain triangular elements" Int. J. for Num. Methods in Eng., Vol. 22, n° 1, Enero 1986.

(14) S.G. Millard y R.P. Johnson "Shear transfer across cracks in reinforced concrete due to aggregate interlock and to dowel action" Magazine of Concrete Research, Vol. 36, n° 126, Marzo 1984.

(15) D. Ngo "A network-topological approach to the finite element analysis of progressive crack growth in concrete members" Tesis Doctoral presentada en la Universidad de Berkley (California) 1975.

(16) H.W. Reinhardt y J.C. Walraven "Cracks in concrete subject to shear" Journal of the Structural Division, Vol. 108, n° ST1, Enero 1982.

(17) S. Somayaji y S.P. Shah "Bond stress versus slip and cracking of tension members" Journal of the American Concrete Institute" Vol. 78, n° 3, Mayo-Junio 1981.

(18) J.C. Walraven y H.W. Reinhardt "Theory and experiments on the mechanical behaviour of cracks in plain and reinforced concrete subjected to shear loading" Heron, Vol. 26, n° 1A, 1987.

(19) J.C. Walraven "Fundamental analysis of aggregate interlock" Journal of the Structural Division, Vol. 107, n° ST11, Noviembre 1981.

(20) D.M. Yankelevsky "New finite element for bond-slip analysis" Journal of Structural Engineering, Vol. 111, n° 7, Julio 1985.

(21) D.M. Yankelevsky "Bond action between concrete and a deformed bar" Journal of the American Concrete Institute, Vol. 82, n° 2, Marzo-Abril, 1985.

(22) O.C. Zienkiewicz "El método de los elementos finitos" Versión española por E. Oñate, Ed. Reverté, 1980.

## RESUMEN

En el análisis de estructuras de hormigón mediante el método de los elementos finitos (M.E.F.) se utilizan tradicionalmente dos técnicas que difieren en la manera en que tratan las fisuras. Una ("smeared cracking") considera la fisuración modificando la matriz de rigidez de los elementos fisurados, mientras que la otra ("discrete cracking") introduce las fisuras modificando la malla de elementos finitos.

El presente trabajo describe un modelo por el M.E.F. para el análisis no-lineal de elementos planos de hormigón cargados en su plano, utilizando la técnica de la fisuración discreta para representar el proceso de fisuración. El modelo incorpora diferentes tipos de elementos finitos que permiten representar los diferentes mecanismos de transmisión de esfuerzos que existen en el hormigón fisurado, a saber: hormigón sin fisurar, acero, adherencia, encajamiento de áridos y efecto pasador de las armaduras.

## SUMMARY

Two different methods are usually considered for the finite element modelling of cracking in concrete structures: the smeared and discrete crack approaches. The former method ("smeared") modifies the constitutive matrix of the cracked elements, while the latter ("discrete") redefines the finite element mesh and connectivities.

This work describes a discrete crack model for the non-linear finite element analysis of concrete structures under plane-stress conditions. The model implements special finite elements in order to take into account the different mechanisms of stress transmission in cracked concrete: bond, aggregate interlock and dowel action.



# Aspectos prácticos de la comprobación de flechas en forjados de edificación

Enrique González Valle  
Ingeniero de Caminos  
Subdirector General de INTEMAC  
José Calavera Ruiz  
Dr. Ingeniero de Caminos  
Director General de INTEMAC  
Jaime Fernández Gomez  
Dr. Ingeniero de Caminos

Jefe del Departamento de Ensayos Estructurales de INTEMAC

## 1. INTRODUCCION

La comprobación del estado límite de servicio en deformaciones, para los forjados y vigas de las estructuras de hormigón armado de edificios, está especificada en las normas por aplicación de procedimientos simplificados que, según tuvimos la oportunidad de exponer en precedentes comunicaciones presentadas a la Asamblea de la ATEP (1) (2), se apoyan en los siguientes puntos básicos:

a) Definición de una inercia eficaz de la pieza, que tenga en cuenta tanto la fisuración como la rigidización entre fisuras.

b) Definición de un módulo de deformación, frente a cargas instantáneas, adoptándose, generalmente, el módulo secante para una tensión del 0,3 al 0,4 de la tensión de rotura del hormigón.

c) Definición de un coeficiente de fluencia para calcular las deformaciones diferidas.

La Norma ACI 318 y otras (3) (4), ajustan el proceso de comprobación de flechas al procedimiento especificado, dando para la inercia de la sección unos valores tales como los sugeridos por Branson y como módulo de deformación el valor  $E = 15.000 \sqrt{f_c}$  (kp/cm<sup>2</sup>). Semejante procedimiento queda especificado en la nueva propuesta de Norma Española de forjados.

La comprobación de flechas en los elementos estructurales de un forjado de piso, que son altamente hiperestáticos, conlleva además la necesidad de fijar otros parámetros que entrañan incertidumbres, dada la dificultad de establecer la distribución de esfuerzos en las condiciones de servicio que puede verse fuertemente afectada por efectos tales como la temperatura y la retracción, aparte de la posibilidad de tener redistribuciones por fluencia (5).

Con motivo de una investigación experimental destinada a otros fines, hemos procedido a medir las flechas en centro de vano de elementos lineales

biapoyados, que en consecuencia no plantean más incertidumbres que las que corresponden a la evaluación de la inercia eficaz y el módulo de deformación que se deben adoptar. Los ensayos tuvieron un carácter prácticamente de corta duración, ya que la totalidad del proceso de carga no excedía, generalmente, de 40 minutos.

Basándonos en los resultados de los ensayos realizados, pretendemos comprobar el ajuste del procedimiento de comprobación planteado por la Norma ACI 318 y en la versión actual de la nueva Norma Española de forjados.

## 2. OBJETO DE LA COMUNICACION

El objeto de la comunicación es presentar los resultados de una investigación experimental sobre flechas frente a cargas de corta duración y comprobar el ajuste de los valores a que conduce la fórmula de Branson para la evaluación de la inercia eficaz en elementos biapoyados, analizando asimismo el ajuste del módulo de deformación, frente a cargas de corta duración, que establecen los procedimientos simplificados de comprobación de flechas sugeridos en las versiones actuales de las Normas antes citadas.

## 3. DATOS BASICOS EXPERIMENTALES

Han sido ensayadas 11 parejas de vigas de hormigón armado, de sección transversal 20 x 40 cm x cm, y solicitadas a flexión, en escalones, hasta alcanzar el momento de servicio, que fué calculado evaluando el momento de agotamiento por flexión y dividiéndole por un valor  $\gamma_f$  (coeficiente de mayoración de acciones) de 1,50.

En la figura 1 se acompaña un croquis de la disposición del ensayo, en el cual quedan reflejados los datos básicos del modelo ensayado.

Disposición del ensayo

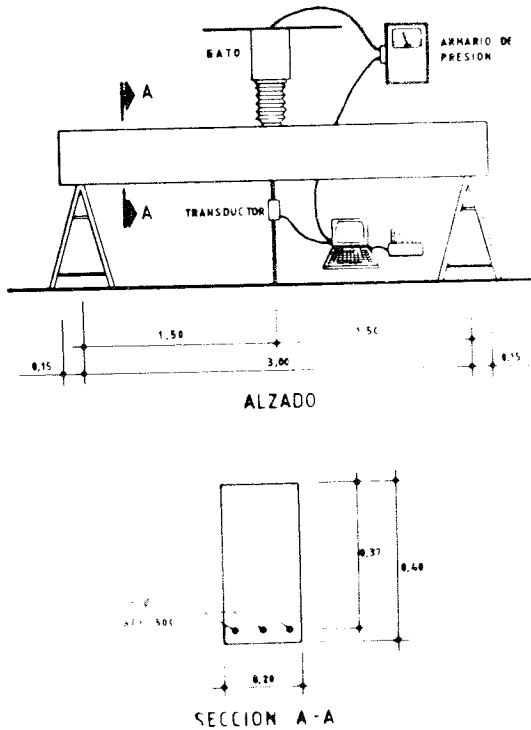


Fig. 1.

En el cuadro I se indican los datos sobre las vigas ensayadas: la resistencia del hormigón, según probetas conservadas en ambiente análogo al de las vigas, y los valores de las flechas medidas en cinco escalones de carga. Hemos calculado asimismo, por teoría clásica (1) las tensiones de servicio en el hormigón y en el acero, habiendo evaluado la relación, en cada escalón de carga, entre la tensión que solicita al hormigón y su resistencia a compresión en probetas cilíndricas ( $\frac{\sigma}{f_c}$ ).

#### 4. COMPROBACION DE LOS DATOS EXPERIMENTALES Y LOS TEORICOS OBTENIDOS POR APLICACION DE FORMULAS PRACTICAS

Por cada una de las vigas ensayadas hemos calculado los valores teóricos de las flechas bajo la hipótesis siguientes:

— Como módulo de deformación hemos adoptado:

$$E = 15.000 \sqrt{f_c} \quad \text{s/ACI 318}$$

CUADRO I

Viga	Nº	$f_c$	E.1 P=2T.		E.2 P=4T.		E.3 P=6T.		E.4 P=8T.		E.5 P=10T.	
Tipo	—	kp/cm <sup>2</sup>	Flecha	$\sigma/f_c$	Flecha	$\sigma/f_c$	Flecha	$\sigma/f_c$	Flecha	$\sigma/f_c$	Flecha	$\sigma/f_c$
A	1 2	186	0,609 0,595	0,20	1,576 1,579	0,37	2,822 2,467	0,55	4,158 4,146	0,72	—	0,89
B	1 2	189	0,611 0,642	0,20	1,802 —	0,37	3,196 —	0,54	— 3,997	0,71	—	0,88
C	1 2	177	0,688 0,736	0,21	1,437 1,782	0,39	2,514 3,004	0,58	3,798 4,313	0,76	5,220 5,839	0,94
D	1 2	218	0,589 0,623	0,17	1,478 1,487	0,32	2,522 2,546	0,47	3,746 3,658	0,61	— 4,951	0,76
E	1 2	196	0,558 0,679	0,19	1,450 1,679	0,35	2,575 2,852	0,52	3,827 4,089	0,68	5,281 5,551	0,85
F	1 2	186	0,697 0,643	0,20	1,793 1,466	0,37	2,729 2,698	0,55	4,170 4,054	0,72	—	0,89
G	1 2	175	0,647 0,794	0,21	1,632 1,819	0,40	2,741 3,022	0,58	3,993 4,292	0,77	— 5,686	0,95
H	1 2	234	0,519 0,604	0,16	1,311 1,385	0,30	2,378 2,448	0,44	3,536 3,577	0,57	—	0,71
I	1 2	213	0,578 0,501	0,18	1,515 1,392	0,33	2,602 2,472	0,48	3,726 3,618	0,63	—	0,76
J	1 2	174	0,534 0,631	0,22	1,389 1,527	0,40	2,584 2,709	0,59	3,839 3,964	0,77	—	0,95
K	1 2	205	0,560 0,586	0,18	1,480 1,497	0,34	2,553 2,562	0,50	3,747 3,715	0,65	4,913 4,992	0,81
$\sigma_{\text{Hormigón}} \text{ (kp/cm}^2\text{)}$			38		70		102		134		166	
$\sigma_{\text{Acero}} \text{ (kp/cm}^2\text{)}$			578		1074		1568		2063		2556	
$M_d \text{ (mxt)}$			11,61 ( $f_{ck} = 200, f_{yk} = 5100, \gamma_c = 1,5, \gamma_s = 1,15$ )									
$M_s \text{ (mxt)}$			7,74 ( $\gamma_f = 1,5$ )									
$M_{\text{REAL}} \text{ (mxt)}$			1,75		3,25		4,75		6,25		7,75	

Diagramas cargas-flechas

– Como inercia eficaz  $I_e$  hemos adoptado, de acuerdo con ACI 318.

$$I_e = \left(\frac{M_0}{M}\right)^3 I_b + \left[1 - \left(\frac{M_0}{M}\right)^3\right] I_f$$

$I_b$  Inercia de la sección bruta.

$I_f$  Inercia fisurada, tomando coeficiente de equivalencia  $n = 10$ .

– El momento de fisuración,  $M_0$  de la sección bruta se ha calculado considerando una resistencia a tracción, en flexotracción, de valor:

$$f_{ctf} = 1,5 \times 0,45 \times \sqrt[3]{f_c^2}$$

$f_c$  = resistencia a compresión del hormigón, en probeta cilíndrica 15 x 30.

En el cuadro II, se incluye un resumen de los valores medios de las flechas medidas en las dos vigas gemelas ensayadas y los valores calculados de las flechas según lo expuesto. Asimismo, hemos señalado los valores de la relación  $\frac{\sigma}{f_c}$ , siendo “ $\sigma$ ” la tensión alcanzada en el escalón en la fibra superior de la sección y “ $f_c$ ” la resistencia a compresión del hormigón de la pieza. Los valores medios han sido reflejados en la figura 2, así como los correspondientes a dos vigas.

Como puede observarse, las flechas teóricas calculadas no exceden de los valores medidos en ensayo, para unos valores  $\frac{\sigma}{f_c} \leq 0,40$ , escalones 1 y 2, mostrándose un buen ajuste hasta valores próximos a  $\sigma = 0,4 f_c$ .

Por el contrario, valores de la relación  $\frac{\sigma}{f_c}$  superiores a 0,40, conducen a valores de flecha reales que se desvían en más del 20 por 100 de las flechas calculadas. Es significativo el hecho de que para situaciones de servicio, próximas al escalón 5 de los contemplados, la desviación supere el 30 por 100.

La justificación del hecho que comentamos, habría que buscarla en una sobrevaloración del módulo de deformación ante situaciones de servicio que solicitan las fibras extremas de la pieza (\*) a tensiones superiores al 40 por 100 de su tensión de rotura.

J. Calavera (6) en 1965 ya señaló que el dimensionamiento de secciones, en teoría de estados límites, conducía a tensiones en servicio muy superiores a las que se obtenían por aplicación de la teoría clásica, afectando al hormigón de un coeficiente de seguridad entre 2 y 3, como era usual.

Este hecho hace cuestionar la procedencia de fi-

(\*) Hemos de señalar que los valores de “ $\sigma$ ” han sido calculados en teoría clásica, por ser la teoría que tal vez condicionó la adopción del módulo de deformación correspondiente a tensión de servicio del orden de  $0,4 f_c$ , para el cálculo de flechas en épocas precedentes.

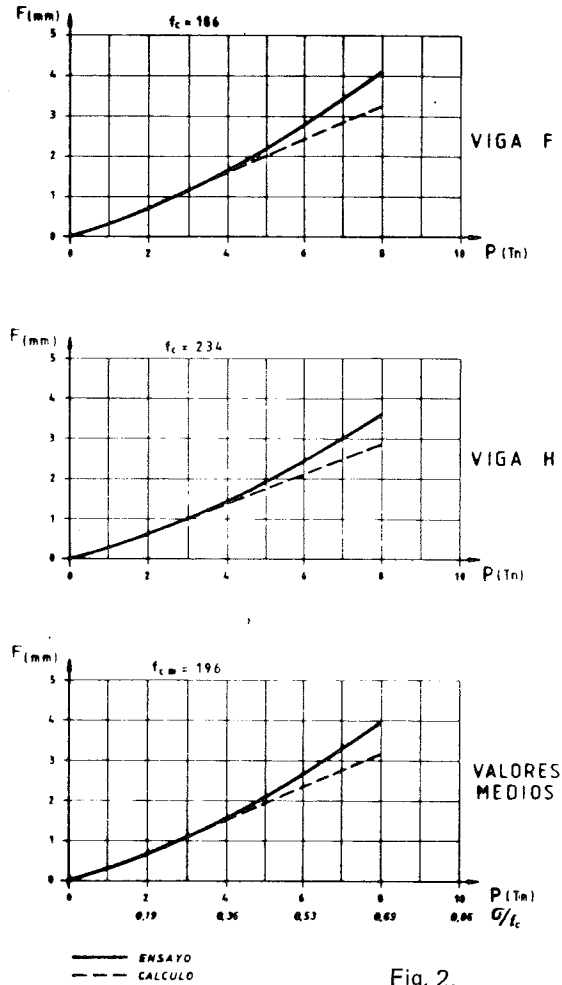


Fig. 2.

jar un sólo valor del módulo de deformación del hormigón para la comprobación de flechas, independientemente de la tensión que se registra en servicio sobre el hormigón, la cual será función, por una parte de la cuantía y por otra de la forma de la sección. Además, resulta incuestionable el que la mayor parte de las secciones de vigas que se utilizan actualmente en estructuras de edificación, al tener en muchas ocasiones su canto ajustado estrictamente por condiciones de mínimo, ya que se pretende disponer de techos planos, presentan tensiones en servicio, sobre las fibras extremas de hormigón, muy superiores al 40 por 100 de su tensión de rotura, respondiendo en consecuencia con unos módulos secantes de deformación, inferiores a los que establecen las normas para cargas instantáneas, correspondientes a niveles de sollicitación inferiores al 40 por 100 de su tensión de rotura. A Delibes (7) hace referencia a trabajos de Mirza (1979), Rüsç (1960) y Hognestad (1951) que indicaban que el módulo tangente en el origen, alcanza el 1,1 del módulo secante, al 30 por 100 de la resistencia a compresión, mientras el módulo secante, al 90 por 100 de carga de rotura, alcanzaría valores del orden del 60 por 100 del inicial.

CUADRO II

Viga	Valor	E.1 P=2T.		E.2 P=4T.		E.3 P=6T.		E.4 P=8T.		E.5 P=10T.	
Tipo	—	F(mm)	$\sigma/f_c$	F(mm)	$\sigma/f_c$	F(mm)	$\sigma/f_c$	F(mm)	$\sigma/f_c$	F(mm)	$\sigma/f_c$
A	Fm	0,602		1,58		2,64		4,15		—	
	Fc	0,690		1,58		2,40		3,22		4,03	
	Fm/Fc	0,87	0,20	1,00	0,37	1,10	0,55	1,29	0,72	—	0,89
B	Fm	0,627		1,43		2,76		4,00		—	
	Fc	0,681		1,56		2,39		3,20		4,00	
	Fm/Fc	0,92	0,20	0,92	0,37	1,15	0,54	1,25	0,71	—	0,83
C	Fm	0,712		1,61		2,76		4,06		5,53	
	Fc	0,718		1,62		2,47		3,30		4,13	
	Fm/Fc	0,99	0,21	0,99	0,39	1,12	0,58	1,23	0,76	1,34	0,94
D	Fm	0,606		1,48		2,53		3,70		4,95	
	Fc	0,605		1,44		2,22		2,98		3,72	
	Fm/Fc	1,00	0,17	1,03	0,32	1,14	0,47	1,24	0,61	1,33	0,76
E	Fm	0,619		1,56		2,71		3,96		5,42	
	Fc	0,661		1,52		2,34		3,14		3,93	
	Fm/Fc	0,94	0,19	1,03	0,35	1,16	0,62	1,26	0,68	1,38	0,85
F	Fm	0,670		1,63		2,71		4,11		—	
	Fc	0,690		1,58		2,40		3,22		4,03	
	Fm/Fc	0,97	0,20	1,03	0,37	1,13	0,55	1,28	0,72	—	0,89
G	Fm	0,721		1,73		2,88		4,14		5,69	
	Fc	0,724		1,63		2,48		3,32		4,16	
	Fm/Fc	1,00	0,21	1,06	0,40	1,16	0,58	1,25	0,77	1,36	0,95
H	Fm	0,562		1,35		2,41		3,56		—	
	Fc	0,567		1,38		2,13		2,86		3,59	
	Fm/Fc	0,99	0,16	0,98	0,30	1,13	0,44	1,24	0,57	—	0,71
I	Fm	0,540		1,45		2,54		3,67		—	
	Fc	0,617		1,49		2,25		3,00		3,77	
	Fm/Fc	0,88	0,18	0,97	0,33	1,13	0,48	1,22	0,63	—	0,78
J	Fm	0,583		1,46		2,65		3,90		—	
	Fc	0,727		1,63		2,49		3,33		4,17	
	Fm/Fc	0,80	0,22	0,90	0,40	1,06	0,59	1,17	0,77	—	0,95
K	Fm	0,573		1,49		2,56		3,73		4,95	
	Fc	0,637		1,49		2,29		3,06		3,84	
	Fm/Fc	0,90	0,18	1,00	0,34	1,12	0,50	1,22	0,65	1,29	0,81
Medio	Fm/Fc	0,93	0,19	0,99	0,36	1,13	0,53	1,24	0,69	1,34	0,86

5. CONCLUSIONES

La investigación experimental realizada muestra que para mejorar el ajuste entre flechas teóricas calculadas y flechas medidas en ensayo frente a cargas de corta duración, resulta preciso, aparte de evaluar la inercia eficaz, por ejemplo, mediante la aplicación de la fórmula de Branson, adoptar un módulo de deformación variable, en función del nivel de sollicitación del hormigón en la fibra extrema, lo cual a su vez es función de la cuantía estrictamente necesaria y de la forma de la sección. En principio, un ajuste lineal del tipo:

$$\frac{15.000 \sqrt{f_c}}{E} = 0,7 \left( \frac{\sigma}{f_c} \right) + 0,75$$

para

$\frac{\sigma}{f_c} \geq 0,35$ , según se indica en la figura 3, podría resultar admisible.

La conclusión establecida hace abstracción de

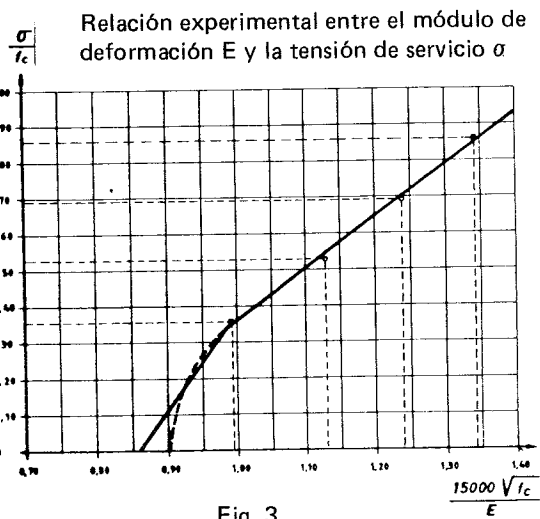


Fig. 3.

los efectos de la fluencia inicial y sería de aplicación para analizar el comportamiento real en deformaciones, para vigas sollicitadas por cargas de corta duración.

## REFERENCIAS

1. González Valle (E.) "La flexibilidad de los forjados de hormigón armado de edificación: evaluación de la situación actual". Informes de la Construcción, septiembre 1982.
2. González Valle (E.) "La flexibilidad de los forjados: sus condicionantes técnicos y la situación de su normativa". Hormigón y Acero 4<sup>o</sup> trimestre 1985.
3. ACI "Building code requirements for reinforced concrete". American Concrete Institute ACI-318/83. 1983.
4. Règles Bael-80 "Règles techniques de conception et de calcul des ouvrages du béton armé suivant les méthodes des états-limites". 1980.
5. Calavera Ruiz (J.) "Cálculo, construcción y patología de forjados de edificación". 1985. 3<sup>a</sup> Edición. INTEMAC.
6. Calavera Ruiz (J.) "Los coeficientes de seguridad en teoría clásica y en teoría de estados límites". Hormigón y Acero n<sup>o</sup> 110.
7. Delibes Liniers (A.) "Tecnología y propiedades mecánicas del hormigón" 1987. INTEMAC.
8. IEH-82 "Instrucción para el proyecto y la ejecución de obras de hormigón en masa y armado". Comisión Permanente del Hormigón. 1982.

## RESUMEN

El cálculo de flechas en vigas y forjados de edificación es la comprobación del estado límite de servicio que más condiciona la prevención de la aparición de daños en tabiquerías. La complejidad de un cálculo exacto ha llevado al establecimiento en las normas de una serie de métodos alternativos, de carácter simplificado, que son evaluados en la presente comunicación, contrastándolos con resultados de investigaciones experimentales sobre flechas frente a cargas de corta duración, para ajustar los valores de la inercia eficaz y el módulo de deformación que deben ser tomados en el cálculo teórico de flechas.

## SUMMARY

The calculation of deflections in beams and floors in buildings is the checking of the limit state service that is most conditioning in the prevention of appearing of damages in partitioning walls. The complexity of an exact calculation has led to establishing standards for several alternative easier methods, which are evaluated in this communication, by contrasting them with experimental results of deflections found under short-time loads, in order to find out the effective inertia values and the deformation modulus that must be taken in theoretical calculation of deflections.

\* \* \*

## 30<sup>a</sup> Reunión Anual del Instituto Brasileño del Hormigón (IBRACON)

Durante los días 8 al 12 de agosto del presente año 1988 se va a celebrar en Río de Janeiro, Brasil, en el Centro de Congresos del Hotel Gloria, la 30<sup>a</sup> Reunión Anual del Instituto Brasileño del Hormigón (IBRACON), con la colaboración de la Asociación Brasileña del Cemento Portland (ABCP), la Comisión Permanente de Profesores de Materiales de Construcción (COPMAT) y la Unión Internacional de Laboratorios de Ensayos e Investigaciones sobre Materiales y Estructuras (RILEM-BRASIL).

Los temas que serán discutidos en esta Reunión, de especial interés para cuantos se dedican a la ciencia y tecnología del hormigón, son los siguientes:

1. Hormigones de alta resistencia.
2. Hormigones para obras hidráulicas y marítimas.
3. Aditivos para morteros y hormigones.

### 4. Tema libre.

Dentro de estos temas se tratarán los distintos aspectos relacionados con la ingeniería estructural la tecnología de los materiales y los procesos constructivos.

Simultáneamente, se celebrará una Exposición de materiales y equipos.

Se han programado también diversos actos sociales y visitas técnico-turísticas.

Los interesados en participar en esta Reunión deberán ponerse en contacto con:

SECRETARIA DA COMISSAO ORGANIZADORA DE LA 30<sup>a</sup> REUNIAO ANUAL DO IBRACON.

Av. Nilo Peçanha 50 - conj. 2306

Tfno.: (021) 262-9868

2004 RIO DE JANEIRO/RJ (Brasil)

## I Conferencia Internacional sobre Altas Torres de Hormigón, para diferentes usos Bangalore, India 26 - 28 de octubre de 1988

Organizada por el B.M.S. Colegio de Ingenieros y el Instituto de Ingenieros de la India, y con la colaboración de diversas Entidades Científicas indias, se va a celebrar en Bangalore, India, la I Conferencia Internacional sobre "Altas torres de hormigón para diferentes usos".

Actualmente, en todos los países, llaman poderosamente la atención las elevadas torres de hormigón utilizadas en televisión, radio y telecomunicaciones, muchas de ellas provistas de plataformas para usos turísticos, restaurantes, vistas panorámicas, etc.

El objetivo fundamental de esta Conferencia Internacional es el discutir los métodos y materiales que deben utilizarse en el proyecto y construcción de estas estructuras para su óptima adecuación a los fines a que van destinadas.

El Profesor Dr. Ingeniero Fritz Leonhardt, el creador de las torres de televisión alemanas, pronunciará una Conferencia Magistral sobre el tema, en la Solemne Sesión de Apertura.

Los principales temas seleccionados para las Sesiones Técnicas son los siguientes:

—Criterios para la optimación de los proyectos de torres de hormigón.

—Requisitos que deben satisfacer las torres según el uso a que vayan destinadas (radio, televisión, correos, telecomunicaciones, fines turísticos, etc.).

—Estudio de problemas surgidos durante la construcción de algunas de las torres actualmente ya en servicio.

—Principales técnicas utilizadas en el proyecto y construcción de las torres de hormigón.

—Acciones de viento que deben considerarse.

—Enseñanzas obtenidas en los estudios realizados, en los túneles de ensayo, sobre torres de diferentes tipos.

—Acciones sísmicas sobre las torres.

—Tipos más económicos de cimentación para las torres de hormigón.

—Experiencia sobre la medición de las cargas de viento actuantes en las torres de hormigón.

Las inscripciones para participar en esta Conferencia deberán efectuarse antes del 25 de agosto de 1988. El importe de la cuota de inscripción es de 125 \$ USA para los participantes y 50 \$ USA para los acompañantes.

Los interesados deberán dirigirse a;

Professor Dr. H.R. Viswanath  
Principal and Professor  
B.M.S. College of Engineering  
University of Bangalore  
Bangalore 560 019

INDIA  
Tfno.: 603244/60 1586/604325  
Telex: 845-8090 IN

# Criterios de dimensionamiento para losas de continuidad en tableros de vigas prefabricadas para puentes de carretera

Angel López  
 Dr. Ingeniero de Caminos  
 Martín Gullón  
 Ingeniero de Caminos.  
 Cátedra de Puentes  
 E.T.S. Ingenieros de Caminos. Barcelona

## 1. INTRODUCCION

Los tableros de vigas prefabricadas son una alternativa usual en el proyecto de puentes de luces medias, debido, principalmente, a la simplicidad de los medios de construcción necesarios en obra y a su mayor rapidez de puesta en servicio. Después del transporte y colocación de las vigas, sólo es necesario construir una losa de hormigón armado "in situ". Esta aumenta la cabeza de compresión de las vigas, por lo que contribuye eficazmente a resistir las acciones, y permite el reparto transversal de los esfuerzos originados por sobrecargas excéntricas. Por otro lado, la propia losa sirve de plataforma para soportar el tráfico.

La transición de la superficie de rodadura entre dos tramos, puede resolverse mediante una junta de calzada, que permite total independencia de movimientos entre ellos. Manteniendo el carácter "isostático" de esta tipología, también es posible enlazar solidariamente las losas de tramos adyacentes,

lo cual proporciona una superficie de rodadura más cómoda.

Sin embargo, la solución con losa de continuidad comporta grandes movimientos longitudinales del dintel, debidos, principalmente, a la fluencia, retracción y temperatura. Por ello, las juntas de calzada en extremos del tablero y los espesores de neopreno de los aparatos de apoyo, habrán de ser mayores que los empleados en la solución con juntas entre cada tramo.

Los detalles tecnológicos de la solución con losa de continuidad, pueden verse en la figura 1. En la zona de apoyos, entre la viga y la losa, se coloca un material blando, como corcho o porexpan, que consigue evitar el contacto directo entre ambas. Asimismo, la armadura de rasante de las vigas, se suprime en esa zona. Otras misiones de esta capa blanda son: permitir que la losa de continuidad pueda deformarse libremente y reducir su espesor y, por tanto, su rigidez.

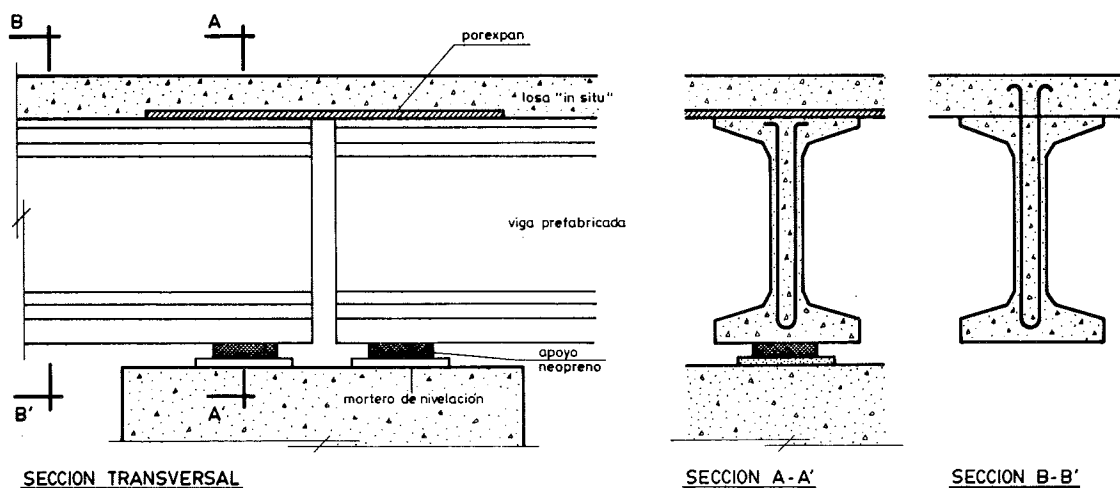


Fig. 1. Detalles constructivos de una losa de continuidad.

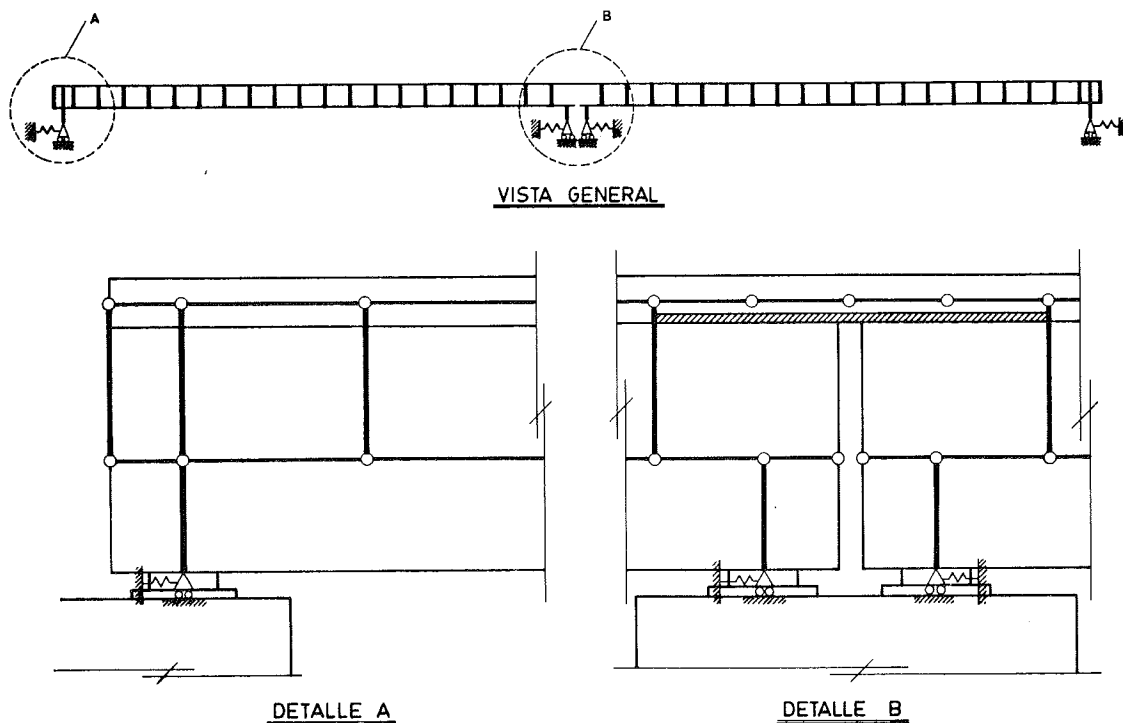


Fig. 2. Discretización longitudinal de un puente de vigas de dos vanos.

Que nosotros sepamos, los criterios de diseño para esta solución no han sido todavía claramente fundamentados, aunque suelen considerarse como de "buena práctica" los siguientes:

– Luz de la losa de continuidad, igual al veinteavo (1/20) de la suma de las luces de los vanos adyacentes.

– Espesor, 2 ó 3 cm menor que el de la losa de compresión del tablero.

De la misma manera que no existen criterios racionales de diseño, tampoco se ha estudiado la aplicabilidad de los métodos habituales de cálculo en la determinación de los esfuerzos en la losa de continuidad. Por ejemplo, el carro de 60 t sobre la losa, o bien, la redistribución de esfuerzos por fluencia, por tratarse de una estructura evolutiva, son acciones cuyos efectos son difíciles de cuantificar, salvo con modelos desmesuradamente complejos en relación a la entidad del elemento estructural en cuestión.

Conocidas las solicitaciones en la losa, se dimensiona la armadura necesaria en la forma usual, combinando los esfuerzos resultantes con sus respectivos coeficientes de mayoración. No obstante, el empleo de un modelo de análisis no lineal por el material, de estructuras de hormigón armado y pretensado, permitirá estudiar en profundidad la respuesta de la losa de continuidad ante las acciones exteriores, determinando, en su caso, las que condicionan su diseño.

En el presente trabajo se obtienen y presentan criterios de diseño y de dimensionamiento de la armadura (en rotura y en servicio) de la losa de continuidad entre dos tramos de un tablero de vigas prefabricadas.

## 2. CALCULO DE ESFUERZOS EN PROYECTO

### 2.1. Modelo de análisis exacto y simplificado

Para el análisis "exacto" de la flexión longitudinal de la losa de continuidad de un puente de vigas, se emplea la discretización en barras representada en la figura 2. Se realiza el estudio a todo el ancho del tablero, sin tener en cuenta la excentricidad del carro en los vanos adyacentes, pues esta hipótesis es menos desfavorable que la de situar el carro sobre la propia losa de continuidad.

En esta modelización, que servirá de referencia, se considera la rigidez de los aparatos de apoyo de neopreno zunchado frente a movimientos horizontales. La compatibilidad de deformaciones entre vigas y losa y la posición correcta de los aparatos de apoyo y centros de gravedad de vigas y losa, se consiguen mediante barras verticales de rigidez "infinita" (cien veces la rigidez de la viga, o bien, mil veces la de la losa).

En base a la gran diferencia de rigideces existente entre la losa de continuidad y la viga + losa, se propone calcular los esfuerzos en la losa de conti-



nidad con un modelo simplificado como el siguiente (véase figura 3).

1. Calcular, como viga biapoyada, los giros y las flechas que se producen en cada vano, en los puntos de conexión con la losa de continuidad, debidos exclusivamente a las cargas aplicadas en ellos.

2. Calcular los esfuerzos en la losa de continuidad al imponerle los giros y las flechas antes determinados.

3. Superponer, si es necesario, los esfuerzos debidos a las cargas que actúen en la propia losa de continuidad, considerándola como empotrada en las vigas.

La gran ventaja de este modelo simplificado es que, de ser válido, permite estudiar por separado los esfuerzos originados por las acciones sobre la propia losa de continuidad y los originados por las acciones en los vanos adyacentes.

En la tabla 1 se comparan los momentos obtenidos con el modelo de referencia y el modelo simplificado, para distintas hipótesis de carga y para dos luces extremas. Como puede apreciarse, el

error cometido al emplear el modelo simplificado es, como mucho, del orden del 10 por 100, por lo que se considera suficientemente válido.

## 2.2. Acciones sobre la propia losa de continuidad

El cálculo de los esfuerzos en la losa de continuidad, originados por acciones sobre la propia losa, no presenta ninguna particularidad, a excepción de la sobrecarga del carro de 60 t, que a continuación se estudia.

Para ello, se emplean habitualmente los ábacos de Homberg (1972) [1], o equivalentes. Sin embargo, las hipótesis en las que éstos se formulan, losa biempotrada y ancho infinito, distan mucho de ser ciertas en el caso de la losa de continuidad entre dos tramos de un tablero de vigas.

En el presente apartado se pretende demostrar que estos modelos pueden utilizarse con pequeños márgenes de error. A continuación, se contrastan sus resultados con los obtenidos del análisis con un modelo de emparrillado plano en dos ejemplos

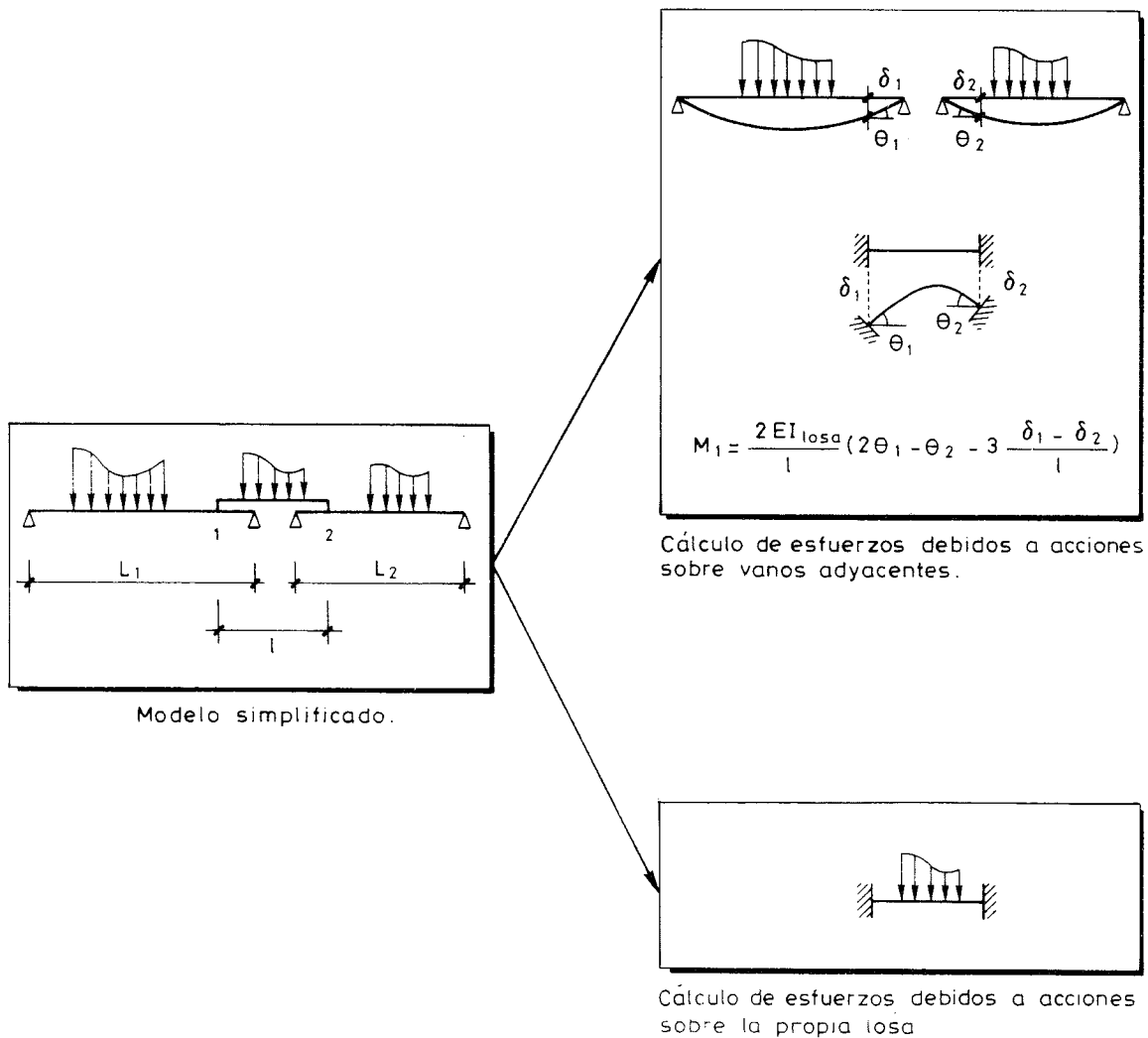


Fig. 3. Cálculo de esfuerzos en la losa de continuidad, según el modelo aproximado propuesto.

extremos: un tablero, llamado A, de 5 vigas separadas 3 m y una losa de continuidad, de 1,5 m, y otro tablero, llamado B, de 9 vigas, separadas 1,5 m y losa de 3 m, (véase figura 4).

### 2.2.1. Influencia de la hipótesis de ancho infinito

Se comprueba que colocando una carga puntual en el mismo borde exterior de la losa se obtienen, con el modelo de emparrillado, momentos flectores longitudinales, un 15 por 100 mayores que los calculados por Homberg. Sin embargo, si la carga puntual se sitúa a tan solo medio metro del bor-

de, esta diferencia prácticamente desaparece. Teniendo en cuenta que la posición más excéntrica del carro viene limitada por la presencia de la ace-  
ra, se puede concluir que la hipótesis indicada no restringe la aplicabilidad del método.

### 2.2.2. Influencia de la hipótesis de losa biempotrada

A continuación se estudia la distribución de momentos flectores, longitudinal y transversal, para una carga unidad situada en centro-luz de la losa, enfrentada a una viga o entre dos vigas, en cada

**TABLA 1**  
Comparación de momentos flectores en el empotramiento de la losa de continuidad, según el modelo de referencia y el simplificado

LUZ	Hipótesis de carga	MODELO DE REFERENCIA	MODELO SIMPLIFICADO	
		Momento	Momento	error
15		7,0834	7,3305	+3,5%
		7,7365	7,8739	+1,8%
		7,2415	7,2715	+0,4%
		10,0068	10,3032	+3,0%
45		1,1734	1,1887	+1,3%
		14,4799	12,7525	-11,9%
		15,9750	14,2331	-10,9%
		5,3075	5,4647	+3,0%

uno de los tableros definidos anteriormente. Los resultados obtenidos, con el modelo de emparrillado, se presentan en las figuras 5 a 10.

De toda esta serie de gráficas, se pueden deducir las siguientes conclusiones.

a) En el caso de vigas separadas 1,5 m, las curvas se acercan mucho más a la distribución pro-

puesta por Homberg que en el caso de las separadas 3 m. Este hecho es lógico pues, al estar más próximas, las condiciones de contorno son más parecidas a la de losa biempotrada.

b) Los momentos máximos son inferiores al valor correspondiente a la última curva de nivel de Homberg, excepto en el caso de mayor separación

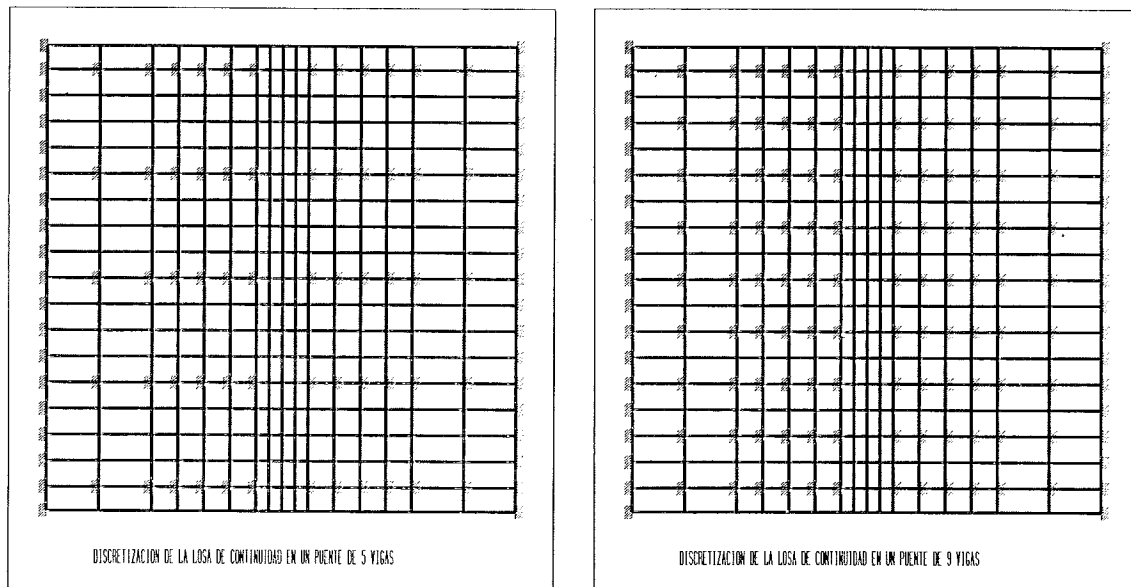


Fig. 4. Discretización de la losa de continuidad para el tablero de 5 vigas (A) y de 9 vigas (B).

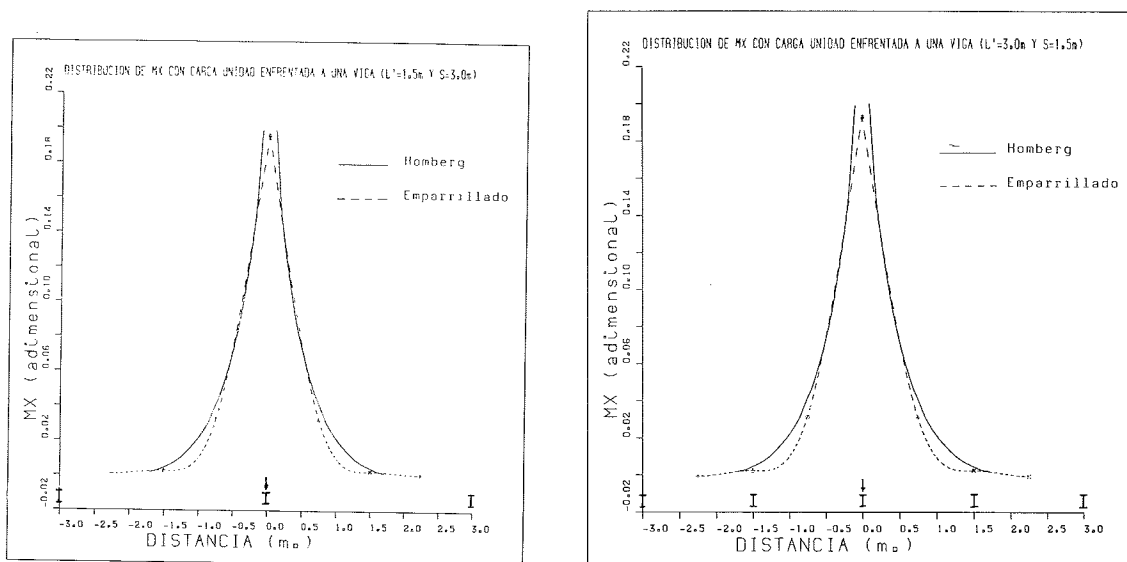


Fig. 5. Distribución de momentos  $M_x$ , con una carga unidad enfrentada a una viga.

entre vigas y con la carga situada entre ellas, figura 8.

c) También se observa que existe una zona de la distribución, en la que los momentos obtenidos son algo mayores que los calculados por Homberg.

### 2.2.3. Superficies de influencia según el modelo de emparrillado plano

Las superficies de influencia de los momentos flectores longitudinales ( $M_x$ ) y transversales ( $M_y$ ), al estilo de los ábacos de Homberg, sólo se presentan

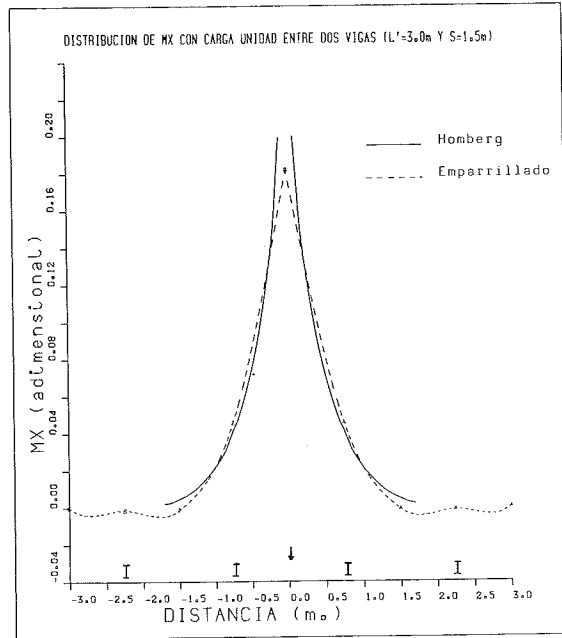
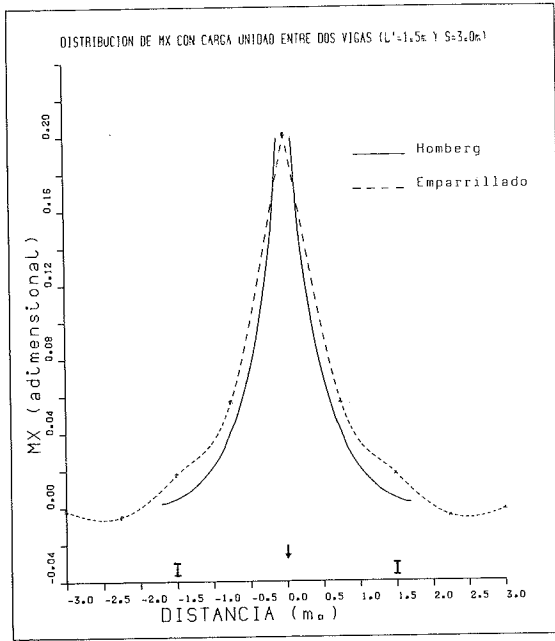


Fig. 6. Distribución de momentos  $M_x$ , con una carga unidad entre dos vigas.

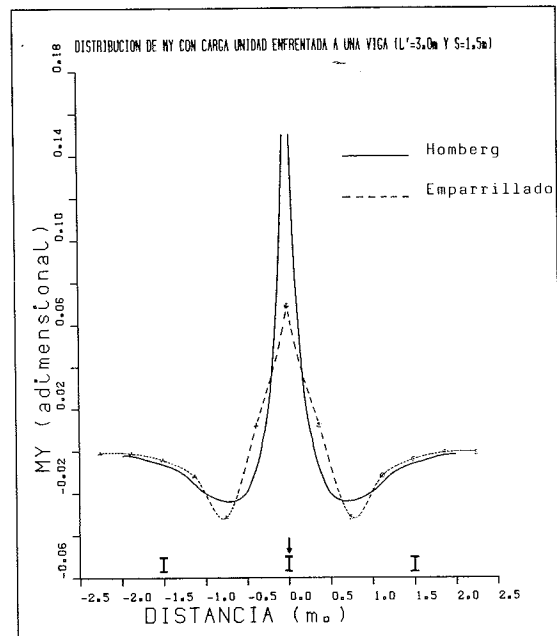
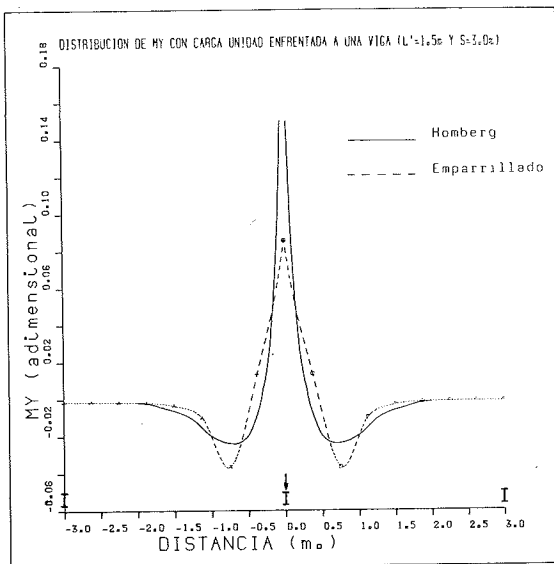


Fig. 7. Distribución de momentos  $M_y$ , con una carga unidad enfrentada a una viga.

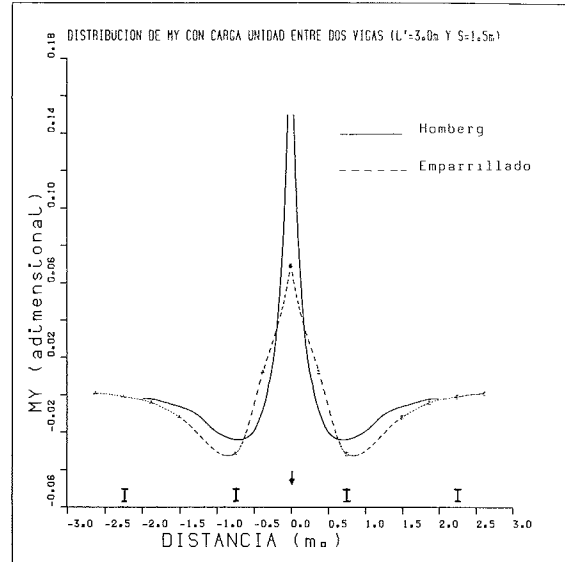
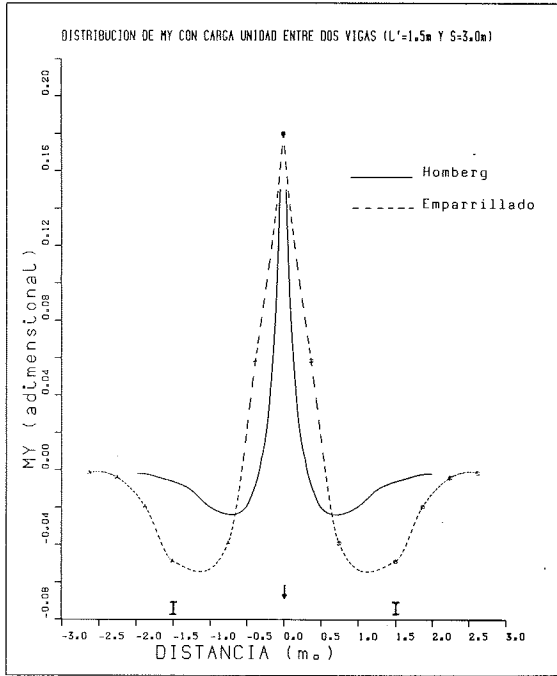


Fig. 8. Distribución de momentos  $M_y$ , con una carga unidad entre dos vigas.

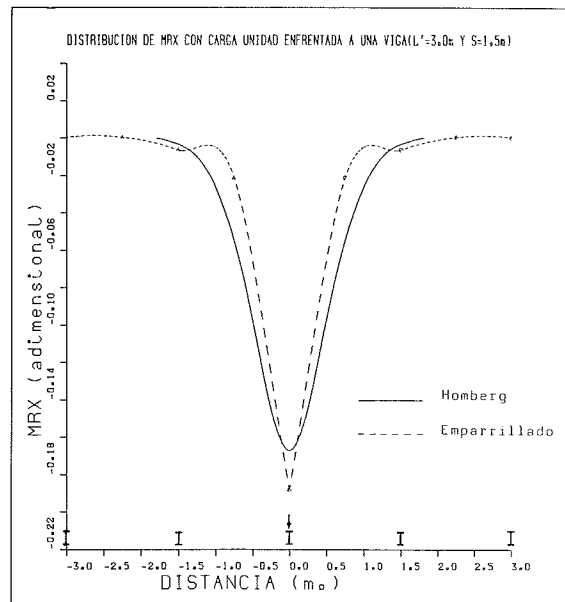
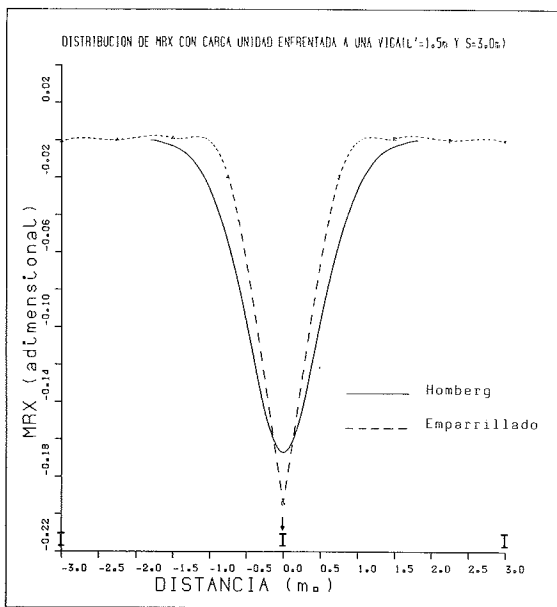


Fig. 9. Distribución de momentos reacción,  $M_{rx}$ , con una carga unidad enfrentada a una viga.

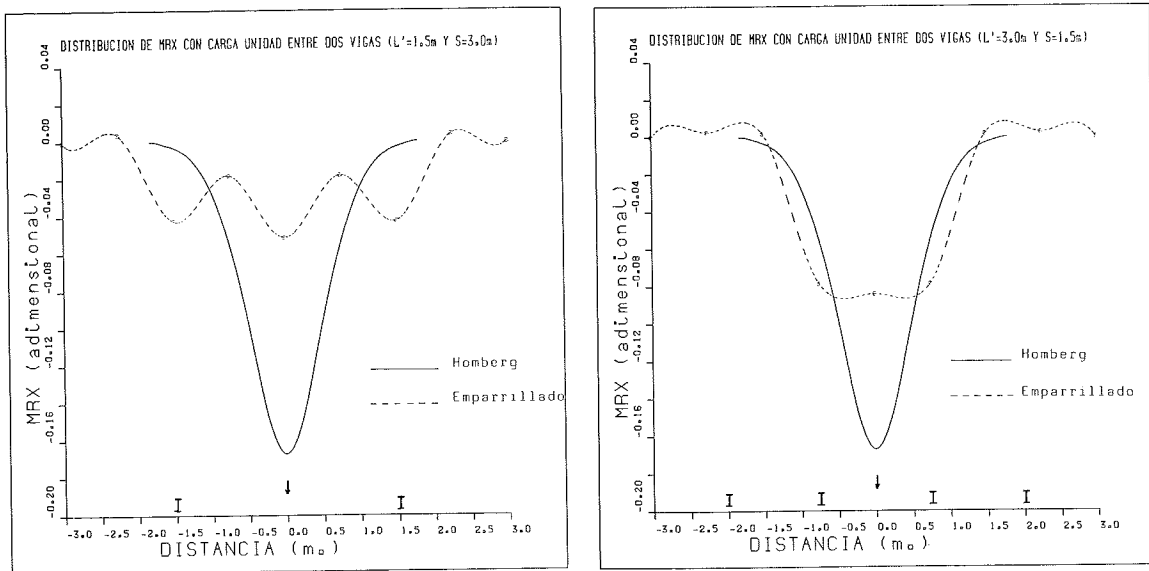


Fig. 10. Distribución de momentos reacción,  $M_{rx}$ , con una carga unidad entre dos vigas.

para el tablero A, de 5 vigas, separación de 3 m y losa de continuidad de 1,5 m. El tablero B, de 9 vigas, tiene menor interés, pues las superficies que se obtendrían serían más similares a las de Homberg.

En la figura 11 se representa la superficie de in-

fluencia del momento  $M_x$  en un punto de centro-luz enfrentado a una viga. La precisión de esta superficie no es muy buena, pues se ha realizado en base a sólo 15 puntos (los correspondientes a los nudos de la discretización), pero son suficientes para estimar su forma y tener una idea aproximada de como trabaja la losa de continuidad.

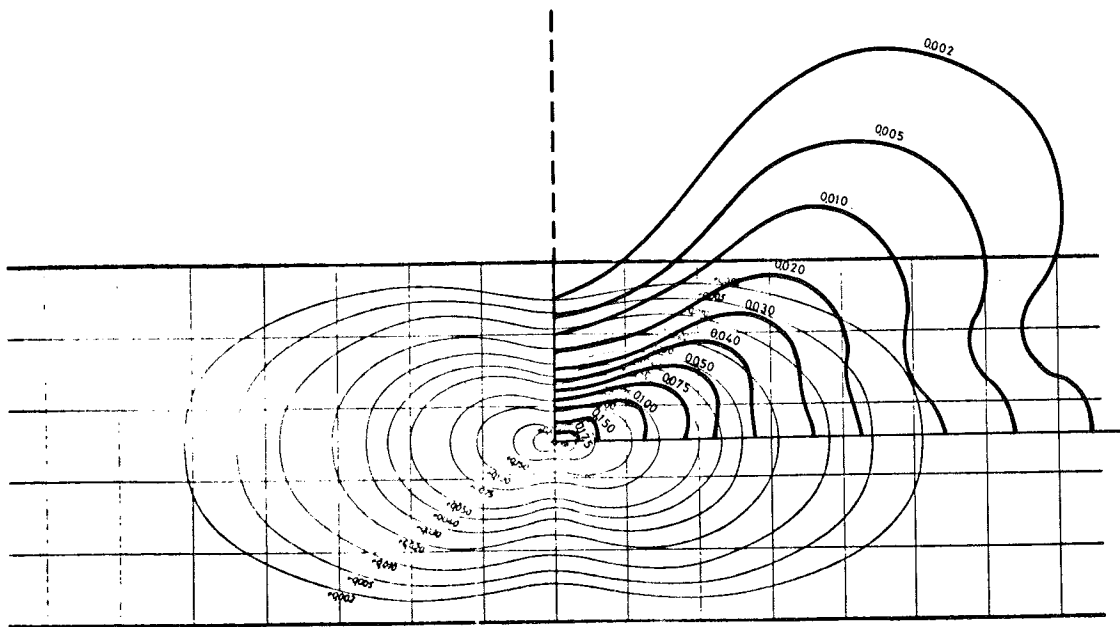


Fig. 11. Superficie de influencia del momento  $M_x$ , en un punto enfrentado a una viga.

Análogamente se presentan: en la figura 12, el momento  $M_x$  en un punto de centro-luz situado entre dos vigas; en la 13, el momento  $M_y$  en un punto de centro luz enfrentado a una viga; en la

14, el  $M_y$  en un punto de centro luz situado entre vigas; en la 15, la reacción  $M_x$ , y en la 16, la reacción  $M_y$ .

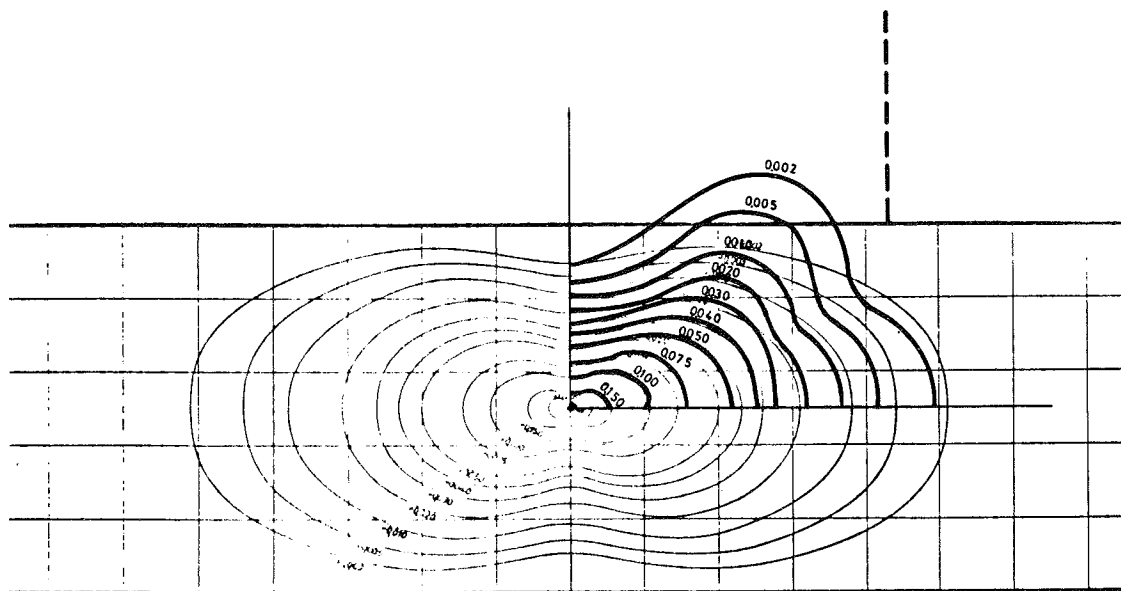


Fig. 12. Superficie de influencia del momento  $M_x$ , en un punto entre dos vigas.

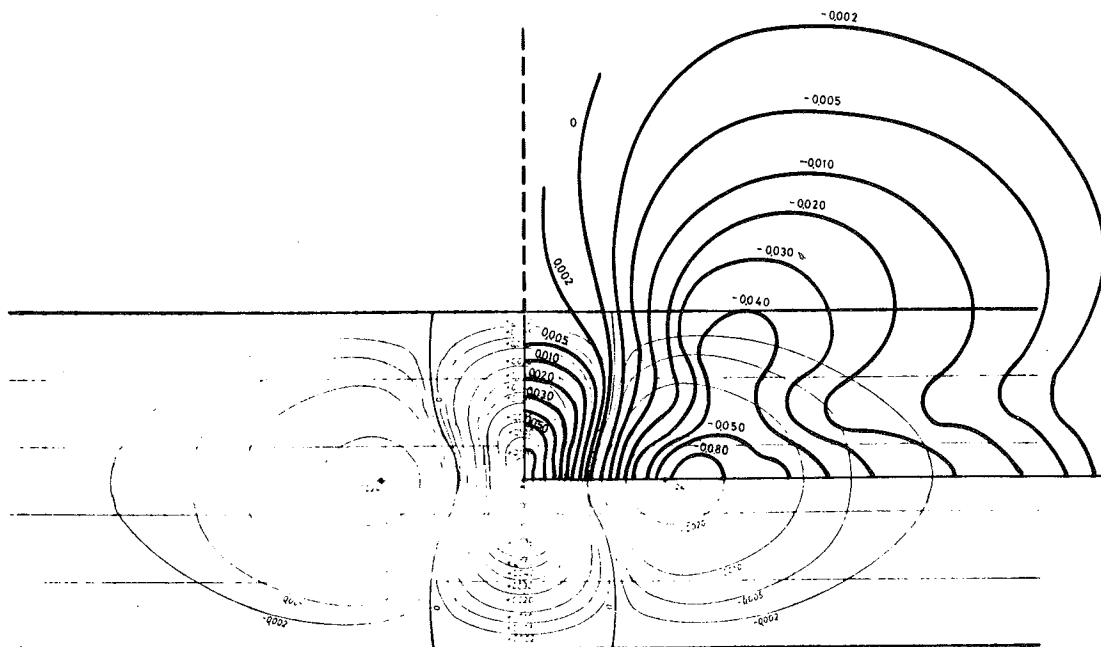


Fig. 13. Superficie de influencia del momento  $M_y$ , en un punto enfrentado a una viga.

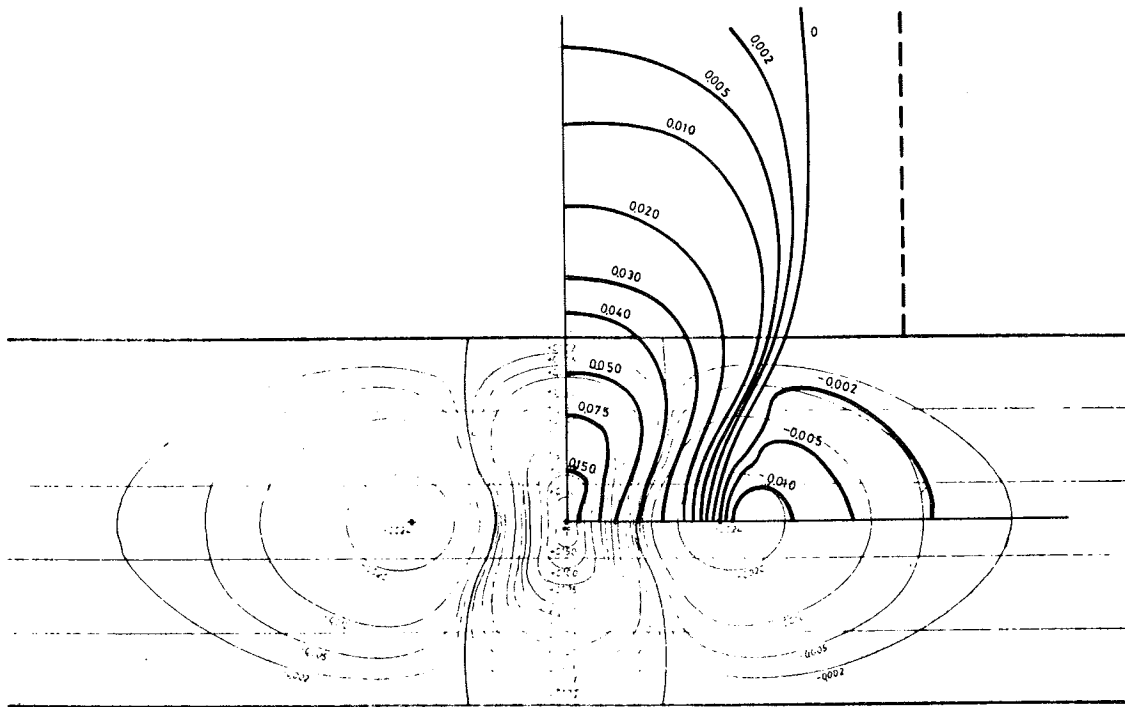


Fig. 14. Superficie de influencia del momento  $M_y$ , en un punto entre dos vigas.

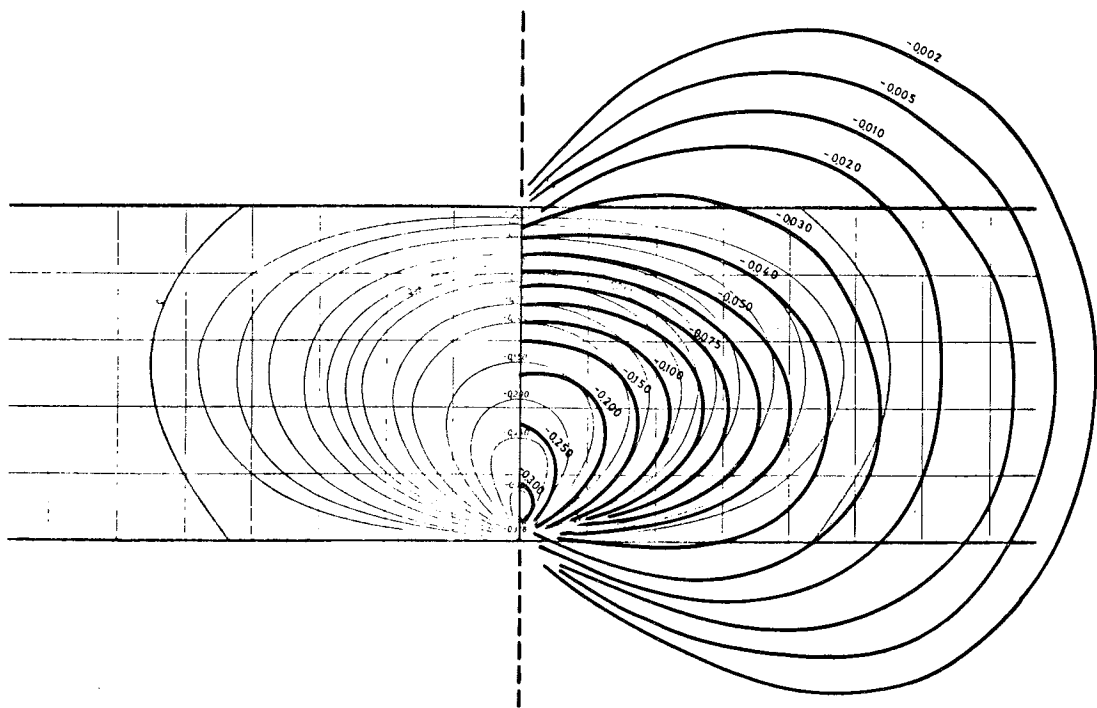


Fig. 15. Superficie de influencia del momento reacción  $M_{rx}$ .



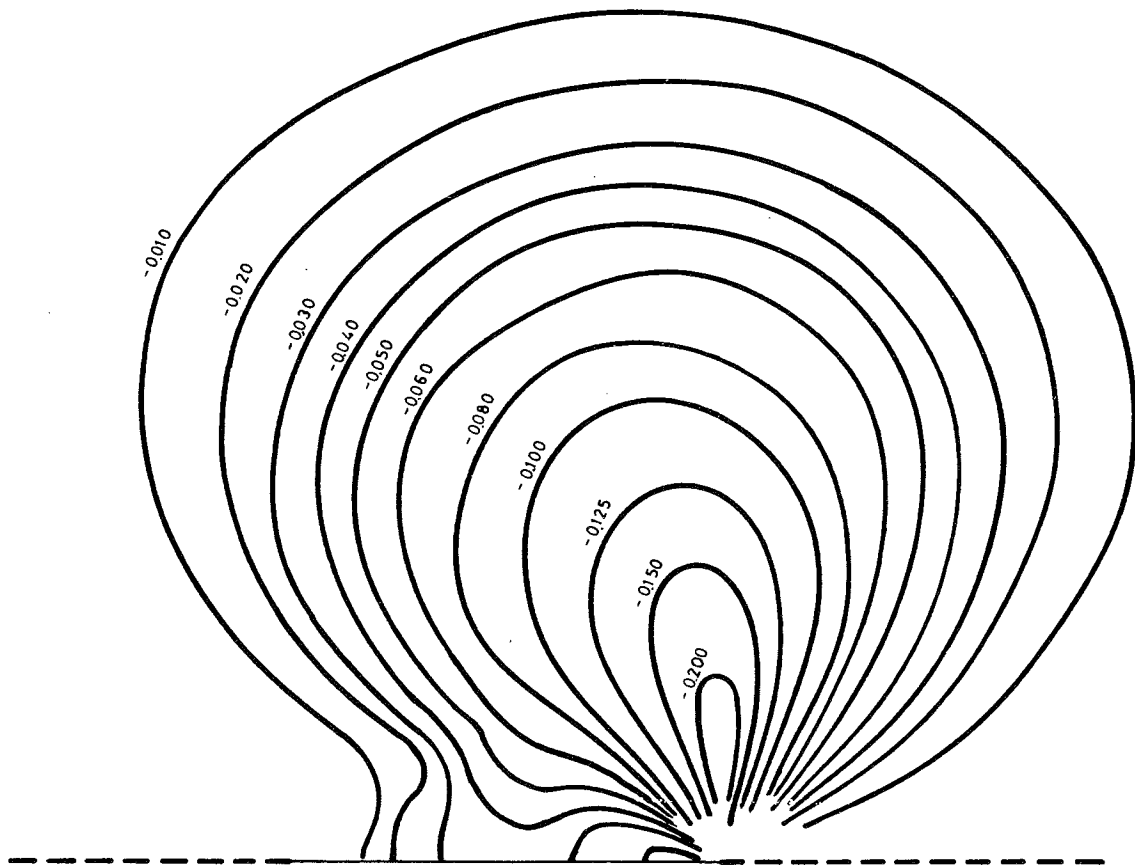


Fig. 16. Superficie de influencia del momento reacción  $M_{ry}$ .

Cuando se evalúa el momento  $M_x$  o  $M_y$  en un punto enfrentado a una viga (figuras 11 y 13), se puede apreciar que la superficie de influencia es mucho mayor que la correspondiente del ábaco de Homberg. Lo mismo puede decirse de las superficies de influencia para los momentos  $M_x$  y  $M_y$  en la reacción.

#### 2.2.4. Esfuerzos debidos al carro de 60 t

Se presenta, a continuación, la comparación de los esfuerzos originados por el carro de 60 t situado sobre la losa, calculados según el modelo de emparrillado plano y según los ábacos de Homberg.

Se comprueba, véase M. Gullón (1987) [2], que, para evaluar los máximos flectores longitudinales y transversales en centro-luz, una de las huellas del carro debe situarse en el centro del ábaco. Para obtener el máximo flector en la conexión losa-vigas, es preciso tantear la posición más desfavorable; ahora bien, en el rango usual de luces (2 a 4 m), el carro puede situarse, con pequeño error, en cuartos de luz.

En las tablas 2, 3, 4 y 5 se recogen los valores obtenidos mediante los ábacos de Homberg y mediante el emparrillado plano, para los tableros A y B, con el carro en sus posiciones más desfavorables.

Comparando los resultados de estas tablas, se aprecia que los esfuerzos deducidos por Homberg dejan del lado seguro (+ 10 por 100), exceptuando el momento  $M_y$  calculado con la carga entre dos vigas (-24 por 100 en el tablero A), tabla 2.

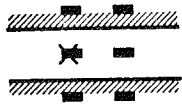
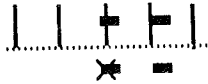
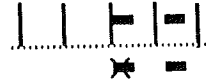
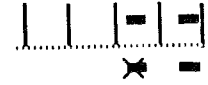
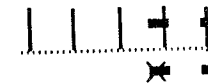
Por lo expuesto hasta aquí, se puede afirmar que los ábacos de Homberg pueden utilizarse en el proyecto de losas de continuidad, teniendo muy presente, no obstante, que suelen proporcionar momentos transversales inferiores a los reales.

#### 2.2.5. Expresiones analíticas de los momentos debidos al carro de 60 t, según Homberg

Por último, se calculan con los ábacos de Homberg los momentos  $M_x$ ,  $M_y$  y  $M$  reacción, para distintas luces de la losa de continuidad, cuan-

TABLA 2

Comparación de los momentos flectores  $M_x$  y  $M_y$ , en centro luz, en el tablero A, según los ábacos de Homberg y según el emparrillado plano

POSICIÓN	MOMENTOS (tn.m/m)	
	$M_x$	$M_y$
<p>Homberg</p> 	2,30	1,90
	2,1618	0,8871
	2,1283	1,7977
	2,1614	2,5051
	2,0146	1,7476

do el carro de 60 t actúa en su posición más desfavorable. Los resultados se representan en la figura 17.

Por encima de los puntos de cada una de estas gráficas, se trazan rectas que acotan, del lado de la seguridad, los esfuerzos obtenidos. Las ecuaciones analíticas de las rectas representadas, lo cual puede tener un claro interés práctico, son las siguientes:

$$M_x = 0,54 L' + 0,56$$

$$M_y = 0,33 L' + 0,26$$

$$M_{reacción} = 1,17 L' + 0,34$$

donde

$L'$  es la luz de la losa de continuidad, en m.

$M$  es el momento por unidad de longitud, en t.m/m.

TABLA 3

Comparación del momento reacción,  
en el tablero A, según los ábacos de Homberg  
y según el emparrillado plano

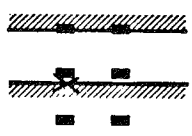
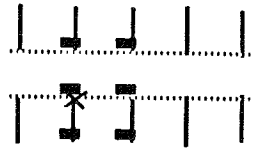
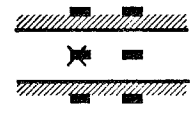
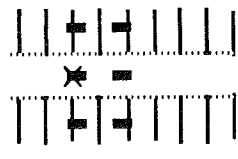
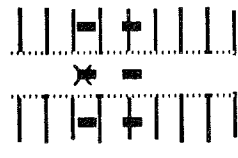
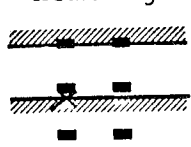
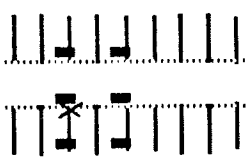
POSICIÓN	MOMENTO REACCIÓN (tn.m/m)
<p style="text-align: center;">Homberg</p> 	-2,63
	-2,6139

TABLA 4

Comparación de los momentos flectores  $M_x$  y  $M_y$ ,  
en centro luz, en el tablero B, según los ábacos  
de Homberg y según el emparrillado plano

POSICIÓN	MOMENTOS (tn.m/m)	
	$M_x$	$M_y$
<p style="text-align: center;">Homberg</p> 	2,47	1,77
	2,0004	0,8555
	1,7649	1,2564

**TABLA 5**  
**Comparación del momento reacción,**  
**en el tablero B, según los ábacos de Homberg y**  
**según el emparrillado plano**

POSICIÓN	MOMENTO REACCIÓN (tn.m/m)
<p>Homberg</p> 	-3,51
	-3,0226

**TABLA 6**  
**Comparación del momento flector,**  
**en el empotramiento de la losa de continuidad,**  
**considerando la redistribución de esfuerzos**  
**por fluencia, al aplicar el modelo propuesto y**  
**el de referencia**

ACCION	Momento Flector (tn*m/m)	
	MODELO PROPUESTO	MODELO DE REFERENCIA
peso propio viga	0,6942	0,7010
peso propio losa	1,2871	1,3005
pretensado	-3,9235	-3,9176
<b>T O T A L</b>	-1,9422	-1,9161

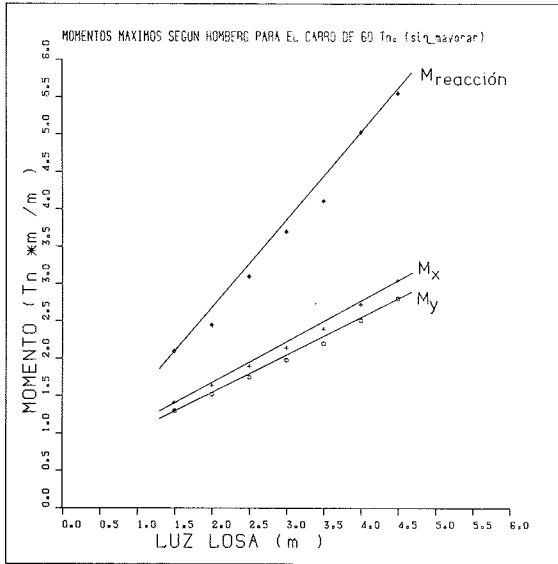


Fig. 17. Momentos en la losa de continuidad, según Homberg, debidos al carro de 60 t en su posición más desfavorable.

### 2.3. Acciones en vanos adyacentes a la losa de continuidad

El cálculo de los esfuerzos en la losa de continuidad, originados por acciones en los vanos adyacentes, no presenta dificultades importantes, salvo la redistribución de esfuerzos por fluencia, que se analiza seguidamente.

Sin embargo, antes de abordar ese tema, es oportuno indicar que, para conseguir los máximos flectores (negativos) en la losa, es necesario tantear con la sobrecarga de 400 Kg/m<sup>2</sup> extendida en un vano o en ambos, véase tabla 1. Respecto al carro de la Instrucción, se obtienen errores despreciables calculando con una carga puntual de 60 t en centro luz de uno de los vanos.

#### 2.3.1. Redistribución de esfuerzos por fluencia. Modelo de referencia

El modelo de referencia empleado es un pórtico plano, concebido específicamente para el análisis en el tiempo de estructuras evolutivas, I. Duque (1987) [3].

Para realizar el presente trabajo, se considera un puente de dos vanos, de 23,5 m, con una luz de la losa de continuidad de 2,70 m. El tablero, de 10 m de ancho, se construye mediante 5 vigas, como la representada en la figura 18.

Las acciones que deben considerarse en este estudio de redistribución de esfuerzos por fluencia son únicamente aquellas que aparezcan antes

de dar continuidad a la losa, esto es:

- Peso propio de las vigas.
- Peso propio de la losa.
- Pretensado con sus pérdidas.

Las edades del hormigón a las que aquéllas actúan, se recogen en la figura 19. También se indica a partir de qué instante hay un cambio en el esquema estructural del puente. En la figura 20 se muestra la evolución de la discretización en el tiempo: cuando sólo hay vigas, cuando ya existe la losa, y cuando teóricamente se le da continuidad (endurece).

En la figura 21 se representan, por separado, la evolución de los esfuerzos debidos al peso propio de la losa y al peso propio de las vigas, así como el momento total resultante, incluido el efecto del pretensado.

En la figura 22 se comparan los resultados anteriores con los que se hubieran obtenido de considerar la retracción. Se aprecian diferencias importantes; pero, en cualquier caso, prescindir de la retracción deja del lado de la seguridad. Por ello, el modelo simplificado que se propone a continuación, considera únicamente el cálculo de esfuerzos por fluencia.

#### 2.3.2. Redistribución de esfuerzos por fluencia. Modelo simplificado propuesto

En este modelo simplificado, se supone que las curvas de fluencia del hormigón de las vigas y del hormigón de la losa son afines. Con esta hipótesis es posible plantear el problema de fluencia para la losa de continuidad, en forma análoga al de una viga biempotrada con movimientos lentos impuestos en sus extremos. De ello resulta la fórmula:

$$M = M_0 \varphi_{viga} \frac{1 - e^{-\varphi_{losa}}}{\varphi_{losa}}$$

donde:

$M_0$  es el momento que se obtendría si se construyera toda la estructura "de golpe" y se aplicaran posteriormente el pretensado, menos pérdidas instantáneas y el peso propio de vigas y losa.

$\varphi_{viga}$  es el coeficiente de fluencia de las vigas.  
 $\varphi_{losa}$  es el coeficiente de fluencia de la losa.

Evidentemente, para el cálculo de  $M_0$ , puede usarse el método simplificado descrito en 2.1. Los esfuerzos debidos a las pérdidas diferidas de pretensado, se producen, mayormente, en la configuración definitiva, por lo cual no deben incluirse en  $M_0$ .



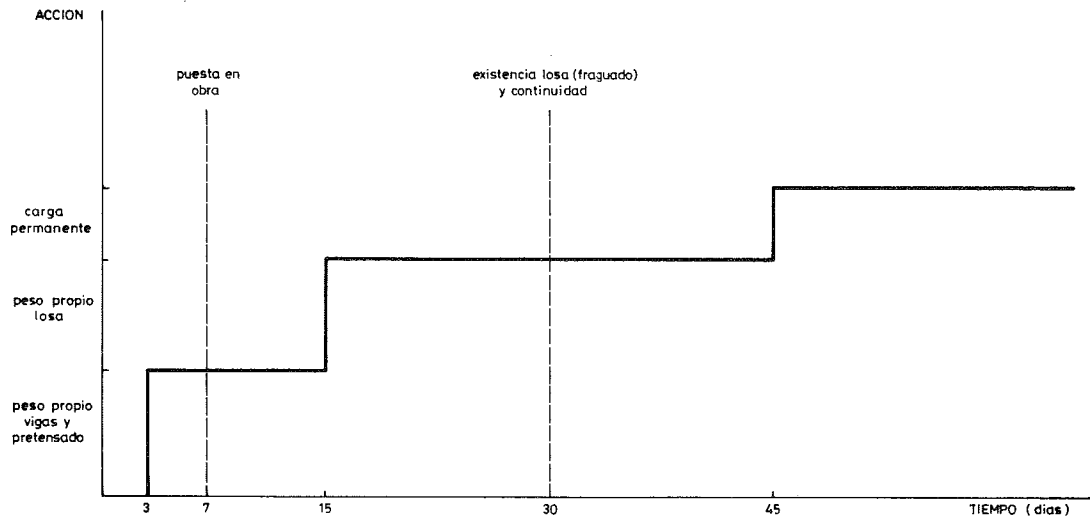


Fig. 19. Evolución de las acciones actuantes, a lo largo del tiempo. Calendario de obra supuesto.

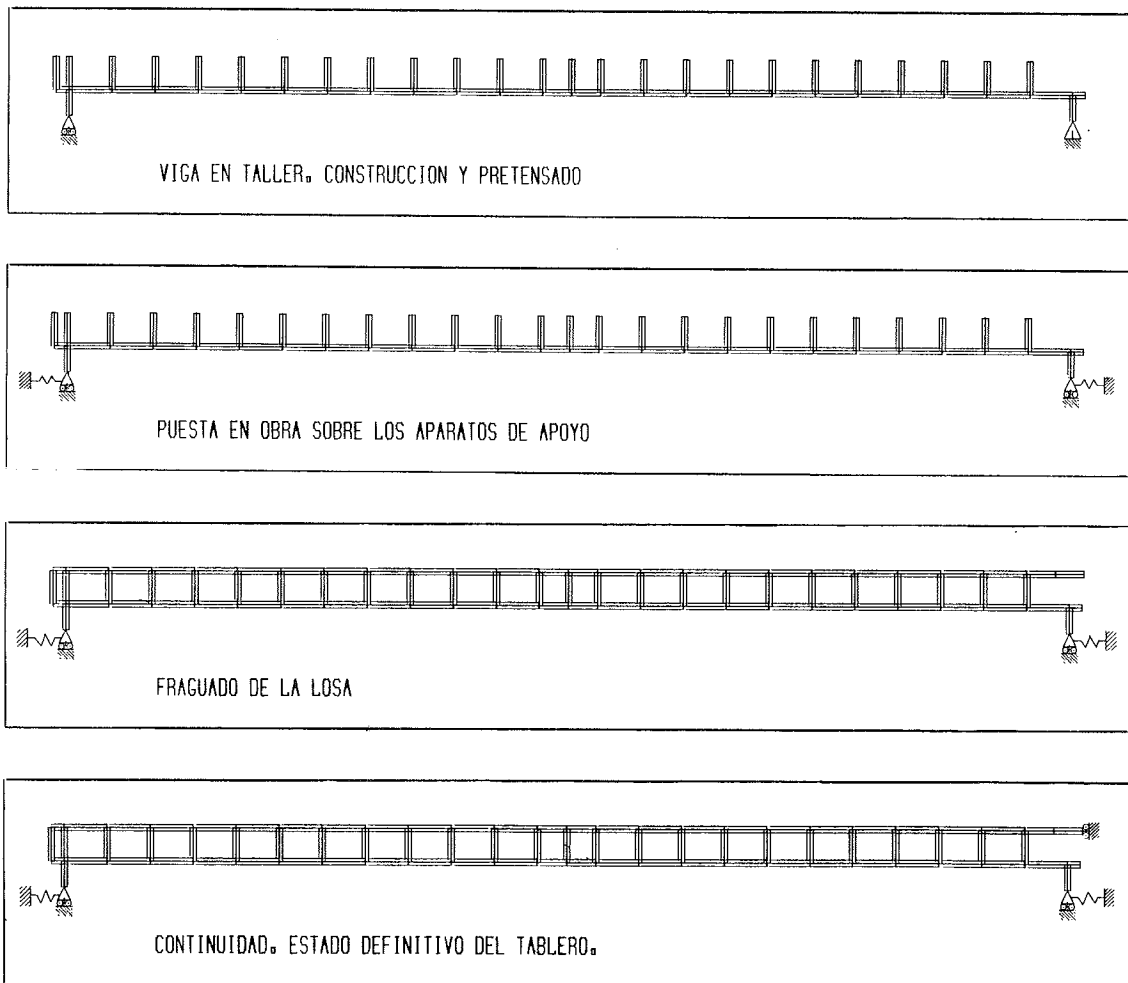


Fig. 20. Evolución de la discretización del tablero, a lo largo del tiempo.

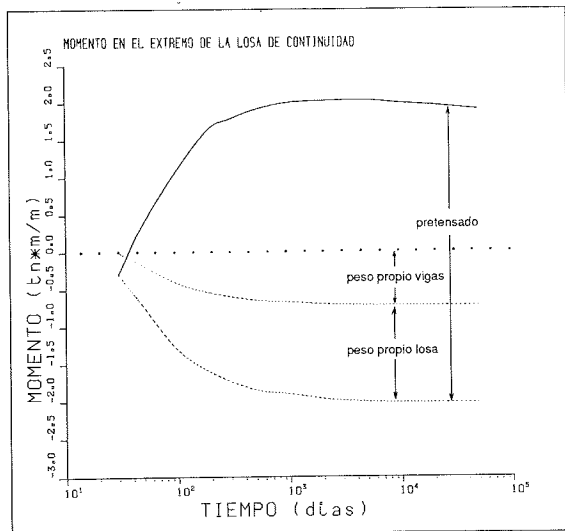


Fig. 21. Evolución de los momentos en el extremo de la losa de continuidad debidos al peso propio y al pretensado, a lo largo del tiempo.

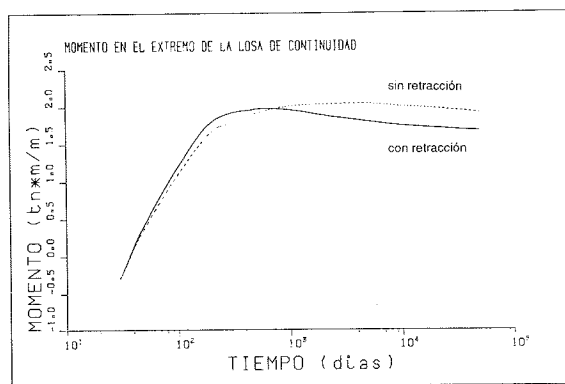


Fig. 22. Influencia de la retracción en la redistribución de esfuerzos.

La comparación de resultados según el modelo simplificado y según el modelo de referencia, se presenta en la tabla 6. Como puede apreciarse, los resultados son más que aceptables.

### 3. ANALISIS EN SERVICIO Y EN ROTURA

#### 3.1. Dimensionamiento en proyecto

En el presente análisis se considera la losa de continuidad del tablero descrito en 2.3.1. Las armaduras se dimensionan para resistir la combinación ponderada, según EH-82, de todos los momentos a los que puede estar sometida (debidos a peso propio viga, pretensado, peso propio losa, sobrecargas, carga permanente y gradiente térmico).

La distribución de armadura correspondiente, se muestra en la figura 23. Debido a la corta luz de la losa (2,70 m), lo racional hubiese sido extender la misma armadura en toda la luz; sin embargo, se ha preferido no hacerlo para que el ejemplo pueda ser representativo también de luces mayores, en las que no se prolongaría.

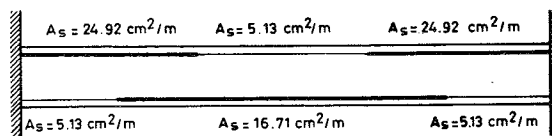


Fig. 23. Cuantía de armadura según procedimiento convencional.

#### 3.2. Análisis en rotura. Dimensionamiento propuesto

Mediante un modelo de análisis no lineal, A. López (1987) [4], se estudia, a continuación, la losa descrita, en la situación última de rotura.

Para ello, se considera una viga biempotrada igual a un metro de ancho de losa. Las acciones sobre vanos contiguos se aplican como desplazamientos y giros impuestos en los extremos de la viga. Las cargas repartidas sobre la propia losa se introducen como tales en el modelo. Los esfuerzos debidos al carro de 60 t se simulan con la aplicación de un grupo de cargas equivalente.

En este análisis se toman las resistencias características del hormigón y del acero. Inicialmente, se aplican, sin mayorar, el peso propio y la carga permanente. Luego, se introducen, por incrementos sucesivos, las sobrecargas correspondientes, en cada una de las hipótesis contempladas. El coeficiente por el que éstas quedan mayoradas en cada incremento, se denomina Factor de Sobrecarga (FS).

El Factor de Sobrecarga en rotura, para cada hipótesis, se presenta en la tabla 7. Como puede verse, se obtienen valores muy altos. En trabajos anteriores, A.C. Aparicio (1980) [5] y A. López (1987) [4], se ha comprobado que los movimientos impuestos no hay que tenerlos en cuenta para dimensionar a rotura, siempre que las secciones sean suficientemente dúctiles. Ello se debe a que el último tramo del diagrama momento-curvatura de una sección de hormigón armado es prácticamente plano, por lo que al aumentar la curvatura, el momento respuesta de la sección apenas varía. Se concluye, por tanto, que existe un exceso de armadura y que ésta debiera dimensionarse únicamente para las cargas directamente actuantes sobre la losa.

En todo caso, en la cara superior de la sección central y en la inferior de la sección apoyo, es pre-



TABLA 7

Factor de sobrecarga para el dimensionamiento según proyecto y según el criterio propuesto

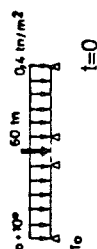

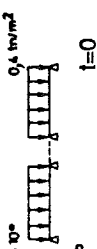
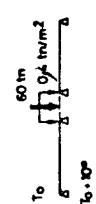
HIPÓTESIS	SECCIÓN CRÍTICA (análisis lineal)	DIMENSIONAMIENTO EN PROYECTO		DIMENSIONAMIENTO PROPUESTO	
		FS en rotura	Causa	FS en rotura	Causa
 <p>60 m 0,4 tn/m<sup>2</sup> T<sub>0</sub> T<sub>0</sub> I=0</p>	Armadura superior en sección apoyo	2,95	Arm. superior sección apoyo	2,03	Arm. superior sección apoyo
 <p>60 m 0,4 tn/m<sup>2</sup> T<sub>0</sub> T<sub>0</sub> I=∞</p>	Armadura inferior en sección apoyo	> 4,0	No determinada	> 4,0	No determinada
 <p>60 m 0,4 tn/m<sup>2</sup> T<sub>0</sub> T<sub>0</sub> I=0</p>	Armadura superior en sección central	> 4,0	No determinada	> 4,0	No determinada
 <p>60 m 0,4 tn/m<sup>2</sup> T<sub>0</sub> T<sub>0</sub> I=∞</p>	Armadura inferior en sección central	2,89	Arm. superior sección apoyo	2,02	Arm. superior sección apoyo

TABLA 8

Ancho de fisuras y tensión del acero, para las cargas características, según un análisis no lineal

HIPOTESIS	SECCION CRITICA	$A_s$ (cm <sup>2</sup> /m)	$\phi$	$\epsilon_{sm}$	$\sigma_{sm}$ (Kg/cm <sup>2</sup> )	$W_k$ (mm)
	Armadura superior en sección apoyo	8,81	8 $\phi$ 12	0,87670 x 10 <sup>-3</sup>	1841	0,170
	Armadura inferior en sección apoyo	2,29	3 $\phi$ 12	0,32669 x 10 <sup>-4</sup>	69	0,040
	Armadura superior en sección central	2,29	3 $\phi$ 12	0,15192 x 10 <sup>-3</sup>	909	0,090
	Armadura inferior en sección central	17,62	6 $\phi$ 20	0,10079 x 10 <sup>-2</sup>	2117	0,196

( Acero  $f_{yk}=4100$  Kg/cm<sup>2</sup> )

cisa una armadura mínima, por condiciones de servicio. Para el armado de estas zonas se recurre a las recomendaciones del Código modelo CEB, apartado 15.2.4, y a los comentarios de éste.

La distribución de la armadura y la cuantía resultantes al emplear los criterios anteriores, se representan en la figura 24.

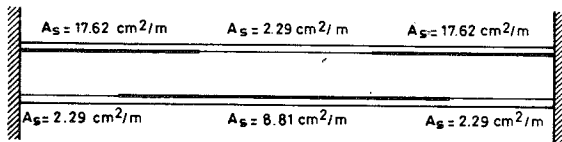


Fig. 24. Cuantía de armadura según procedimiento propuesto.

### 3.2. Comprobaciones en servicio y en rotura

Del análisis hasta la rotura, en las mismas hipótesis, con el dimensionamiento propuesto, se obtienen los factores de sobrecarga recogidos también en la tabla 7. La losa rompe en todos los casos por la armadura superior de la sección de apoyo. Simultáneamente, el acero inferior en la sección central alcanza su límite elástico, si bien su alargamiento no sobrepasa el 1 por 100.

Por otro lado, en la tabla 8 se presentan las deformaciones de las armaduras, cuando  $FS = 1.0$  (en servicio), para comprobar condiciones de fisuración. Suponiendo acero AEH400N y el diámetro y la separación entre barras que allí figuran, se obtiene un ancho de fisuras próximo a 0,2 mm; por lo que se verifica el límite aceptable para elementos exteriores a la intemperie.

La tensión de los aceros, en servicio, se muestra también en la tabla 8, de donde puede deducirse que no existirán problemas de fatiga. En la figura 25, se presenta la evolución de estas tensiones hasta la rotura, cuando se aplican todas las acciones, o sólo las directas, sobre la losa.

Para comprobar la seguridad en rotura, se efectúa de nuevo el análisis de la losa, pero considerando, ahora, las resistencias minoradas de los materiales y la totalidad de las cargas actuantes, con lo cual se obtendrá el coeficiente de mayoración de las acciones según norma. En este caso, sólo se estudian las hipótesis de carga que dan máximo momento negativo en el apoyo y máximo positivo en la sección central. En ambas se consigue el coeficiente de mayoración exigido por la Instrucción (1.6), rompiendo siempre por la sección de apoyo.

En la figura 26 se representa el momento en la sección de apoyo, en función del coeficiente de mayoración de las cargas, para la primera hipótesis. También se representan los resultados que se

obtienen si en las cargas no se incluyen las acciones indirectas. Como era de esperar, el momento último y el coeficiente de mayoración de cargas, son los mismos en ambos casos.

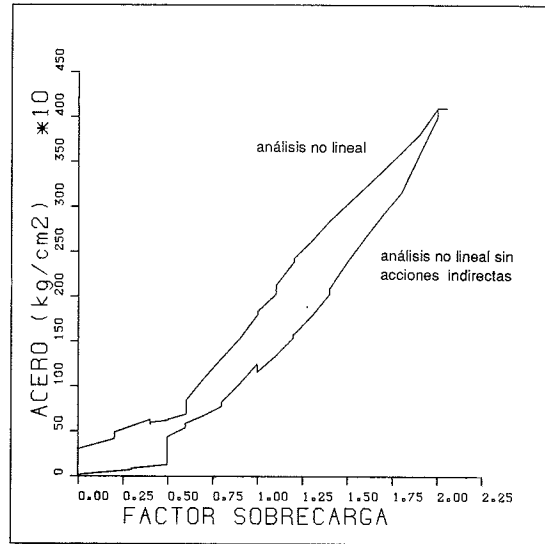


Fig. 25. Evolución de la tensión del acero de la armadura inferior, en la sección de centro luz. Análisis hasta rotura.

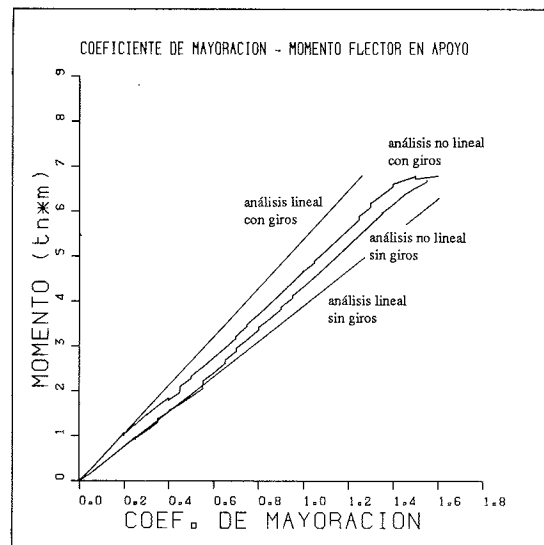


Fig. 26. Evolución del momento en la sección de empotramiento de la losa. Comprobación en rotura.

## 4. CRITERIOS DE DISEÑO

En el presente apartado se elaboran recomendaciones para la definición del espesor y de la luz de

la losa de continuidad. Se aceptan, en este estudio, las siguientes limitaciones:

- a) Espesor mínimo, 15 cm. Por punzonamiento y mínimo constructivo.
- b) Espesor máximo, 18 cm. Correspondiente a una losa de 20 cm menos 2 cm de porexpan.
- c) Recubrimiento de 2 cm. Mínimo recomendado por EH-82.
- d) Hormigón en la losa de continuidad: H250.
- e) Acero para armar la losa de continuidad: AEH400N.
- f) Separación entre ejes de apoyo: 0,70 metros.

#### 4.1. Hipótesis de cálculo

##### 4.1.1. Acciones que hay que considerar. Secciones de cálculo

Las luces de las losas de continuidad son suficientemente pequeñas como para poder suponer que la armadura se prolonga en toda su longitud. Por ello, basta considerar dos secciones de cálculo: sección de empotramiento, que define la armadura longitudinal superior, y sección de centro luz, que define la armadura inferior.

Para el cálculo del momento flector, negativo, en la sección de empotramiento, se consideran las siguientes acciones, a tiempo inicial:

Acciones directas:

- Peso propio de la losa.
- Carga permanente en la losa (250 kg/m<sup>2</sup>).
- Sobrecarga de 400 kg/m<sup>2</sup> en la losa.
- Sobrecarga de carro de 60 t en la losa.

Acciones indirectas:

- Carga permanente en vanos adyacentes (250 kg/m<sup>2</sup>).
- Sobrecarga de 400 kg/m<sup>2</sup> en uno o en ambos vanos.
- Gradiente de temperatura de -10°C en losa.
- Gradiente de temperatura de -10°C en vanos.

Para el cálculo del momento flector, positivo, en la sección de centro luz, se consideran las siguientes acciones, a tiempo infinito:

Acciones directas:

- Peso propio de la losa.
- Carga permanente en la losa (250 kg/m<sup>2</sup>).
- Sobrecarga de 400 kg/m<sup>2</sup> en la losa.
- Sobrecarga de carro de 60 t en la losa.

Acciones indirectas:

- Peso propio de los vanos adyacentes, con fluencia.

-Pretensado de los vanos adyacentes, con fluencia.

- Pérdidas diferidas de pretensado.
- Carga permanente en vanos adyacentes (250 kg/m<sup>2</sup>).
- Gradiente de temperatura de +10°C en losa.
- Gradiente de temperatura de +10°C en vanos.

En ambos casos, para verificar la seguridad en rotura se consideran, únicamente, las acciones directas, multiplicadas por el factor de mayoración correspondiente, tal y como se ha probado en 3.2. Para verificar las condiciones de fisuración, en cambio, se tienen en cuenta todas las acciones, sin mayorar.

##### 4.1.2. Rigidez mínima de un tablero de vigas prefabricadas

El cálculo de esfuerzos originados en la losa de continuidad, por acciones en los tramos adyacentes, se efectúa según el modelo simplificado propuesto en el apartado 2.1.

Como es sabido, los giros y flechas en el vano son inversamente proporcionales a la rigidez del tablero. Interesa, por tanto, conocer la mínima rigidez esperable, con la cual obtener los máximos esfuerzos posibles en la losa.

A partir de un catálogo comercial, se obtienen las rigideces mínimas de tableros de vigas, para luces comprendidas entre 15 y 45 m. Estos valores se representan, en función de la luz al cubo, en la figura 27. Como puede apreciarse, la rigidez total de un tablero de vigas prefabricadas, puede acotarse inferiormente por la expresión:

$$EI = 18 \cdot (\text{luz})^3 ; \text{ en t, m}$$

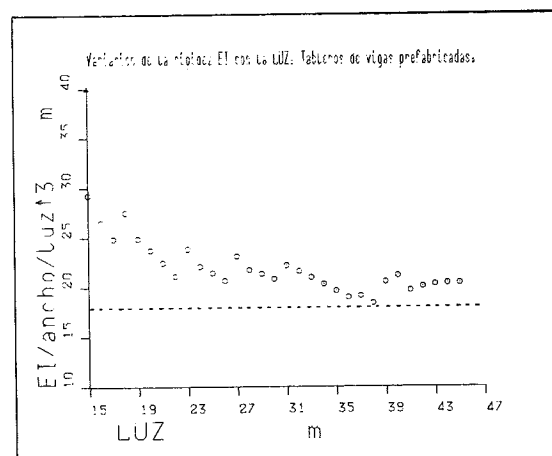


Fig. 27. Rigidez mínima total de un tablero de vigas prefabricadas, en función de su luz. Obtenido según datos de catálogo comercial.

Dado que el giro depende también de la luz al cubo, se concluye que los esfuerzos en la losa, originados por cargas en los vanos, serán prácticamente independientes de la luz de los mismos.

#### 4.1.3. Giros y flechas debidos a pretensado y peso propio

En la determinación del momento en centro luz de la losa de continuidad, intervienen los giros y flechas, debidos al peso propio y al pretensado, amplificadas por la fluencia de los vanos contiguos. Los esfuerzos por ellos originados se obtienen según el modelo simplificado propuesto en 2.3.2.

En los mismos tableros que en 4.1.2, se calculan los giros previsible en extremos de vano, figura 28. Según parece, el giro total que se debe considerar en el instante inicial es siempre menor que 0,0065 rad.

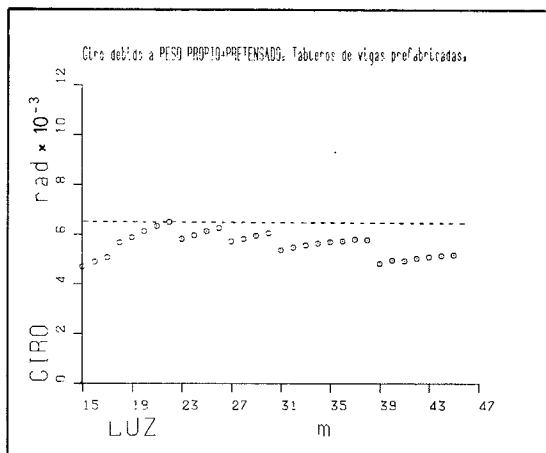


Fig. 28. Giro máximo esperable en un tablero de vigas prefabricadas, debido al peso propio y al pretensado, si éstos actuaran en la configuración definitiva vigas + losa. Obtenido según datos de catálogo comercial.

Asimismo, es necesario obtener una cota inferior del giro debido a las pérdidas de pretensado a tiempo infinito. De la figura 29 se deduce que los giros instantáneos de pretensado, siempre son mayores que 0,006 rad, por lo que el decremento de giro debido a pérdidas diferidas, a partir de la continuidad, estimadas en un 15 por 100, puede acotarse en 0,0009 rad.

#### 4.1.4. Verificación de las condiciones de fisuración

En el presente trabajo se supone que el ambiente en que se encuentra el puente no es especialmente agresivo, por lo que se limita la apertura de fisuras a 0,2 mm, según EH-82.

El cálculo del ancho de fisuras se realiza según

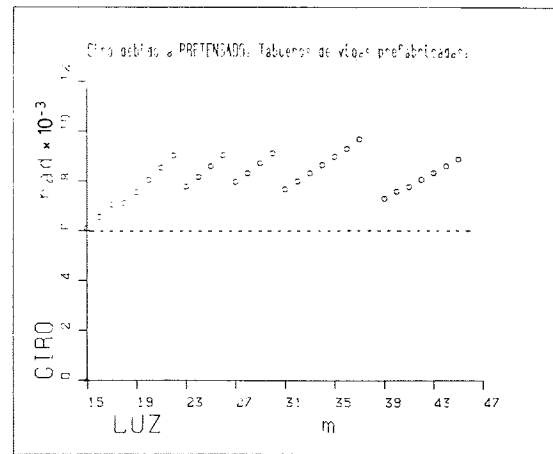


Fig. 29. Giro mínimo esperable en un tablero de vigas prefabricadas, debido al pretensado, si actuará en la configuración definitiva vigas + losa. Obtenido según datos de catálogo comercial.

las recomendaciones CEB, apartado 15.2.4 del Código modelo, y sus comentarios.

## 4.2. Resultados

Considerando las hipótesis anteriores, se dimensiona la armadura inferior y superior, para losas de continuidad de diversos espesores y luces, con barras de diámetro:  $\phi 12$ ,  $\phi 16$  y  $\phi 20$ .

En las figuras 30, 31 y 32, se representan las cuantías obtenidas para cada diámetro. Tomando, para cada espesor, la luz que necesita menor cuantía total de armadura, se construye la tabla 9, que permite el dimensionamiento directo de la armadura longitudinal de una losa de continuidad. La relación canto/luz óptima resulta ser 1/17.

Por otro lado, se comprueba que las luces óptimas proporcionan momentos reducidos menores que 0,26, lo cual permite asegurar suficiente ductilidad de las secciones, según criterios ACI y CEB.

## 5. CONCLUSIONES

(1) En base a la gran diferencia de rigideces entre los vanos y la losa de continuidad, los esfuerzos en la losa pueden calcularse por separado para cargas actuantes sobre la losa y actuantes sobre los vanos contiguos. Los esfuerzos debidos a cargas sobre la losa, se obtienen como si ésta se encontrara empotrada en las vigas. Los esfuerzos debidos a cargas sobre los vanos, se obtienen imponiendo a la losa los giros y flechas que se deducen, en la unión losa-vano, al resolver los vanos como vigas biapoyadas. Por lo tanto, toda acción que no esté aplicada directamente sobre la losa de continuidad, se puede considerar acción indirecta.

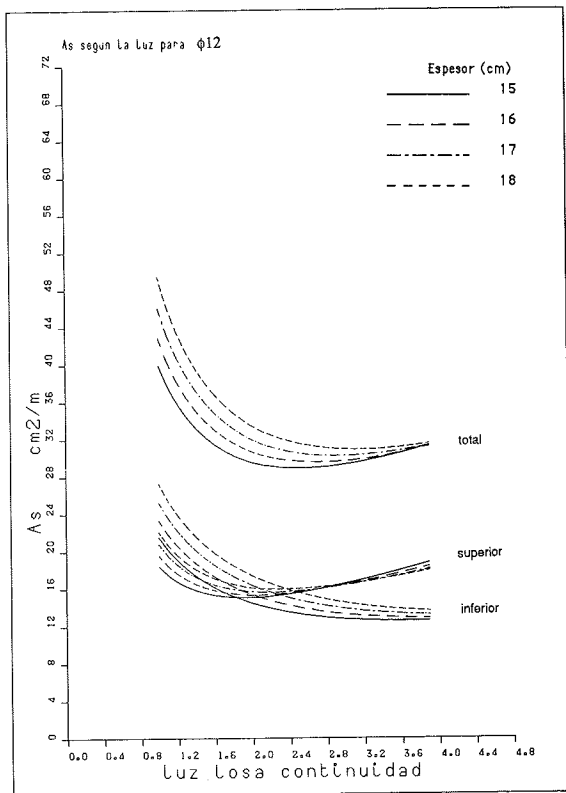


Fig. 30. Armadura longitudinal necesaria en la losa de continuidad, si para armar se emplean barras de  $\phi 12$ .

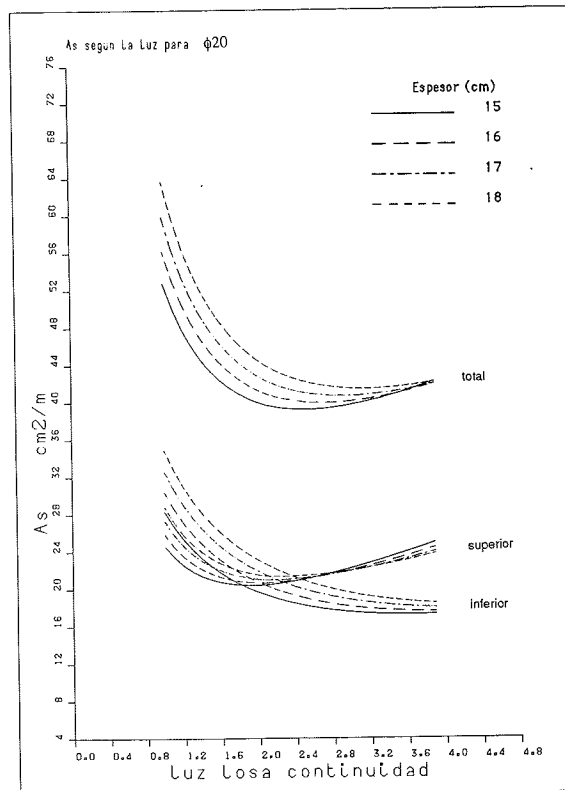


Fig. 32. Armadura longitudinal necesaria en la losa de continuidad, si para armar se emplean barras de  $\phi 20$ .

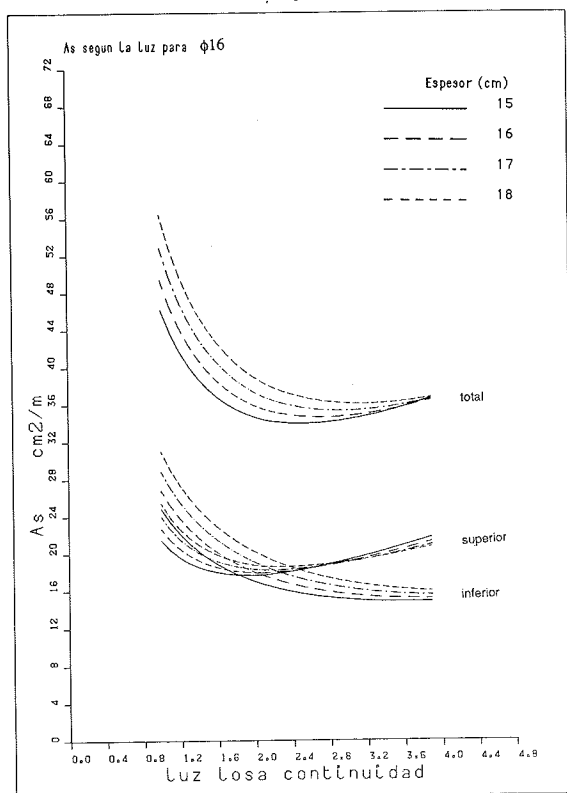


Fig. 31. Armadura longitudinal necesaria en la losa de continuidad, si para armar se emplean barras de  $\phi 16$ .

(2) Respecto a las acciones del primer grupo, todas ellas, excepto el carro de 60 t, se resuelven, fácilmente, como una viga biempotrada. Para calcular los momentos por unidad de longitud originados por el carro, es necesario emplear un modelo bidimensional, para losas, como los ábacos de Homberg, aunque las hipótesis en que se formule sean distintas a la realidad: ancho infinito y sustentación biempotrada.

(3) En un par de tableros representativos, se obtienen resultados según Homberg y según un modelo de emparrillado plano, que se supone más exacto. Los valores máximos de los esfuerzos que se calculan con Homberg, están siempre del lado de la seguridad, excepto el momento flector transversal que puede resultar hasta un 30 por 100 menor que el real.

(4) Para calcular el máximo momento flector longitudinal en centro luz, con la sobrecarga del carro de 60 t, hay que situarlo en medio de la losa de continuidad y evaluar los esfuerzos bajo una de sus huellas.

La máxima sollicitación en el empotramiento, o sea, en la unión de la losa con las vigas, se obtiene aproximadamente cuando el carro se sitúa a cuartos de luz de la losa de continuidad.

Para las posiciones mencionadas, se deducen las

**TABLA 9**

**Luz óptima de la losa de continuidad, en función de su espesor, y armadura longitudinal necesaria en proyecto**

Espesor(cm)	LUZ (m)		ARMADURAS Posición	SEPARACION (cm)		
	óptima	$\mu=0.26$		$\phi 12$	$\phi 16$	$\phi 20$
15	2,5	2,6	negativos	7,0	11,0	15,0
			positivos	8,5	12,5	17,0
16	2,7	3,0	negativos	7,0	10,5	14,5
			positivos	8,0	12,5	16,5
17	2,9	3,4	negativos	7,0	10,5	14,5
			positivos	8,0	12,0	16,5
18	3,1	3,8	negativos	6,5	10,0	14,0
			positivos	7,5	12,0	16,0

siguientes expresiones analíticas, que acotan del lado seguro los esfuerzos debidos al carro de 60 t:

$$M_x = 0,54 L' + 0,56$$

$$M_y = 0,33 L' + 0,26$$

$$M_{reacción} = 1,17 L' + 0,34$$

donde

$L'$  es la luz de la losa de continuidad, en m.

$M$  es el momento por unidad de longitud, en t.m/m.

(5) Dado el carácter evolutivo de esta tipología, aparecen esfuerzos en la losa, a lo largo del tiempo, a causa de la reología de los materiales, fluencia del hormigón, principalmente. Para calcularlos se propone un modelo simplificado que permite averiguar los esfuerzos a una determinada edad, a partir de los giros iniciales en los extremos de la losa de continuidad.

(6) Mediante un modelo de análisis no lineal por el material, se estudia la evolución hasta la rotura de una losa de continuidad, armada según criterios convencionales. El análisis confirma las conclusiones obtenidas por otros autores, en otras estructuras, en el sentido de que las acciones indirectas no influyen en la situación última de rotura,

si las secciones disponen de suficiente ductilidad. Por ello, se propone que, para dimensionar la armadura de la losa en rotura, se prescinda de considerar las acciones en los vanos adyacentes.

(7) Empleando los criterios y modelos propuestos, en tableros de vigas prefabricadas de "catálogo", se deducen los diseños óptimos para el espesor y la luz, así como la armadura necesaria. Véase tabla 9. En otros casos particulares, las armaduras deberán calcularse teniendo en cuenta que los estados límites de servicio y fisuración, suelen ser condicionantes y, por tanto, es preciso considerar la totalidad de acciones, directas e indirectas, con los esquemas estáticos y recomendaciones aquí formuladas.

#### AGRADECIMIENTOS

Gran parte del presente trabajo corresponde a la Tesina de Especialidad de D. Martín Gullón, bajo la dirección de D. Angel López. No obstante, la idea original se debe a D. Angel C. Aparicio, a quien los autores desean agradecer públicamente su valiosa colaboración.

## REFERENCIAS

- [1] Homberg, H. "Dalles d'épaisseur variable". Ed. Dunot. Paris. (1972).
- [2] Gullón, M. "Criterios de dimensionamiento para losas de continuidad, en tableros de vigas prefabricadas para puentes de carretera". Tesina de especialidad. E.T.S. Ing. Caminos. Barcelona. (1987).
- [3] Duque, I. "Análisis no lineal geométrico de puentes atirantados de hormigón y su aplicación al estudio de la influencia que diversos parámetros ejercen sobre su configuración geométrica y tensional". Tesis doctoral. E.T.S. Ing. Caminos. Barcelona. (1987).
- [4] López, A. "Estudio de la evolución hasta la rotura de tableros continuos de puentes de hormigón pretensado de planta curva o esviada". Tesis doctoral. E.T.S. Ing. Caminos. Barcelona (1987).
- [5] Aparicio, A.C. "Estudio de la evolución hasta la rotura, por solicitaciones normales, de tableros continuos de puente de hormigón armado o pretensado". Tesis doctoral. E.T.S. Ing. Caminos. Santander (1980).

## RESUMEN

Los tableros constituidos por vigas pretensadas prefabricadas y una losa vertida "in situ", son alternativa usual en el proyecto y construcción de puentes de luces medias. Manteniendo el carácter "isostático" de esta tipología, es posible enlazar solidariamente las losas de tramos adyacentes; lo cual proporciona, consideraciones económicas aparte, una superficie de rodadura mucho más cómoda que las habituales juntas de calzada.

En el presente trabajo se muestra que, desde

el punto de vista resistente, la continuidad de la losa no afecta al diseño de estos tableros. Por ello, tan solo es preciso elaborar criterios para el dimensionamiento de la propia losa de continuidad.

En primer lugar, se analizan los esfuerzos debidos a acciones directas. En particular, se enjuicia la validez de los ábacos de Homberg para calcular la flexión local debida al carro de 60 toneladas. Asimismo, se propone un método simple para determinar las solicitaciones en la losa cuando las sobrecargas actúan en los vanos contiguos.

A continuación, se consideran los esfuerzos originados por las acciones indirectas, como el gradiente térmico, y por las deformaciones diferidas, habida cuenta del procedimiento de construcción evolutivo.

Por último, el análisis, en servicio y en rotura, según un modelo no lineal por el material, permite definir criterios apropiados para el diseño de las citadas losas de continuidad, que se condensan en una tabla única de dimensionamiento.

## SUMMARY

Prestressed precast concrete beam decks are an usual alternative for medium span highway bridges. Keeping isostatic the structural scheme of this bridges, it is convenient to link the compression slabs of adjacent spans, in order to get a continuous rolling surface avoiding uncomfortable joints.

In this paper, after the study of actions and the structural linear behaviour of the complete bridge, a theoretical analysis of the continuity slab, in serviceability and failure conditions, are carried out taken into account cracking of sections and material non linearities, deducing design criteria for this structural element.



# El ensayo de despegue y las bandas de tolerancia de la fuerza de pretensado en edificios de contención de centrales nucleares

Antonio Aguado  
Dr. Ing. Caminos

José María Velasco  
Ing. Caminos

Alberto Vives  
Ing. Civil

Juan José Egozcue  
Dr. Ciencias Físicas

Enrique Mirambell  
Dr. Ing. Caminos

E.T.S. Ingenieros Caminos, Canales y Puertos  
Universidad Politécnica de Cataluña

## 1. INTRODUCCION

De las diversas tipologías de edificios de contención existentes en centrales nucleares, algunas de ellas emplean hormigón pretensado, ya sea con armaduras adherentes (usual en Francia) o bien con armaduras no adherentes (usual en EE.UU.).

Por otra parte, con objeto de verificar la seguridad global de las centrales nucleares, existen en las mismas programas de vigilancia a través de los cuales se controla el comportamiento de los distintos elementos que la componen, entre los que se incluyen, lógicamente, los edificios de contención.

Los programas de vigilancia de estas estructuras difieren según el tipo de pretensado de la solución adoptada: Adherente o no adherente. Así, mientras en el primer caso la base del control radica en el estudio del comportamiento de la estructura frente a una presión de aire interior igual a la prevista en el proyecto (para el caso de accidente en el interior del edificio), en el segundo caso, la base del control se centra en el estudio individualizado del comportamiento de diferentes tendones de las distintas familias, a varias edades dentro de la vida de la estructura.

La experiencia española en este sentido, se inclina por la solución de hormigón pretensado con tendones no adherentes (2 grupos de la C.N. de Lemoniz: Sistema BBR, anclaje de remaches, 2 grupos de la C.N. de Ascó: Sistema Freyssinet, anclaje de cuñas, y 2º grupo de la C.N. de Vandellós: Sistema Stronghold, anclaje de cuñas).

Desde estos cinco grupos, sólo en dos de ellos (C.N. Ascó) se han realizado vigilancias hasta la

fecha, si bien en la primavera de 1988 deben realizarse la 1ª vigilancia del grupo II de la C.N. de Vandellós y la 3ª vigilancia del grupo II de la C.N. de Ascó. Todas estas vigilancias se fundamentan en las directrices marcadas por la U.S. Nuclear Regulatory Commission en las Guías Regulatorias 1.35 (13) y 1.35.1 (14) (Propuesta).

Los autores de este artículo han participado como asesores en distintos trabajos relacionados con las vigilancias del pretensado de los dos grupos de la C.N. de Ascó. Fruto de ello son diversos informes y una monografía (4), en la que, de forma detallada, se muestran las dificultades de una traducción directa de las Guías citadas, para su aplicación en España.

El presente artículo sólo incide en el ensayo de despegue incluido en esas vigilancias, y tiene por objeto sentar las bases para identificar, de forma más precisa, las variables que intervienen y abordar el tema de las bandas de tolerancia de forma probabilista, lo cual responde técnicamente de forma más precisa a la realidad y permite llegar a definir una política escalonada de decisiones en las relaciones contractuales entre Autoridades de Seguridad y Compañías Eléctricas propietarias de las centrales nucleares.

## 2. SITUACION ACTUAL

Los programas de vigilancia basados en las recomendaciones citadas de la U.S. Nuclear Regulatory Commission, incluyen básicamente tres tipos de ensayos, cada vez que se realiza una vigilancia. Estos ensayos son:

- Inspección visual.
- Ensayo de despegue.
- Ensayo de carga de rotura de cordones.

La inspección visual se extiende a la zona de anclaje de los tendones previamente seleccionados y alcanza, tanto a los elementos metálicos del anclaje (Placas, cuñas, etc...) como al hormigón que le rodea.

Los ensayos de despegue tienen por objeto determinar la fuerza de pretensado en cada vigilancia, para evaluar las pérdidas de pretensado y analizar si el valor obtenido está dentro o fuera de una banda de tolerancia, previamente definida, con relación al valor previsto.

Sobre la banda de tolerancia, la propuesta de Guía Regulatoria 1.35.1 (aún sin aprobar) (15) define ciertos pasos para su determinación de acuerdo con un planteamiento determinista. Por otra parte, el artículo 4.2 de la Guía Regulatoria 1.35 (13) contempla la realización, en cada ensayo de despegue, de un ciclo de destesado completo del tendón, para identificar, si existen, cordones dañados o rotos.

El ensayo de carga de rotura de un cordón de un tendón representativo de cada familia, tiene por objeto la determinación de la carga de rotura de tres muestras del mismo y la observación de evidencia de corrosión, si existe. El ensayo de rotura al que se someten las muestras es el de tracción directa.

La situación actual reflejada brevemente en las propuestas de los ensayos anteriormente citados ofrece una posición de gran fuerza a las Administraciones Públicas (encargadas de la seguridad nuclear) en sus relaciones con las compañías propietarias de las centrales nucleares.

Esta posición de fuerza viene reflejada principalmente en los postulados conservadores que proponen (P. ej.: Destesado completo del 100 por 100 de los tendones inspeccionados, etc...) y en los criterios de aceptación propuestos, basados en un tratamiento determinista.

Sin entrar en una discusión sobre las razones de esta propuesta, basada en los hábitos constructivos de cada país y en las relaciones entre la Administración Pública y las Compañías Eléctricas, estimamos que la misma presenta distintas lagunas e imprecisiones, las cuales pueden ser claramente mejoradas desde un punto de vista técnico. Entre ellas pueden citarse:

-Una determinación más precisa de los parámetros que influyen en el cálculo de las pérdidas de pretensado.

-Una identificación teórica y numérica más precisa entre la fuerza de pretensado prevista y la medida para cada vigilancia.

-Un tratamiento probabilista en la determinación de las bandas de tolerancia.

-Una política escalonada de decisiones en el análisis de resultados.

-Una adecuación más satisfactoria de las condiciones de ensayo a la situación real en la obra.

Por razones de espacio, en lo que sigue se abordan brevemente los aspectos más significativos de las lagunas e imprecisiones citadas, pudiéndose analizar en detalle las mismas en Aguado et al. (4).

### 3. DETERMINACION DE LA FUERZA DE PRETENSADO

Los ensayos de despegue y los criterios de aceptación asociados, requieren el cálculo previo de la fuerza de pretensado en cualquier instante de la vida de la estructura y la medición, para ese instante, de la fuerza de pretensado. Así pues, las imprecisiones se pueden introducir en cualquiera de las dos etapas (cálculo o medida).

#### 3.1. Cálculo de las pérdidas de pretensado

En el cálculo de las fuerzas de pretensado se analizarán las usuales para cualquier estructura de pretensado, agrupadas en pérdidas instantáneas (rozamiento, penetración de cuña, acortamiento elástico) y en pérdidas diferidas (retracción, fluencia y relajación).

Dentro de las pérdidas instantáneas, las *pérdidas por rozamiento entre el tendón y la vaina*, tienen gran importancia tanto en la influencia posterior sobre el valor que se vaya a obtener tras la penetración de cuña como por lo que representa para la obtención de los alargamientos y la medición de los mismos como sistema de control utilizado.

En estas pérdidas, que responden a la conocida expresión,

$$\Delta P = P_0 e^{-(\mu\alpha + Kx)} \quad (1)$$

son los parámetros  $\mu$  y  $K$  los que introducen mayores incertidumbres. Por esta razón, estimamos que su definición en un programa de vigilancia, debe venir dada por una determinación experimental sobre la propia estructura. Dicha determinación debe estar basada en una muestra amplia que tenga en cuenta el trazado (tipo de familia) y tipo de tendón, como parámetros principales, aparte de los conocidos usualmente.

En la tabla 1 se indican los valores tomados para las C.C.N.N. de Ascó (I y II) y Vandellós II, así co-

mo los de otros ensayos, pudiéndose apreciar la influencia del tipo de tendón. Como puede verse, los valores de proyecto empleados por la EP-80 (8) son mayores a los obtenidos experimentalmente para tendones lubricados, ratificando la necesidad de la determinación experimental de estos parámetros.

sino que se requiere una definición más precisa de los parámetros que intervienen.

En la tabla 2, se presentan los valores de la penetración de cuñas (a) obtenidos en las C.C.N.N. de Ascó y Vandellós, sobre una cuña de cada extremo de todos los tendones en obra, en el primer

**TABLA 1**  
Valores de los coeficientes  $\mu$  y K

Ensayo	Muestras	Tipo de tendón	K	$\mu$
C.N. Ascó	2 Verticales 1 Horizontal	37 cordones de 7 alamb. 0,6"	0,0016	0,156
C.N. Vandellós	2 Vert-Cup. 2 Horizontal	55 cordones de 7 alamb. 0,5"	0,000635	0,1288
ISHIHARA	Laboratorio Corta longitud	37 cord. 7 alamb. 0,6" 61 cord. 7 alamb. 0,5"	Entre 0,00054 y 0,00077	Entre 0,131 0,142
Experiencia francesa en C.N. (*)	Varias	37 cord. 7 alamb. 0,6" 55 cord. 7 alamb. 0,5"	0,0008 T.Vert. 0,0015 T.Hori.	0,16 T.Vert. 0,17 y 0,18 en T Horizontal.
A.C.I.	Proyecto	Sin especificar y lubricado	Entre 0,0010-0,0066	Entre 0,05-0,15
EP-82	Proyecto	Sin especificar	0,00108 para $\mu = 0,18$ y $\phi > 60$ mm	0,21 sin lubric. 0,18 con lubric.

(\*) Con cordones sin aceite para el enfilado, admitiendo una disminución del 15 por 100 en el caso de emplear aceite (11).

Las pérdidas por penetraciones de cuñas son las más importantes para los anclajes de cuñas con tendones de gran potencia ( $\cong 1000$  t). Ello implica que cualquier imprecisión en la obtención de los parámetros que intervienen en las mismas (Expresión 2 dada por T. Huang (9) considerando la hipótesis de rozamiento simétrico), sea una fuente de error significativa

$$\Delta P = \frac{a \cdot E_p \cdot A_p}{X} \quad (2)$$

donde:

- a : es el valor de la penetración de cuña.
- $E_p$  y  $A_p$  : son el módulo de elasticidad y área del tendón, respectivamente.
- X : es la longitud hasta donde tiene influencia la destensión por penetración de cuña.

Esto no significa que los anclajes de cuñas sean inadecuados para este tipo de aplicaciones donde exista un programa de vigilancia del pretensado,

caso, y sobre todas las cuñas de un tendón en condiciones de Laboratorio para el segundo caso.

**TABLA 2**  
Valores de la penetración de cuña  
en las C.C.N.N. de Ascó y Vandellós

C.N.	Familia	$V_{\text{medio}}$	$\delta$	Nº datos
Ascó	Horizontal	9,21	1,38	264
	Cúpula	9,01	1,38	158
	Vertical	9,09	1,98	124
Vandellós	Independ.	8,03	0,77	55

De los valores obtenidos para la C.N. de Ascó puede deducirse una independencia del valor de la penetración (a), respecto a la familia analizada. Por otra parte, el diferente valor medio en los dos casos (alrededor de 9 mm en la C.N. de Ascó y de 8

mm en la C.N. de Vandellós) para similar nivel de carga, viene justificado por el diferente sistema de puesta en tensión utilizado.

En relación al sistema de medida de la penetración de cuña (en la estructura o en condiciones de laboratorio), los resultados obtenidos en la C.N. de Ascó parecen señalar la representatividad de unos resultados obtenidos en condiciones de laboratorio con una muestra menor, si bien en unas condiciones mejores en cuanto la precisión de la medida. Este último sistema, aparte de las evidentes ventajas económicas que conlleva, permite hacer un tratamiento probabilista conforme a la filosofía general mantenida en este artículo.

La determinación del valor de  $E_p$  representativo de un tendón, puede ser asimismo una fuente no despreciable de error en la determinación de estas pérdidas por penetración de cuña y en el cálculo de los alargamientos previstos. Usualmente, se toma el mismo valor que el correspondiente a un valor medio de diferentes muestras de un cordón ( $E_p = 19.500 \text{ Kp/mm}^2$  en la C.N. de Ascó y  $E_p = 20.250 \text{ Kp/mm}^2$  en la C.N. de Vandellós).

La bondad de esta hipótesis. (igual valor de  $E_p$  del tendón y del cordón) es función principalmente de: Trazado del tendón, sistema de enfilado y método de puesta en tensión. Los dos primeros inciden sobre la mayor o menor probabilidad de imbricaciones que pueden dar lugar a diferencias significativas de cordones dentro de un mismo tendón (mayores al 2 por mil), lo que, como indican Brevet et al (6), representa una disminución de  $E_p$  del tendón en relación al correspondiente del cordón. (Véase Fig. 1). El método de puesta en tensión, incluyendo o no unas tensiones previas de uniformización y, en consecuencia, un origen convencional del diagrama carga-alargamientos, es asimismo otro factor que debe tenerse en cuenta, señalando que la hipótesis planteada es más adecuada si se considera la uniformización de tensiones.

Por último, en relación con las pérdidas por penetración de cuña hay un factor que es una fuente importante de error; este factor es la bondad o no de la hipótesis de F. Huang (9) sobre el comportamiento simétrico del rozamiento. En nuestra opinión, esta hipótesis es bastante precisa para situaciones intermedias del proceso de tesado o destesado, pero difiere para las situaciones extremas que se producen en la operación de despegue tal como se señala en (5).

La Fig. 2 muestra la curva carga-alargamiento de un ensayo de despegue del tendón H-44 de la C.N. de Ascó-Grupo I. En la misma se refleja el diferente rozamiento en el ensayo de despegue respecto al que se produce durante la puesta en tensión, debido a las tensiones transversales y la inercia al movimiento. Una vez vencida ésta, en el hipotético caso de proceder a un destesado total, tendríamos una recta con pendiente similar a la obtenida en la puesta en tensión; por lo que en esta zona la validez de la hipótesis de simetría es satisfactoria.

Las fórmulas para la determinación de las pérdidas por acortamiento elástico del hormigón, tienen usualmente en cuenta el número de orden en la secuencia de tesado dentro del grupo, previamente definido, al que pertenece el tendón. La expresión (3) es la utilizada en la vigilancia de la C.N. de Ascó, siendo similar a la propuesta en (15).

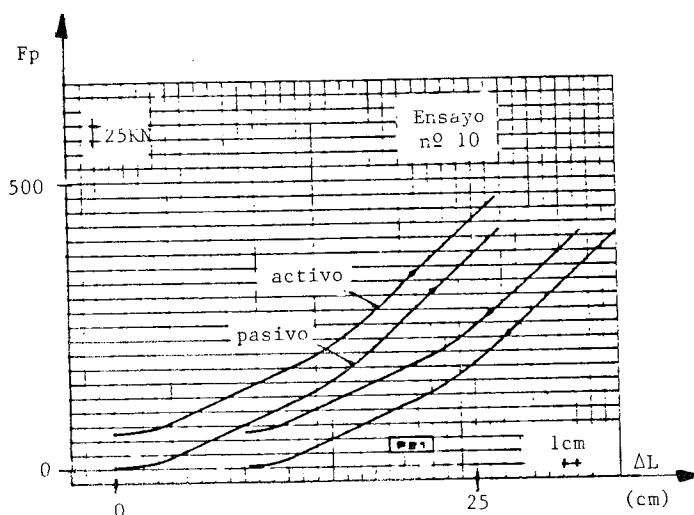
$$\Delta P = \sigma_c \frac{E_p}{E_c} \left(1 - \frac{n}{N}\right) A_p \quad (3)$$

donde:

$\sigma_c$ ,  $E_p$ ,  $E_c$  y  $A_p$  tienen los significados usuales de estas variables.

$n$  es el número de orden en la secuencia de tesado, dentro del grupo al que pertenece el tendón, y

Fig. 1. Diagrama fuerza-desplazamiento de uno de los ensayos obtenidos por Brevet et al (6).



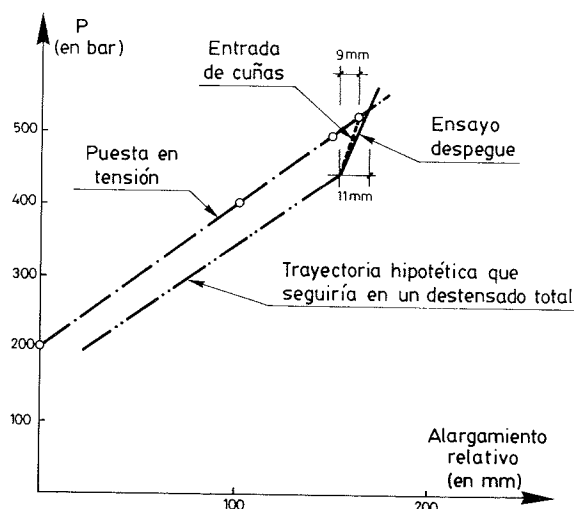


Fig. 2. Curva carga-alargamiento en un ensayo de despegue del tendón H-44 de la C.N. Ascó. Grupo I.

N es el número de tendones que componen el grupo, que para la central citada se dividen en:

- Familia horizontal — 6 grupos de 22 tendones
- Familia vertical — 7 grupos de 16 tendones.
- Familia cúpula — 6 grupos de 16 tendones

Como puede apreciarse en la expresión (3) o en la propuesta en la Guía Regulatoria 1.35.1 (15), no se tienen en cuenta en la misma, de forma específica, las condiciones de borde que puedan existir en la estructura (P. ej.: Para la familia horizontal, la gran losa de base y el anillo de rigidización). Indirectamente se podría considerar este factor tras un estudio previo del orden de tesado óptimo compatible con una construcción racional. No obstante, este último sistema conlleva una relación cálculo/precisión, discutible con el tratamiento global que se hace de las tolerancias y el planteamiento probabilista que se propone.

En la Fig. 3 se muestran los resultados del valor medio ( $V_m$ ) de la diferencia entre el valor medido de la fuerza de pretensado y el valor previsto según cálculo. Asimismo, se indica el número de datos ( $n$ ) correspondientes a las 5 vigilancias realizadas de los dos grupos de la C.N. de Ascó. Por otra parte, dichos datos se han dividido en cuatro grupos que mantienen una cierta relación con los valores de las deformaciones obtenidas en el ensayo de integridad estructural. El 1<sup>er</sup> y 4<sup>o</sup> grupo vienen afectados por las condiciones de borde, mientras que en el 2<sup>o</sup> existen grandes penetraciones de equipos y entrada de personal.

Dichos resultados ponen de manifiesto que, para una hipotética igualdad del resto de factores, las condiciones de borde influyen de forma

significativa, habiéndose sobrevalorado en el cálculo las pérdidas por acortamiento elástico del hormigón, ya que si para el tendón H-1 se toma  $n = 1$  (como en la realidad se hizo) ello da lugar a unas pérdidas próximas a  $+5 \text{ Kp/mm}^2$  que representan alrededor del 55 por 100 del valor superior tomado en la banda de tolerancia.

Así pues, en nuestra opinión, si no se hace un cálculo preciso del orden de tesado y su incidencia en las pérdidas por acortamiento elástico, es preferible tomar un valor medio sin considerar el orden de tesado y asignarle unas tolerancias.

En relación con las *pérdidas diferidas de pretensado*, cabe señalar que éstas, en valor absoluto, son significativamente menores que las pérdidas instantáneas (del orden de 1/3 a 1/4). Por otra parte, tal como señalan Corres et al en (7), los métodos de definición de estas pérdidas pueden presentar grandes dispersiones, facilitadas por la complejidad de parámetros que intervienen en el fenómeno y la adecuación de los mismos como representativos de las condiciones reales de la estructura.

Para analizar estos factores, Aguado et al. en (2), hacen un estudio detallado de los mismos, dando unas tolerancias, por familia de tendones, para las pérdidas por retracción y fluencia e independientemente de la familia para las pérdidas por relajación.

En nuestra opinión y para la definición de estas pérdidas y sus tolerancias es conveniente realizar una amplia campaña experimental encaminada a conocer las características mecánicas, de forma precisa, del hormigón y el acero utilizados en la estructura. Ello conducirá a acotar, de forma más satisfactoria, el método de cálculo y las tolerancias asociadas al mismo.

### 3.2. Medida de la fuerza de pretensado

La medida de la fuerza de pretensado se hace a través del ensayo de despegue, el cual, básicamente, consiste en tirar simultáneamente de todos los cordones de un tendón y medir cuándo se produce el despegue de la placa de anclaje. En la realización del mismo pueden existir diversos factores que son fuente de incertidumbre en la determinación de la fuerza de pretensado. Entre estos factores cabe citar: Calibración de gatos y equipos, operación de despegue y su evaluación, efectos térmicos ambientales y de explotación, rotura de alambres y/o cordones, error humano y otras causas.

En cuanto a la incertidumbre introducida por la calibración de gatos y equipos, no vamos a hacer hincapié por considerar que es conocido de todos. Sí, remarcar la importancia que tiene conocer las

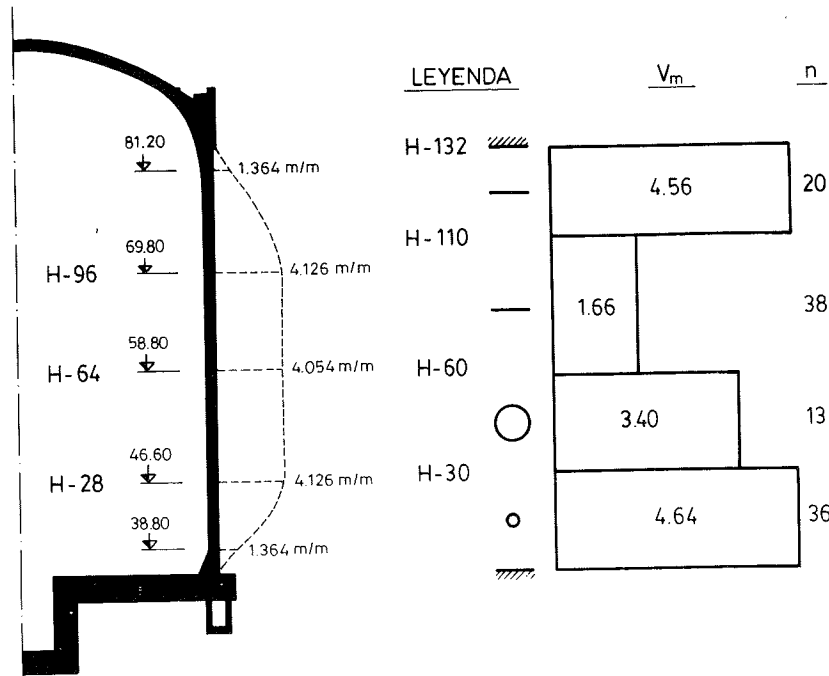


Fig. 3. Deformaciones del ensayo de integridad estructural (S.I.T.) y valores medios ( $T_v - T_c$ ) en las distintas subfamilias. En la leyenda se representa el trazado y las condiciones de borde.

características de los propios equipos y no basarse sólo en extrapolaciones o experiencias anteriores con otros equipos.

La operación de despegue y su evaluación es de gran importancia; así, mientras en un anclaje de remaches se tira de la placa directamente, en los anclajes de cuñas el procedimiento es indirecto ya que, como se ha dicho, lo que se hace es tirar de los cordones. Ello significa, para este último caso, una dificultad al estimar el momento preciso del despegue, el cual, normalmente, se define por una extrapolación lineal gráfica, a valor 0 mm, de los valores obtenidos para 1, 2 y 3 mm de despegue. Véase Fig. 4.

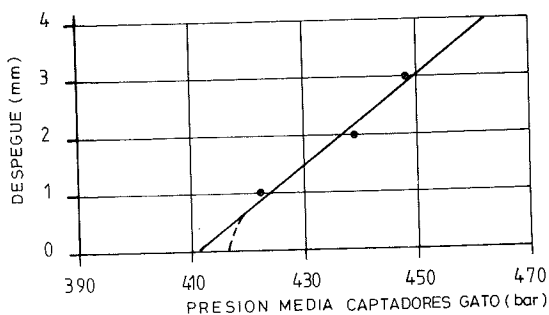


Fig. 4. Diagrama Presión media captadores-Despegue del tendón C-4 extremo 330 de la 2ª vigilancia del grupo I de la C.N. Ascó.

En esta metodología usual de trabajo hay que evaluar los errores que se introducen en el ajuste gráfico (podrían reducirse mediante otro tipo de ajustes), en las condiciones de trabajo de los operarios en relación a la disposición del gato y en la inercia al despegue por la existencia de fuerzas moleculares que hacen que el comportamiento entre los despegues de 0 mm y 1 mm sea no lineal, tal como se indica en la Fig. 4.

Normalmente, para el cálculo de las pérdidas de la fuerza de pretensado no se tienen en cuenta las condiciones climáticas y de explotación en las que se encuentra la central (Parada o funcionando); sin embargo, la realidad es que las vigilancias pueden realizarse en diferentes condiciones climáticas y de explotación en relación con las existentes en la puesta en tensión. Estas condiciones pueden ser muy diferentes (P. ej.: verano-parada e invierno-funcionamiento) y en consecuencia incidir de forma significativa en la medición de la fuerza de pretensado, especialmente para la familia de tendones de cúpula.

En los trabajos realizados por Aguado et al. en (3) para la C.N. de Ascó, se definen unas tolerancias de  $\pm 2,5 \text{ Kp/mm}^2$  en la familia de tendones de cúpula y  $\pm 1,2 \text{ Kp/mm}^2$  en las restantes familias. A estas tolerancias se ha llegado tras un estudio del comportamiento estructural frente a acciones térmicas ambientales de la estructura del edificio de contención basado en el método numérico desarrollado por Mirambell en (12).

Sobre los errores que se introducen por la rotura de alambres y/o cordones existe una menor experiencia. En este sentido, los resultados de que se dispone, permiten valorar, de formas diferentes, las tolerancias para la familia de tendones horizontal y las tolerancias, para el resto de familias, fruto de una mayor probabilidad de estancamiento de agua y, en consecuencia, de una mayor probabilidad de corrosión.

En lo relativo a los errores humanos y los originados por otras causas, estos pueden abordarse de forma independiente, dando un valor global de la tolerancia para todos ellos; o bien teniendo en cuenta su incidencia parcial en cada uno de los factores anteriormente expuestos. Dada la dificultad de definir de forma precisa esta segunda opción, estimamos más factible, para el nivel de conocimientos actuales, la primera de las opciones planteadas.

#### 4. BANDAS DE TOLERANCIA. DEFINICION Y OBTENCION

Es frecuente, en trabajos de ingeniería, especificar bandas de tolerancia sobre ciertas magnitudes, es decir, especificar un valor de una tensión, peso, deformación, etc... y al mismo tiempo un rango de valores en los que se prevé que pueda oscilar esa magnitud.

Es necesario distinguir, al menos, entre bandas de tolerancia normativas [Véase Guía Regulatoria 1.35.1 (15)] y bandas de tolerancia sobre magnitudes de carácter aleatorio.

Las bandas de tolerancia normativas sirven para prescribir un rango de valores de la magnitud de que se trata, de forma que si la magnitud está incluida en la banda, el diseño, estructura o sistema es admisible, mientras que si esto no sucede se debe rechazar.

No obstante, las medidas de las magnitudes correspondientes pueden considerarse aleatorias debido a la calibración de los aparatos de medida, condiciones experimentales, etc. En este caso puede ser que una medida responda a la banda de tolerancia y, sin embargo, la situación real no cumpla la prescripción; o, recíprocamente, no situándose la medición en la banda prescrita, el sistema que se evalúa cumpla las prescripciones.

Cuando se trata con magnitudes aleatorias, como son los valores de las medidas de la fuerza de pretensado en los tendones, no se puede establecer una banda de tolerancia normativa sobre las mediciones, sino que el problema necesita de una formulación estadística adecuada.

La formulación estadística exige hipotetizar, y en su caso comprobar, las distribuciones de probabilidad de las diferentes fuentes de error y esta-

blecer unas bandas de tolerancia estadísticas, llamadas regiones de aceptación o intervalos de probabilidad. Posteriormente, en función de las probabilidades de cumplimiento o incumplimiento de las prescripciones y, dada la medición, se procede a la decisión de aceptar o rechazar la bondad del sistema examinado. A continuación se presentan las bases mínimas para abordar estadísticamente el problema planteado.

#### 4.1. Distribución de los errores

Tal como se ha visto en el apartado 3, se han analizado las distintas fuentes de error tanto en mediciones como en los cálculos. Supongamos ahora, que la magnitud de que se trate (medición o cálculo) la expresamos como una variable aleatoria  $X$  de la siguiente forma:

$$X = m_x + \epsilon \quad (4)$$

donde suponemos que  $m_x$  es un valor fijo, quizá desconocido, que se intenta medir o calcular, mientras que  $\epsilon$  indica la parte aleatoria de  $X$ . Si  $E(\cdot)$  indica el valor esperado, se tendrá:

$$E(X) = m_x + E(\epsilon) \quad (5)$$

Supondremos en algunos casos que  $E(\epsilon) = 0$ , pero en otros será necesario que  $E(\epsilon) = m_\epsilon \neq 0$ . La varianza del error  $\epsilon$  será indicada por  $\text{Var}(\epsilon) = \sigma_\epsilon^2$ .

Siguiendo una práctica históricamente establecida, parece conveniente suponer que los errores  $\epsilon$  tienen distribuciones normales con media  $m_\epsilon$  y varianza  $\sigma_\epsilon^2$ :

$$\epsilon \sim N(m_\epsilon, \sigma_\epsilon^2); X \sim N(m_x + m_\epsilon, \sigma_\epsilon^2) \quad (6)$$

Esta situación, tal como se ha visto (apartado 3), se repite para las diferentes variables estudiadas, cuantificándose los intervalos de error para cada una de estas variables, en el trabajo de referencia [Aguado et al. (2)]. Los intervalos de error que se indican se suponen que corresponden a intervalos de probabilidad sobre  $\epsilon$  del 90 por 100.

Se trata, pues, de determinar  $m_\epsilon$  y  $\sigma_\epsilon^2$  a partir de los intervalos determinados para cada variable. Para ello supongamos que para una cierta magnitud  $X$  (de cálculo o de medida) y considerada aleatoria, una probabilidad del 90 por 100 de que dicho valor esté en el intervalo deseado, vendrá representada por:

$$P |A - q_1 \leq X \leq A + q_2| = 1 - \alpha \\ 1 - \alpha = 0,90 \quad (7)$$

Si identificamos  $A = m_x$  tenemos que

$$P \{-q_1 \leq \epsilon \leq q_2\} = 1 - \alpha \quad (8)$$

Si suponemos que  $q_2$  limita el  $1 - \frac{\alpha}{2}$  de probabilidad superiormente, y  $-q_1$  lo hace inferiormente, la simetría de la distribución normal indica que la media de  $\epsilon$ ,  $m_\epsilon$ , es:

$$m_\epsilon = \frac{q_2 - q_1}{2} \quad (9)$$

Para determinar la desviación típica de  $\sigma_\epsilon$ , estandarizamos la variable  $\epsilon$  y de la ecuación 8 obtenemos:

$$P \left\{ \frac{m_\epsilon - q_1}{\sigma_\epsilon} \leq \frac{\epsilon - m_\epsilon}{\sigma_\epsilon} \leq \frac{q_2 - m_\epsilon}{\sigma_\epsilon} \right\} = 1 - \alpha \quad (10)$$

Por tanto, si llamamos  $\delta_{1-\alpha/2}$  al percentil de la distribución normal estandarizada correspondiente a  $(1 - \frac{\alpha}{2}) 100$  tenemos:

$$\frac{q_2 - m_\epsilon}{\sigma_\epsilon} = \delta_{1-\alpha/2} \quad (11)$$

de donde:

$$\sigma_\epsilon = \frac{1}{\delta_{1-\alpha/2}} \frac{q_2 - q_1}{2} \quad (12)$$

En la medida en que los límites del intervalo de error  $q_1$ ,  $q_2$  y su probabilidad  $1 - \alpha$  son apreciaciones de carácter subjetivo, basadas en la experiencia profesional, las distribuciones definidas en la expresión 6, calculadas con las expresiones 9 y 12, deben considerarse como dadas "a priori", según la práctica de planteamiento de problemas de decisión en ingeniería.

#### 4.2. Test de hipótesis y región de aceptación

Supongamos que una magnitud se ha obtenido por medición. La medida puede considerarse como una realización de una variable aleatoria  $X$ , que se expresa

$$X = x_0 + \sum_i \epsilon_i \quad (13)$$

donde  $x_0$  es la verdadera magnitud y  $\epsilon_i$  son errores (variables aleatorias) que afectan a la medida en forma aditiva.

Suponemos que los errores tienen distribución normal:

$$\epsilon_i \sim N(m_i, \sigma_i^2) \quad (14)$$

donde  $m_i$  es la media, no necesariamente nula, y  $\sigma_i^2$  su varianza.

La distribución de la variable aleatoria  $X$  será a su vez normal. Calculamos su media y varianza:

$$E(X) = x_0 + \sum_i E(\epsilon_i) = x_0 + \sum_i m_i = x_0 + m_\epsilon \quad (15)$$

Para calcular la varianza es necesario conocer la correlación entre las diferentes fuentes de error. En general, esta correlación es desconocida, por lo que parece adecuado hacer la hipótesis de que los aportes de los diferentes errores son independientes. Aceptado esto,

$$\text{Var}(X) = \sum_i \text{Var}(\epsilon_i) = \sum_i \sigma_i^2 = \sigma_\epsilon^2 \quad (16)$$

Por tanto, la distribución de  $X$  es

$$X \sim N(x_0 + \sum_i m_i, \sum_i \sigma_i^2) \quad (17)$$

Supongamos también que se ha realizado un cálculo para averiguar cuánto debería valer  $x_0$  en condiciones de seguridad. El cálculo está afectado de error debido a las hipótesis simplificadoras y al propio algoritmo de cálculo. Supongamos que el valor de cálculo es una variable aleatoria  $Y$  que puede expresarse

$$Y = x'_0 + \sum_i \epsilon_i \quad (18)$$

donde  $x'_0$  es el valor de cálculo en el supuesto de que el cálculo fuera perfecto (valor desconocido) y  $\epsilon$  son errores de cálculo. Suponemos que los errores de cálculo están distribuidos normalmente:

$$\epsilon \sim N(m_\epsilon, \sigma_\epsilon^2); \quad Y = N(x'_0 + m_\epsilon, \sigma_\epsilon^2) \quad (19)$$

donde  $m_\epsilon$  y  $\sigma_\epsilon^2$  se calculan de forma análoga a la utilizada en el caso de las medidas a través de las fórmulas 9 y 12.

Nuestro interés se centra sobre la coincidencia o no de  $x_0$  y  $x'_0$ . Si coinciden, la estructura trabaja en las condiciones de diseño y no hay motivo de alarma. Si por el contrario  $x_0 \neq x'_0$ , las condiciones de diseño no responden a la realidad. Se exige un estudio sobre los motivos de las diferencias observadas.

El método que se debe seguir corresponde a un contraste de hipótesis que puede formularse:

$$H_0 : x_0 = x'_0$$

$$H_1 : x_0 \neq x'_0$$

La muestra de que se dispone es una sola medición y un solo cálculo para cada una de las etapas de vigilancia. Utilizaremos como estadística de contraste la diferencia entre  $X$  e  $Y$  (supuestas independientes):



$$X-Y \sim N(x_0 - x_0' + m_e - m_e, \sigma_e^2 + \sigma_e^2) \quad (20)$$

Si se realiza el test de hipótesis con significación  $\alpha$  la región de aceptación es el intervalo de probabilidad  $(1-\alpha)$  sobre  $X-Y$  en el supuesto de que se cumpla  $H_0$ .

Supuesto que se cumple la hipótesis  $H_0$ , tendremos:

$$P | m_e - m_e - \delta \sqrt{\sigma_e^2 + \sigma_e^2} \leq X - Y \leq m_e - m_e + \delta \sqrt{\sigma_e^2 + \sigma_e^2} | = 1 - \alpha \quad (21)$$

donde  $\delta$  es tal que, si  $F_V$  es la distribución normal estandarizada,  $F_V(\delta) = 1 - \frac{\alpha}{2}$ ,

y la región de aceptación de  $H_0$  es, por tanto,

$$I_\alpha = | m_e - m_e - \delta \sqrt{\sigma_e^2 + \sigma_e^2}, m_e - m_e + \delta \sqrt{\sigma_e^2 + \sigma_e^2} | \quad (22)$$

Ahora bien si el valor observado de  $X-Y$  está en  $I_\alpha$  se acepta con significación  $\alpha$  la hipótesis  $H_0: x_0 = x_0'$ ; si por el contrario no está en  $I_\alpha$  se rechaza la hipótesis al nivel de significación  $\alpha$ .

En este caso la significación  $\alpha$  es la probabilidad de rechazar la hipótesis  $H_0$  cuando es realmente cierta.

Sin embargo, el parámetro más importante que hay que evaluar es la llamada curva característica de operación que determina la probabilidad de aceptar la hipótesis  $H_0$  cuando es realmente falsa. Para abordar el cálculo de esta probabilidad supongamos que  $x_0 - x_0' = z \neq 0$ .

Entonces la curva característica de operación se calcula en la siguiente forma

$$\beta(z) = P \left| - \frac{z}{\sqrt{\sigma_e^2 + \sigma_e^2}} - \delta \leq \frac{X-Y - m_e + m_e - z}{\sqrt{\sigma_e^2 + \sigma_e^2}} \leq \delta - \frac{z}{\sqrt{\sigma_e^2 + \sigma_e^2}} \right| \quad (23)$$

que dado que el término central del corchete es  $N(0,1)$  se puede hallar utilizando tablas estadísticas.

El procedimiento descrito, tal como se muestra en (2), puede plantearse para las distintas familias de tendones, en cualquier instante de la vida de la estructura y para cualquier nivel de significación del test.

### 4.3. Ejemplo

Con objeto de facilitar la comprensión de lo que representa el test de hipótesis y la región de aceptación, a continuación se desarrolla paso a paso la manera de operar para el siguiente caso (en el que se ha supuesto que las condiciones climáticas y de explotación son similares tanto en la puesta en tensión como en la vigilancia).

—Nivel de significación del test. 10 por 100  $\alpha = 0,1$ .

—Edad. 40 años.

—Familia. Horizontal.

En la tabla 3 se presentan el valor de distintos parámetros y algunos resultados parciales. En ella,  $q_1$  y  $q_2$  representan las tolerancias definidas, para cada causa, en la ref. (2).

TABLA 3

Valores de diferentes parámetros precisos para la definición de la banda de tolerancia

Fase	Origen error	$q_1$	$q_2$	m (e y e)	$\sigma$ (e y e)	$\sigma^2$ (e y e)
Cálculo (e)	Gato - anclaje	2,7	2,7	0,00	1,65	2,71
	Acortamiento elástico	1,4	1,3	-0,05	0,82	0,67
	Rozamiento	1,1	0,6	-0,25	0,52	0,27
	Penetración cuñas	4,5	4,5	0,00	2,74	7,53
	Relajación acero	0,5	2,5	1,00	0,91	0,84
	Retracción y fluencia	0,2	1,5	0,65	0,52	0,27
	Interacción pérdidas diferidas	0,0	0,4	0,20	0,24	0,06
Medida (e)	Calibración gatos	2,0	2,0	0,00	1,22	1,49
	Operación despegue	2,0	2,0	0,00	1,22	1,49
	Error humano y otros	2,0	2,0	0,00	1,22	1,49

Para un nivel de significación del 10 por 100 ( $1 - \alpha = 0,9$ ) el percentil de una distribución normal será  $\delta_1 - \frac{\alpha}{2} = \delta_{0,95} = 1,64$ . El valor medio de cálculo para cada causa de incertidumbre viene dado por la expresión 9, definiendo la desviación por la expresión 12.

La distribución de la variable medida X viene dada por.

$$X \sim N(x_0 + \sum_i m_i, \sum_i \sigma_i^2) \quad (24)$$

donde:

$$m_e = \sum_i m_i = 0 + 0 + 0 = 0$$

$$\sigma_e^2 = \sum_i \sigma_i^2 = 3 \times (1,22)^2 = 4,46$$

$$\sqrt{\sum_i \sigma_i^2} = 2,11$$

es la desviación típica del error total de la medida.

Queda:

$$X \sim N(x_0, 4,46)$$

La distribución de la variable calculada Y viene dada, de forma análoga a la expresión 24, por la expresión 19 en la que:

$$m_e = \sum_i m_i = (-0,05) + (-0,25) + 1,0 + 0,65 + 0,20 = 1,55$$

$$\sigma_e^2 = \sum_i \sigma_i^2 = 2,71 + 0,67 + 0,27 + 7,53 + 0,84 + 0,27 + 0,06 = 12,35$$

obteniéndose

$$Y \sim N(x_0' - 1,55, 12,35); \sigma_e = 3,5$$

La región de aceptación para el test de hipótesis viene dada por la expresión 22 donde:

$$m_e - m_e = +1,55 \text{ y } \delta_{0,95} \sqrt{\sigma_e^2 + \sigma_e^2} = 6,71$$

obteniéndose una región de aceptación de valor:

$$(-5,16 \text{ Kp/mm}^2, +8,26 \text{ Kp/mm}^2)$$

Ahora bien, es necesario conocer la curva característica de operación con objeto de determinar la probabilidad de aceptación de la hipótesis anterior cuando es realmente falsa. La curva característica se calcula según la expresión 23 y los resultados que se obtienen se presentan en la tabla 4. En la figura 5 se representa la probabilidad de error tipo II (ley de  $\beta(z)$ ). Es interesante comentar la interpretación de las curvas características de operación. Estas curvas dan la probabilidad de errores de tipo II cuando se realiza el contraste de hipótesis, es decir, la probabilidad de aceptar la hipótesis  $H_0$ :  $x_0 = x_0'$  cuando es falsa,  $z = x_0 - x_0' \neq 0$ .

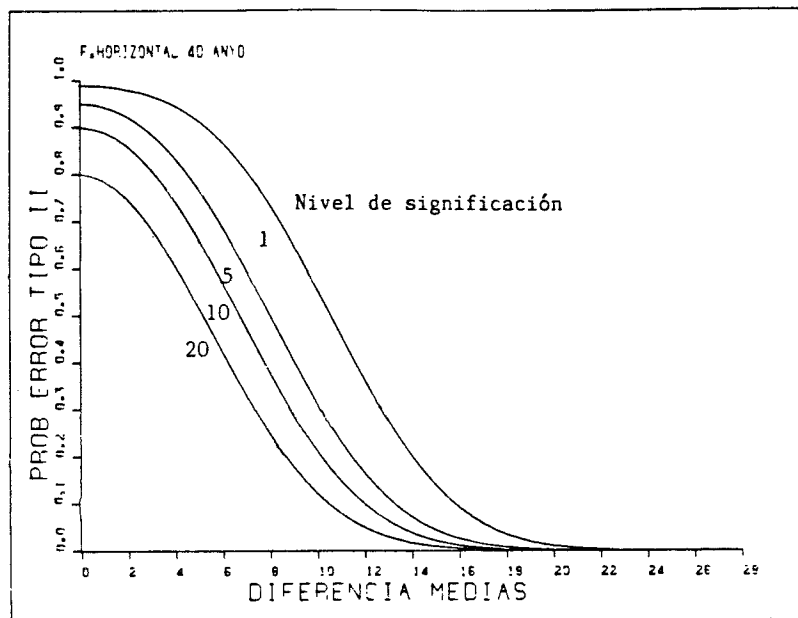


Fig. 5. Ejemplo de curva característica de operación.

TABLA 4

Determinación de la curva característica para un nivel de significación del test del 90 por 100

z	$A = z/\sqrt{\sigma_e^2 + \sigma_e^2}$	$-\delta_{0,95} - A$	$-\delta_{0,95} + A$	F (- $\delta - A$ )	F (- $\delta + A$ )	$\beta(z)$
0,0	—	—	—	—	—	0,900
0,5	2,122	-1,862	1,513	0,031	0,936	0,905
1,0	0,244	-1,882	1,396	0,030	0,919	0,889
1,5	0,366	-2,006	1,274	0,023	0,895	0,875
2,0	0,489	-2,129	1,151	0,017	0,875	0,858
4,0	0,978	-2,618	0,662	0,004	0,745	0,741
6,0	1,467	-3,107	0,173	0,001	0,567	0,566
8,0	1,955	-3,595	-0,315	$\approx 0$	0,372	0,374
10,0	2,445	-4,085	-0,805	$\approx 0$	0,212	0,212

### 5. CONCLUSIONES

Las conclusiones más significativas de lo anteriormente expuesto son:

—La traducción directa de una normativa o experiencia extranjera no es adecuada, debiéndose tener muy presente las costumbres de relación entre las Autoridades de Seguridad y las Compañías Eléctricas propietarias de las C.C.N.N.

—La experiencia española en este campo es satisfactoria, teniéndose sobrada capacidad técnica para establecer normativas o procedimientos de actuación dentro del mismo. Véanse trabajos de la Asociación Técnica Española del Pretensado (A.T.E.P.) y otros.

—Las pérdidas por penetración de cuña son las mayores en valor absoluto y las que tienen mayores incertidumbres. De ello se concluye la necesidad de hacer un análisis preciso de las mismas.

—Las condiciones de borde deben considerarse a la hora de definir las pérdidas por acortamiento elástico ya que si no puede dar lugar a significativos errores.

—En los programas de vigilancia debe establecerse que las vigilancias del pretensado se hagan en similares condiciones climáticas y de explotación. De no hacerlo así, deberán tenerse en cuenta las incertidumbres que éstas condiciones introducen, especialmente en la familia de tendones de cúpula.

—El tratamiento probabilista para la definición de las bandas de tolerancia se presenta como más adecuado que los tratamientos deterministas actuales y sienta las bases para una política escalonada de decisiones.

### 6. BIBLIOGRAFIA

1. A.C.I. "Building Code Requirements for

Reinforced Concrete". American Concrete Institute. Committee 318. 1983.

2. AGUADO, A., VELASCO, J.M., VIVES, A. y EGOZCUE, J.J. "Informe relativo al sistema de pretensado empleado en la C.N. de Ascó Grupos I y II". Docum. TC-288-1. U.P.C. Barcelona, Diciembre 1985.

3. AGUADO, A., VELASCO, J.M., VIVES, A., EGOZCUE, J.J. y MIRAMBELL, E. "Informe relativo a los resultados obtenidos en la 3ª vigilancia del sistema de pretensado empleado en la C.N. Ascó. Grupo I". Docum. TC-288-4. U.P.C. Barcelona, Abril 1987.

4. AGUADO, A., VELASCO, J.M., VIVES, A., EGOZCUE, J.J. y MIRAMBELL, E. "El pretensado y su vigilancia en centrales nucleares". Monografía ES-018. E.T.S. Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos. Barcelona, Diciembre 1987.

5. AGUADO, A. y MARTI, R. "Análisis sobre el rozamiento negativo en tendones de pretensado". (En preparación).

6. BREVET, P., CRETON, B. & GOURMELON, J-P. "Comportment à la mise en tension de câbles de précontrainte; détermination du module d'élasticité". Rev. Travaux, Abril 1983.

7. CORRES, H., SANCHEZ-GALVEZ, V. y ELICES, M. "Pérdidas de pretensado por fluencia y relajación: Estudio comparativo de distintos modelos". Rev. Hormigón y Acero n° 154, 1<sup>er</sup> Trimestre 1985.

8. EP-80. "Instrucción para el proyecto y la ejecución de obras de hormigón pretensado". Comisión Permanente del Hormigón. Ministerio de Obras Públicas y Urbanismo, 1980.

9. HUANG, T. "Anchorage Take-up Loss in Post-Tensioned Members". P.C.I. Journal, Agosto 1969. Vol. 14 n° 4.

10. ISHIHARA, S., IWABUCHI, A. & AKAZA-

KI, S. "Development of Prestressing System with 1600-ton multistrand Tendon". Tenth International Congress of the F.I.P. Feb. 16-20, 1986. New Delhi, India. Tomo II, pp. 45-51.

11. M.A.T.E.L.T. "Agrément d'un procédé de précontraint (Procédé Freyssinet)". Fascículo especial n° 77-22 bis del Ministère de L'Aménagement du territoire de l'Équipement, du logement et du Tourisme. Circular n° 77-42. 18-3-77.

12. MIRAMBELL, E. "Criterios de diseño en puentes de hormigón frente a la acción térmica ambiental". Tesis doctoral. E.T.S.I.C.C.P. de Barcelona, Marzo, 1987.

13. N.R.C. "Inservice inspection of ungrouted tendons in prestressed concrete containment structures". Regulatory Guide 1.35 Rev. 2 January 1976. U.S. Nuclear Regulatory Commission.

14. N.R.C. "Inservice inspection of ungrouted tendons in prestressed concrete containment structures". Regulatory Guide 1.35 Rev. 3 Proposed. April 1979. U.S. Nuclear Regulatory Commission.

15. N.R.C. "Determining prestressing forces for inspection of prestressed concrete containments". U.S. Nuclear Regulatory Guide 1.35.1 April 1979.

## RESUMEN

En este artículo se hace, en primer lugar, una breve descripción de la situación actual de los programas de vigilancia del pretensado basados en la U.S. Nuclear Regulatory Commission, y se comentan las lagunas e imprecisiones que los mismos pre-

sentan, desde el punto de vista mecánico, algunas de las cuales se refieren al ensayo de despegue.

Con posterioridad y centrándonos en este ensayo, se analizan las principales fuentes de error para la determinación de la fuerza de pretensado, tanto en el cálculo como durante las vigilancias.

Por último, se presenta un tratamiento probabilista para abordar la definición de las bandas de tolerancia que se deben emplear, como criterio de aceptación o rechazo, en los ensayos de despegue. Dicho planteamiento se ilustra con un ejemplo numérico.

## SUMMARY

In this paper, a short description of the actual situation in the inservice inspection of ungrouted tendons in prestressed concrete containment structures according to U.S. Nuclear Regulatory Commission is presented. Emphasis is made in gaps and vagueness existing in inservice inspection, mainly from a mechanical point of view, some of those in reference with the liftoff test.

In relation with this test, the main sources of error to determinate the prestressing force either in project or during the inservice inspection are analyzed.

Finally, a probabilistic treatment to define the tolerance band to use as approval or rebound criterium in the liftoff test is presented. This treatment is shown with a numerical example.

# La respuesta dinámica como método no destructivo de inspección y control de estructuras

Juan R. Casas  
 Ingeniero de Caminos C. y P  
 Angel C. Aparicio  
 Dr. Ingeniero de Caminos C y P  
 Cátedra de Puentes  
 E.T.S. Ingenieros de Caminos. Barcelona

## 1. INTRODUCCION

En las décadas siguientes al término de la II Guerra Mundial, se produjo un considerable esfuerzo en cuanto a la construcción de nuevos puentes tanto de carretera como de ferrocarril. Como consecuencia de ello, hoy en día nos encontramos con un número elevado de los mismos con una edad comprendida entre los 30 y 40 años y que empiezan a presentar graves problemas de conservación y seguridad debido a su avanzada edad.

Así, podemos presentar el ejemplo de distintos países europeos y americanos:

—En Estados Unidos, donde la edad media de los puentes es de unos 40 años, contando más de la mitad del millón de puentes existentes con una edad superior a los 50 años, las estadísticas muestran que aproximadamente 150 puentes de autopista colapsan cada año, produciendo una docena de muertos. Ello no es de extrañar si tenemos en cuenta que el número de puentes clasificados por la Federal Highway Administration como estructuralmente deficientes o funcionalmente obsoletos, ha crecido enormemente en los últimos años. Se estima que unos 27.000 de los aproximadamente 600.000 puentes de autopista son estructuralmente deficientes, junto con más de 123.000 puentes del resto de la red viaria (1), (2).

—En Dinamarca, la mayoría de los puentes de hormigón armado construídos durante las dos últimas décadas, presentan un grado elevado de fisuración debida, principalmente, a errores de ejecución (3).

—Por su parte, Fritz Leonhardt señala cómo en los últimos 35 años, alrededor de 30.000 puentes de hormigón pretensado, en la República Federal de Alemania, (un 60 por 100 del total de puentes en dicho país) han dado un excelente servicio; pero, últimamente, se han observado daños, por lo menos, en 500 ó 600 puentes (4).

El valor tanto directo como indirecto de los puentes existentes en un determinado país es suficientemente grande como para que las distintas Administraciones que tienen bajo su gestión la infraestructura viaria hayan empezado a preocuparse por los problemas de mantenimiento; y en algunos casos, de reparación de dichas obras. En Estados Unidos, la Federal Highway Administration (FHWA) ha comunicado al Congreso que reemplazar o rehabilitar los cerca de 220.000 puentes de autopista con deficiencias considerables, costará aproximadamente unos 50,8 billones de dólares, requiriéndose de inmediato 13 billones para la reparación de los que se encuentran en peor estado (5).

Si tenemos en cuenta que el “boom” en la construcción de puentes en Europa fue algo posterior que en Estados Unidos, es fácil calcular, aproximadamente, las cantidades que, en un futuro no lejano, serán necesarias en los países europeos para el correcto mantenimiento de sus puentes. Leonhardt afirma que, el porcentaje de lesiones graves en los puentes de hormigón alemanes es todavía pequeño; pero si creciera, los costes de reparación serían una pesada carga económica para las futuras generaciones, y de aquí que concluya que los

puentes deben ser inspeccionados de modo regular en el tiempo, ya que sólo así se evitará que las pequeñas anomalías detectadas puedan desembocar en daños de muy costosa reparación.

Como podemos ver, las cifras de la inversión que se debe realizar en mantenimiento y reparación son suficientemente importantes como para justificar un esfuerzo considerable en cuanto al perfecto conocimiento del estado real, en términos de seguridad y de funcionalidad, de dichas obras. De aquí que, en los últimos años, las distintas Administraciones de los países con una infraestructura viaria importante, hayan aumentado las cantidades asignadas en sus presupuestos a la inspección y control de puentes. Dichas cantidades son todavía muy precarias; pero dicha acción demuestra el interés creciente de los países en la problemática de la inspección y mantenimiento de sus puentes.

Además, si queda claro que la mayor preocupación de las Administraciones viarias es el conocimiento real de la seguridad estructural de los puentes, también queda claro que la tendencia actual en este sentido es más el ajuste y puesta a punto de nuevas técnicas de control e inspección, que el de mejora de los modelos de cálculo. Así lo ha entendido el Comité Suizo encargado de la redacción del nuevo Código Suizo Sobre Seguridad (SIA, Code 260) y tal es la filosofía aplicada para mejorar la Seguridad.

Asimismo, la experiencia ha demostrado la necesidad de poseer métodos de inspección cada vez más eficaces, que suplan en parte las limitaciones, tanto de ejecución material como de resultados obtenidos, que la técnica habitual de la inspección visual presenta.

Así, recientemente, las técnicas experimentales de medida han permitido la auscultación y seguimiento del comportamiento de algunas obras singulares, de cara a adivinar las posibles causas de las distintas patologías observadas. Sin embargo, estos métodos son pesados en su ejecución, y además, representan un segundo escalón del proceso de inspección, ejecutándose únicamente cuando la inspección visual rutinaria ha detectado alguna anomalía. Por tanto, existe un vacío importante entre ambos estadios del proceso de inspección, echándose en falta técnicas de inspección que suplan las lagunas que presentan los métodos clásicos de inspección visual y permitan, de modo fácil y preciso, predecir el estado real de la estructura, como paso previo a la necesidad de realización de una inspección más detallada.

Vista pues la necesidad creciente de la inspección y de nuevas técnicas que faciliten la misma,

pasaremos a continuación a describir una metodología de inspección basada en el estudio de las vibraciones medidas en una estructura.

## 2. FORMULACION DEL METODO DE INSPECCION PROPUESTO

El método de inspección que aquí se propone consiste en la utilización de las vibraciones mecánicas producidas en un puente por una acción dinámica exterior, como medio de determinación de sus características resistentes reales. Posteriormente, y por medio de técnicas adecuadas, ello podría permitirnos la evaluación de su respuesta estructural así como la determinación de la capacidad portante real.

Dicha idea surge, casi de modo natural, de la simple observación de determinados fenómenos de la vida cotidiana, que ponen de manifiesto la relación existente entre las características propias de las vibraciones emitidas por un cuerpo y el estado físico del mismo, así como de sus vinculaciones externas (la calidad y pureza de un cristal puede apreciarse gracias al sonido que emite; y lo mismo podría decirse de un violín o cualquier otro instrumento musical).

### 2.1. Fundamentos teóricos del método y verificación experimental

Pero no debemos limitarnos a los aspectos de tipo cualitativo que acabamos de comentar, sino que, para que el método resulte operativo en la práctica, debemos cuantificarlo y dotarlo de una formulación matemática adecuada. Para ilustrar mejor el fenómeno, partiremos del caso más simple, representado en la figura 1, y que corresponde al caso de una viga de un solo vano, con características mecánicas constantes a lo largo de su longitud. Teniendo en cuenta la hipótesis habitual de secciones planas durante la flexión, así como que las deformaciones son pequeñas, el planteamiento del equilibrio dinámico de la rebanada, según el eje "y", conduce a la ecuación diferencial:

$$EI \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + m \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = p(x, t)$$

donde

E = Módulo de elasticidad dinámico.

I = Inercia de la sección.

m = Masa por unidad de longitud.

p(x, t) = Carga por unidad de longitud.

y en la cual se han despreciado las deformaciones

debidas al esfuerzo cortante, así como las fuerzas de inercia causadas por la rotación de la sección transversal.

Si consideramos el caso de una vibración libre de la misma, es decir,  $p(x, t) = 0$ , la integración de la ecuación diferencial, teniendo en cuenta las condiciones iniciales así como las condiciones de contorno en el extremo de la misma, conduce a expresiones de la forma:

$$\omega_n = C_n \sqrt{\frac{EI}{m L^4}} ; \quad \Phi_n(x) = f(C_n, L, x)$$

donde

$\omega_{n1}$  = frecuencia de vibración correspondiente al modo n

$\Phi_n(x)$  = n-ésimo modo de vibración.

El valor  $C_n$  así como la función  $f$ , dependen exclusivamente de las condiciones de vinculación en los extremos de la viga (apoyado-apoyado, empotrado-empotrado, etc...).

Vemos pues cómo, tanto la frecuencia de vibración como la forma de la función que presenta el modo de vibración, dependen de las características de rigidez y masa de la viga así como del tipo de vinculación en sus extremos; de modo que cualquier modificación en las mismas debe traducirse, según el modelo teórico que hemos adoptado, en una variación de las frecuencias y modos de vibración. Por lo tanto, si somos capaces de medir estos parámetros con precisión, mediante técnicas experimentales adecuadas, podremos interpretar una variación de las mismas como una variación de masa o rigidez en determinadas zonas de la viga.

La realidad es que dicho modelo tan simplista, difícilmente es aplicable a cualquier estructura real; pero nos ha servido de mucho a la hora de ver cuáles pueden ser los posibles parámetros dinámicos que hay que intentar determinar para ser usados en el proceso de inspección. Y en efecto, dicho razonamiento teórico tiene su verificación experimental en los casos reales, en el sentido de que existen numerosas realizaciones experimentales, tanto a escala real como reducida, que ponen de manifiesto la posibilidad de detección de defectos, tanto en el material como en el funcionamiento de una estructura, por medio de la utilización de una vibración mecánica de la misma (7), (8), (9), (10).

Del ejemplo teórico que hemos formulado, así como de las distintas experiencias llevadas a cabo, se deduce que tanto las frecuencias como los modos de vibración resultan parámetros dinámicos que deben tenerse en cuenta en una técnica de

inspección basada en el estudio de la respuesta dinámica. Podríamos concluir que, a grandes rasgos, las variaciones absolutas en el valor de cada frecuencia, así como el cambio en la forma del modo de vibración, nos permiten cuantificar la magnitud del cambio en la masa o rigidez; mientras que las variaciones relativas entre frecuencias de vibración, nos pueden dar idea sobre modificaciones en las condiciones de apoyo. Estos aspectos, que con gran simplificación acabamos de exponer, vamos a verlos más claramente en los casos concretos de tipo experimental que comentaremos más adelante.

## 2.2. Parámetros modales y parámetros espaciales

Hemos visto hasta aquí cómo la variación significativa en algunos de los parámetros dinámicos modales (frecuencias y modos de vibración) puede darnos un aviso sobre el comportamiento anómalo de una estructura. Es lo que podríamos considerar como una labor de control. Sin embargo, un proceso completo de inspección no debe limitarse a este aspecto, sino que debe ser capaz de realizar una labor de diagnóstico, en el sentido de que debe permitir conocer las causas de este incorrecto funcionamiento, para poder actuar sobre ellas y poner fin a las mismas.

Sin embargo, en el caso de un puente o de una estructura en general, ello no será posible si nos limitamos a la determinación de los parámetros dinámicos modales, sino que deberemos obtener una serie de parámetros de la estructura que sean directamente interpretables con anomalías de la misma. Tales serán los denominados parámetros dinámicos espaciales: masa, módulo de deformación dinámico, inercia, etc... Para aclarar mejor dichos conceptos debemos tener en cuenta que, para llevar a cabo cualquier proceso de inspección, partiremos siempre de un modelo estructural definido previamente. Así, en nuestro caso, supondremos que las leyes que rigen el comportamiento dinámico de la estructura son perfectamente conocidas, limitándonos, por tanto, a la identificación de los parámetros del modelo. Dado que es posible la adopción de distintos modelos para la representación de un mismo fenómeno físico, ello dará lugar a la existencia de distintos parámetros.

En primer lugar, debemos tener presente que, en el caso de un sistema mecánico, el modelo puede ser implementado de tres maneras:

1) *Modelo continuo*: definido mediante una serie de ecuaciones diferenciales, con sus correspondientes condiciones iniciales y, de contorno. Presenta infinitos grados de libertad.

2) *Modelo "lumped" o discreto*: definido mediante una serie de elementos discretos que dan

lugar a un número finito de ecuaciones algebraicas.

3) *Modelo de "elementos finitos"*: El modelo continuo se modeliza por medio de una serie finita de elementos continuos.

La primera formulación, que es la que hemos mostrado en el caso ya apuntado de la viga de un solo tramo con características constantes, (Fig. 1) es más exacta; pero resulta poco adecuada en el caso de estructuras más complejas (por ejemplo con variaciones de inercia a lo largo de la directriz) y de ahí que, por regla general, deba realizarse una discretización que conduce a un modelo estructural caracterizado mediante una serie de matrices de parámetros.

que contienen, respectivamente, las características de masa, rigidez y amortiguamiento. La ecuación del movimiento se escribe:

$$M_{ij} \ddot{x}_j + C_{ij} \dot{x}_j + K_{ij} x_j = f_i(t)$$

donde

- $M_{ij}$  = matriz de masa.
- $C_{ij}$  = matriz de amortiguamiento.
- $K_{ij}$  = matriz de rigidez.

3) *Modelo de respuesta*: Consiste en una matriz de parámetros que contiene las denominadas funciones de respuesta, que permiten el cálculo de la

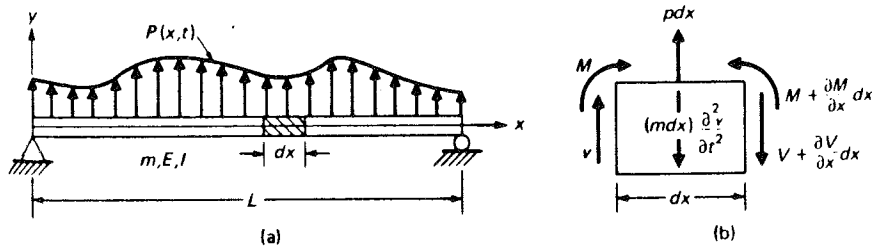


Fig. 1. Planteamiento del equilibrio dinámico en un elemento diferencial.

En el caso que nos ocupa, en el cual supondremos siempre un comportamiento lineal, existen tres modelos utilizables en dinámica de estructuras; dependiendo de los parámetros escogidos para su caracterización:

1) *Modelo modal*: Consiste en dos matrices de parámetros, una de las cuales contiene las frecuencias propias de vibración y las razones de amortiguamiento (matriz espectral), y la otra la forman los distintos modos de vibración (matriz modal). Su utilización se justifica por el hecho de que las ecuaciones del movimiento se simplifican mucho, siendo del tipo:

$$\ddot{q}_i + 2 \xi_i \omega_i \dot{q}_i + \omega_i^2 q_i = \Phi_{ij} f_j(t)$$

donde

- $\omega_i$  = frecuencia de vibración correspondiente al modo i.
- $\xi_i$  = razón de amortiguamiento.
- $\Phi_{ij}$  = modo de vibración.

2) *Modelo espacial*: Consiste en tres matrices

respuesta en un punto, conocida la excitación que actúa en otro punto.

$$X_i(\omega) = H_{ij}(\omega) \cdot F_j(\omega)$$

donde

- $F_j(\omega)$  = Espectro de frecuencia de la excitación en j.
- $X_i(\omega)$  = Espectro de frecuencia de la respuesta en i.
- $H_{ij}(\omega)$  = Función de respuesta en frecuencia o función de transferencia entre i, j.

Puesto que los tres modelos describen una misma realidad física, existen una serie de expresiones matemáticas que permiten el paso de los parámetros de un modelo a los de otro, de modo que, tal como queda expuesto en (6), la manera más fácil de conseguir los objetivos planteados de inspección, resulta de la estimación de los parámetros modales del sistema, a partir de la respuesta vibracional de la misma, y la posterior determinación de los parámetros espaciales, directamente



interpretables desde un punto de vista de patología, a partir de los modales.

Un conjunto de técnicas puestas a punto tanto para la obtención de parámetros modales como para la estimación de los espaciales a partir de aquellos, quedan expuestas en (6). En el primer caso consisten, básicamente, en la interpolación de un número prefijado de senoides amortiguadas mediante técnicas especiales, en el caso de que la vibración corresponda a un proceso de vibración libre (Método de Prony modificado). En el caso de que la vibración sea forzada, los parámetros modales se evalúan por medio de una técnica análoga al de las funciones de transferencia, pero que permite prescindir de la medida de la excitación, (lo cual resulta de suma importancia en el caso de puentes), junto con la determinación de las densidades espectrales de los procesos aleatorios correspondientes, mediante métodos basados en la adopción de un modelo autorregresivo para el proceso aleatorio en cuestión. Por su parte, la obtención de los parámetros espaciales se basa en la definición de un modelo "aproximado" de tipo cuadrático, que coincida con el modelo exacto para los valores de los parámetros que son solución del problema.

Ello da lugar a una simplificación y mayor rapidez en la resolución, comportando, por otro lado, un proceso iterativo que converge rápidamente (6), (11).

### 3. VERIFICACION EXPERIMENTAL DEL METODO PROPUESTO

En el presente apartado se muestra una aplicación práctica, en laboratorio, del método propuesto, en la cual va a demostrarse su aplicación en la determinación de la rigidez real de una serie de vigas de hormigón armado sometidas a diversos grados de fisuración, controlada en distintas zonas de las mismas, la cual debe ser localizada y evaluada.

Los objetivos perseguidos en la campaña de experimentación son los siguientes:

1) Demostrar experimentalmente cómo es posible detectar la presencia de determinadas anomalías en el comportamiento de una estructura, por medio del análisis de las vibraciones a que se ve sometida.

2) Demostrar experimentalmente cómo es posible deducir a partir del análisis de un proceso vibratorio, los mismos resultados que se persiguen mediante la realización de una prueba de carga estática, con un grado de aproximación suficiente.

3) Obtener una serie de conclusiones relativas al método y técnica experimental, en lo referente a la identificación de una posible patología.

4) Comprobar la adecuación de los distintos modelos teóricos de cálculo utilizados para el cálculo de frecuencias propias y modos de vibración, mediante su contraste con los deducidos experimentalmente.

#### 3.1. Descripción de los ensayos

La metodología de ensayo es la siguiente:

1) Fabricación, en microhormigón, de 4 pares de vigas (lotes A, B, C y D). En cada lote tenemos una viga sin fisurar (designada con el número 1), y otra fisurada (designada con el número 2). En cada caso, la fisuración aparece en el esquema de la figura 2. En la figura 3 aparecen las características geométricas de las mismas. El hormigón de todos los lotes presenta una dosificación análoga, a excepción del B que presenta un contenido de cemento más bajo.

2) Mediante el estudio de un proceso vibratorio en la viga no fisurada de cada lote se pueden estimar los parámetros correspondientes a la misma: módulo de deformación dinámico del hormigón y grado de empotramiento en apoyos. Estos valores pueden ser utilizados, posteriormente, en el caso de la viga fisurada del mismo lote y así considerar únicamente como parámetros que hay que determinar en la misma:

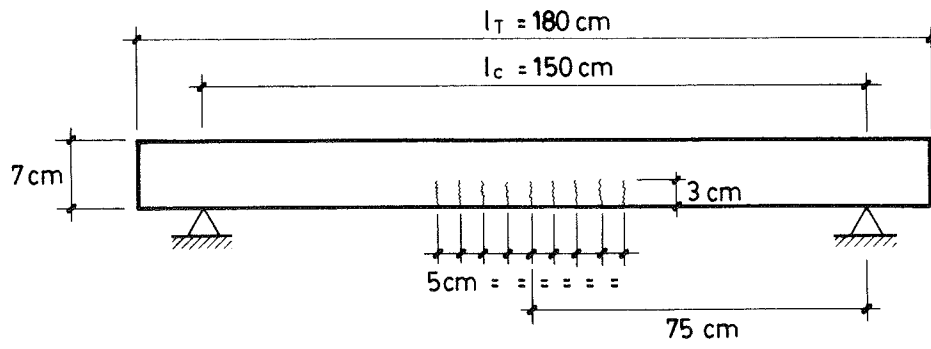
- a) Localización de la zona fisurada.
- b) Extensión de la zona fisurada.
- c) Separación entre fisuras.
- d) Valor de la inercia equivalente, en la zona fisurada.

3) Una vez estimados los parámetros correspondientes al modelo adoptado para la viga fisurada, por medio del análisis de las vibraciones, se procede a la verificación experimental "estática" de dichos resultados. Para ello:

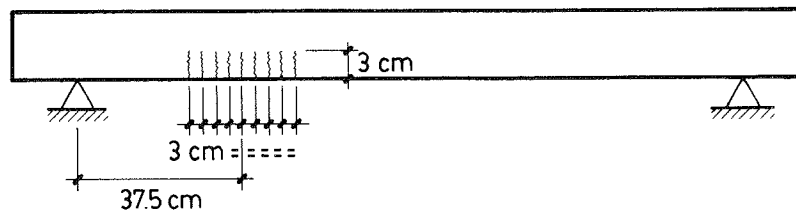
3.1) Se procede a la aplicación de una carga estática a las vigas de laboratorio, obteniéndose la flecha experimental en centro luz, fr.

3.2) El modelo teórico estático, con los valores hallados para los parámetros, nos permite el cálculo de la flecha en dicho punto, ft, cuando sobre las vigas actúan las acciones correspondientes.

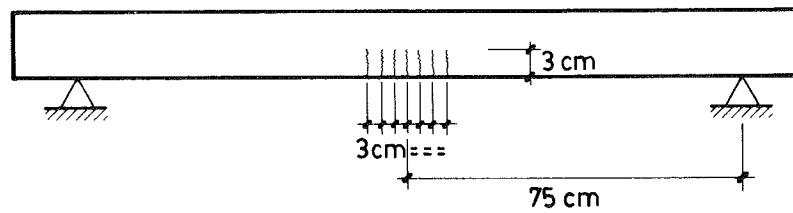
3.3) La comparación entre los valores de fr y ft, obtenidos para la viga no fisurada, nos permite hallar el valor del módulo de deformación estático del microhormigón, que utilizaremos también como valor para la viga fisurada.



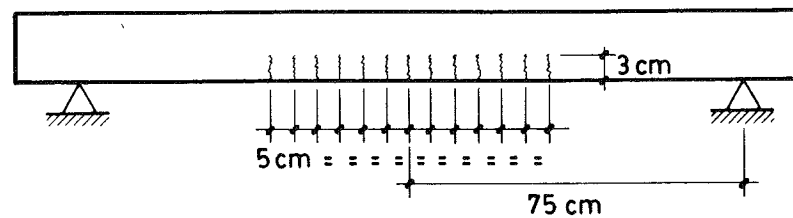
VIGA A2



VIGA B2

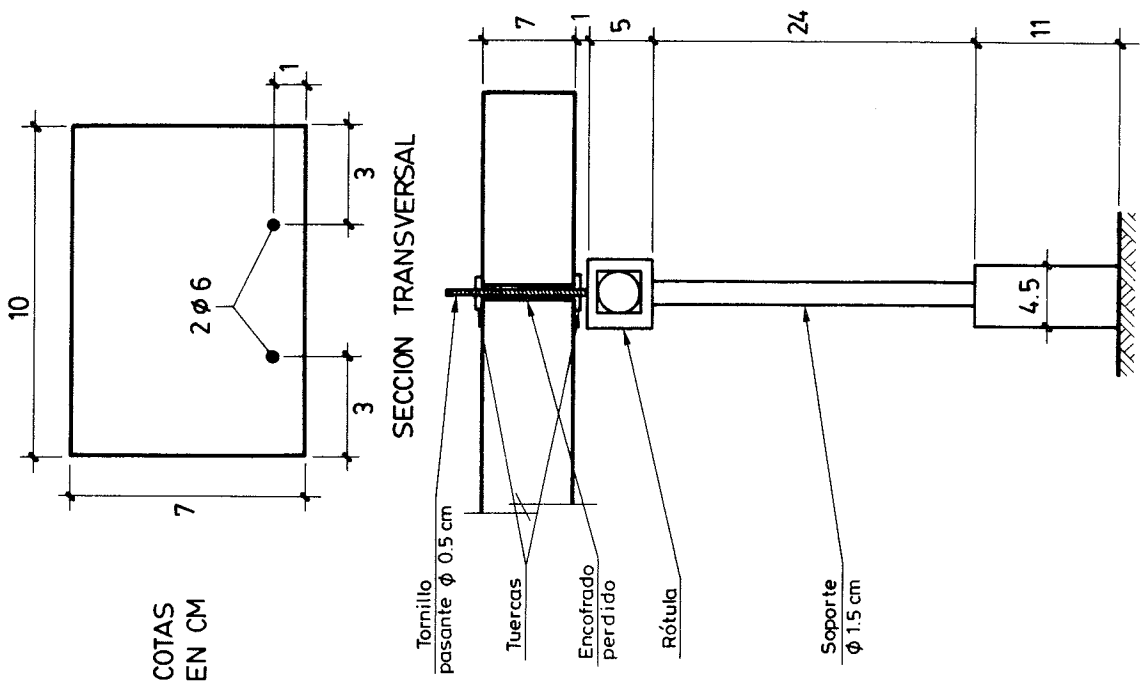


VIGA C2

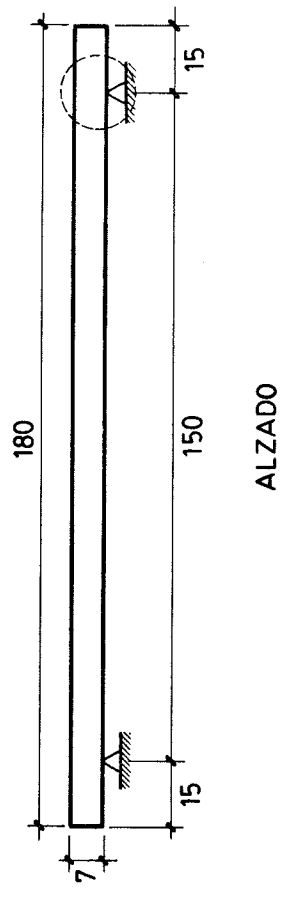


VIGA D2

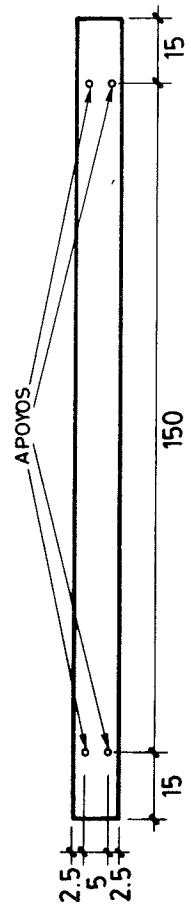
Fig. 2. Esquema de fisuración en las vigas ensayadas.



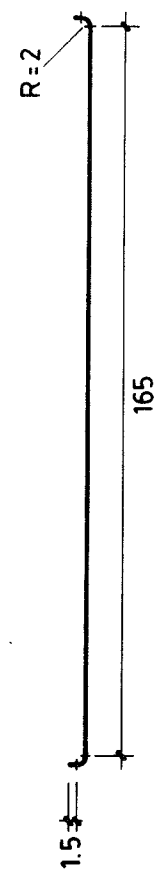
COTAS EN CM



ALZADO



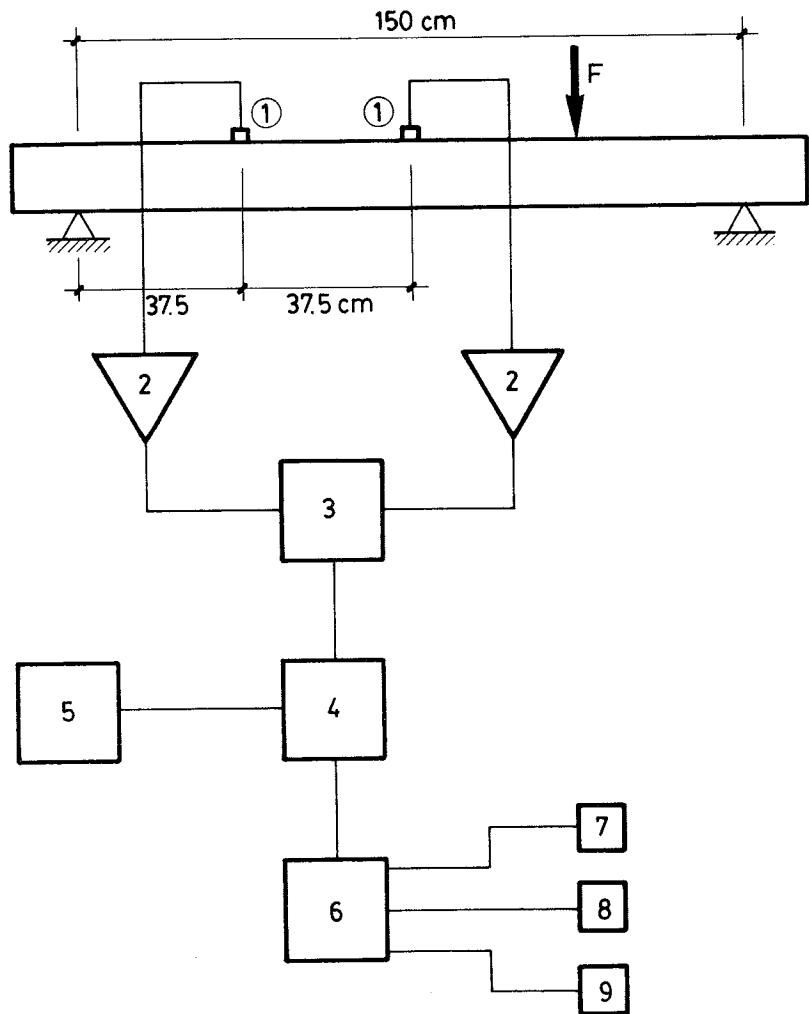
PLANTA



DESPIECE ARMADURA LONGITUDINAL

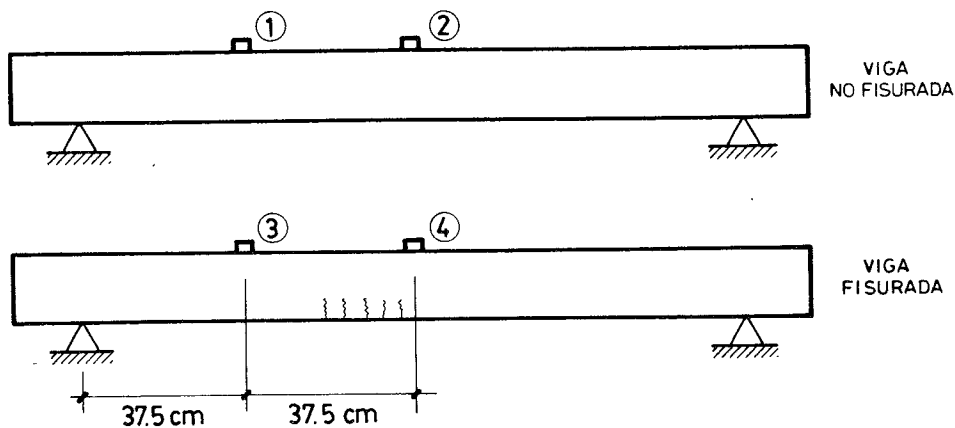
DETALLE APOYO

Fig. 3. Descripción geométrica de las vigas ensayadas, armadura y dispositivo de apoyo.



- |                                       |   |                      |
|---------------------------------------|---|----------------------|
| 1 - Acelerómetro                      | 4 - Microordenador para almacenamiento    | 7 - Terminal gráfico |
| 2 - Amplificadores para acelerómetros | 5 - Registrador gráfico                   | 8 - Impresora        |
| 3 - Osciloscopio digital de 2 canales | 6 - Ordenador para análisis de resultados | 9 - Plotter          |

DISPOSITIVO DE ENSAYO



NUMERACION DE LOS CANALES

Fig. 4. Esquema del sistema de medida, adquisición y registro de vibraciones.

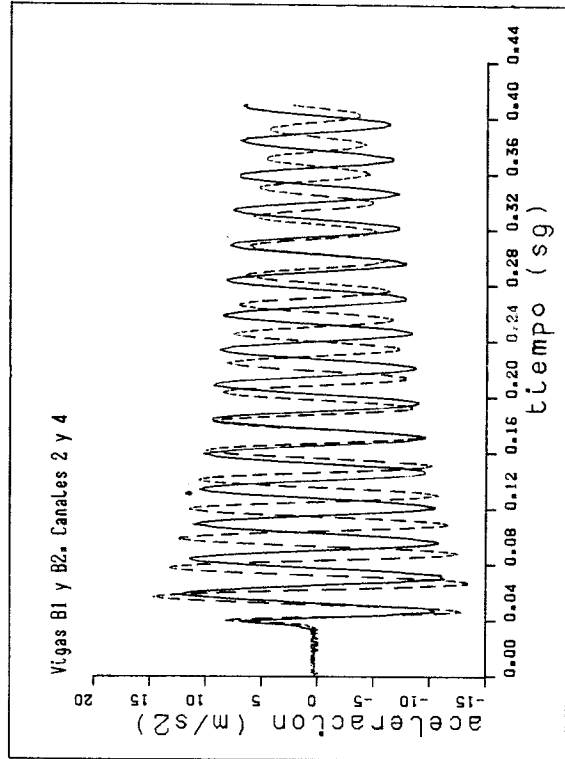
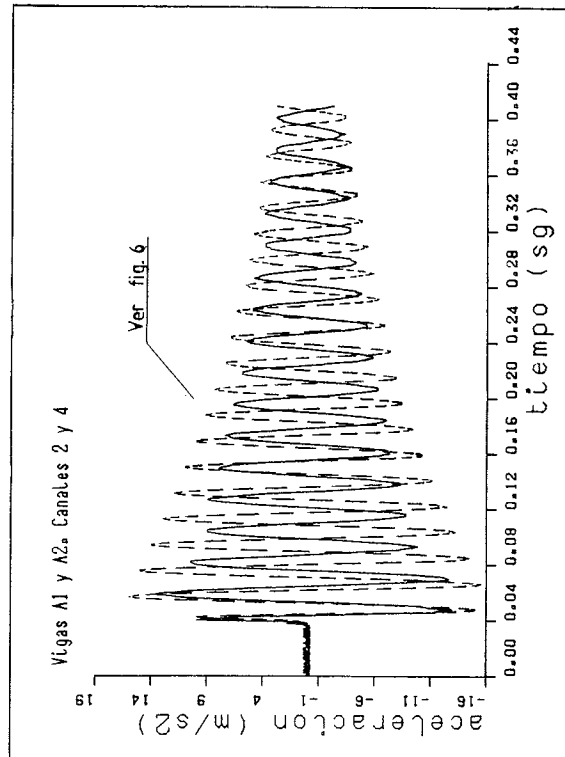
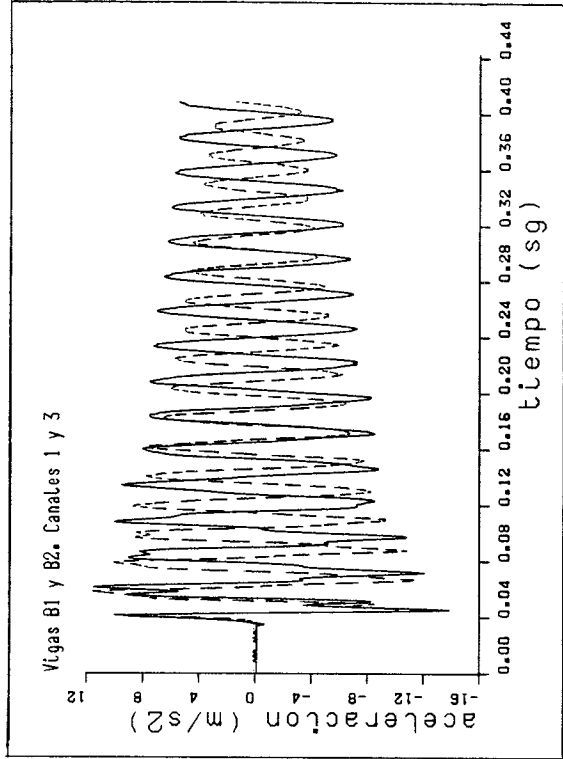
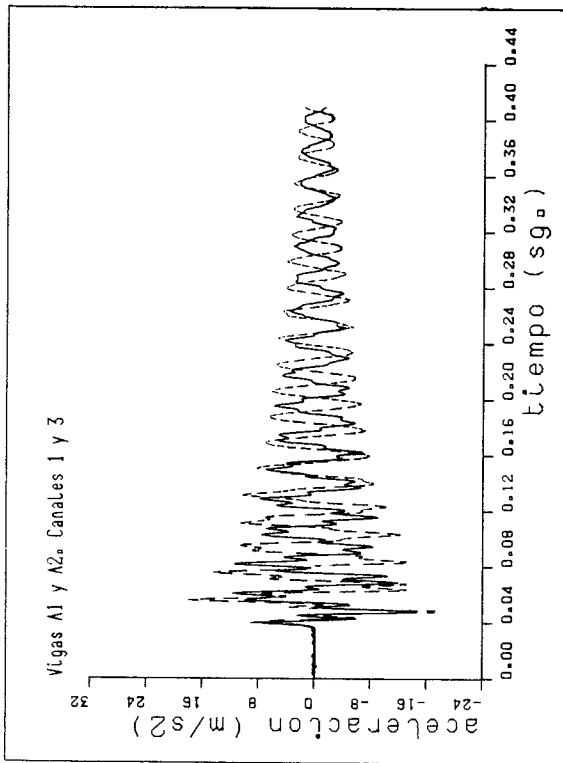


Fig. 5. Ejemplo de las señales obtenidas en los distintos canales, durante el ensayo. Lotes A y B.

3.4) La comparación entre los valores de  $f_r$  y  $f_t$ , obtenidos para la viga fisurada, nos permite emitir un juicio de valor sobre la bondad de los valores de los parámetros estimados para la misma.

En particular, el valor obtenido para la inercia equivalente en la zona fisurada, nos permitirá evaluar, de modo comparativo, la contundencia de la fisuración (en cuanto a anchura y profundidad de la fisura). De este modo conseguimos tener totalmente evaluada la fisuración, en lo que se refiere a su localización, extensión, separación y gravedad de la misma.

### 3.2. Condiciones de apoyo y armaduras

Todas las vigas presentan una armadura longitudinal igual, consistente en  $2\phi 6$  dispuestos tal como puede verse en la figura 3, en la cual se esquematizan también el despiece de la misma y el dispositivo de apoyo con sendas rótulas que intentan asemejar en lo posible las condiciones correspondientes a una viga simplemente apoyada. En cualquier caso, y como veremos más adelante, las condiciones de apoyo reales deberán estudiarse y analizarse en cada caso particular (evaluación del grado de empotramiento real).

### 3.3. Instrumentación de medida y registro de vibraciones

En la figura 4 aparece esquematizado todo el sistema de adquisición de datos. De la misma cabe destacar, únicamente, que las señales experimentales digitalizadas son almacenadas finalmente en un ordenador VAX-8600, en el cual se encuentra implementado el software de análisis de señales que permite la identificación de los parámetros de interés. En dicha figura aparece también la numeración de los canales adoptada y a la que se hace referencia en lo que sigue.

### 3.4. Realización del ensayo

La excitación y puesta en vibración de las vigas se consigue por medio de un martillo que produce un impacto, a cuartos de luz, en la zona opuesta a aquella en la que se encuentra uno de los acelerómetros, obteniéndose un proceso de vibración libre amortiguada.

### 3.5. Resultados

En la figura 5 aparecen algunos ejemplos de las vibraciones obtenidas. En la figura 6 podemos ver, ampliada, una parte del registro obtenido en los canales 2 y 4 del lote A.

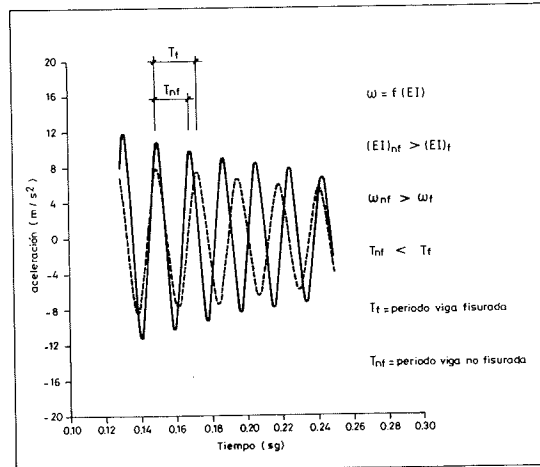


Fig. 6. Ampliación de la señal de los canales 2 y 4. (Sección central de las vigas A1 y A2).

La simple inspección de dichas figuras pone ya de manifiesto, de modo cualitativo, la diferencia entre el periodo fundamental de vibración de la viga fisurada y no fisurada (canales 1 y 2 trazo discontinuo, canales 3 y 4 trazo continuo). Se observa también cómo la vibración en el punto medio de la viga (canales 2 y 4) está dominada por un único modo, mientras que en el otro punto (canales 1 y 3) se le superpone un segundo modo de amplitud mucho menor y que queda amortiguado después de los ciclos iniciales de vibración.

En la tabla 1 pueden apreciarse los valores de los parámetros modales hallados del análisis de las señales mediante el método de Prony modificado, en la forma y con las consideraciones que quedan expuestas en (6). La inspección de la tabla 1 nos permite observar algunos aspectos cualitativos de sumo interés:

1) El hecho de que las amplitudes de vibración sean distintas para cada viga se debe a que la fuerza excitadora ha variado en cada caso. Sin embargo, ello no será ningún inconveniente, ya que los métodos de análisis que hemos formulado permiten no tener en cuenta la excitación en todo el proceso de análisis posterior. Este hecho resulta de suma importancia para la aplicación del método al caso de las vibraciones ambientales medidas en un puente.

2) En el caso de la viga C2, que presenta una fisuración muy localizada en la zona central, vemos cómo la primera frecuencia de vibración presenta una variación, con respecto a la viga no fisurada, de un 15 por 100; mientras que para la segunda frecuencia, sólo es de un 2 por 100, debido a que el segundo modo presenta un nodo en la zona fisurada, hecho que hace que se vea poco afectado por la misma. Ello nos pone en aviso sobre la dificultad en la interpretación de los resultados de un

### Modo 1

Viga	Amplitud (m/s <sup>2</sup> )		Fase (rad)		Frecuencia (Hz)	Amortiguamiento (ξ)
	1/2 luz	1/4 luz	1/2 luz	1/4 luz		
A1	13,8	10,2	1,3	1,3	54,8	0,0141
A2	9,5	6,6	1,7	1,9	45,0	0,0138
B1	14,6	10,7	0,5	0,4	47,7	0,0129
B2	12,3	10,2	0,2	0,3	39,9	0,0080
C1	26,0	19,0	0,7	0,6	50,7	0,0130
C2	21,4	14,0	1,4	1,3	43,3	0,0102
D1	15,8	11,2	2,8	2,8	50,7	0,0143
D2	16,0	11,3	2,9	3,0	40,2	0,0078

Indice 1 : no fisurada

Indice 2 : fisurada

### Modo 2

Viga	Amplitud (m/s <sup>2</sup> )		Fase (rad)		Frecuencia (Hz)	Amortiguamiento (ξ)
	1/2 luz	1/4 luz	1/2 luz	1/4 luz		
A1	-	2,8	-	2,4	202,1	0,0174
A2	-	3,1	-	0,9	196,3	0,0098
B1	-	1,9	-	0,6	181,9	0,0228
B2	-	3,8	-	2,8	152,0	0,0270
C1	-	6,4	-	1,0	191,1	0,0150
C2	-	4,4	-	0,4	187,9	0,0170
D1	-	3,0	-	2,8	192,9	0,0226
D2	-	5,6	-	2,7	165,3	0,0370

- El 2º modo de vibración presenta un nodo en dicho punto

Tabla 1. Resultados de la estimación de los parámetros modales, mediante el método de Prony modificado Hipótesis de amortiguamiento viscoso proporcional. Los valores de las fases nos dan una idea sobre la bondad de los resultados hallados.

ensayo dinámico, así como de la localización de los instrumentos de medida y de los puntos de excitación dentro de la estructura, puesto que de ella depende en gran manera la obtención de una señal que contenga toda la información requerida.

3) En cuanto al amortiguamiento, no existe una correlación tan marcada como la que hay para las frecuencias de vibración, de modo que no puede extraerse, a simple vista, ninguna conclusión acerca de la influencia de la fisuración, en el valor del amortiguamiento. La única tendencia que sí parece clara es la disminución del amortiguamiento correspondiente al primer modo, cuando la viga presenta una fisuración.

### 3.6. Estudio de resultados

Tal como ya hemos visto, el proceso de identificación de patologías requiere la adopción previa de un modelo teórico espacial de comportamiento. En este caso, se ha escogido una discretización en elementos finitos, con elementos tipo viga, dadas las características del caso estudiado. Dicho modelo se ha verificado, experimentalmente, como perfectamente utilizable en el caso de una dimensión predominante (12).

Cada viga se discretiza en un total de 71 nudos y 70 elementos, en los casos A y D, y en 111 nudos y 110 elementos, en los casos B y C. El modelo utiliza la matriz de masa consistente y se obtienen las frecuencias y modos de orden más bajo del mismo, mediante el método de iteración en el subespacio (13).

La obtención de parámetros espaciales, a partir de los modales, en la forma que queda expuesta en (6), se ha llevado a cabo tanto en la viga fisurada como no fisurada. En este último caso, se trata de definir el estado de referencia, siempre necesario en cualquier proceso de inspección. Dicho estado de referencia queda completamente determinado estimando el valor del módulo de deformación dinámico del hormigón así como el grado de empotramiento de las vigas en los apoyos. Dicho grado de empotramiento se simula en el modelo por medio de sendos muelles frente al giro, cuya rigidez es la que debe estimarse. En la viga fisurada se ha procedido a la determinación de una zona fisurada (localización dentro de la viga y extensión) y un valor de la inercia equivalente de la misma. El proceso seguido ha sido el siguiente:

1) Definición de las variables, o vector de observación (frecuencias y modos) del modelo, que deben ser aproximadas.

2) Definición "a priori" de una zona fisurada dentro de la viga.

3) Obtención del "modelo aproximado".

4) Aplicación del algoritmo de identificación de parámetros, basado en el ajuste por mínimos cuadrados (14), con el modelo aproximado, obteniéndose el valor de la inercia equivalente en dicha zona.

5) Repetición de los pasos 2, 3 y 4, con distintas longitudes y localizaciones de la zona fisurada, hasta obtener el valor mínimo de la suma de errores cuadráticos ( $J$ ), que, en principio, debe corresponder a la solución, dando como solución una localización y extensión de la zona fisurada (en cuanto a número de elementos fisurados) y un valor de la inercia equivalente en dichos elementos fisurados.

6) Verificación del resultado obtenido, mediante la utilización del modelo exacto.

#### 3.6.1. Lote A1, A2

Tal como ya hemos dicho, el método se ha aplicado definiendo, en primer lugar, las variables que van a ser aproximadas. Ello se ha hecho con el fin de comprobar la influencia que puede tener, en el resultado final de la inspección, el hecho de que algunas variables no hayan podido ser obtenidas, bien por culpa de un incorrecto análisis de las vibraciones o bien por un incorrecto diseño de la prueba experimental. Así, se ha empezado por considerar, en primer lugar, como única variable medida, la primera frecuencia de vibración, y se han ido añadiendo nuevas variables hasta llegar a un máximo de 2 frecuencias + 2 modos de vibración.

1) *Variable medida*: Primera frecuencia de vibración.

El problema de identificación resulta indeterminado, puesto que para cualquier longitud de zona fisurada que definamos "a priori" siempre se puede encontrar un valor de la inercia equivalente para el cual  $J$  (suma de los errores cuadráticos de interpolación) sea cero. En consecuencia, la obtención de una única frecuencia de vibración no tiene ningún interés de cara a su utilización en el método de inspección.

2) *Variables medidas*: Primera frecuencia + primer modo de vibración.

Tal como se desprende de la figura 7, obtendríamos la solución  $I_{eq} = 177 \text{ cm}^4$  en una longitud de  $44 \times 2,5 = 110 \text{ cm}$ , simétrica respecto al centro de la viga, solución que no concuerda con la realidad. Ello se debe a que, en este caso, el problema de aproximación por mínimos cuadrados tampoco tiene sentido, puesto que modificando la longitud de la zona fisurada se puede llegar a ajustar el modo de vibración tanto como queramos, mientras que modificando el valor



de la inercia equivalente podemos hacer lo propio con la frecuencia, llegando igualmente a un valor nulo de  $J$ . Sin embargo, resultaría muy sencillo el darnos cuenta de que ésta no es la solución, si comparamos el valor de 164 Hz que nos da el modelo para la segunda frecuencia de vibración, con el valor experimental de 196 Hz, bastante alejado del primero. La determinación experimental de una frecuencia y un modo de vibración se presenta, por tanto, también insuficiente a los fines que pretendemos.

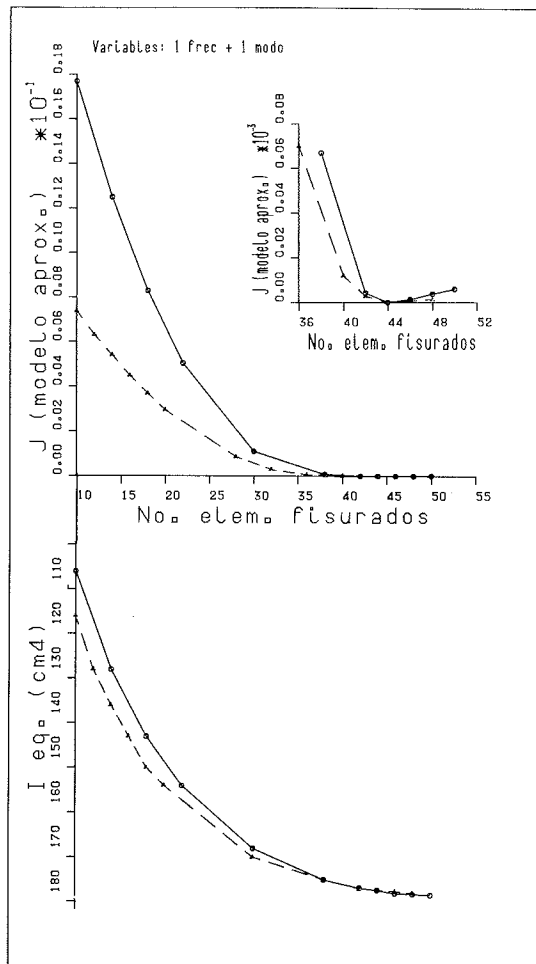


Fig. 7. Vigas A1, A2. Representación del valor de  $J$  (suma de errores cuadráticos de interpolación) y de la inercia equivalente, en función del número de elementos fisurados. El valor mínimo de  $J$  corresponde a la solución buscada. Variables interpoladas: primera frecuencia y primer modo de vibración.

3) *Variables medidas:* Primera y segunda frecuencia.

Tal como se desprende de la figura 8, en este caso la solución corresponde a 12 elementos fi-

surados ( $\ell = 30$  cm), con  $I_{eq} = 118$  cm<sup>4</sup> (valor mínimo de  $J$ ). La verificación de dichos valores mediante el ensayo de carga estática en la forma apuntada en 3.1, conduce a un error en la determinación de la flecha estática en centro luz, a través del modelo, del 11 por 100. Si no se hubiera cometido ningún error en la determinación experimental de dicha flecha estática, podríamos concluir que se ha estimado una inercia, en la zona fisurada, con un error del 11 por 100.

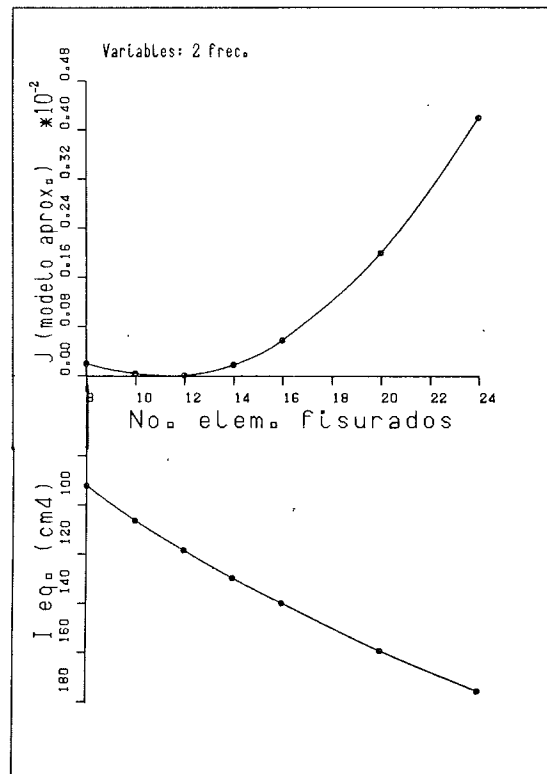


Fig. 8. Vigas A1, A2. Representación de  $J$  y de la inercia equivalente, en función del número de elementos fisurados. Variables interpoladas: primera y segunda frecuencia de vibración.

4) *Variables medidas:* 2 frecuencias + 1 modo.

La solución corresponde al caso de 18 elementos fisurados (45 cm), con  $I_{eq} = 154$  cm<sup>4</sup>. El modelo teórico estático, con dichos valores de los parámetros, nos proporciona una flecha con un error del 4,7 por 100 si la comparamos con la flecha real obtenida en el ensayo de carga estática.

5) *Variables medidas:* 2 frecuencias + 2 modos.

En la figura 9 puede apreciarse cómo el valor mínimo de  $J$  se obtiene para 20 elementos fisurados, con  $I_{eq} = 161$  cm<sup>4</sup>. Sin embargo, debido a la forma tan plana que presenta la curva en las proximidades del mínimo, el valor de  $J$  obtenido para 22 elementos fisurados ( $\ell = 55$  cm), con

$I_{eq} = 167 \text{ cm}^4$ , es muy próximo también al mínimo, por lo cual se ha procedido a la verificación de resultados mediante el modelo "exacto" en lugar del "aproximado". Ello nos ha servido para verificar que, efectivamente, la solución corresponde a este último caso. (Véase tabla 2). El error en la determinación de la flecha estática es, en este caso, únicamente del 2,5 por 100. Hay que hacer notar que de todos los casos estudiados (2 frecuencias, 2 frec. + 1 modo, 2 frec. + 2 modos), en este último se ha obtenido un valor mínimo para J, si tenemos en cuenta todas las variables medidas; así como un error mínimo en cuanto a la estimación de la flecha estática, signo evidente de la correcta evaluación de la zona fisurada así como de su inercia equivalente. Ello pone de manifiesto el correcto funcionamiento del método aquí expuesto.

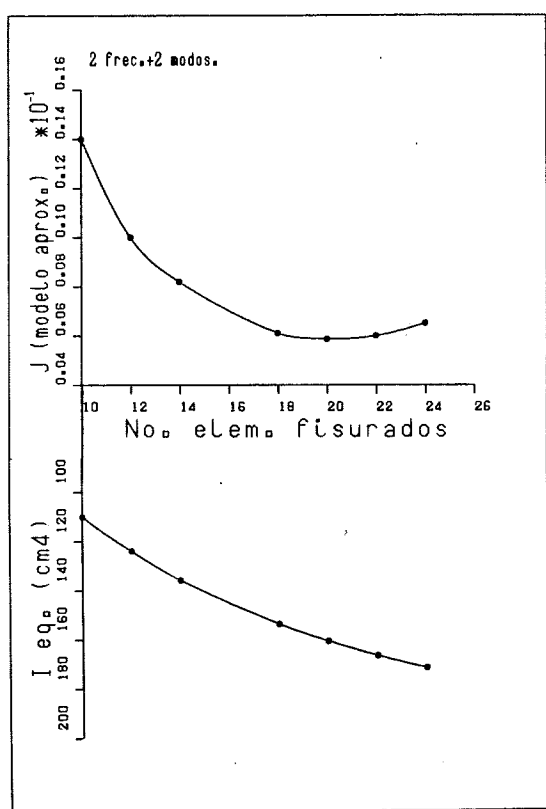


Fig. 9. Vigas A1, A2. Variables interpoladas: primera y segunda frecuencia y primer y segundo modos de vibración.

### 3.6.2. Lote B1, B2

Corresponde a la simulación de una fisuración situada en una zona a cuartos de luz de la viga. Con ello se pretende evaluar la capacidad del método en cuanto a la localización del daño.

Tras la obtención del estado de referencia por medio de la viga no fisurada, al igual que en el caso A, se ha procedido a la detección de la fisuración, y ello en las siguientes etapas:

1) *Variables medidas*: 2 frecuencias de vibración.

a) Se supone que la fisuración se halla distribuida simétricamente respecto al centro de la viga (Véase tabla 3). La solución corresponde a 78 elementos fisurados, con  $I_{eq} = 193 \text{ cm}^4$  (Fig. 10.a).

b) Se considera una zona fisurada centrada respecto a cuartos de luz (Tabla 3). La solución corresponde a 38 elementos, con  $I_{eq} = 127 \text{ cm}^4$  (Fig. 10.b).

De lo visto hasta aquí, si sólo hubiéramos medido las 2 frecuencias de vibración, se deduciría que la solución corresponde al caso 1.a, para el cual J es menor que para el caso 1.b. Sin embargo, gracias a que hemos hallado también el primer modo experimental, se comprueba cómo éste dista mucho de acercarse al que se obtiene del deducido del modelo con los valores del caso 1.a.

Por todo ello, se ha realizado una nueva identificación, utilizando también el primer modo como variable que hay que aproximar.

2) *Variables medidas*: 2 frecuencias + 1 modo (Fig. 11).

a) Se supone una fisuración centrada respecto al punto medio de la viga (Véase tabla 3).

Se obtiene un valor mínimo,  $J = 3,12 \times 10^{-2}$ , en el caso de una fisuración extendida a toda la viga, con  $I_{eq} = 196 \text{ cm}^4$  (Fig. 11.a).

b) Se supone una zona fisurada centrada respecto a cuartos de luz (Tabla 3). El valor mínimo de  $J = 5,85 \times 10^{-5}$  se obtiene para 34 elementos fisurados, con  $I_{eq} = 121 \text{ cm}^4$  (Fig. 11.b).

c) Se consideran 2 zonas fisuradas, cada una de ellas situada a cuartos de luz, una a cada lado de la viga (Tabla 3). El mínimo valor de  $J = 9,45 \times 10^{-3}$ , corresponde a la existencia de 4 elementos fisurados a cada lado, con  $I_{eq} = 56 \text{ cm}^4$  (Fig. 11.c).

A la vista de todos los resultados obtenidos, resumidos en la tabla 3, podemos afirmar que la solución (mínimo valor de J en el modelo exacto) corresponde al caso 2.b, hecho que queda confirmado tras la verificación estática del modelo, cometándose sólo un error del 4,5 por 100 en la determinación de la flecha estática en centro luz.

### 3.6.3. Lote C1, C2

Con una zona fisurada mucho menor, localizada en centro luz, se pretende estudiar, en este caso, la sensibilidad del método.

1) *Variables medidas*: 2 frecuencias de vibración.

Tal como se desprende de la figura 12, la solu-

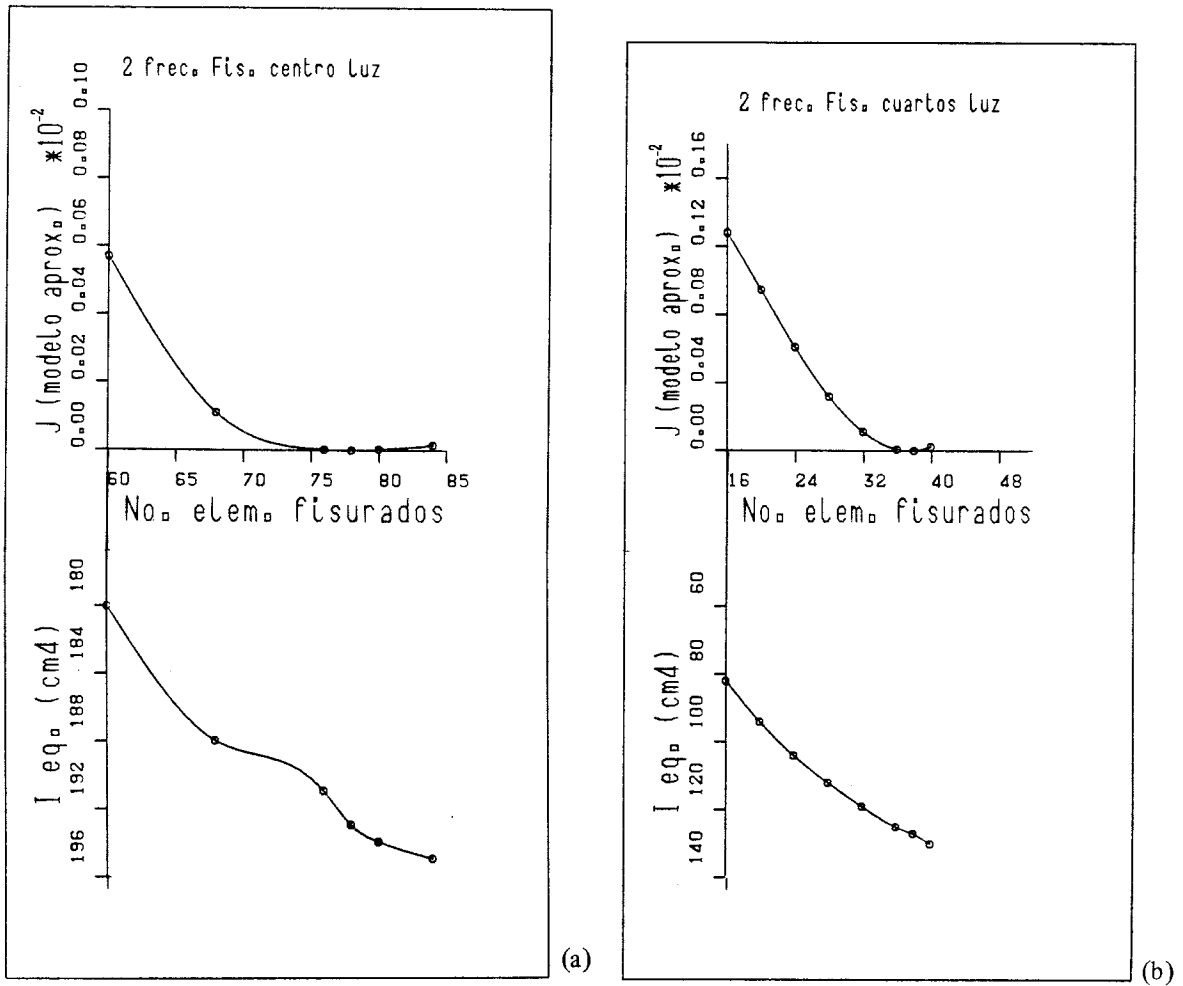


Fig. 10. Vigas B1, B2. Variables interpoladas: primera y segunda frecuencia de vibración. a) Hipótesis de fisuración en centro luz. b) Hipótesis de fisuración a cuartos de luz.

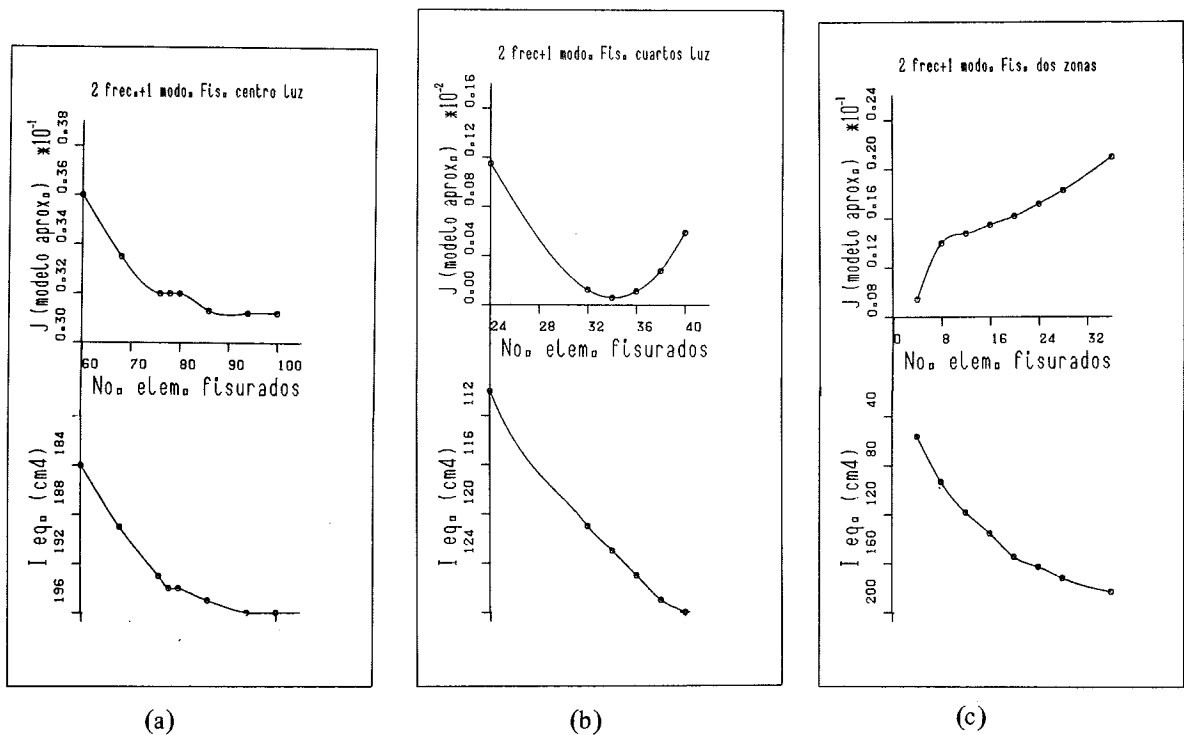


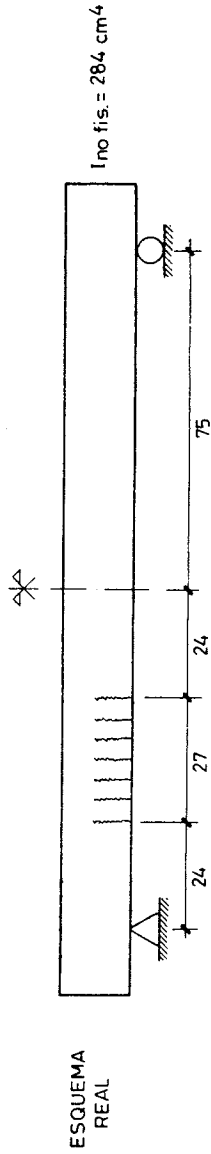
Fig. 11. Vigas B1, B2. Variables interpoladas: primera y segunda frecuencia y primer modo de vibración. a) Hipótesis de fisuración en centro luz. b) Hipótesis de fisuración a cuartos de la luz (1 zona). c) Hipótesis de fisuración a cuartos de la luz (dos zonas).

Variable	Teórico (Modelo "exacto")	Experimental	Error absoluto	Error relativo	flecha teórica (micras)	flecha exp. (micras)	$\epsilon$ (%)
Error absoluto	285,3	282,9	2,4	$8,5 \times 10^{-3}$			
12 elem. fisurados $I_{eq} = 122 \text{ cm}^4$	1231,0	1233,2	2,2	$1,8 \times 10^{-3}$	305	275	11
	1,56	1,44	0,12	0,08			
	0,48	0,47	0,01	0,02			
	0,31	0,33	0,02	0,06			
			$\Sigma \epsilon^2 = 10,6$	$\Sigma \epsilon^2 = 1 \times 10^{-2}$			
Error relativo	290,0	282,9	7,1	0,025			
20 elem. fisurados $I_{eq} = 161 \text{ cm}^4$	1185,0	1233,2	48,2	0,039	285	275	3,6
	1,51	1,44	0,07	0,05			
	0,47	0,47	0,	0,			
	0,32	0,33	0,01	0,03			
			$\Sigma \epsilon^2 = 2373,6$	$\Sigma \epsilon^2 = 5,55 \times 10^{-3}$			
Error relativo	290,0	282,9	7,1	0,025			
22 elem. fisurados $I_{eq} = 167 \text{ cm}^4$	1173,0	1233,2	60,2	0,049			
	1,50	1,44	0,06	0,040			
	0,47	0,47	0,	0,	282	275	2,5
	0,32	0,33	0,01	0,030			
			$\Sigma \epsilon^2 = 3674$	$\Sigma \epsilon^2 = 5,53 \times 10^{-3}$			

Variable: 1 =  $\omega_1$  ( rad/sg)  $\phi_2$  (1)  $\phi_2$  (F)  
2 =  $\omega_2$  (rad/sg)  $\phi_1$  (1)  $\phi_1$  (F)  
3 =  $\phi_1$  (2)  $\phi_2$  (1)  $\phi_2$  (F)  
4 =  $\phi_1$  (1)  $\phi_1$  (F)  $\phi_1$  (2)  $\phi_1$  (F)  
5 =  $\phi_2$  (1)  $\phi_2$  (F)  $\phi_1$  (2)  $\phi_1$  (F)

$\phi_i$  (1) = amplitud modo i en cuartos luz  
 $\phi_i$  (2) = amplitud modo i en centro luz  
 $\phi_i$  (F) = amplitud modo i en el punto de excitación

Tabla 2. Vigas A1, A2. Variables aproximadas: 2 frecuencias + 2 modos de vibración. Verificación de resultados mediante el modelo "exacto".



Caso	Variables aproximadas	Hipótesis de localización fisuración	Parámetros identificados	J (mod aprox.)	J (mod.exacto)
1.a	2 Frecuencias		$l = 117\text{ cm}$ $I_{eq} = 193\text{ cm}^4$	$4 \times 10^{-8}$	0.183 $(1,24 \times 10^{-3}) (*)$
1.b	2 Frecuencias		$l = 57\text{ cm}$ $I_{eq} = 127\text{ cm}^4$	$9,6 \times 10^{-7}$	0.011 $(2,3 \times 10^{-3}) (*)$
2.a	2 Frecuencias + 1 modo		$l = 150\text{ cm}$ $I_{eq} = 196\text{ cm}^4$	$3,12 \times 10^{-2}$	No necesaria
2.b	2 Frecuencias + 1 modo		$l = 51\text{ cm}$ $I_{eq} = 121\text{ cm}^4$	$5,85 \times 10^{-5}$	$9 \times 10^{-3}$ Solución (Valor mínimo)
2.c	2 Frecuencias + 1 modo		$l = 6 + 6\text{ cm}$ $I_{eq} = 56\text{ cm}^4$	$9,45 \times 10^{-5}$	0,182

(\*) No tiene en cuenta el modo de vibración en el cálculo de J

Tabla 3. Vigas B1, B2. Resultados de la verificación mediante el modelo "exacto". Obsérvese cómo la solución corresponde al caso 2.b, una vez utilizado el modo de vibración como variable interpolada. El modelo aproximado daría como solución el caso 1.a, en el caso de medir sólo 2 frecuencias.

ción corresponde al caso de 16 elementos fisurados, con  $I_{eq} = 126 \text{ cm}^4$ .

2) *Variables medidas*: 2 frecuencias + 1 modo.

De la misma figura 12, junto con los resultados del modelo exacto, se desprende que la solución corresponde a 16 elementos fisurados, con  $I_{eq} = 126 \text{ cm}^4$ .

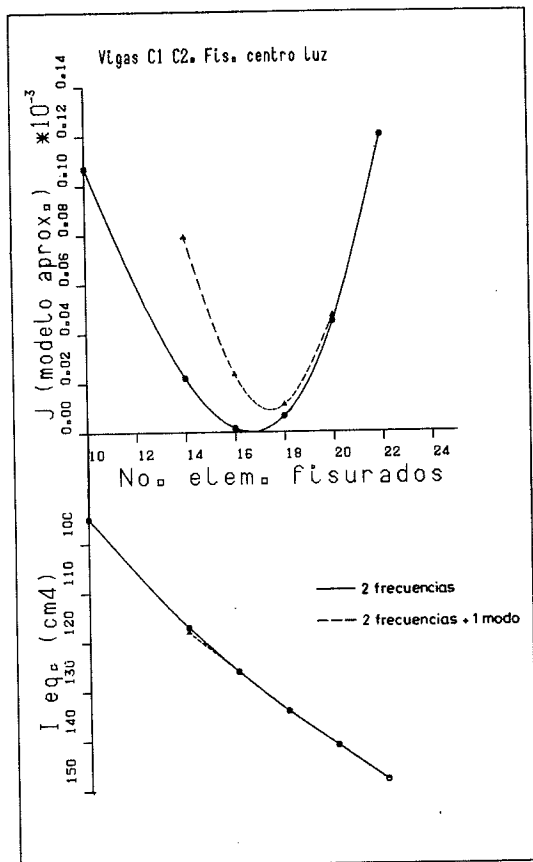


Fig. 12. Vigas C1, C2. Variables interpoladas: primera y segunda frecuencia de vibración (trazo continuo); primera y segunda frecuencia y primer modo de vibración (trazo discontinuo).

La obtención de la flecha estática, con dichos valores de los parámetros, da un valor con un error de sólo el 2,5 por 100 si lo comparamos con la medida experimentalmente.

### 3.6.4. Lote D1, D2

En este caso, la longitud de la zona fisurada se ha llevado hasta un valor máximo, como contraste al caso anterior.

1) *Variables medidas*: 2 frecuencias de vibración.

En la figura 13 aparecen, como parámetros solución, los valores de 28 elementos fisurados, con  $I_{eq} = 155 \text{ cm}^4$ .

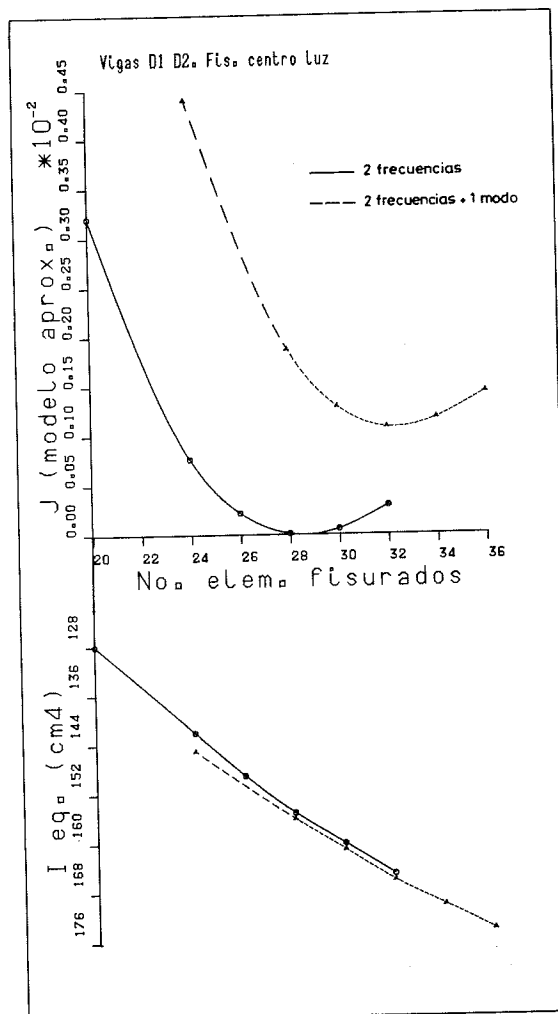


Fig. 13. Vigas D1, D2. Variables interpoladas: primera y segunda frecuencia de vibración (trazo continuo); primera y segunda frecuencia y primer modo de vibración (trazo discontinuo).

2) *Variables medidas*: 2 frecuencias + 1 modo.

De la forma de la curva discontinua de la figura 13, junto con los resultados del modelo exacto, se obtiene como solución la de 30 elementos fisurados, con  $I_{eq} = 161 \text{ cm}^4$ , solución que queda verificada mediante el ensayo estático correspondiente, obteniéndose un valor de la flecha estática en el modelo, con un error del 4,5 por 100 con respecto al valor experimental.

## 4. CONCLUSIONES

En la tabla 4 aparece un resumen de los resultados de identificación de la fisuración llevados a ca-

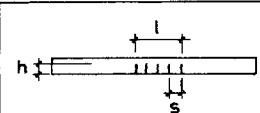
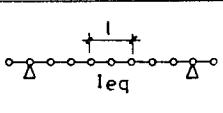
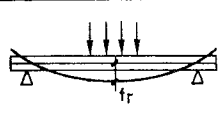
bo en los 4 lotes de vigas. A la vista de la misma, y junto con lo que hemos ido comentando en el apartado de interpretación de resultados, podemos extraer las siguientes conclusiones:

#### 4.1. Relativas al método y técnica experimental

1) Se ha puesto de manifiesto cómo, incluso a nivel de laboratorio, resulta más sencillo instrumentar una estructura con acelerómetros que con transductores de desplazamiento. De aquí que deban potenciarse todos aquellos métodos de análisis de vibraciones que tengan en cuenta la utilización de aquéllos.

2) Se ha visto la importancia que tiene el excitar la estructura en el lugar adecuado, a fin de que todos los modos de vibración que quieran identificarse entren en juego; así como el colocar los aparatos de medida en los puntos donde dichos modos son más significativos.

3) El método de detección de patologías que aquí se propone, se ha mostrado perfectamente válido, tanto para la detección de un problema de fisuración como para la estimación de las condiciones de apoyo reales, siempre y cuando se tengan en cuenta las siguientes consideraciones:

Lote	Prototipo	Modelo	Ensayo estático	$\epsilon = \frac{f_r - f_t}{f_r} (\%)$
A1, A2	 $s = 5 \text{ cm.}$ $l = 45 \text{ cm en centro luz}$ $h = 3 \text{ cm.}$	 $l_e = 2,5 \text{ cm}$ $l = 55 \text{ cm.}$ $I_{eq} = 167 \text{ cm}^4$ $f_t = 282 \text{ micras}$	 $P = 25 \text{ Kg}$ $f_r = 275 \text{ micras}$	2,5
B1, B2	$s = 3 \text{ cm}$ $l = 27 \text{ cm en cuartos luz}$ $h = 3 \text{ cm}$	$l_e = 1,5 \text{ cm}$ $l = 51 \text{ cm}$ $I_{eq} = 121 \text{ cm}^4$ $f_t = 341$	$P = 28 \text{ Kg}$ $f_r = 357$	4,5
C1, C2	$s = 3 \text{ cm}$ $l = 21 \text{ cm en centro luz}$ $h = 3 \text{ cm}$	$l_e = 1,5 \text{ cm}$ $l = 24 \text{ cm}$ $I_{eq} = 126 \text{ cm}^4$ $f_t = 307$	$P = 28 \text{ Kg}$ $f_r = 315$	2,5
D1, D2	$s = 5 \text{ cm}$ $l = 65 \text{ cm en centro luz}$ $h = 3 \text{ cm}$	$l_e = 2,5 \text{ cm}$ $l = 75 \text{ cm}$ $I_{eq} = 161 \text{ cm}^4$ $f_t = 327$	$P = 25 \text{ Kg.}$ $f_r = 313$	4,5

NOTA: Obsérvese la concordancia entre valores de  $I_{eq}$  y longitud del elemento ( $l_e$ ) para los casos A y D, B y C. Ello indica la semejanza en cuanto a grado de fisuración (separación, abertura y profundidad de la fisura) entre dichos casos.

Tabla 4. Resumen de los resultados experimentales.

a) Debe utilizarse el máximo número posible de variables que deben aproximarse, siendo de suma importancia que entre ellas se encuentren los modos de vibración, ya que su utilización resulta imprescindible para determinar correctamente la localización y longitud de la zona fisurada, así como la contundencia de dicha fisuración (Véanse resultados del lote B1, B2).

b) El proceso de minimización de mínimos cuadrados debe ser tal que asigne un peso adecuado, tanto a los modos de vibración como a las frecuencias de vibración más bajas (mínimos cuadrados con pesos), ya que de lo contrario se pierde toda la información contenida en los mismos.

c) Resulta imprescindible medir, como mínimo, 2 frecuencias de vibración, no sólo en cuanto a la obtención correcta de la zona fisurada y la inercia equivalente, sino para poder evaluar correctamente las condiciones de apoyo reales.

4) El método se ha mostrado como altamente sensible, puesto que se han identificado perfectamente zonas fisuradas de pequeña y gran extensión dentro de la longitud total de la viga.

5) Tal como puede verse en la tabla 4, en todos los casos, mediante la conjunción de una prueba dinámica y un modelo teórico con los parámetros adecuados, se ha conseguido estimar la flecha estática en el punto medio de las vigas, con un error menor al 5 por 100.

6) El hecho de no ser necesaria la medida de la excitación para la aplicación práctica del método, pone de manifiesto la posibilidad de su utilización al caso de las vibraciones obtenidas en un puente por causa del tráfico existente en el mismo; más aún, si tenemos en cuenta la igualdad entre los parámetros modales obtenidos de un proceso de vibración libre y de un proceso de vibración forzada debida al paso de un vehículo (6), (12).

#### 4.2. Relativas al estudio y análisis de vibraciones

1) Se ha comprobado cómo mediante las técnicas adecuadas de análisis de una señal vibratoria, no existe dificultad alguna en extraer de los registros de aceleración todos aquellos parámetros dinámicos modales que nos son necesarios para el posterior proceso de inspección, no hallándonos, por tanto, limitados a la utilización de transductores de desplazamiento, de utilización mucho más compleja.

2) Se ha verificado experimentalmente el correcto funcionamiento del método de Prony modificado según la formulación y puesta a punto que queda expuesta en (6), de cara a la obtención de los parámetros dinámicos modales a partir de una vibración libre amortiguada.

3) Se ha comprobado la adecuación del modelo teórico tipo viga, para el cálculo de las frecuencias y modos de vibración, en el caso de estructuras lineales como las aquí estudiadas.

#### 5. AGRADECIMIENTOS

Los autores desean manifestar su agradecimiento a la CAICYT (Comisión Asesora de Investigación Científica y Técnica) del Ministerio de Educación y Ciencia, por la subvención concedida al Proyecto de Investigación 1176-84: "Desarrollo teórico y experimental de un sistema de control activo para optimizar la respuesta dinámica de tableros de puentes sometidos a cargas excepcionales", gracias a la cual ha sido posible la adquisición de parte del material de laboratorio utilizado en la campaña de ensayos descrita.

#### 6. BIBLIOGRAFIA

1) Preface of the Second Bridge Engineering Conference. Transportation Research Record No 950, Volume 1, 1984.

2) Federal Highway Administration: "Highway bridge replacement and rehabilitation program". 7th Annual Report to Congress, U.S. Department of Transportation, 1986.

3) "Concrete durability, an investigation of recently constructed motorway bridges in Denmark". Danish Ministry of Transport, The Road Directorate. Bridge Division, May 1980.

4) Leonhardt F.: "Prevention of damages in bridges", 9th International Congress of the FIP, Stockholm, Jun. 6-10, 1982.

5) Tolchin M. "\$ 50 billion needed for bridge repair, Congress is told by Federal Agency". The New York Times, Abr. 12, 1987.

6) Casas, J.R.: "Estudio de la respuesta dinámica como método de inspección y control de tableros de puentes de hormigón armado y pretensado". Tesis Doctoral en curso de realización. E.T.S. de Ingenieros de Caminos de Barcelona. Universidad Politécnica de Catalunya.

7) Cawley P., Wooldrey A.M., Adams R.D.: "Production quality control using vibration measurements". Proceedings of the 3th European Conference on nondestructive testing. Florence 15-18 Oct. 1984.

8) Askegaard V., Langsoe H.E.: "Correlation between changes in dynamic properties and remaining carrying capacity". *Materiaux et Constructions*, Vol. 19, No 109, pag. 11-19.

9) De Mars P.H., Hardy D.: "Mesure des efforts dans les structures à cables".



10) Sukhvarsh J., Milad M.S.: "Dynamic Stiffness and vibration of reinforced concrete beams". ACI Journal, Mar-Abr. 1985.

11) Bruce M. Douglas, Wayne H. Reid: "Dynamic tests and system identification of bridges". Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 108, No ST10, Oct. 1982.

12) Aparicio A.C., Casas J.R.: "Resultados y conclusiones de las pruebas efectuadas en el paso superior de Alfonso X, en el Cinturón de Ronda de Barcelona: una fuente de enseñanza". Hormigón y Acero No 162, 1987, pp. 33-141.

13) Bathe K.J., Wilson E.L.: "Numerical methods in finite element analysis". Prentice-Hall Inc., 1976.

14) Eykhoff, P.: "System identification: Parameter and state estimation". John Wiley and sons, 1974.

## RESUMEN

La gran mayoría de los puentes europeos y americanos presentan, en la actualidad, una vida media entre 30 y 40 años, lo cual hace que empiecen a aparecer en los mismos problemas importantes de seguridad y funcionalidad que obligan a la reparación de los mismos, e incluso a su sustitución. Una política adecuada de rehabilitación de puentes, requiere el conocimiento preciso de cuál es el estado actual de los mismos, por parte de las Administraciones gestoras correspondientes. Ello sólo es posible mediante una inspección correcta y detallada. Los actuales métodos de inspección tienen su base en el examen visual de la obra, el cual presenta serias limitaciones, siendo necesaria la puesta a punto de nuevos métodos de inspección y control. En la comunicación, se presentan las posibilidades de aplicación de un método que puede alternar o complementar a dicho examen visual.

En primer lugar, se justifica, teórica y experi-

mentalmente, la posibilidad de detección de fallos y patologías en las estructuras, por medio del estudio de la respuesta dinámica de las mismas, y de aquí su adecuación como técnica no destructiva de control e inspección. Posteriormente, se efectúa la formulación teórica del método, evaluándose aquellos parámetros dinámicos que más pueden verse influenciados por las distintas patologías que más comúnmente se presentan en las estructuras en general y en los puentes en particular.

Por último, el método se aplica en la determinación y evaluación de distintas patologías simuladas en una estructura a escala reducida, obteniéndose resultados plenamente satisfactorios, y deduciéndose importantes conclusiones relativas al método y técnicas experimentales, así como al estudio y análisis de los registros obtenidos en un proceso de vibración de la estructura.

## SUMMARY

In this paper a theoretical and experimental study about the possibility of detecting structural failures of structures and pathologies through the analysis of the dynamic response is presented.

The first part of paper deals with the theoretical analysis on the influence that changes in static scheme and cracking have on the dynamic behaviour of concrete structures. In the second part, an evaluation of dynamic parameters that may be influenced by the common pathologies of concrete bridges and other structures is carried out. Finally, the theoretical method is checked with a set of laboratory tests carried out on concrete beams built with a simulated pathology, obtaining very satisfactory results and deducing important conclusions connecting with the experimental method know-how and the analysis of structure vibration signals recorded.

## Test de conocimientos de estructuras

SOFT, Biblioteca de Programas ha organizado y enviado a todos los arquitectos españoles un test de conocimientos de estructuras, encaminado a evaluar los diferentes criterios utilizados a la hora de calcular las estructuras en un proyecto.

Las respuestas recibidas optaban al sorteo de un ordenador HP-VECTRA CS con disco duro de 20 Mb y los programas PRESTO y TRAVE de la biblioteca SOFT.

Dicho sorteo se celebró el día 4 de marzo, tal como estaba estipulado en las bases, en las oficinas de SOFT en Madrid (C/Santísima Trinidad, 32) y

siguiendo el procedimiento de extracción al azar de una de las tarjetas-respuesta, previamente ensacadas. Resultó agraciado D. José Antonio López Martínez, arquitecto de Sevilla, quien ha recogido personalmente el premio, en el mismo lugar, el pasado viernes 8 de abril.

Dado el gran éxito alcanzado por esta iniciativa - el índice de respuestas al test ha superado el 9 por 100 sobre el total de arquitectos (1.260 tarjetas)-, SOFT ha elaborado con los datos recibidos una interesante y significativa estadística, de la que serán informados todos los arquitectos junto con el envío de las respuestas correctas.

## Traducción de normas alemanas al español

Desde hace más de 30 años, el Instituto Alemán de Normalización (DIN) traduce las Normas DIN a idiomas extranjeros, para fomentar el comercio internacional.

En la actualidad, existe ya una amplia colección de normas en versión española, que representan un potencial de información indispensable para el profesional interesado en el campo de la normalización, especialmente en vista de la entrada de España en la CEE.

Los temas específicos a los que se refieren estas normas son:

— Ensayos de materiales; Técnicas de medición; Metales; Semiproductos; Materias sintéticas; Industria de la construcción; Química; Electrotécnica; Elementos de fijación; Herramientas.

Los interesados en dichas traducciones podrán obtener una lista completa, que el DIN distribuye gratis, dirigiéndose a:

DIN Deutsches Institut für Normung e.V.  
Sprachendienst  
Burggrafenstrasse 6  
D-100 Berlín 30 R.F.A.

# Resistencia a la helada de pilares de hormigón

Adolfo Delibes Liniers  
Dr. Ing. de Caminos  
Jaime Fernández Gómez  
Dr. Ing. de Caminos  
Germán González Isabel  
Ing. T. de Obras Públicas  
INTEMAC

## 1. INTRODUCCION

El Ingeniero o Arquitecto responsable de la construcción de una obra se plantea en ocasiones la necesidad de tomar una decisión sobre elementos estructurales que, accidentalmente, han sido sorprendidos por una helada importante. En ocasiones nos hemos visto enfrentados a este problema [véase la referencia bibliográfica (1)].

Es conocido el hecho de que una helada prematura conduce a un daño irreparable para el hormigón. De acuerdo con la bibliografía habitual, el daño puede suponer una pérdida de resistencia a compresión de hasta el 40 por 100 de la resistencia inicial. Esta pérdida es por supuesto irrecuperable. La normativa de uso frecuente [referencia (2)] considera que el hormigón habrá sufrido los daños descritos si la helada le afectó antes del comienzo de su endurecimiento, cuando la resistencia era inferior a unos 35 a 70 kp/cm<sup>2</sup>. Distintas investigaciones atribuyen esta sensibilidad a la presencia, en el hormigón, de agua libre no consumida aún en el proceso de hidratación del cemento. A mayor contenido de agua libre, mayor sensibilidad a la helada. De acuerdo con esta interpretación, y con un carácter más bien simplista, es de suponer que cuanto más joven sufra el hormigón las bajas temperaturas mayor será el daño alcanzado.

La interpretación del nivel de daño ante una obra concreta se basa generalmente en la realización de ensayos no destructivos, la inspección detallada in-situ y la extracción y ensayo de probetas testigo. En el ejemplo anteriormente citado, llegamos a tomar la decisión basándonos en las determinaciones de la velocidad de paso de los ultrasonidos. Las características del hormigón dañado y del hormigón no dañado podrían resumirse en los datos siguientes:

### HORMIGON DAÑADO

Resistencia = 50 a 125 Kp/cm<sup>2</sup>

Velocidad de ultrasonidos = 2,6 a 3,0 Km/s

### HORMIGON NO DAÑADO

Resistencia = 150 a 250 Kp/cm<sup>2</sup>

Velocidad de ultrasonidos = 3,2 a 4,2 Km/s.

Los datos anteriores están extraídos de (1) y corresponden a medidas realizadas sobre soportes de dimensiones 25 x 25 a 35 x 35 cm que sufrieron los efectos de heladas con temperaturas medias de -2°C y temperaturas mínimas de -12°C.

Otras investigaciones han señalado un camino parecido para el diagnóstico del nivel de daño alcanzado en una estructura real. La referencia (3) contiene un ejemplo muy detalladamente descrito.

## 2. COMPORTAMIENTO DEL HORMIGON FRENTE A BAJAS TEMPERATURAS

De acuerdo con ACI 306 R-78 el hormigón es sensible a las heladas especialmente cuando su resistencia a compresión es inferior a 35 Kp/cm<sup>2</sup>. Esta resistencia se considera crítica y permite determinar la edad en la que es imprescindible su protección. Cuando el hormigón sufre una helada en este plazo, experimenta un aumento de volumen producido por la congelación del agua intersticial. Como se ha indicado, existe en este momento una cantidad apreciable de agua libre, aún no combinada en el proceso de hidratación del cemento,

Las investigaciones más conocidas sobre el nivel de daño en el hormigón se refieren, sin embargo, a ensayos realizados sobre probetas moldeadas, y falta una detallada correlación de estos datos con el comportamiento del hormigón en obra. Es conocido el hecho de que para temperaturas hasta -4 ó -5°C, la helada producirá únicamente un retraso en el endurecimiento. A largo plazo, las resistencias alcanzadas serán incluso superiores a las de un hormigón conservado en condiciones normalizadas (20°C). Temperaturas inferiores pueden producir el daño antes mencionado. Una vez producido éste, el concepto de madurez, que es aplicable a la previsión de resistencias en todos los casos anteriores, deja de ser válido.

### 3. PLAN DE ENSAYOS

Al objeto de estudiar de manera sistemática los aspectos anteriores, se planteó el plan de ensayos de resistencia a la helada de pilares de hormigón, complementado con la determinación de la variación en las características mecánicas del material, que seguidamente se exponen.

Se trata de determinar la resistencia de soportes de hormigón armado, con cuantía baja de armaduras, fabricados con hormigones en que se emplearon tres tipos distintos de cemento: P-450 ARI, PA-350 de escoria siderúrgica y PA-350 con adición de puzolana. Los ensayos se realizaron a la edad de 28 días, tras un ciclo de curado que comprende un curado inicial a temperaturas mínimas variables entre  $-15$  y  $20^{\circ}\text{C}$ . El cuadro n° 1 incluye la definición de estos elementos. Los ensayos hasta rotura de los soportes se complementan con medidas de la velocidad de paso de ultrasonidos, realizadas por transmisión directa e indirecta empleando un aparato STEINKAMP BP IV.

El ciclo de curado inicial a bajas temperaturas, se realiza gracias a la disposición de una cámara de gran volumen con temperatura regulable hasta  $-40^{\circ}\text{C}$ . El hormigonado se realizaba (tras el amasado del hormigón en condiciones ambiente) dentro de la cámara, a la temperatura prevista. El ciclo de curado inicial comprendía un plazo de aproximadamente 72 horas hasta realizar el desencofrado. El ciclo térmico de curado se describe más adelante.

Los ensayos de soportes se complementan con otros realizados sobre probetas:

- Determinación de la resistencia a compresión, en probetas cilíndricas 15 x 30 cm.
- Determinación de la resistencia a tracción (brasileño), en probetas cilíndricas 15 x 30 cm.
- Determinación de la resistencia a flexotracción, en probetas prismáticas de 60 x 15 x 15 cm.
- Determinación de las características de adherencia con las armaduras, en probetas cúbicas de 20 cm de arista.

La dosificación del hormigón empleado fue la siguiente:

- Grava de 20 mm:  $1.000 \text{ Kg/m}^3$
- Arena:  $800 \text{ Kg/m}^3$
- Cemento: -variable-
- P-450 ARI:  $280 \text{ Kg/m}^3$
- PA-350:  $320 \text{ Kg/m}^3$ .

La dosificación de agua fue la necesaria para obtener una consistencia "blanda".

Las armaduras fueron tipo AEH-400N, de 12 mm de diámetro. La armadura de cada pilar procedía de una única barra de 12 m de longitud.

El proceso de hormigonado se realizó con dos amasadas de 350 litros aproximadamente, para cada una de las series de ensayos, definidas por un tipo de cemento y una temperatura de curado. Las piezas que se iban a curar en condiciones ambiente, se hormigonaron simultáneamente en cada una de las amasadas.

En las fotografías n° 1 a 5 pueden verse algunos aspectos del plan de ensayos realizado.

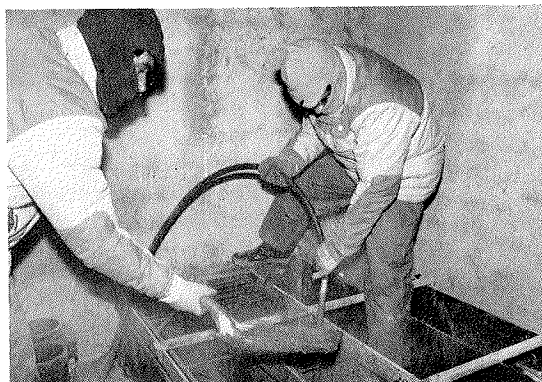


Foto 1. Hormigonado a bajas temperaturas.

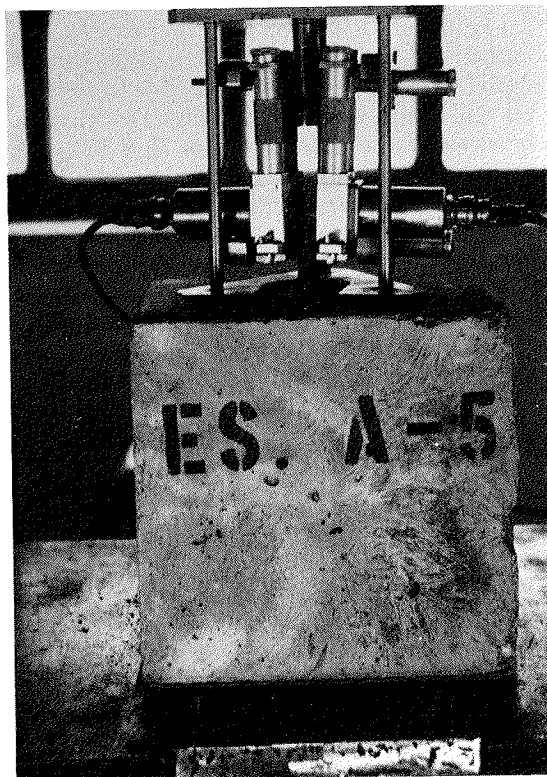


Foto 2. Realización de un ensayo de "Pull-out" en una probeta curada inicialmente a  $-15^{\circ}\text{C}$ .

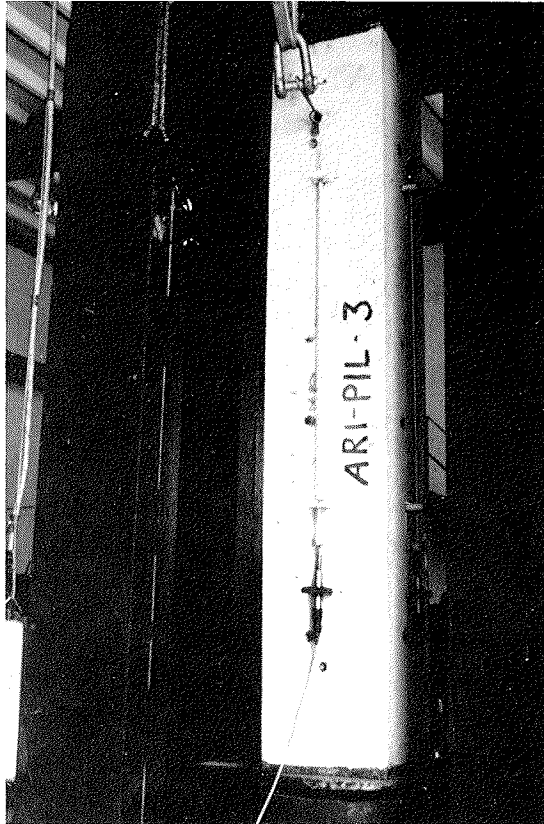


Foto 3. Disposición del ensayo de un pilar.



Foto 4. Detalle de la rotura de un pilar.



Foto 5. Pilares ensayados a compresión.

## 4. RESULTADOS DE ENSAYO

Los resultados registrados que seguidamente se comentan, deben complementarse con los datos obtenidos durante la inspección visual. En todos los casos se apreció claramente el proceso de congelación del hormigón, de manera que al inspeccionar la cámara de curado con las probetas en su interior, se observaba la presencia de abundantes lentejones de hielo y el hormigón con una consistencia muy dura. Al proceder a la descongelación e ir aumentando la temperatura ambiente, se observaba la fusión del hielo y la ganancia superficial de una cierta cantidad de agua. El color del hormigón era inicialmente muy oscuro. El proceso de desencofrado debía hacerse con suma precaución a fin de evitar la rotura o daños en los bordes y esquinas de las piezas. Se observaba asimismo que las probetas de menor tamaño eran más delicadas que los soportes. Durante el proceso posterior de conservación a temperatura ambiente, se observaron esporádicamente las piezas, pudiéndose determinar cómo avanzaba el proceso de endurecimiento.

### 4.1. Resistencia de probetas

El cuadro n° 1 resume los resultados de ensayo obtenidos sobre probetas cilíndricas de 15 x 30 cm y prismáticas de 15 x 15 x 60 cm.

En dicho cuadro puede observarse la organización de la fabricación de las distintas probetas y piezas.

### 4.2. Ensayos de adherencia

Los ensayos de adherencia, por pull-out, se realizaron de acuerdo con la especificación RILEM correspondiente, sobre probetas de 20 cm de arista modificadas para obtener una longitud adherente de 10 cm. Los resultados de ensayo se resumen en el cuadro n° 2, donde se deducen los parámetros siguientes:

- Tensión media de adherencia ( $\tau_m$ )
- Tensión de rotura de adherencia ( $\tau_u$ )
- Deslizamiento bajo carga máxima ( $g_u$ ).

### 4.3. Evaluación del daño en pilares

En el momento de realizar el ensayo, a la edad de 28 días, se determinó la velocidad de paso de ultrasonidos, por transmisión directa e indirecta, en tres secciones a lo largo del soporte. Los resultados de estas mediciones se resumen en el cuadro n° 3. En cada caso se expresan los siguientes parámetros estadísticos:

- Valor medio de la velocidad de propagación (M).

**CUADRO 1**  
**Ensayos de materiales**  
**Probetas cilíndricas 15 x 30 cm y prismáticas**

Amasada	Cemento tipo	Curado inicial	Pilares N°	Asiento de cono (cm)	Ambiente		Resistencia (Kp/cm <sup>2</sup> ) *		
					T (°C)	HR (%)	f <sub>c</sub>	f <sub>ct</sub>	f <sub>ctflex</sub>
1 2 (1)	ARI	-15°C	1 y 3	6	27	80	146	12,9	27,3
		-15°C	2	7	27	80	105	10,5	26,4
		Amb.	-			Referencia	(261)	(22,4)	(36,8)
3 4 (3)	PUZ	-15°C	1 y 3	6	26	57	104	11,4	20,3
		-15°C	2	7	26	57	121	11,7	24,6
		Amb.	-			Referencia	(214)	(21,8)	32,4
7 8 (7)	ARI	- 5°C	4 y 6	7	25	53	263	21,5	38,5
		- 5°C	5	6	25	53	279	22,8	36,8
		Amb.	-			Referencia	(240)	(22,7)	(30,6)
11 12 (11)	ESC	- 5°C	4 y 6	7	28	53	205	19,7	34,0
		- 5°C	5	7	28	53	155	13,9	34,9
		Amb.	-			Referencia	(243)	(24,2)	(39,2)
9 10 (9)	PUZ	- 5°C	4 y 6	7	25	58	130	15,2	27,9
		- 5°C	5	7	25	58	110	13,6	25,8
		Amb.	-			Referencia	(202)	(18,7)	(33,9)
5 6 (5)	ESC	-15°C	1 y 3	7	28	53	108	10,3	26,0
		-15°C	2	7	28	53	96	9,4	23,1
		Amb.	-			Referencia	(256)	(24,4)	(38,1)

NOTA (\*): Los resultados de las amasadas (1), 2, (3), 4, (5), 6, (7), 8, (9), 10, (11) y 12 son la media de dos probetas análogas, en cada caso. Los de las 1, 3, 5, 7, 9 y 11 son resultados individuales.

-Valor medio del coeficiente de variación (V), expresado en tanto por ciento.

Los diagramas 4.1 y 4.2 contienen los gráficos de evolución de las temperaturas durante el plazo inicial de curado, hasta las 100 horas, contadas a partir del hormigonado, en que se alcanzó la temperatura ambiente.

#### 4.4. Resistencia de los pilares

El cuadro n° 4 resume los resultados obtenidos en el ensayo a compresión de los soportes. Se indica la carga de rotura alcanzada (N<sub>u</sub>) y la deformación última (ε<sub>u</sub>). Los resultados de ensayo incluyen la determinación del diagrama cargas-deformaciones de cada soporte. De las determinaciones de deformaciones, y teniendo en cuenta el diagrama de las armaduras obtenido en los ensayos de control, se puede deducir, por diferencia, el comportamiento del hormigón. Así se obtenían diagramas como el de la figura n° 1, para cada uno de los soportes ensayados, que incluyen:

- 1.- Diagrama cargas-deformaciones del soporte.
- 2.- Diagrama tensión-deformación del hormigón.
- 3.- Diagrama tensión-deformación de las armaduras.

Los resultados así expresados no ofrecen diferencias apreciables de unos ensayos a otros. Se han tomado como más significativas la carga máxima y la deformación última antes señaladas.

El cuadro n° 4 incluye también el resumen de las determinaciones de las velocidades de ultrasonidos. Dichos resultados se resumen a continuación en los cuadros n° 5 y 6. En el primero de ellos puede observarse que las cargas de rotura, expresadas en función de la carga de rotura teórica de cada uno de los soportes, no concuerdan con los resultados obtenidos. Esta circunstancia pone de manifiesto la no representatividad de los resultados de ensayo obtenidos sobre probetas moldeadas, en relación con la resistencia "real" del hormigón de los pilares, como consecuencia de la mayor sensibilidad de dichas probetas a los efectos de la helada.

CUADRO 2

Ensayos de adherencia = P.O.T. ( $\lambda_b = 10 \text{ cm}$ )

Resultados obtenidos

Condiciones	Probeta	Tensiones tangenciales, ( $\delta =$ )				$\tau_u$ Kp/cm <sup>2</sup>	$\xi_u$ mm
		0,01	0,10	1,0	$\tau_m$		
-15°C (1)	ARI A-1	26,5	39,8	107,4	57,9	109,0	1,21
Amb. (1)	ARI A-2	26,5	59,2	142,2	76,0	142,2	1,00
Amb. (1)	ARI A-3	30,5	67,1	138,5	78,7	139,0	1,05
-15°C (2)	ARI A-4	21,5	32,6	95,8	50,0	98,9	1,30
-15°C (2)	ARI A-5	19,4	29,2	80,4	43,0	83,3	1,40
-15°C (3)	PUZ A-1	6,90	15,4	58,9	27,1	63,4	1,50
Amb. (3)	PUZ A-2	26,8	71,4	108,8	69,0	109,6	1,20
Amb. (3)	PUZ A-3	15,9	42,4	102,4	53,6	103,4	1,15
-15°C (4)	PUZ A-4	11,9	21,2	77,5	36,9	83,3	1,50
-15°C (4)	PUZ A-5	10,6	26,5	63,7	33,6	68,2	1,75
- 5°C (7)	ARI A-6	21,2	61,0	127,3	69,8	141,9	2,70
Amb. (7)	ARI A-7	26,5	60,6	134,0	73,7	134,0	1,00
Amb. (7)	ARI A-8	32,4	55,7	114,6	67,6	120,7	1,35
- 5°C (8)	ARI A-9	40,8	75,6	139,3	85,2	147,2	1,45
- 5°C (8)	ARI A-10	43,8	62,9	131,3	79,3	132,6	1,40
- 5°C (11)	ESC A-6	6,1	17,5	61,0	28,2	62,3	1,25
Amb. (11)	ESC A-7	22,3	54,6	112,2	63,0	113,5	1,30
Amb. (11)	ESC A-8	23,9	43,0	99,7	55,5	103,2	1,45
- 5°C (12)	ESC A-9	2,6	14,1	70,8	29,2	73,7	1,60
- 5°C (12)	ESC A-10	8,8	23,9	72,2	34,9	75,9	1,55
- 5°C (9)	PUZ A-6	5,0	17,2	106,4	42,9	109,3	1,40
Amb. (9)	PUZ A-7	23,6	59,4	152,5	78,5	153,6	1,25
Amb. (9)	PUZ A-8	34,5	70,8	139,8	81,7	139,8	1,10
- 5°C (10)	PUZ A-9	10,4	16,7	74,5	33,9	82,0	1,50
- 5°C (10)	PUZ A-10	11,1	22,8	95,8	43,2	97,6	1,30
-15°C (5)	ESC A-1	39,8	57,8	78,8	58,8	78,8	1,25
Amb. (5)	ESC A-2	47,7	83,0	143,2	91,3	143,2	1,05
Amb. (5)	ESC A-3	27,9	68,4	143,5	79,9	143,5	1,20
-15°C (6)	ESC A-4	18,0	31,8	95,0	48,4	95,2	2,50
-15°C (6)	ESC A-5	25,5	41,1	92,8	53,1	95,8	1,50

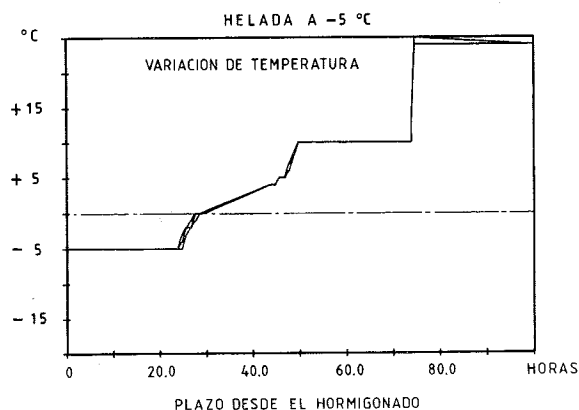


Diagrama 4.1.

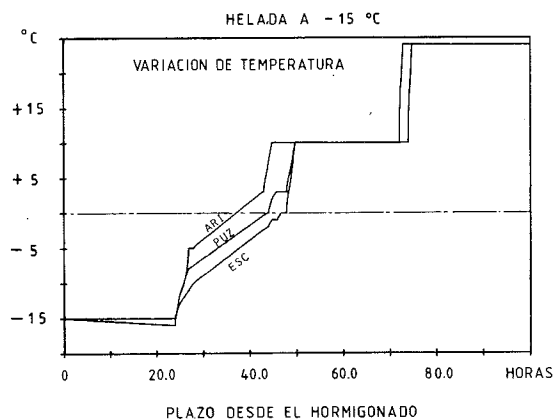


Diagrama 4.2.

**CUADRO 3**  
**Velocidad de ultrasonidos**  
**Valores medios (M) y Coeficiente de Variación (V)**

Soporte	Curado Inicial	Velocidad de propagación, Km/s			
		Directa		Indirecta	
		M	V · 100	M	V · 100
ARI P-1	-15°C	4,30	1,9	4,07	1,7
ARI P-2	-15°C	4,19	4,0	4,00	2,6
ARI P-4	-5°C	4,31	0,8	4,02	1,3
ARI P-5	-5°C	4,31	1,5	4,05	1,1
ARI P-3	Amb.	4,15	0,9	3,92	1,4
ARI P-6	Amb.	4,19	2,4	3,95	2,3
PUZ P-1	-15°C	4,19	4,6	4,03	3,3
PUZ P-2	-15°C	4,20	3,3	4,03	1,0
PUZ P-4	-5°C	4,11	2,4	3,88	1,5
PUZ P-5*	-5°C	4,27	3,0*	4,04	2,4*
PUZ P-3	Amb.	4,19	1,3	4,03	1,4
PUZ P-6	Amb.	4,15	1,5	3,96	1,0
ESC P-1	-15°C	4,02	3,7	3,91	3,5
ESC P-2	-15°C	4,17	6,5	3,96	3,0
ESC P-4	-5°C	4,42	1,6	4,24	0,7
ESC P-5	-5°C	4,41	1,5	4,18	1,8
ESC P-3	Amb.	4,25	1,4	4,01	1,4
ESC P-6	Amb.	4,34	1,3	4,15	1,4
Media **	-15°C	4,18	4,0	3,99	2,5
	- 5°C	4,30	1,8	4,07	1,5
	Amb.	4,21	1,5	3,97	1,5

**NOTAS:**

(\*) Con zonas muy fisuradas, anulándose un resultado excesivamente desfavorable.

(\*\*) Se aprecia un aumento de la velocidad con el curado inicial a -5°C. En el caso más desfavorable (-15°C) no se aprecia una disminución de velocidad, detectándose, en cambio, un ligero aumento de la dispersión.

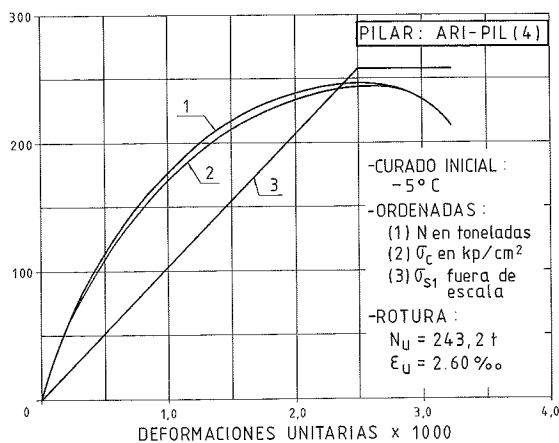


Fig.1. Diagramas esfuerzo - deformación obtenidos en el ensayo.

**5. ANALISIS DE LOS RESULTADOS**

Los resultados antes mencionados pueden interpretarse, de acuerdo con lo anteriormente expuesto, en relación con los valores medios deducidos en los cuadros n° 6 y 7. Las conclusiones finales se deducen de los resultados medios de este último. En efecto, las dispersiones de ensayo incluso entre probetas o soportes de distintas amasadas son suficientemente pequeñas como para considerar válida la interpretación de los resultados medios. Así pueden establecerse las observaciones siguientes:

1º) La resistencia a compresión determinada en probetas cilíndricas 15 x 30 es muy sensible a los efectos de la helada. Las bajas de resistencia pueden ser incluso superiores a las referidas en la bibliografía, pues llegan a alcanzar un 59 por 100



**CUADRO 4**  
**Ensayos de soportes**  
**Resultados obtenidos**

Soporte	Carga máx. $N_u$ (t)	Def. última $\epsilon_u \times 1000$	Ultrasonidos		Curado inicial
			Directa	Indirecta	
ARI-PIL (1)	(205,8)	2,0	4,30	4,07	-15°C
ARI-PIL (2)	(203,8)	1,75	4,19	4,00	-15°C
ARI-PIL (3)	(226,0)	2,2	4,15	3,92	Amb.
PUZ-PIL (1)	(164,3)	1,56	4,19	4,03	-15°C
PUZ-PIL (2)	(188,4)	1,94	4,20	4,03	-15°C
PUZ-PIL (3)	(188,1)	2,37	4,19	4,03	Amb.
ARI-PIL (4)	(243,2)	2,60	4,31	4,02	-5°C
ARI-PIL (5)	(246,0)	2,46	4,31	4,05	-5°C
ARI-PIL (6)	(212,7)	2,34	(4,19)	(3,95)	Amb.
ESC-PIL (4)	(227,6)	1,94	4,42	4,24	-5°C
ESC-PIL (5)	(214,7)	1,96	4,41	4,18	-5°C
ESC-PIL (6)	(230,5)	2,36	4,34	4,15	Amb.
PUZ-PIL (4)*	(170,0)	1,84	4,11	3,88	-5°C
PUZ-PIL (5)*	(164,1)	1,89	4,27	4,04	-5°C
PUZ-PIL (6)*	(172,8)	1,87	4,15	3,96	Amb.
ESC-PIL (1)*	(195,2)	2,05	4,02	3,91	-15°C
ESC-PIL (2)*	(173,3)	1,61	4,17	3,96	-15°C
ESC-PIL (3)*	(239,1)	2,35	4,25	4,01	Amb.

NOTA (\*) Se retrasó 24 h el desmoldeo, dado el aspecto del hormigón.

en el caso de heladas con cementos PA-350 de escoria. Con cementos tipo ARI la baja de temperatura, con un límite de -5°C, no produce daños en las probetas.

2°) La resistencia a tracción indirecta, con helada hasta -15°C, conduce a conclusiones prácticamente idénticas a las establecidas en base al ensayo a compresión. Con helada a -5°C se aprecia claramente una influencia menor de la helada, con bajas máximas de resistencia del orden del 30 por 100; igualmente, con cemento tipo ARI no se observa un daño apreciable.

3°) La resistencia a flexotracción es menos sensible que las anteriores a la helada. Las bajas de resistencia con curado hasta -15°C, dependen también del tipo de cemento. Igualmente, se obtiene un daño máximo del 36 por 100 para el cemento PA-350 de escorias. Con helada a -5°C el hormigón de cemento ARI acusa más bien un aumento de resistencia. Con los cementos PA-350 y para esta helada moderada, las bajas de resistencia son del 17 y 11 por 100, respectivamente.

4°) Las condiciones de adherencia, determinadas en base a las tensiones media y de rotura de adherencia, reflejan un daño análogo, al determi-

narse en base a las probetas cilíndricas 15 x 30. Como en todos los casos, puede intuirse una ligera mejoría del hormigón de cemento tipo ARI, cuando se le somete a una helada inicial de -5°C.

5°) El comportamiento de los soportes de hormigón es muy diferente del detectado sobre las probetas anteriores. Los daños, visibles en la superficie del hormigón, no se detectan sin embargo fácilmente mediante determinaciones de la velocidad de paso de ultrasonidos. Solamente la dispersión de algunas medidas (véase el cuadro n° 4, valores medios) acusan de manera clara la influencia de la helada, puesto que el coeficiente de variación de los resultados prácticamente se duplica.

Lo anterior es, indudablemente, debido a un pequeño efecto de la helada en los soportes de 30 x 30.

Las medidas realizadas en obra en situaciones análogas, si bien con soportes de menor dimensión, acusan sin embargo notables pérdidas de la velocidad de propagación. El diagnóstico en obra basado en la dispersión de la velocidad de propagación es siempre problemático. Sólo podrá ser utilizado con criterios probabilistas y difícilmente con criterios deterministas, para

**CUADRO 5**  
**Ensayos de soportes**

**Carga teórica de rotura**

$$N_{ut} = 0,85 f_c A_c + 18,54 = 0,765 f_c + 18,54 \text{ (t)}$$

Con  $f_c$  en Kp/cm<sup>2</sup>

Cemento	Soporte	Curado	$f_c$	$N_{ut}$	$N_u$	$N_u/N_{ut}$	$\frac{N_u}{N_u \text{ patrón}}$
ARI	1 2 3	-15°C o Patrón	146	130,2	205,8	(1)	0,911
			105	98,9	203,8		0,902
			261	$N_{ut}^o = 218,2$	226,0		1,04
PUZ	1 2 3		104	98,1	164,3	(1)	0,872
			121	111,1	188,4		1,002
			214	$N_{ut}^o = 182,2$	188,1		1,03
ESC	1 2 3		108	101,4	195,2	(1)	0,816
			96	91,9	173,3		0,725
			256	$N_{ut}^o = 214,3$	239,1		1,12
ARI	4 5 6	-5°C o Patrón	263	219,7	243,2	1,11	1,143
			279	231,9	246,0	1,06	1,157
			240	$N_{ut}^o = 202,1$	212,7	1,05	--
PUZ	4 5 6		130	118,0	170,0	(1)	0,984
			110	102,7	164,1		0,950
			202	$N_{ut}^o = 173,0$	172,8		1,00
ESC	4 5 6		205	175,3	227,6	(1)	0,987
			155	137,1	214,7		0,931
			243	$N_{ut}^o = 204,4$	230,5		1,13
MEDIA					1,060		
DESVIACION TIPICA					0,051		

**NOTAS:**

(1) Las probetas no son representativas del hormigón del pilar.

(2) Con cemento ARI el curado inicial, hasta -5°C, no tiene efectos negativos pudiendo incluso producirse un ligero beneficio.

**CUADRO 6**  
**Resumen de resultados**  
**Valores Medios**

Cemento	Curado	Resistencia en Kp/cm <sup>2</sup>					Soportes	
		$f_c$	$f_{ct}$	$f_{flex}$	$\tau_m$	$\tau_u$	$N_u$	$V_T$
ARI	-15°C	126	11,7	26,8	50,3	97,1	205	4,24
	- 5°C	271	22,2	37,6	78,1	140,6	245	4,31
	Patrón*	250	22,6	33,7	74,0	134,0	219	4,17
PUZ	-15°C	112	11,6	22,4	32,5	71,6	176	4,20
	- 5°C	120	14,4	26,8	40,0	96,3	167	4,19
	Patrón*	208	20,7	32,2	70,7	126,6	180	4,17
ESC	-15°C	102	9,8	24,6	53,4	89,9	184	4,10
	- 5°C	120	16,8	34,4	30,8	70,6	220	4,42
	Patrón*	250	24,3	38,6	72,4	125,9	235	4,30

**CUADRO 7**  
**Conclusiones finales**

Condiciones		Resistencia relativa (%)					
Cemento	Curado	$f_c$	$f_{ct}$	$f_{flex}$	$\tau_m$	$\tau_u$	$N_u$ (%)
ARI	-15°C	50	52	79	68	72	90
	- 5°C	108	98	111	105	104	107
PUZ	-15°C	54	56	70	46	57	98
	- 5°C	58	70	83	57	76	93
ESC	-15°C	41	40	64	74	71	77
	- 5°C	48	69	89	40	56	93

NOTA: Las dispersiones de ensayo, incluso entre probetas de las sucesivas amasadas es suficientemente pequeña como para juzgar solamente los resultados medios.

aceptar o rechazar un elemento aislado. Si el daño por la helada es mayor que el registrado en estos soportes, nuestra experiencia anterior permite asegurar que se produce una notable baja de la velocidad media de los ultrasonidos, que complementa este aumento de la dispersión. La dispersión señalada es sensible a los daños observables en la superficie del hormigón. En cualquier caso estos daños sólo le afectan superficialmente, en el caso de los soportes.

6°) La resistencia relativa de los soportes se deduce de los datos finales del cuadro n° 5 y se resume en los contenidos en los cuadros n° 6 y 7. Puede observarse que la helada a -15°C produce daños comprendidos entre el 9 y el 23 por 100, dependiendo del tipo de cemento de la forma anteriormente indicada.

Con helada hasta -5°C se detectan daños muy pequeños, en general inferiores al 5 por 100, con los cementos PA-350 de escoria o puzolana. Se detecta, por el contrario, un apreciable aumento de resistencia, del orden del 15 por 100, con cemento tipo ARI.

## 6. CONCLUSIONES

Los resultados obtenidos reflejan una gran sensibilidad a la helada de las probetas, tanto mayor cuanto más pequeñas son sus dimensiones. En soportes de mayor tamaño, con sección 30 x 30 cm, el daño es prácticamente inapreciable cuando la helada es ligera (a -5°C). Este dato coincide con el obtenido generalmente en la bibliografía y con el criterio de madurez aplicado en la práctica. Según este criterio, desde el umbral indicado de temperatura, el único daño fundamental que hay que considerar en el hormigón es el retraso en el endurecimiento, deducido de su índice de madurez, sin que pueda hablarse de una pérdida irre-

parable de resistencia. Es conocido el hecho de que cuanto más lento sea su desarrollo más altas serán las resistencias a largo plazo del hormigón, en coincidencia con los resultados aquí obtenidos.

Es la helada hasta -15°C la que produce realmente daños en elementos estructurales de las dimensiones indicadas. Según el diagnóstico y evaluación de los daños, pueden deducirse las siguientes conclusiones:

1°) Las probetas moldeadas, ensayadas a compresión o tracción, acusan una gran sensibilidad a la helada, mucho más elevada que la de los elementos estructurales de mayor tamaño. El daño producido en estas probetas oscila entre un 60 por 100 y una ligera mejoría. La diferencia proviene del tipo de cemento y de la temperatura alcanzada. Ambos parámetros tienen una influencia decisiva en el rango investigado.

2°) La resistencia a flexotracción de probetas prismáticas tiene un comportamiento similar al anterior, aunque menos acusado.

3°) Las condiciones de adherencia de las armaduras se ven afectadas de una manera análoga a la descrita.

4°) Los soportes de 30 x 30 cm acusan un daño máximo del 23 por 100 a 28 días de edad. El daño depende, como en el caso anterior, del tipo de cemento y de la temperatura mínima alcanzada en el ciclo de congelación inicial. Con cemento tipo ARI se alcanza, como máximo, una baja del 9 por 100.

5°) La velocidad de paso de los ultrasonidos ha servido en otras ocasiones para detectar el daño producido por congelación del hormigón. Con el nivel de daño registrado en esta investigación, la velocidad media de los ultrasonidos apenas se ve afectada. Sin embargo se acusa un claro aumento

de la dispersión de las medidas, lo que hace posible su empleo para el diagnóstico, pero solamente con carácter estadístico.

## BIBLIOGRAFIA

- (1) A. DELIBES. "Estructuras de hormigón armado: Técnicas de inspección". CURSO DE REHABILITACION C.O.A.M. Tomo 5. Págs. 83 a 120. Madrid 1984.
- (2) ACI 306 R-78. "Cold weather concreting" American Concrete Institute. Detroit 1978.
- (3) M.A. MATTI "Frozen Concrete" Concrete International. Abril 1986.
- (4) J.N. MUSTARD. "Winter curing of concrete as related to the New Canadian Standard". Behavior of Concrete Under Temperature Extremes, SP-39, American Concrete Institute. Detroit 1973.
- (5) V.M. MALHOTRA y C. BERWANGER. "Effect of below freezing temperatures on strength development of concrete". Behavior of Concrete Under Temperature Extremes, SP-39, American Concrete Institute. Detroit 1973.
- (6) RILEM "Recommandations pour le bétonnage en hiver". Annales de l'ITBTP. Octubre 1963.
- (7) R.C. MEININGER "Efectos del curado inicial en obra sobre las probetas cilíndricas ensayadas a 28 días". Cement, Concrete and Aggregates. Vol. 5 n° 2, 1983.
- (8) J.M. SCANLON "Quality Control during hot and cold weather". Concrete International. Septiembre 1979.
- (9) G.C. HOFF y A.D. BUCK "Considerations in the prevention of damage to concrete frozen at early ages". ACI Journal, tittle 80-35. Sep-Oct. 1983.

## RESUMEN

En el presente trabajo, los autores estudian la influencia de las bajas temperaturas durante las primeras edades del hormigón. En una cámara especial de refrigeración se han hormigonado soportes y probetas de hormigón a  $-5^{\circ}\text{C}$  y  $-15^{\circ}\text{C}$ , manteniendo estos elementos durante 24-48 horas en dichas condiciones. Posteriormente, y hasta la edad de ensayo (28 días), se han conservado en condiciones de laboratorio.

Para la fabricación del hormigón se han utilizado tres clases de cemento: P-450 ARI, PA-350 (con adición de puzolanas) y PA-350 (con adición de escorias).

Los resultados más destacados de este estudio permiten poner en evidencia la mayor sensibilidad a la helada de las probetas en comparación con la de los soportes, así como la influencia del cemento y de la temperatura.

## SUMMARY

In the present work, the authors have studied the influence of low temperatures during early age of concrete. In a special refrigerated room, columns and molded specimens have been concreted at  $-5^{\circ}\text{C}$  and at  $-15^{\circ}\text{C}$ , keeping these elements under those conditions for 24-48 hours. Afterwards, and up to the test age (28 days), they have been kept under Laboratory conditions.

For making that concrete, three types of cement have been used: P-450 ARI, PA-350 (puzolanic addition) and PA-350 (slag addition).

The most important results of the research have been the greater sensibility to frost of the molded specimens than that of the columns as well as the influence of the type of cement and temperature.

# Estudio experimental de juntas de hormigonado en estructuras de edificios\*

Prof. Jorge Caffarena  
Dr. Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos  
Escuela de Construcción Civil de  
la Universidad Católica de Valparaíso (Chile)

Prof. José Calavera  
Dr. Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos  
Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Caminos de Madrid

## 1. OBJETO DE LA INVESTIGACION

En general, el tema de juntas de hormigonado en estructuras ha sido poco estudiado, si se exceptúa el caso de las presas. Ello ha conducido a que las especificaciones de las distintas Normas e Instrucciones sobre este tema, sean inexistentes o sumamente vagas.

Sin embargo, la necesidad de tales juntas es obvia, bien por constituir juntas de trabajo, imprescindibles al final de la jornada, bien por tratarse de juntas de retracción. La distancia entre juntas de retracción tampoco suele especificarse en las Normas o Instrucciones. La referencia [1] contiene datos concretos sobre el asunto. La disposición de juntas de retracción rara vez permite una separación superior a 15 ó 20 m, salvo que se trate de piezas muy armadas o de condiciones higro-térmicas muy especiales. Surge también por esto la necesidad de disponer juntas de hormigonado en las estructuras.

En las estructuras normales de edificios, las juntas son especialmente importantes en forjados y dinteles, pues en los pilares el número de juntas es muy elevado por razones constructivas pero la compresión existente las sitúa en condiciones más favorables que en las otras piezas y, por otra parte, la retracción no suele estar coartada en estos elementos.

En la práctica, la junta se considera por muchos técnicos como un punto débil y tienden por ello a suprimir las juntas de retracción, provocando la fisuración por retracción.

Los aspectos más importantes de una junta son en principio:

- Su posición a lo largo de la luz de dintel, que en general es continuo.

- La inclinación del plano de junta.
- La rugosidad de la junta.
- El grado de humedad del hormigón endurecido en el momento de colocarse el hormigón fresco.
- El sistema de compactación empleado.
- La diferencia de edad de ambos hormigones. (Tiempo de apertura).

Como ya se ha dicho, las investigaciones realizadas son escasas y sus resultados no siempre concordantes. Deben destacarse las realizadas por Brook [2] y Monks y Sadgrove [3].

## 2. PLAN DE ENSAYOS

El plan de ensayos consiste en el ensayo hasta rotura de 21 vigas de sección rectangular de 20 x 40 cm y longitud de 5,40 m.

Para materializar las leyes usuales de momentos flectores y esfuerzos cortantes de una viga de estructura de edificio (Fig. 1), se eligió el esquema de ensayo de la figura 2.

Con el fin de reducir al mínimo la influencia de la armadura de la viga en el comportamiento de la junta, en especial a través del fenómeno de "shear-friction", se eligió una cuantía muy baja, tal como se indica en la figura 3.

Las variables consideradas fueron:

### 2.1. Posición de la junta

Se eligieron las tres posiciones indicadas en la figura 4.

### 2.2. Inclinación de la junta

Las inclinaciones correspondientes se indican también en la figura 4.

Evidentemente, las dos juntas verticales, para su ejecución, necesitan ser "encofradas" de alguna

(\*) El presente trabajo constituye un resumen de la Tesis Doctoral del primero de los autores, realizada bajo la dirección del segundo.

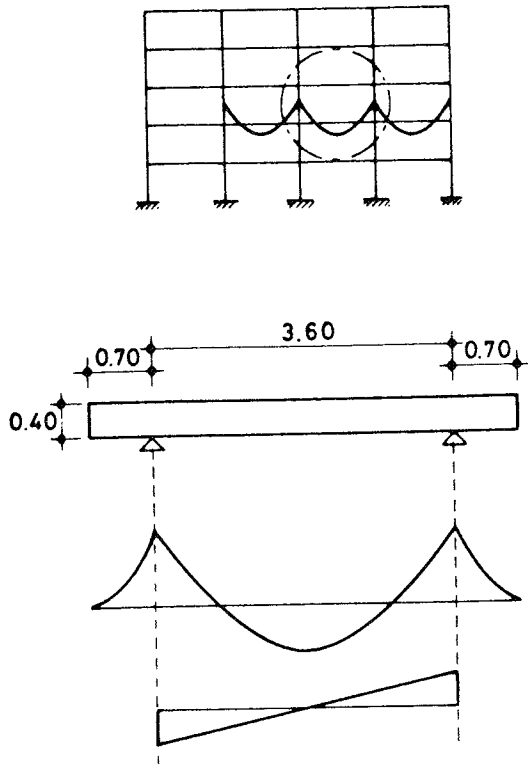


Fig. 1.

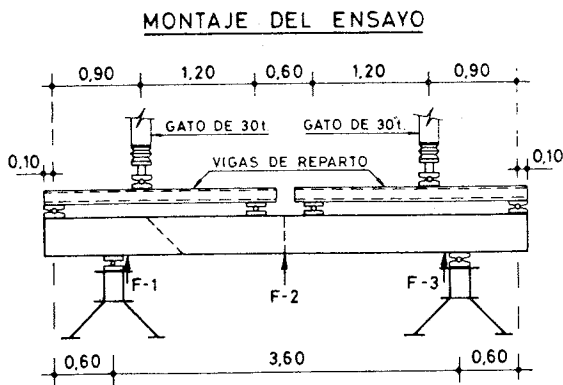


Fig. 2.

manera. La inclinada al cuarto de la luz puede ejecutarse sin encofrado alguno. Aunque en general el ángulo de talud natural de un hormigón vibrado no supera los  $30^\circ$ , en el caso de vigas de estructuras de edificios de dimensiones usuales, el efecto pared de los encofrados permite alcanzar prácticamente los  $45^\circ$ .

### 2.3. Rugosidad de la superficie de junta

Se han ensayado las siguientes rugosidades:

### ESQUEMA DE ARMADO

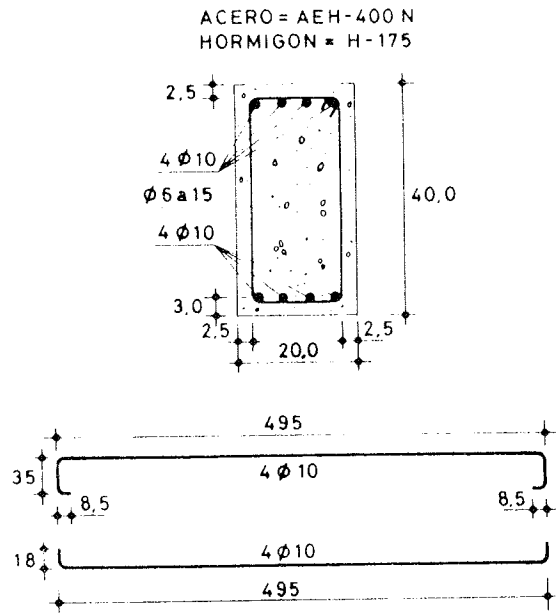


Fig. 3.

#### a) Cepillado

Es la recomendada en muchas Normas y en particular en EH-82. En principio, tiene inconvenientes de dos tipos. Por un lado, es necesario que toda la superficie de la junta sea fácilmente accesible para el operario que cepilla, pero las armaduras que atraviesan el plano de junta suelen estorbar la operación. En nuestro caso estos inconvenientes no existían dada la modalidad de trabajo en el laboratorio, que más adelante se expondrá.

Un segundo inconveniente es la dificultad de encontrar el momento adecuado para cepillar, a partir del vertido del hormigón. Un cepillado prematuro, puede romper la adherencia de la grava superficial a la matriz del mortero, perjudicando la adherencia del nuevo hormigón al antiguo. Un cepillado tardío puede conducir a otras dificultades, al no poder retirar el mortero que recubre la grava superficial. El tiempo de espera necesario depende, en especial, del tipo de cemento y de la temperatura ambiente, y oscila entre 2 y 16 horas. En el presente plan de investigación el cepillado se realizó entre 12 y 14 horas a partir del amasado. En la práctica de obra éste es un aspecto problemático (\*).

#### b) Metal desplegado

La malla de metal desplegado (figura 5) constituye una solución excelente pues permite "encofrar" la junta (el hormigón, aunque se esté vibrando, no atraviesa la malla) y al mismo tiempo crea una superficie de junta muy rugosa. El tipo

(\*) Véase Calavera, J. y otros [4].

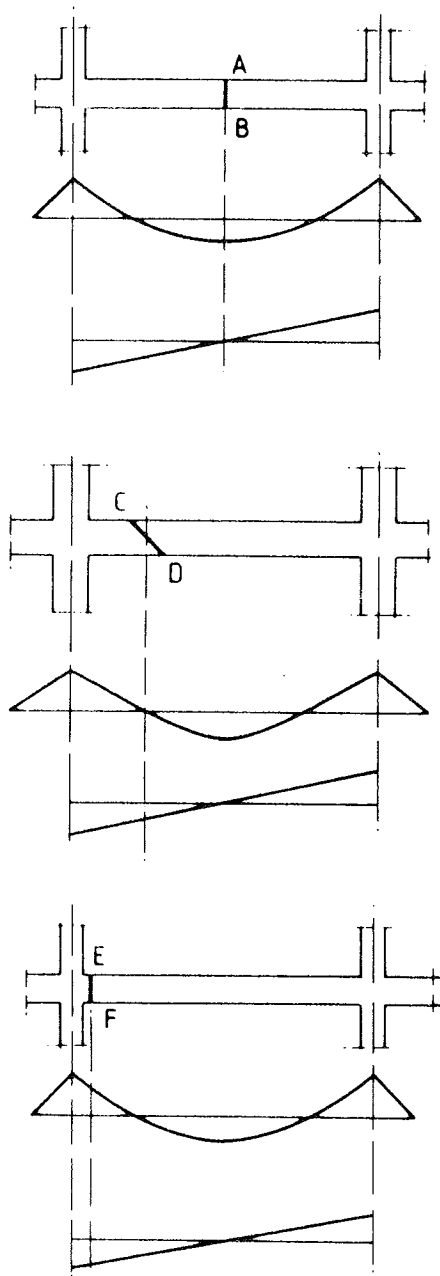


Fig. 4.

empleado es una chapa desplegada galvanizada, muy utilizada en construcción para diversos empleos. Una malla de alambres metálicos galvanizados con poca separación entre ellos puede ser una alternativa válida.

*c) Natural*

Es la que se obtiene por simple vibrado del hormigón. Lógicamente, sólo puede ser empleado en juntas cuyo plano forme con el horizontal un ángulo

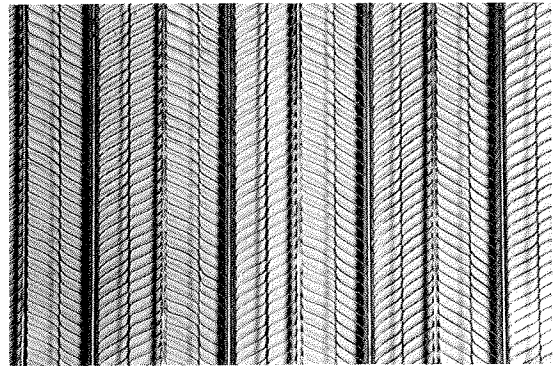


Fig. 5.

gulo no superior a  $45^\circ$ . En nuestro caso, sólo en el caso indicado como CD en la figura 4.

**2.4. Grado de humedad del hormigón endurecido**

Se han investigado los cuatro estados siguientes:

- Saturado con superficie seca.
- Seco.
- Húmedo.
- Superficie cepillada con un cepillo impregnado de mortero.

**2.5. Tipo de compactación del hormigón fresco**

Se considera la compactación por vibración y la compactación por picado.

**2.6. Tiempo de apertura de la junta**

Las necesidades de organización de la obra y en especial sus posibles interrupciones, pueden hacer variar mucho el plazo de apertura. En la presente investigación se han considerado plazos de 2, 7 y 155 días.

**2.7. Series de vigas**

De acuerdo con las variables anteriormente consideradas, se programaron las series de vigas que a continuación se indican:

*Viga patrón (Nº 1)*

Sin juntas. Su ensayo permitió determinar el umbral mínimo de medidas de los aparatos empleados.

*Serie A: Estudio de posición y rugosidad de junta*

Viga N°	Designación	Posición	Inclinación	Rugosidad
2	A-50-C	Mitad de la luz	Vertical	Cepillada
3	A-50-MD	Mitad de la luz	Vertical	Metal desplegado
4	A-25-C	Cuarto de la luz	45°	Cepillada
5	A-25-MD	Cuarto de la luz	45°	Metal desplegado
6	A-25-N	Cuarto de la luz	45°	Natural
7	A-5-C	A medio canto del apoyo	Vertical	Cepillada
8	A-5-MD	A medio canto del apoyo	Vertical	Metal desplegado

La serie se fabrica con el hormigón endurecido en estado saturado, con superficie seca. El hormigón fresco se compacta por vibración y el tiempo de apertura es de 2 días.

*Serie B: Estudio de la influencia de la humedad*

Determinadas la posición y rugosidad óptimas mediante la Serie A, que como se verá correspondía al caso de junta a 45° en el cuarto de la luz, con rugosidad natural, se consideró éste y el caso de junta cepillada en el centro de la luz.

Viga N°	Designación	Posición	Inclinación	Rugosidad	Humedad
9	B-50C-SSS	Mitad de la luz	Vertical	Cepillada	S.S.S.
10	B-50C-S	Mitad de la luz	Vertical	Cepillada	Seca
11	B-50C-H	Mitad de la luz	Vertical	Cepillada	Húmeda
12	B-50C-M	Mitad de la luz	Vertical	Cepillada	Mortero
13	B-25N-SSS	Cuarto de la luz	45°	Natural	S.S.S.
14	B-25N-S	Cuarto de la luz	45°	Natural	Seca
15	B-25N-H	Cuarto de la luz	45°	Natural	Húmeda
16	B-25N-M	Cuarto de la luz	45°	Natural	Mortero

*Serie C: Estudio de la influencia de la compactación*

Se fabrican dos vigas de acuerdo con lo siguiente:

Viga N°	Designación	Posición e inclinación	Rugosidad	Humedad	Compactación
17	C-25N-P	Cuarto de la luz (45°)	Natural	S.S.S.	Picado
18	C-25N-V	Cuarto de la luz (45°)	Natural	S.S.S.	Vibrada

*Serie D: Estudio de la influencia del plazo de apertura de la junta*

Se ensayan tres edades, lo que da lugar a las vigas siguientes:

Viga N°	Posición e inclinación	Rugosidad	Compactación	Tiempo de apertura (días)
19	Cuarto de la luz (45°)	Natural	Vibrado	2
20	Cuarto de la luz (45°)	Natural	Vibrado	7
21	Cuarto de la luz (45°)	Natural	Vibrado	155



### 3. DESARROLLO DE LOS ENSAYOS

Se empleó un hormigón de  $175 \text{ Kp/cm}^2$  de resistencia a 28 días, realizándose las correspondientes correcciones en los resultados de acuerdo con las resistencias obtenidas en probetas curadas en el mismo ambiente que sus vigas correspondientes.

El hormigonado se realizó mediante tolva (Figs. 6 a 8) y, según los casos, la compactación se realizó con vibrador o por picado con barra.

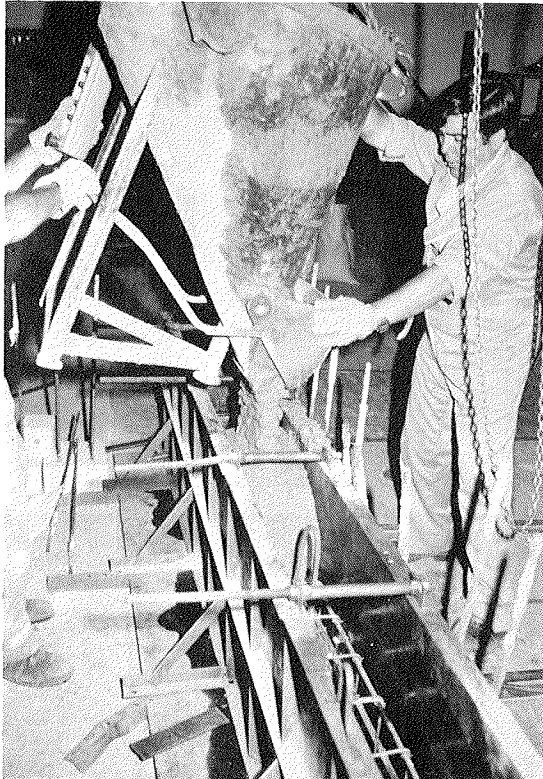


Fig. 6.

En los casos de juntas cepilladas era necesario encofrar la junta, retirándose este encofrado momentos antes de procederse al cepillado. El encofrado se realizó con una pieza de poliestireno expandido (Fig. 9).

De la armadura de cada viga se extrajo una probeta de acero por cada barra empleada y se procedió a su ensayo con el fin de conocer exactamente las características del acero utilizado.

Las figuras 10, 11, 12 y 13 indican los aspectos de las juntas cepillada, "encofrada" con metal desplegado, dispuesta con rugosidad natural y cepillada con mortero, respectivamente.

Se utilizaron transductores de inducción (Fig. 14) para la medición de flechas y también para la medición de corrimientos en el sentido del plano de junta (Figs. 14, 15, 16 y 17).



Fig. 7.



Fig. 8.

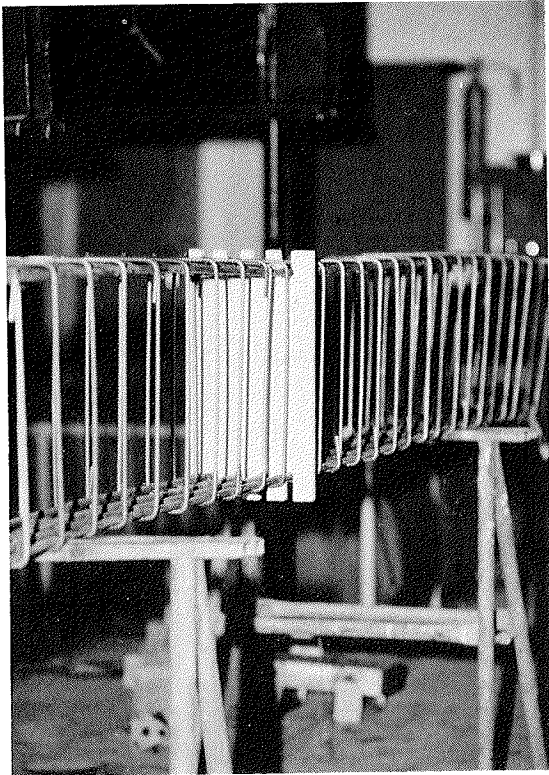


Fig. 9.

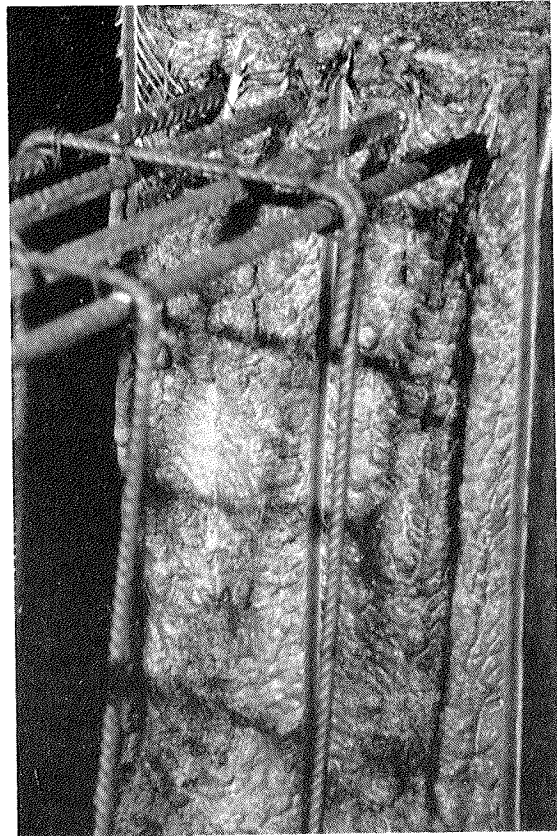


Fig. 11.

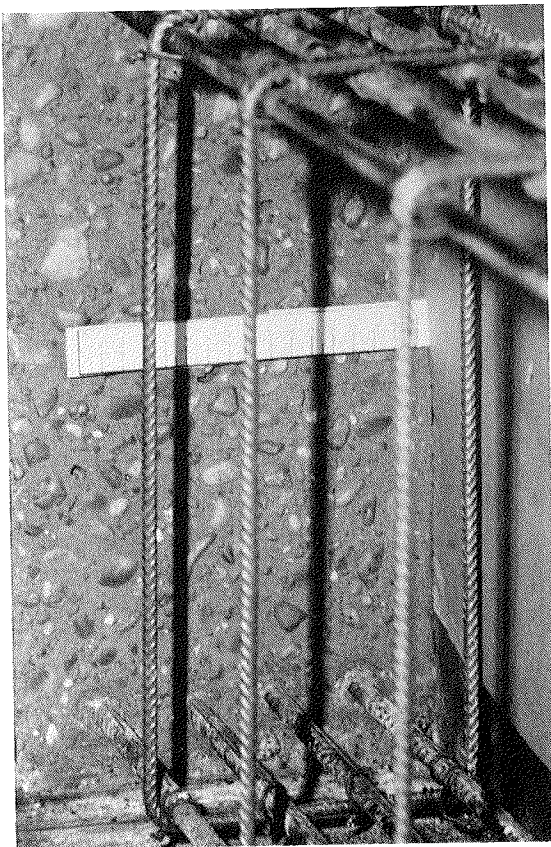


Fig. 10.

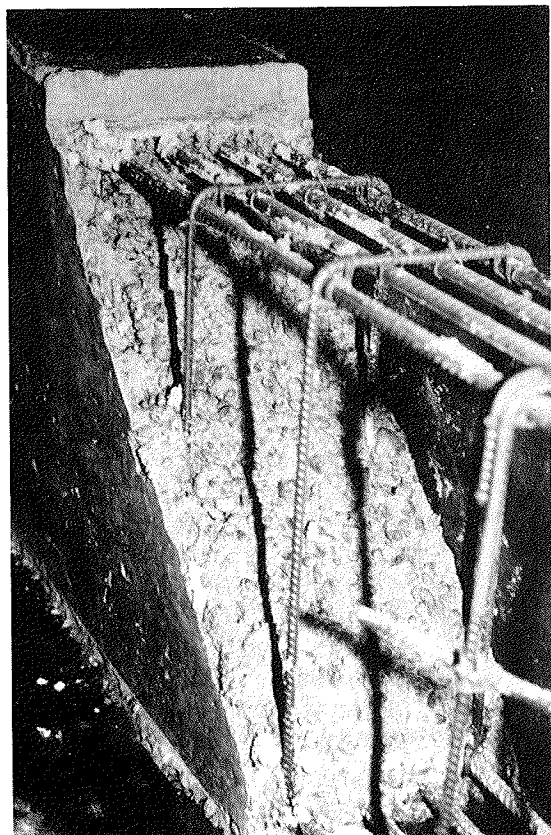


Fig. 12.

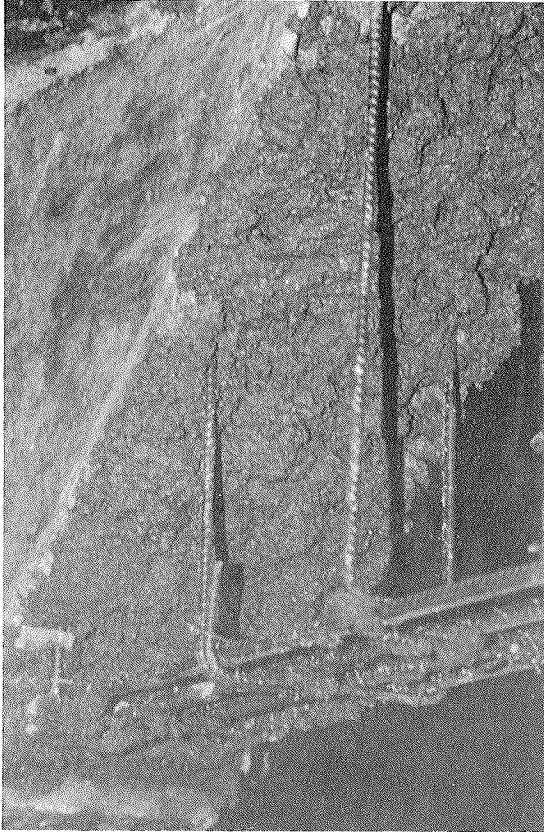


Fig. 13.

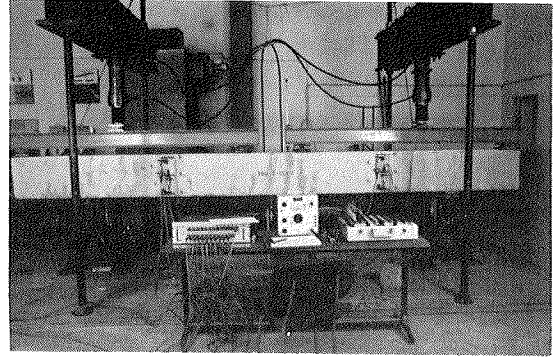


Fig. 15.

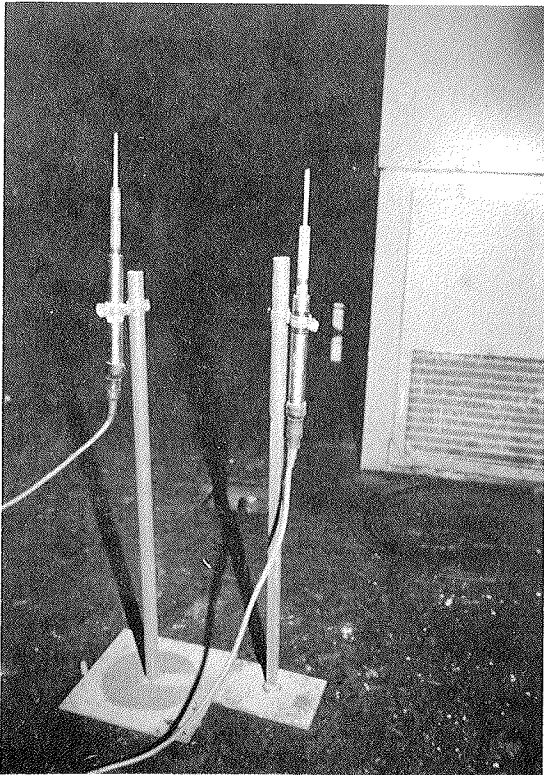


Fig. 14.

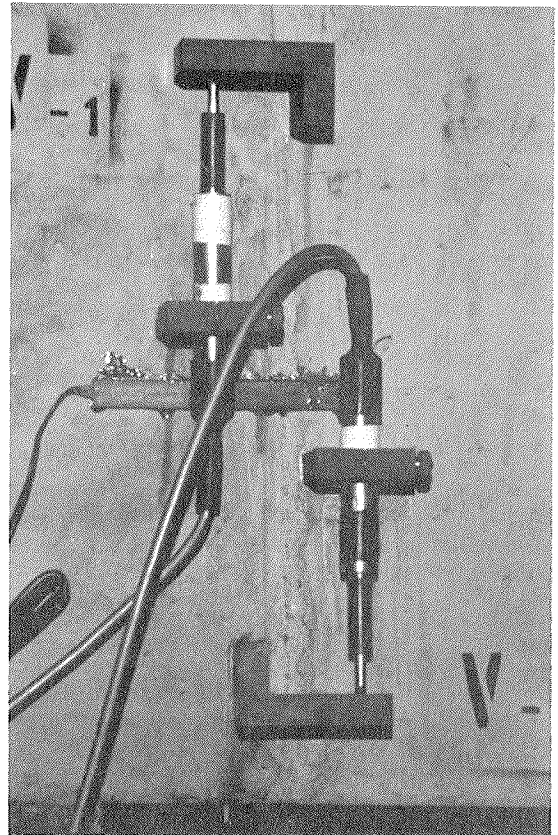


Fig. 16.

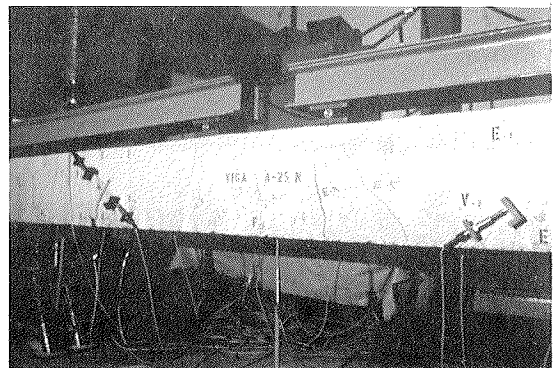


Fig. 17.

La apertura de junta se midió con strain-ganges de tipo especial (Figs. 18 y 19).

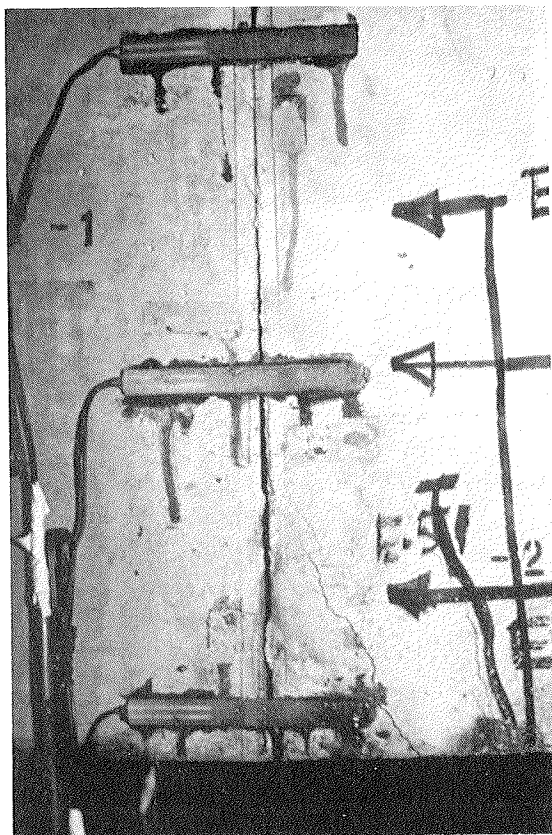


Fig. 18.

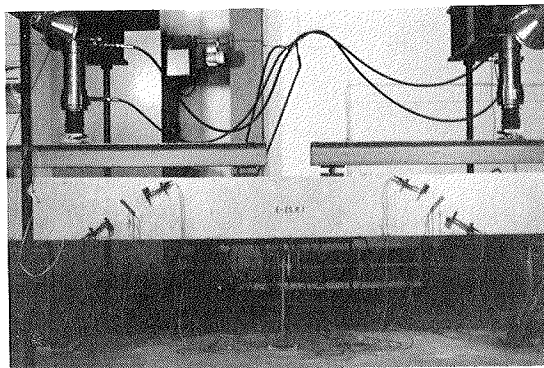


Fig. 20.



Fig. 21.

Las figuras 22 y 23 indican algunos aspectos de una forma típica de agotamiento.

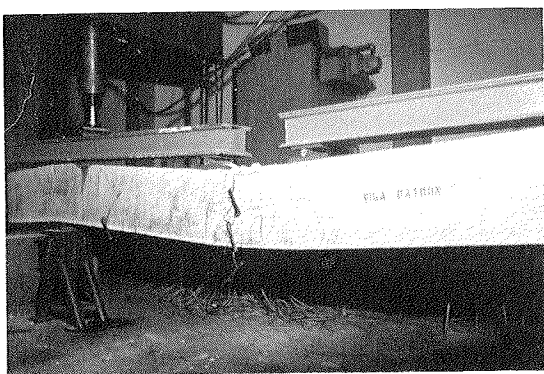


Fig. 19.

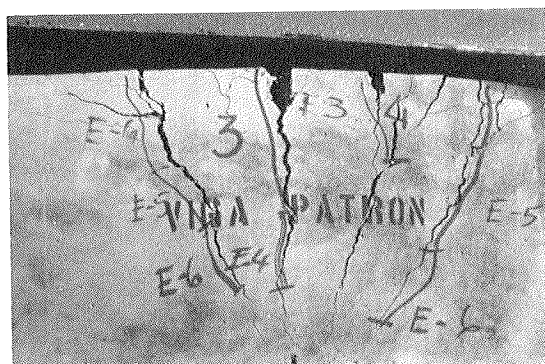


Fig. 22.

La carga hasta rotura se realizó mediante gatos mandados por un armario de presión (Fig. 20) y todo el ensayo se registró y procesó a través de un ordenador (Fig. 21) conectado a un voltímetro digital.

#### 4. RESUMEN DE CONCLUSIONES

La comparación entre los comportamientos de las diferentes vigas, la realizamos primero desde el punto de vista de los estados de servicio y

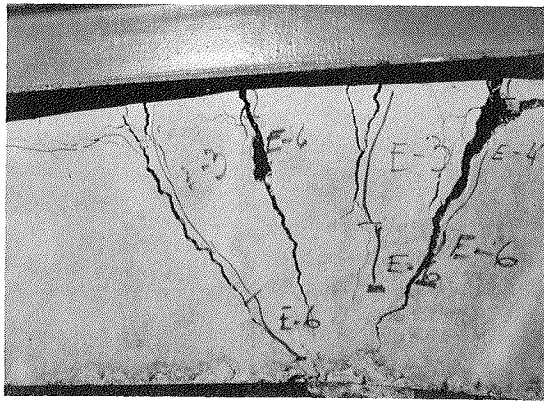


Fig. 23.

después desde el punto de vista de su capacidad resistente última.

#### 4.1. Estados límites de servicio

Consideraremos los siguientes:

##### a) Deformaciones instantáneas (\*)

Las figuras 24 y 25 resumen los resultados de flechas en la serie A.

#### INFLUENCIA DE LA POSICION DE LA JUNTA DE HORMIGONADO EN LA FLECHA DE LA VIGA

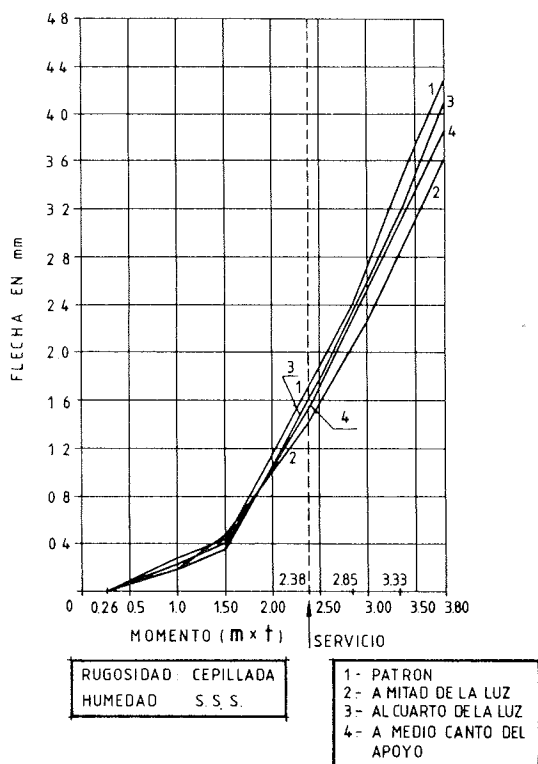


Fig. 24.

(\*) Se entiende por tal la de la pieza sometida a un proceso creciente de carga de aproximadamente una hora de duración hasta el escalón de servicio.

#### INFLUENCIA DE LA POSICION DE LA JUNTA DE HORMIGONADO EN LA FLECHA DE LA VIGA

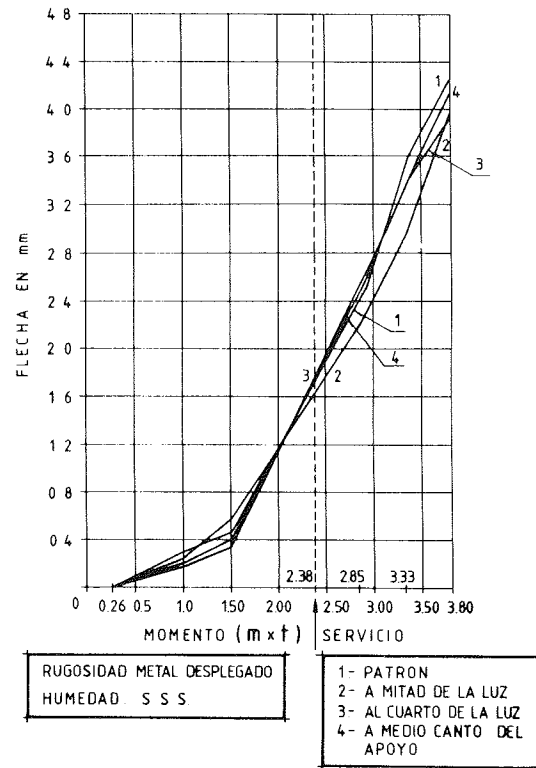


Fig. 25

La viga con rugosidad natural y junta a  $45^\circ$  en el cuarto de la luz, dio una flecha de 1,60 mm en servicio.

Como puede verse, ni la rugosidad ni la posición ni la inclinación tienen una influencia significativa en las flechas.

##### b) Deslizamientos en el plano de junta

La figura 26 resume los deslizamientos ocurridos en el plano de la junta, en los diferentes casos. Como puede observarse, la junta a medio canto conduce a deslizamientos claramente mayores que los ocurridos con otras posiciones.

##### c) Apertura de juntas

Análogamente, la figura 26 contiene los resultados correspondientes. Sólo la junta a medio canto presenta aberturas en servicio y en el escalón E-6 correspondiente al momento de cálculo. Debe señalarse que la abertura de 0,05 mm, obtenida en este caso con metal desplegado, permite, si no existe otra solución, considerar esta junta como una solución técnicamente posible. Con superficie cepillada, la abertura en servicio es de 0,3 mm, y eso en condiciones de laboratorio, lo cual hace esta solución claramente desaconsejable.

Posición junta	Rugosidad	Deslizamiento en servicio (mm)		Apertura de juntas (mm)	
		Vertical	Inclinada	Servicio	E-6 (*)
Vertical a mitad de la luz	Cepillada	0,016	--	0,0	0,0
	Metal desplegado	0,007	-	0,0	0,0
Inclinada al cuarto de la luz	Cepillada	-	0,011	0,0	0,0
	Metal desplegado	-	0,008	0,0	0,0
	Natural	-	0,002	0,0	0,0
Vertical a medio canto	Cepillada	0,029	--	0,30	0,60
	Metal desplegado	0,028	-	0,05	0,30

(\*) E-6 = Escalones correspondientes al momento de cálculo.

Fig. 26.

#### d) Grado de humedad del hormigón endurecido

Los ensayos (Serie B) demostraron que la junta húmeda y sobre todo la tratada con mortero, presentaban aberturas moderadas en servicio; mientras que la superficie seca y la saturada-superficialmente seca no se abrieron (\*\*).

#### e) Tipo de compactación

No se apreciaron diferencias entre el vibrado y un picado cuidadoso.

#### f) Tiempo de apertura

Tampoco se encontraron diferencias entre juntas con aperturas de 2, 7 y 155 días.

### 4.2. Estados límites últimos

Los momentos de rotura fueron sustancialmente idénticos, con independencia del tipo de junta.

## 5. CONCLUSIONES

Pueden establecerse las siguientes: (\*\*\*)

a) La posición e inclinación óptimas de una junta, corresponden a junta situada al cuarto de la luz e inclinada a  $45^\circ$ .

(\*\*) La junta tratada con mortero, por otra parte, no es adecuada para superficies de hormigón visto, ya que la capa de mortero queda con un calor distinto al del resto de la pieza.

(\*\*\*) Todo lo que sigue debe entenderse válido para cargas uniformemente repartidas o asimilables. Por el momento, los presentes resultados no pueden considerarse válidos para cargas dinámicas.

En este tipo de junta la rugosidad tiene una influencia despreciable, aunque lo más sencillo es adoptar la rugosidad natural.

b) Las juntas en el punto medio de la luz son también técnicamente aceptables, aunque de inferior calidad. En este caso, la rugosidad debe obtenerse preferiblemente con metal desplegado, con preferencia a la junta cepillada que es de ejecución más complicada, más costosa y sujeta a incertidumbres sobre el tiempo que debe transcurrir entre el hormigonado y el cepillado.

c) Las juntas en la proximidad de los apoyos sólo deben realizarse en casos muy especiales, empleando siempre metal desplegado y con un control muy intenso de su ejecución y posterior comportamiento.

d) El grado óptimo de humedad de la junta es el obtenido al regar abundantemente el hormigón endurecido y esperar a verter el hormigón fresco a que la superficie de aquél esté seca. (Estado saturado-superficialmente seco).

e) El tipo de compactación no tiene influencia en el comportamiento de la junta. Esto se refiere al caso en que el picado es enérgico y cuidadoso. En la práctica, es siempre recomendable el vibrado.

f) El tiempo de apertura, siempre que el hormigón endurecido se limpie de la posible suciedad depositada, no influye en el comportamiento de la junta.

g) Respetando las reglas anteriores, las juntas no representan, en absoluto, ningún punto débil de la estructura y constituyen el medio más simple para controlar la fisuración por retracción.

## BIBLIOGRAFIA

[1] CALAVERA, J.; "Proyecto y Cálculo de Estructuras de Hormigón Armado para Edificios", Tomos I y II. Intemac. Madrid. Febrero, 1985.

[2] BROOK, K.M.; "Construction Joints in Concrete". Cement and Concrete Association. London, May, 1969.

[3] MONKS, W.L.; SADGROVE, M.L.; "The Effect of Construction Joints on the Performance of Reinforced Concrete Beams". Cement and Concrete Association. Technical Report 42483. London, 1973.

[4] CLAAVERA, J.; GONZALEZ VALLE, E.; DELIBES, A.; IZQUIERDO, J.M.; "Ensayos de corte en la superficie de contacto entre hormigones de piezas prefabricadas y hormigones vertidos in situ". Estudios e Investigaciones, N° 2, 1976.

## RESUMEN

Las Instrucciones y Normas de los distintos países tratan el tema de las juntas de hormigonado en estructuras, ya sean de trabajo o de retracción, de forma muy sucinta y en general poco clara.

En la presente investigación se ha materializado una parte de un dintel continuo de edificio; y mediante la rotura en laboratorio de 21 vigas de 20 x 40 cm de sección y 5,00 m de luz, se han sometido a ensayo diferentes posiciones de junta, tratamientos de superficie, estado de humedad de la junta, sistema de compactación de la misma y sistema de compactación del hormigón. Se ha investigado también la influencia del tiempo transcurrido entre los dos hormigones unidos en la junta.

La investigación ha permitido establecer que existen varios procedimientos y posiciones posibles para la ejecución de una junta, sin alterar la resistencia, ni la rigidez, ni la durabilidad de la estructura. Sin embargo, de todos ellos, el mejor

ha resultado ser el de junta a 45° en el punto de momentos aproximadamente nulos, con rugosidad natural o encofrada con una malla de metal desplegado y estado del hormigón endurecido, saturado y superficialmente seco. La compactación por vibrado no ha conducido a resultados apreciablemente diferentes a los correspondientes a un picado cuidadoso. Las juntas realizadas a 2 y 155 días de edad del primer hormigón, no han mostrado diferencias apreciables en su comportamiento. Las juntas verticales en el centro de la luz, encofradas con metal desplegado, han tenido también un comportamiento satisfactorio.

## SUMMARY

The Instructions and Standards of different countries deal with joints in concrete structures, either those of work or those of shrinkage, but in a very brief and in general not very clear way.

In the present research, it has been materialised a part of a continuous lintel of a building, which has been tested by means of rupture in laboratory with 18 beams of 20 x 40 cm of section and 5,00 m of span. This has been carried out with the joint situated in different positions, different surface treatments, states of humidity of the joint and various compaction systems of it as well as different compaction systems of the concrete. It has been studied as well the influence of the time passed between the two concretes joined in the joint.

The research has allowed to establish that there are several procedures and possible positions for the execution of a joint, without changing either the strength, or the stiffness or the durability of the structure. Nevertheless, out of all of them, the best result has been achieved with the joint situated at a 45° angle at the point of approximately zero moments, with natural rugosity or using a wire mesh as formwork and being the concrete hardened, saturated and superficially dry. Compaction by mechanical vibrating has not shown much difference in results to those obtained by a careful hand vibrating with a bar. The joints of the first concrete that are 2 and 155 days of age haven't shown much difference in their performance. The vertical joints in the centre of the span, formworked with a wire mesh have had as well a good performance.



**JORNADAS  
sobre  
TECNICAS  
DEL  
HORMIGON  
ARMADO  
Y  
PRETENSADO  
EN  
CENTRALES  
NUCLEARES**

**EDITADO POR:**



**asociación técnica  
española del pretensado**

**Precio del ejemplar: 3.000 ptas.**



# Influencia de la orientación de las colonias de perlita en la corrosión bajo tensión de aceros eutectoides

Ana María Lancha

Doctora en Ciencias Químicas

Manuel Elices

Dr. Ing. de Caminos, Canales y Puertos

Departamento de Ciencia de los Materiales

Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Caminos. Madrid

## INTRODUCCION

En la técnica del hormigón pretensado, los aceros utilizados son normalmente del tipo C-Mn eutectoides trefilados, y se caracterizan por su alta resistencia (alrededor de 1800 MPa). Este tipo de aceros trefilados se pueden utilizar también en minas, ascensores, cables en barcos, muelles de amortiguadores, etc. Para la fabricación de estos alambres se emplea el alambón de acero eutectoide, cuyo uso está extendido además en la industria del ferrocarril.

La corrosión bajo tensión de aceros eutectoides, por la incidencia en las tecnologías mencionadas anteriormente, ha sido ampliamente estudiada en los últimos años; pero a pesar de ello no se conocen muy bien los mecanismos que conducen a la rotura. Algunos autores atribuyen la causa de las fracturas únicamente a procesos de fragilización por hidrógeno, mientras que otros han detectado procesos de disolución anódica en la fisuración por corrosión bajo tensión (1-9).

El proceso de trefilado al que se someten los aceros perlíticos, provoca una deformación de la microestructura del material; este hecho no sólo modifica las propiedades mecánicas, sino que también puede variar las propiedades electroquí-

micas de los aceros. Además, durante la deformación en frío, se pueden introducir irregularidades en la superficie que actúen como concentradores de tensiones, o se pueden generar tensiones residuales en la piel del acero. No ha sido aclarado todavía cómo afectan estos factores a la fisuración en ambientes agresivos de estos materiales, encontrándose en la bibliografía pocas referencias al respecto, y en muchas ocasiones, contradictorias (3, 10-14).

## METODO EXPERIMENTAL

### Materiales

Los materiales utilizados en este trabajo son dos aceros eutectoides de fabricación nacional. El primero, es un alambón de 12 mm de diámetro, con un tratamiento de patentado a 960°C y enfriamiento en baño de plomo. El segundo, es el acero trefilado a 7 mm de diámetro del alambón, y sometido únicamente a un tratamiento final de "stress relieving", un revenido, para disminuir las tensiones residuales.

La composición química, análoga para los dos aceros puesto que provienen de la misma colada, se indica en la tabla I.

**TABLA I**  
Composición Química (%)

C	Mn	Si	P	S	Cr	Al	Cu
0,74	0,70	0,20	0,016	0,023	0,01	0,001	0,01

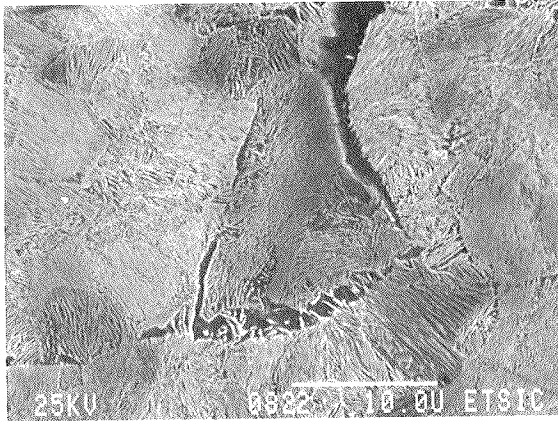
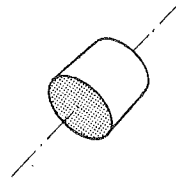
**TABLA II**  
Propiedades Mecánicas

	Límite Elástico (MPa)	Tensión Máxima (MPa)	Alargamiento bajo carga máx. (%)	Estricción (%)
Alambón	725	1176	8,0	30
Trefilado	1499	1666	5,5	37

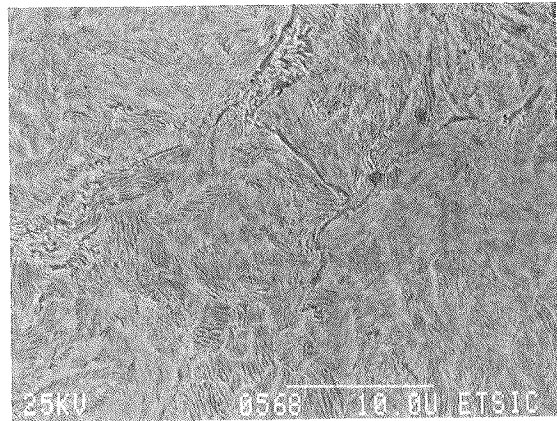
Las propiedades mecánicas, presentadas en la tabla II, muestran que el alambrión es un acero de media-alta resistencia, mientras que el acero eutectoide trefilado es un alambre de alta resistencia por haber sufrido un endurecimiento por deformación muy grande.

La microestructura de estos aceros es de perlita fina, como se puede ver en la Fig. 1. En el alambrión, material isótropo, las diferentes colonias perlíticas no tienen una orientación preferente, y el espaciado interlaminar es de  $0,1 \mu\text{m}$ . Por el contrario, las micrografías del acero trefilado re-

### SECCION TRANSVERSAL

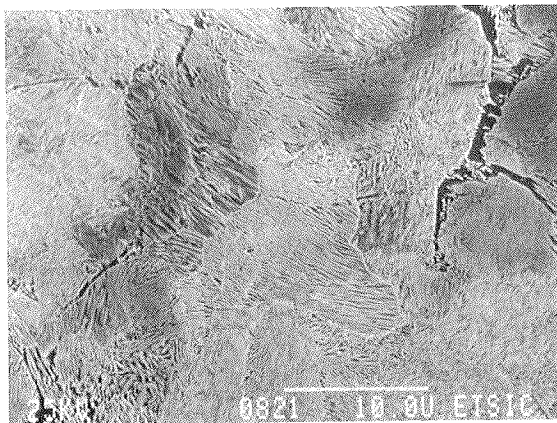
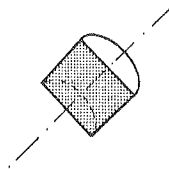


SIN TREFILAR



TREFILADO

### SECCION LONGITUDINAL



SIN TREFILAR



TREFILADO

Fig. 1. Estudio metalográfico. Ataque NITAL 2 por 100, 20 s.

velan su carácter fuertemente anisótropo, observándose en la sección longitudinal la gran deformación sufrida por las colonias de perlita durante el proceso de trefilado. El espaciado interlaminar de este alambre es aproximadamente de  $0,05 \mu\text{m}$ .

### Medios químicos

Los medios agresivos utilizados han sido de  $1 \text{ g/l}$   $\text{Ca}(\text{OH})_2 + 0,1 \text{ g/l}$   $\text{NaCl} + \text{HCl}$ , y los pH estudiados de 4,0, 8,0 y 12,5. Para su preparación se partía en todos los casos de una solución matriz de  $1 \text{ g/l}$   $\text{Ca}(\text{OH})_2$ , obtenida por disolución de  $\text{CaO}$  en agua, y se ajustaba el pH al valor deseado añadiendo  $\text{HCl}$  1M.

Los valores de pH indicados se refieren a los pH iniciales de la disolución. Terminado cada uno de los ensayos, se volvía a medir esta magnitud encontrándose variaciones importantes cuando se generaban abundantes productos de corrosión, y variaciones leves en los demás casos.

Las disoluciones se prepararon con reactivos de pureza analítica y agua desionizada de conductividad menor de  $1 \mu\text{S/cm}$ . Se utilizaron sin desoxigenar, siendo el contenido en oxígeno aproximadamente de 8 ppm.

### Ensayos de corrosión bajo tensión

Los ensayos se han realizado con probetas cilíndricas prefisuradas sometidas a tracción axial y a la velocidad de deformación constante de  $8,3 \times 10^{-8} \text{ m/s}$ , siguiendo el método de Elices y McGuinn (15). La elección de esta velocidad está justificada por los resultados obtenidos por otros autores (7-8).

Las muestras cilíndricas fisuradas se obtuvieron generando, a partir de una entalla, una fisura transversal por fatiga. Antes de la fisuración las muestras se lijaron al agua hasta un papel de esmeril de grano 600, lavándose y desengrasándose con alcohol etílico y metil-etil-cetona químicamente puros. La fisuración se realizó a fatiga axial, onda sinusoidal y frecuencia de 10 Hz, siendo el  $K_{m\text{áx}}$  aplicado del 45 por 100  $K_{\text{IC}}$ . Una vez fisuradas se lacaba toda la superficie de las probetas, excepto media banda transversal de 5 mm de altura en torno a la fisura.

El dispositivo experimental utilizado se muestra en la Fig. 2. Consta de una célula de corrosión clásica, con tres electrodos, siendo el electrodo auxiliar de rejilla de platino y el de referencia de Calomelanos saturado. Las experiencias se han realizado a potencial constante, en el rango de potenciales de  $-1200 \text{ mV}$  (E.C.S.) a  $-100 \text{ mV}$  (E.C.S.), escalonados de 100 en 100 mV.

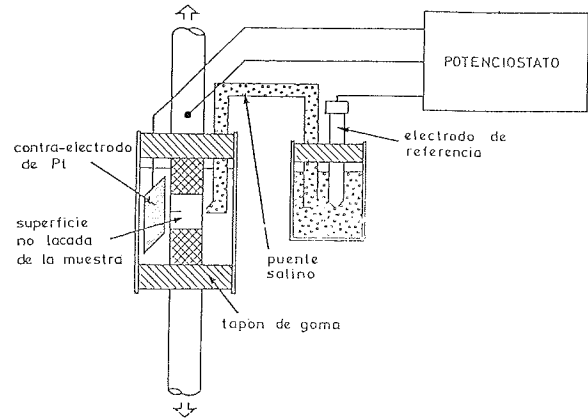


Fig. 2. Esquema del sistema experimental.

La magnitud elegida como referencia de la corrosión bajo tensión es el cociente entre la carga de rotura en medio agresivo y la carga de rotura en aire, de una probeta con una fisura idéntica a la ensayada. En la Fig. 3 se presentan las curvas de calibración de los dos aceros, es decir, la relación experimental entre la carga de rotura en aire y la profundidad de fisura.

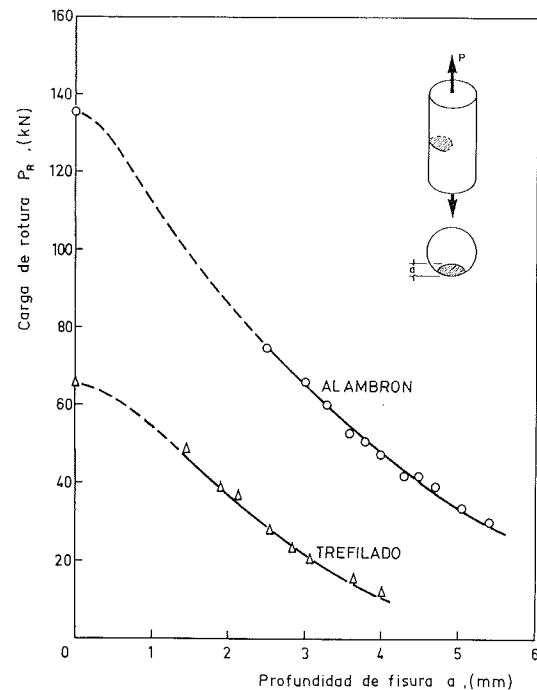


Fig. 3. Relación entre la profundidad de fisura y la carga de rotura de muestras cilíndricas fisuradas.

### Resultados y Discusión

Los resultados obtenidos en los ensayos de corrosión bajo tensión para el alambrrón y acero trefilado, se presentan gráficamente en las Figs. 4, 5 y 6.

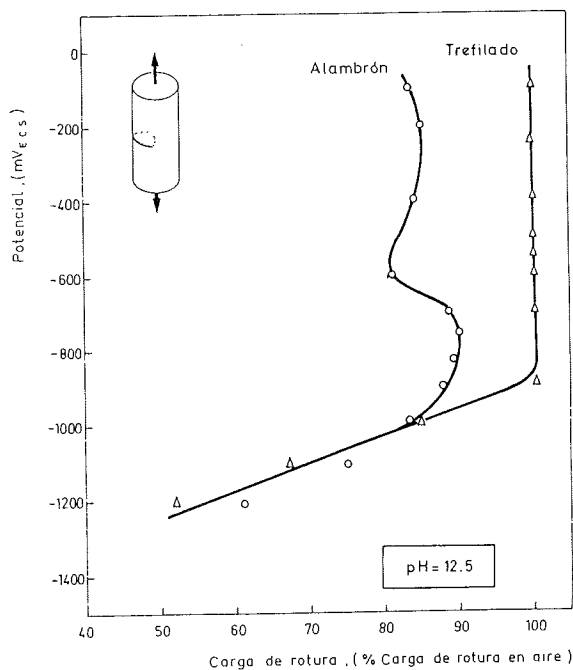


Fig. 4. Efecto del potencial en la fractura por corrosión bajo tensión a pH = 12,5.

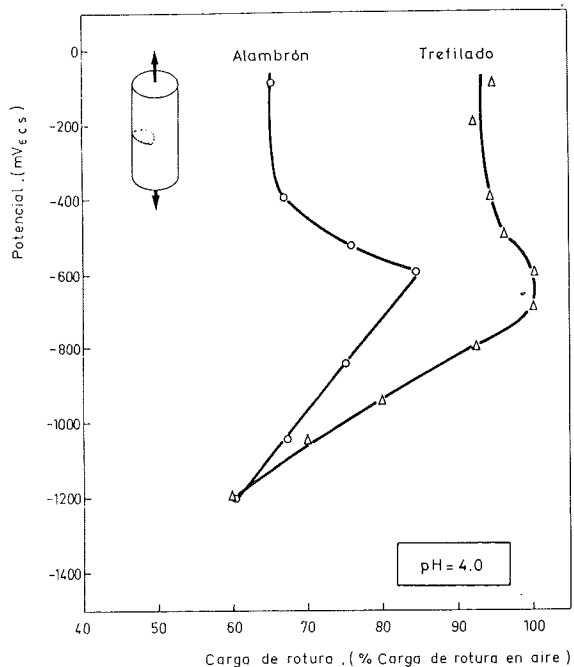


Fig. 6. Efecto del potencial en la fractura por corrosión bajo tensión a pH = 4,0.

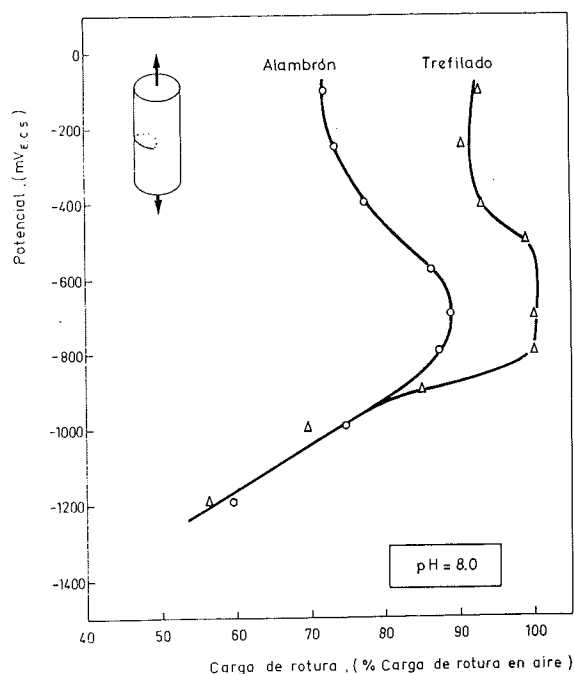


Fig. 5. Efecto del potencial en la fractura por corrosión bajo tensión a pH = 8,0.

Se observa, como característica general, que en ambos aceros existen dos regiones de potencial que conducen a la rotura por corrosión bajo tensión, separadas por otra zona de potenciales de relativa inoperancia al efecto. Esta separación ocurre siempre próxima a la línea de desprendimiento de hidrógeno del diagrama electroquímico del agua, por lo que se ha denominado régimen catódico de fractura al que ocurre a potenciales más negativos, donde el proceso electroquímico más importante es la producción de hidrógeno, y régimen anódico al que tiene lugar a potenciales más elevados situados en la zona de inestabilidad del hierro en el diagrama de Pourbaix del sistema  $\text{Fe-H}_2\text{O}$ . Únicamente el acero trefilado en la disolución de pH = 12,5 tiene un comportamiento distinto ya que no parece presentar régimen anódico, en estos ensayos realizados a la velocidad de sollicitación indicada. Sin embargo, es conocido que el fenómeno de corrosión bajo tensión depende de la velocidad de deformación (16), y en este acero hay indicios de que a la velocidad de  $5,5 \times 10^{-8}$  m/s presenta una zona anódica de fractura.

Fractográficamente, el material isótropo presenta siempre propagación de la fisura en su propio plano y superficies de fractura macroscópicamente planas, mientras que el acero anisótropo presenta, de manera general, propagación en dirección perpendicular al plano de la fisura, cuya extensión aumenta cuando se somete la muestra a potenciales catódicos. Los potenciales anódicos producen en este acero crecimiento inicial en el plano de la fisura, seguido después por una propagación ma-

microscópicamente inclinada y constituida microscópicamente por escalones.

Se considera primero el régimen de fractura que aparece ligado a los potenciales más negativos, régimen catódico. Los dos aceros presentan pocas diferencias en esta zona que comienza a potenciales más altos según se disminuye el pH del medio, lo que guarda similitud con la línea de producción de hidrógeno del diagrama electroquímico del agua. Este régimen de fractura es tanto más severo cuanto menor es el potencial, debido a la mayor formación de hidrógeno generado electroquímicamente, alcanzando un máximo de severidad al potencial de  $-1200$  mV donde el alambroón y acero trefilado presentan una similar susceptibilidad a la corrosión bajo tensión, pareciendo indicar que a potenciales muy catódicos el trefilado no influye en los procesos de corrosión.

Comparando las superficies de fractura obtenidas en estas condiciones electroquímicas ( $E = -1200$  mV y pH = 4,0, 8,0 y 12,5), Fig. 7, claramente se pone de manifiesto la diferencia en la forma de propagarse las fisuras según el tipo de acero. En el alambroón, la rotura es completamente plana y microscópicamente comienza según el modo TTS (Tearing Topography Surface) para seguir por clivaje (véase la referencia 14); en cambio, en el material trefilado la fractura se produce en distinto plano, siguiendo la orientación de las colonias de perlita, correspondiendo microscópicamente a una propagación en escalones con abundancia de cuasiclivaje (14). Se puede estimar entonces que el proceso de trefilado no es un impedimento para el avance de las fisuras en régimen catódico, sino que por el contrario parece que, o bien el hidrógeno penetra más fácilmente en el acero cuando las colonias de perlita están más deformadas, o bien durante el proceso de mecanizado en frío, debido a la diferente deformabilidad de la ferrita y la cementita, se producen microfisuras en la matriz perlítica que eliminarían el tiempo de nucleación de las mismas y permitirían la propagación rápida de la grieta en el material trefilado. Por tanto, el efecto beneficioso del trefilado (al favorecer que las fisuras transversales cambien a longitudinales, con el consiguiente alivio tensional) queda enmascarado por una mayor susceptibilidad a la fragilización por hidrógeno. En cualquier caso, debe tenerse presente que la semejanza de comportamientos entre el alambre trefilado y sin trefilar es en el ensayo a velocidad de deformación constante; cuando se compara el comportamiento de ambos alambres sometidos a una misma carga, el alambre trefilado sigue siendo superior.

Cuando la fractura por corrosión bajo tensión ocurre en el llamado régimen anódico, lo primero que hay que destacar es la menor severidad de esta zona de potenciales comparada con la degradación que sufrían los materiales en el régimen catódico, y el efecto beneficioso del trefilado frente al fenó-

meno estudiado. Para las disoluciones de pH 4,0 y 8,0 este régimen comienza, en los dos aceros, a potenciales superiores a  $-600$  mV, pero con distinta intensidad. Así, para el acero trefilado, prácticamente no hay pérdida de propiedades (menos de un 10 por 100 respecto al comportamiento en aire), mientras que en el alambroón la carga de rotura en estos ambientes agresivos puede disminuir hasta valores alrededor del 30 por 100. En cambio, en la solución más alcalina, pH = 12,5, no se detecta actividad del acero trefilado en esta región de potenciales, previsiblemente debido a la escasa agresividad del medio, a diferencia del alambroón que es susceptible cuando el potencial de la interfase es mayor de  $-700$  mV. Todo parece indicar que cuando el mecanismo dominante no es la penetración del hidrógeno en el acero, el efecto del trefilado es muy acusado. Fractográficamente hay diferencias evidentes en el camino seguido por las fisuras, presentándose un ejemplo en la Fig. 8, en la que se observa que, en el acero trefilado, normalmente hay una primera propagación transversalmente (menor de  $50 \mu\text{m}$ ) para continuar en dirección axial; y en el alambroón, como en casos anteriores, es en modo I y por clivaje. Entonces, en este régimen de fractura, la estructura fibrosa del trefilado interrumpe el avance de la fisura, obligando a que ésta varíe el plano de propagación; este hecho alivia la concentración de tensiones en la fisura transversal y conduce a una notable mejora de la susceptibilidad a la corrosión bajo tensión.

La relación que existe entre los potenciales a los que comienzan los distintos regímenes de fractura y el diagrama de Pourbaix del sistema Fe-H<sub>2</sub>O, ha sugerido las representaciones de las Figs. 9 y 10 para el alambroón y acero trefilado, respectivamente. El régimen catódico, en los dos materiales, está limitado por la línea de potenciales de descarga electroquímica de hidrógeno. Por el contrario, el régimen anódico presenta distintas características según la microestructura del alambre. En el alambroón, es débil para los potenciales y pH en que es estable la especie Fe<sub>3</sub>O<sub>4</sub>, y fuerte cuando los productos de reacción son Fe<sub>2</sub>O<sub>3</sub> y FeOOH; mientras que en el acero trefilado apenas se manifiesta el efecto de la corrosión bajo tensión en la región del régimen anódico débil del alambroón, y para pH mayores de 12,0.

## CONCLUSIONES

Los resultados obtenidos permiten concluir:

1.— Se ha establecido una buena correlación entre las condiciones electroquímicas que producen corrosión bajo tensión en estos aceros y algunas regiones del diagrama de Pourbaix del sistema Fe-H<sub>2</sub>O, observándose dos regiones de potenciales, situadas a ambos lados de la línea de equi-

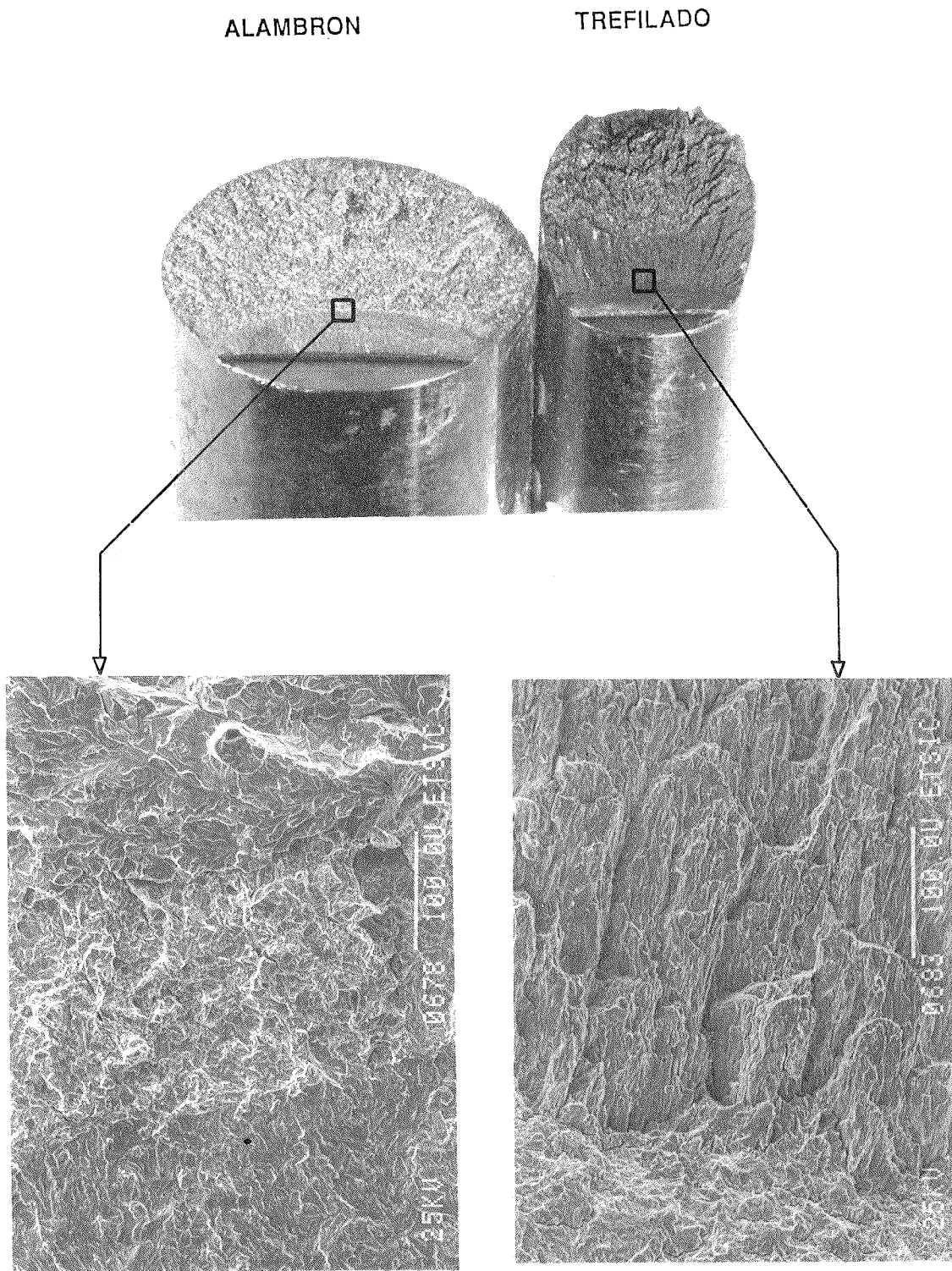


Fig. 7. Propagación de fisuras del alambón y del acero trefilado, en régimen catódico.

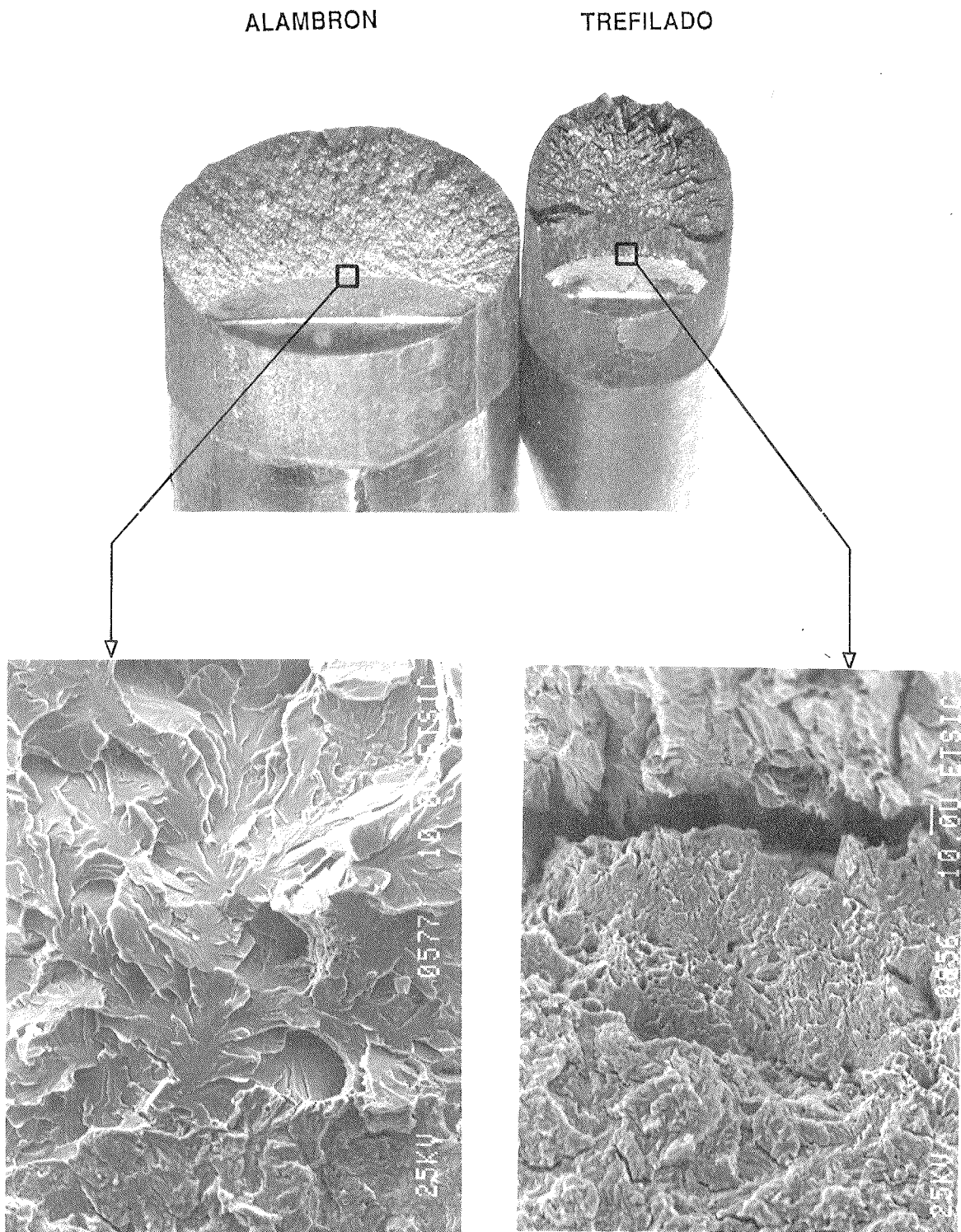
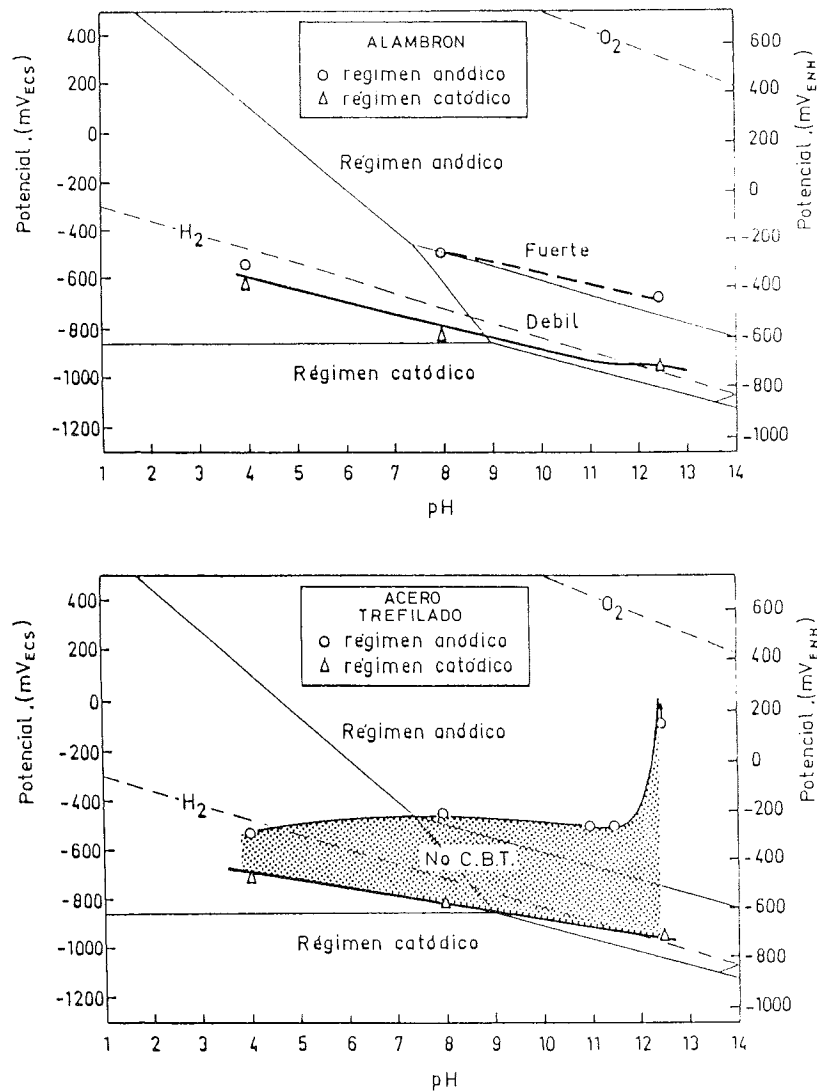


Fig. 8. Propagación de fisuras del alambro y del acero trefilado en régimen anódico.



Figs. 9 y 10. Relación entre el diagrama de Pourbaix del sistema Fe-H<sub>2</sub>O y los regímenes de fractura por corrosión bajo tensión.

librio del sistema H<sup>+</sup>/H<sub>2</sub>, donde la fisuración es provocada por el ambiente agresivo, por lo que se han denominado régimen anódico y catódico de fractura.

2.— Las roturas en los aceros fisurados sin trefilar son siempre transversales, perpendiculares al eje del alambre. En los alambres trefilados fisurados, las roturas se salen del plano de la fisura y tienden a propagarse en dirección longitudinal, tanto en régimen anódico como catódico.

3.— En el régimen catódico de fractura, donde el mecanismo actuante es la producción electroquímica de hidrógeno y la penetración del mismo dentro del acero, el efecto beneficioso del trefilado queda enmascarado por una mayor susceptibilidad a la fragilización por hidrógeno.

4.— En el régimen anódico se manifiesta un importante efecto de la orientación de las colonias

de perlita, ya que el comportamiento del acero trefilado es notablemente mejor que el del alambre.

## REFERENCIAS

- (1) Elices, M. (1981). "Problemas de Corrosión bajo Tensión en el Hormigón Pretensado". Rev. Ib. Corrosión y Protección, Vol. XIV, Núm. Extra., p. 21.
- (2) Eickemeyer, J. (1978). "Stress Corrosion Cracking of a High Strength Steel in Saturated Ca(OH)<sub>2</sub> Solutions Caused by Cl<sup>-</sup> and SO<sub>4</sub><sup>2-</sup> Additions". Corr. Sci., Vol. 18, p. 397.
- (3) Tanaka, Y.; Yamoaka, Y. y Kurauchi, M. (1981). "Effects of Tensile Strength on the Stress Corrosion Behaviour of Steel Wires in NH<sub>4</sub>SCN y NH<sub>4</sub>NO<sub>3</sub> Aqueous Solutions". Proc. 3rd. FIP



Symp., FIP - Berkeley, Wexham Springs, Slough, U.K.

(4) Bombara, G. y Bernabai, U. (1981). "The Caustic Stress Corrosion Cracking of High-Strength Wires". *Corr. Sci.*, Vol. 21, p. 409.

(5) Parkins, R.N.; Elices, M.; Sánchez-Gálvez, V. y Caballero, L. (1982). "Environment Sensitive Cracking of Prestressing Steel". *Corr. Sci.*, Vol. 22, p. 379.

(6) Jaber, J. (1985). "Effects of Anodic Inhibition on Stress Corrosion Cracking of High Strength Steel in Aqueous Environments". *Brit. Corr. J.*, Vol. 20, Núm. 3, p. 133.

(7) Craig, I.H. y Parkins, R.N. (1984). "Stress Corrosion Cracking of 18 Ni Maraging Steel in Chloride Solutions". *Brit. Corr. J.*, Vol. 19, Núm. 1, p. 3.

(8) Caballero, L. (1985). "Corrosión bajo Tensión en Aceros Eutectoides Trefilados y en Aceros Hipoeutectoides Térmicamente Tratados". Tesis Doctoral, Facultad de Ciencias Físicas, Universidad Complutense de Madrid.

(9) Caballero, L. y Elices, M. (1986). "Influencia de la Velocidad de Deformación en la Propagación de Fisuras por Corrosión Bajo Tensión". *Rev. Ib. Corrosión y Protección*, Vol. XVII, Núm. 1, p. 15.

(10) Clugston, F.; Weertman, J.R. y Shewmon, P.G. (1983) "The Enhancement of Hydrogen Attack in Steel by Prior Deformation". *Metall. Trans.* Vol. 14A, p. 695.

(11) Ransick, M. y Shewmon, P. (1981). "Effect of Cold Work on Hydrogen Attack". *Metall. Trans.*, Vol. 15A, p. 1019.

(12) Marandet, B. (1977). "Stress Corrosion Cracking and Hydrogen Embrittlement of Iron Base Alloys". NACE, Houston, Texas, p. 774.

(13) Langstaff, D.C.; Meyrick, G. y Hirth, J.P. (1981). "Hydrogen Induced Delayed Failure of High Strength Alloy Steel Wires". *Corrosion - NACE*, Vol. 37, Núm. 8, p. 429.

(14) Lancha, A.M. (1987). "Influencia del Trefilado en la Corrosión Bajo Tensión de Aceros Eutectoides". Tesis Doctoral, Facultad de Ciencias Químicas, Universidad Complutense de Madrid.

(15) McGuinn, K.F. y Elices, M. (1981). "Stress Corrosion Resistance of Transverse Precracked Prestressing Tendon in Tension". *Br. Corros. J.*, Vol. 16, Núm. 4, p. 187.

(16) Sánchez-Gálvez, V.; Caballero, L. y Elices, M. (1985) "The Effect of Strain Rate on the Stress Corrosion Cracking of Steels for Prestressing Concrete". *Laboratory Corrosion Tests and Standards ASTM STP 866*, Philadelphia, p. 428.

## RESUMEN

Este trabajo estudia la fisuración por corrosión bajo tensión de dos aceros eutectoides: un acero de pretensado (acero trefilado), y el acero utilizado como materia prima para la fabricación de alambres de pretensado (alambrón patentado).

Los ensayos se han realizado con probetas cilíndricas fisuradas sometidas a tracción axial y a velocidad de deformación constante (Slow Strain Rate Test). Los medios agresivos utilizados han sido de 1 g/l  $\text{Ca(OH)}_2$  + 0,1 g/l  $\text{NaCl}$  +  $\text{HCl}$ , siendo los pH de las disoluciones de 4,0, 8,0 y 12,5. Durante los ensayos el potencial se mantenía constante y controlado mediante potenciostatos.

Los resultados muestran, en los dos aceros, que existen dos regiones de potenciales que conducen a la rotura por corrosión bajo tensión, pero el fenómeno es de distinta intensidad, dependiendo de las características microestructurales de cada uno de los alambres.

## SUMMARY

This paper presents results on stress corrosion cracking of two eutectoid steels for prestressing concrete; before and after cold drawing. Tests have been performed on precracked specimens axially loaded (Slow Strain Rate Tests). The environment was 1g/l  $\text{Ca(OH)}_2$  + 0,1 g/l  $\text{NaCl}$  +  $\text{HCl}$ , with pH ranging from 4,0 to 12,5.

Two regimes of environment sensitive fracture were detected. The high potential regime is sensitive to cold drawing differences. The lower potential regime of cracking is similar for both wires (before and after cold drawing).

## Simposio sobre Durabilidad de las Estructuras

Lisboa (Portugal) 6-8 setiembre 1989

Organizado por el Laboratorio Nacional de Ingeniería Civil de Lisboa y el Grupo Portugués de la IABSE (GPEE), se va a celebrar en Lisboa, del 6 al 8 de setiembre del próximo año 1989, un Simposio Internacional sobre "Durabilidad de las Estructuras".

Los objetivos fundamentales de este Simposio son:

– Difundir y aumentar los conocimientos sobre los efectos de los fenómenos físico-químicos en el deterioro y ruina de las estructuras, sobre las condiciones ambientales que dan origen a tales fenómenos, y sobre las consecuencias que tales procesos producen en la durabilidad de las estructuras.

– Lograr una mejor comprensión de los efectos de la durabilidad que deben tenerse en cuenta en el proyecto y construcción de las estructuras.

– Conseguir un mejor conocimiento de los efectos de la durabilidad, en sus distintos aspectos, que deben tomarse en consideración para la conservación, reparación y rehabilitación de las estructuras.

– Definir los campos que deben estudiarse en futuras investigaciones.

El Simposio se desarrollará en cuatro Sesiones, en cada una de las cuales habrá:

– Una introducción al tema correspondiente, a cargo de un Conferenciantes invitado.

– Se continuará en dos sub-Sesiones simultáneas en las cuales:

● Se presentarán las Comunicaciones que hayan sido admitidas, y

● Se celebrará una Mesa Redonda para discutir las conclusiones obtenidas.

Habrá también Sesiones para la presentación de "posters", en los que se expondrán casos prácticos relacionados con la durabilidad de las estructuras; y una Exposición de equipos, aparatos, técnicas y métodos utilizados en la inspección de obras.

Los textos de todas las Conferencias programadas y de las Comunicaciones y "posters" que hayan sido aceptados para su presentación en el Simposio, serán recogidos en una publicación que se entregará a los participantes al iniciarse las reuniones.

Los textos de las Comunicaciones podrán presentarse en alemán, francés o inglés, pero su exposición oral y las discusiones se harán únicamente en inglés. No habrá traducción simultánea.

Se organizarán excursiones post-Simposio en el curso de las cuales habrá ocasión de visitar las obras de construcción de dos puentes atirantados en el Algarve y de un puente ferroviario de gran luz, en Oporto.

Los interesados en participar en este Simposio deberán dirigirse a:

SECRETARIAT OF IABSE  
ETH-Hönggerberg  
CH-8093 ZURICH  
(Suiza)

# Comportamiento del hormigón en fractura a muy bajas temperaturas

Pablo Maturana  
Jaime Planas  
y Manuel Elices

Dres. Ingenieros de Caminos C. y P.  
Departamento de Ciencia de Materiales  
Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Caminos  
Universidad Politécnica de Madrid

## 1. INTRODUCCION

El hormigón armado y pretensado, a temperaturas criogénicas, se utiliza en la construcción de grandes depósitos destinados al almacenamiento de gases naturales licuados a presión atmosférica, así como también en grandes contenedores flotantes. Por otra parte, en el Artico se está empleando en plantas exploratorias móviles y en terminales o plantas industriales flotantes. El interés por el uso del hormigón pretensado en estas condiciones ha quedado de manifiesto en una serie de congresos internacionales realizados en los últimos años (1).

Para almacenar gases naturales licuados a presión atmosférica es necesario que estos sean enfriados, en algunos casos, a temperaturas del orden de  $-165^{\circ}\text{C}$ . Estas condiciones de temperatura influyen ostensiblemente en muchas propiedades del hormigón, haciéndolo un material muy interesante para el diseño de estas estructuras. Muchas de las propiedades que posee el hormigón a bajas temperaturas se encuentran resumidas en los proceedings de algunos congresos (2) y (3) o en un "estado del arte" publicado por la FIP (4).

Dentro de las características mecánicas que han sido estudiadas en el hormigón es posible resaltar la resistencia a compresión, que puede aumentar, a  $-170^{\circ}\text{C}$ , en términos relativos respecto a la de  $20^{\circ}\text{C}$ , hasta en un 400 por 100. La resistencia a tracción obtenida por ensayos de hendimiento o de flexotracción también aumenta, pero en forma menos acusada que la de compresión. Con relación al diagrama tensión-deformación obtenido en ensayos de compresión, éste varía en función de la temperatura y del contenido de humedad del hormigón; sin embargo, a  $-170^{\circ}\text{C}$  es considerado elás-

tico y lineal en el campo ingenieril, presentando una rotura del tipo frágil.

Dado el comportamiento que presenta el hormigón a temperaturas criogénicas, surge de inmediato la inquietud de saber cuál es su comportamiento en fractura bajo tales condiciones. De ello no existe información al respecto; sólo hay un trabajo (5) en el cual se comenta que se han realizado ensayos sobre pequeñas probetas de mortero y se han evaluado los resultados aplicando la Mecánica de Fractura Elástica y Lineal. En ellos se obtuvo que el  $K_{IC}$  aumenta sustancialmente al disminuir la temperatura. El resultado refleja que para  $22^{\circ}\text{C}$ ,  $-78^{\circ}\text{C}$  y  $-197^{\circ}\text{C}$  los valores de  $K_{IC}$  fueron 0,9, 2,2 y 1,9  $\text{MPa m}^{1/2}$ .

En el presente trabajo se presentan los primeros resultados en los cuales se ha medido la energía de fractura  $G_f$  de acuerdo al método Rilem, en probetas de hormigón saturadas y a 4 temperaturas diferentes comprendidas en el intervalo de  $20^{\circ}\text{C}$  a  $-170^{\circ}\text{C}$ , por lo que se describe la metodología utilizada para obtener ensayos estables en vigas entalladas de hormigón bajo tales condiciones de temperatura.

## 2. TRABAJO EXPERIMENTAL

El trabajo experimental tiene como objetivo principal medir la energía de fractura del hormigón, siguiendo la metodología propuesta por la Rilem (6), y analizar la influencia de la temperatura en los parámetros de fractura, especialmente en la  $G_f$ . Con esta finalidad se efectuaron ensayos estables sobre probetas entalladas de hormigón. Las características de los materiales utilizados, así como los principales aspectos de la experimentación se detallan a continuación.

## 2.1. Materiales y probetas utilizadas

### 2.1.1. Características del hormigón

El hormigón utilizado en la confección de las probetas de ensayo ha sido obtenido a partir de los componentes cuya características básicas son las siguientes.

#### Cemento

Se ha utilizado un cemento P-450 ARI, clasificado como portland de alta resistencia inicial, el cual equivale a un ASTM tipo III.

#### Aridos

Los áridos empleados en este caso, son de canto rodado y de origen silíceo. La tabla 1 presenta la granulometría de los mismos.

TABLA 1

Tamiz ASTM Abertura (mm)	3/8 10	4 5	8 2,5	16 1,25	30 0,63	50 0,32	100 0,16	200 0,08
Arido Fino	100	99	93	52	27	10	3	1
Arido Grueso	100	44	1					

Las densidades netas obtenidas para el árido fino y grueso fueron, respectivamente, 2,62 g/cm<sup>3</sup> y 2,67 g/cm<sup>3</sup>.

#### Hormigón

En este estudio se ha utilizado un hormigón tipo propuesto por Rilem (7). La dosificación utilizada, referida al contenido de cemento, que en este caso fue de 400 kg/m<sup>3</sup>, se tiene en la tabla 2, así como las características mecánicas medidas a 28 días según normas ASTM, que aparecen en la tabla 3 para las dos amasadas confeccionadas. La resistencia a tracción se obtuvo de ensayos de hendidamiento y el módulo de elasticidad mediante ensayos de compresión.

TABLA 2

Cemento.	1
Agua:	0,5
Arena:	3,02
Grava:	1,35

TABLA 3

Cono (cm)	Resistencias (MPa)		M. Elasticidad (GPa)
	Compresión	Tracción	
5	33,1	2,80	26,6
6	28,0	2,62	24,6

### 2.1.2. Probetas utilizadas

De ambas amasadas de hormigón, se han confeccionado probetas cilíndricas de 150 mm de altura y 75 mm de diámetro, así como vigas entalladas de hormigón cuya geometría y dimensiones se ven en la figura 1.

Las probetas cilíndricas se han utilizado para medir, mediante ensayos de tracción directa, la resistencia a tracción ( $f_t$ ) y el módulo de elasticidad (E). Estos ensayos han sido realizados a la vez que se ejecutaron los de fractura, de manera que la edad del hormigón fuera la misma. Además, ambos tipos de ensayo se realizaron en las mismas condiciones de temperatura; es decir, a temperatura ambiente, 20°C y -170°C.

Para ejecutar los ensayos de tracción directa, las bases de los cilindros se pulieron, para eliminar la lechada superficial, y luego fueron adheridas a los platos de ensayo mediante resina epóxi repelente al agua, ya que las probetas se ensayaron saturadas. Esto se consiguió dejando endurecer la resina durante 3 horas y luego sumergiendo las probetas nuevamente, durante un período mínimo de 12 horas, hasta que se realizaba el ensayo.

Las vigas entalladas de hormigón de la figura 1, fueron confeccionadas con moldes de acero, para tener un mejor acabado superficial. Estas fueron hormigonadas en 2 tongadas, vertidas desde una de sus caras laterales, para evitar problemas de colocación. Luego, cada tongada fue compactada mediante vibrado mecánico para obtener la máxima compacidad del material así como una densidad uniforme. Se tuvo especial cuidado en la pieza que se utilizó para preformar la entalla. Era de acero, con la longitud correspondiente a la profundidad de entalla y terminada en punta con un ángulo de 30°, para evitar así que se desviara el plano de la fisura.

Las vigas fueron instrumentadas mediante 5 termopares tipo K. La posición de estos es la que se detalla en la figura 1. Esto permitió conocer la distribución de temperaturas en una zona próxima a la de fractura, durante todo el período de enfriamiento.

Todos los ensayos se realizaron sobre probetas saturadas. Para este fin; las probetas de la amasada 1, que se ensayaron a 20°C y a -170°C, se envol-

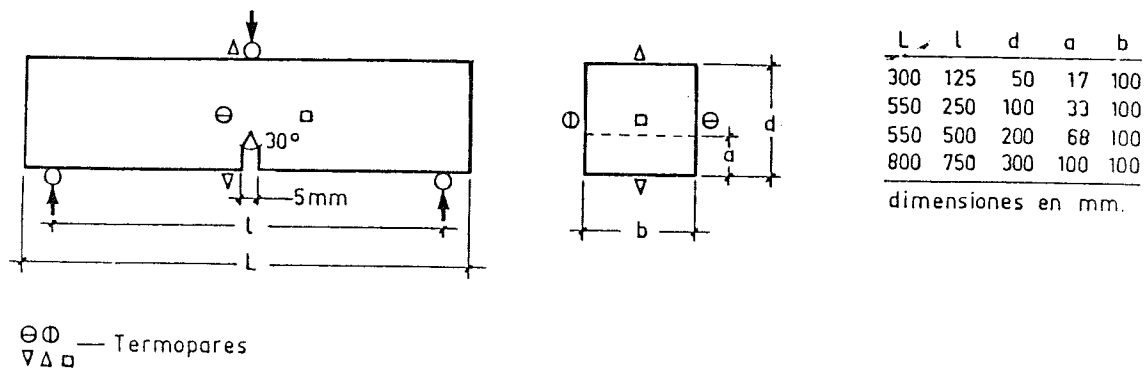


Fig. 1. Geometría de las probetas entalladas y posición de termopares.

vieron en láminas de polietileno inmediatamente después de ser extraídas de la balsa. Solamente las áreas donde se apoyaban las vigas o donde se aplicó la carga, quedaron descubiertas, ya que, previamente fueron pulidas y limpiadas; las probetas de la amasada 2 que se ensayaron a  $-10^{\circ}\text{C}$  y  $-70^{\circ}\text{C}$  fueron selladas completamente mediante un compuesto de curado aplicado en 2 capas, evitando así totalmente la pérdida de humedad de la probeta.

## 2.2. Procedimiento experimental

Del procedimiento experimental se pueden destacar tres aspectos; el sistema de enfriamiento utilizado para los ensayos criogénicos, el desarrollo experimental llevado a cabo para la ejecución de ensayos de tracción directa y, por último, los ensayos de flexión estable en tales condiciones.

### 2.2.1. Equipos y sistema de enfriamiento

Para los ensayos a bajas temperaturas se utilizaron dos cámaras criogénicas de flujo continuo. La diferencia entre estas era solamente el volumen. Una se utilizó para los ensayos de tracción directa y la otra para los ensayos de flexión.

Las cámaras eran refrigeradas por nitrógeno líquido y la convección era forzada mediante un ventilador centrífugo de elevado caudal. El esquema de enfriamiento utilizado para ambas cámaras es el representado en la figura 2, donde aparece el conjunto de equipos que se encuentran interconectados para controlar adecuadamente el proceso. El control es muy importante ya que la velocidad de enfriamiento debe ser constante y adecuada al tamaño de la probeta, con la finalidad de evitar el deterioro del material, dada la baja conductividad térmica que posee el hormigón. Todo esto puede incidir en que se generen tensiones elevadas debido al gradiente de temperatu-

ras que se induce durante el enfriamiento (8).

El enfriamiento se realiza de forma automática, mediante un controlador de temperatura, que regula el flujo de nitrógeno líquido que se introduce a través de una electroválvula, según la velocidad de enfriamiento predeterminada que es programada en un generador de funciones digital. Para dar paso al nitrógeno líquido, el controlador recibe información de la temperatura real del gas que hay en el interior de la cámara, mediante una termorresistencia de platino.

La precisión en la medida de temperaturas del sensor utilizado es de  $\pm 1^{\circ}\text{C}$  y la resolución de  $0,1^{\circ}\text{C}$ . De esta manera la estabilidad de temperatura conseguida con este sistema es de  $1^{\circ}\text{C}$ .

La velocidad de enfriamiento puede ser controlada con una precisión mejor del 0,5 por 100 para velocidades inferiores a  $5^{\circ}\text{C}/\text{min}$ , límite muy superior a las velocidades utilizadas en esta experimentación.

Durante todo el proceso se lleva un registro continuo de la temperatura del gas, frente al tiempo. La medida de temperaturas en la probeta se efectúa a través de un sistema automático de adquisición de datos Hewlett Packard 3052A, el cual realiza de forma automática la lectura de la fuerza electromotriz (FEM) de los 5 termopares colocados en la probeta, la temperatura de la soldadura de referencia y calcula la temperatura en grados centígrados mediante un ajuste polinómico. La estabilidad de temperaturas en los puntos de control de la probeta es mejor que  $0,1^{\circ}\text{C}$ .

Las lecturas de los 5 termopares situados en la probeta se toman a través del sistema de adquisición automática de datos. Cada 30 segundos se hace un bucle de 5 lecturas consecutivas y se efectúa con ello una representación gráfica en tiempo real mediante un registrador gráfico. Este procedimiento permite conocer la distribución de temperaturas en una zona próxima a la entalla y a



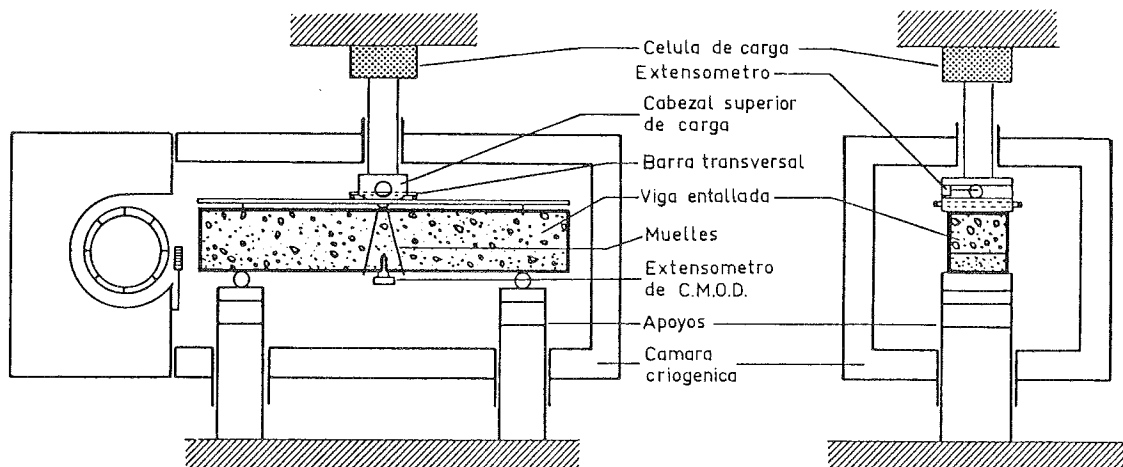


Fig. 3. Dispositivos para ensayos estables a flexión.

rior de la probeta sobre la vertical de los apoyos. La línea se materializó mediante un bastidor rígido y una barra corta que cruza por un taladro centrado que se dejó en el cabezal de carga, como se representa esquemáticamente en la figura 3. El desplazamiento fue medido por un extensómetro criogénico que se alojó en el interior del taladro transversal realizado en el cabezal de carga. La precisión del extensómetro fue mejor que  $5 \mu\text{m}$ .

Las salidas de la célula de carga y de ambos extensómetros fueron registradas de forma continua y simultáneamente se fueron tomando lecturas mediante el sistema automático de adquisición de datos, las cuales se almacenaron en cintas magnéticas en forma de una matriz de  $500 \times 3$ . Las curvas fuerza-desplazamiento y fuerza-CMOD, así como los parámetros de fractura se obtuvieron procesando la información almacenada.

### 3. RESULTADOS EXPERIMENTALES

#### 3.1. Ensayos a tracción directa

Los ensayos a tracción directa fueron realizados sobre probetas saturadas, cilíndricas, de 75 mm de diámetro por 150 mm de altura. Los valores medios de los resultados obtenidos se resumen en la tabla 4. Se indica entre paréntesis la desviación estándar.

Durante el período de enfriamiento la máxima diferencia de temperaturas alcanzada en una sección transversal de la probeta fue de  $2,5^\circ\text{C}$ .

#### 3.2. Ensayos estables a flexión sobre vigas entalladas

Estos ensayos se realizaron sobre vigas entalla-

TABLA 4

Temperatura (C)	Edad (días)	Resistencia a tracción (MPa)	Módulo de elasticidad (GPa)
20	90	3,14 (0,05)	25,4 (0,35)
-10	90	3,53 (0,11)	27,2 (0,21)
-70	90	4,19 (0,29)	31,8 (1,41)
-170	90	4,01 (0,12)	47,9 (3,70)

das. Su forma y dimensiones son las indicadas en la figura 1. En la tabla 5, se resumen los valores medios de los ensayos efectuados y entre paréntesis aparecen las desviaciones estándar para los mismos.

La diferencia máxima de temperaturas alcanzada durante el período de enfriamiento en una sección transversal de la probeta es la indicada para cada geometría en la tabla 6.

### 4. ANALISIS DEL PROCEDIMIENTO EXPERIMENTAL

El efectuar ensayos a temperaturas criogénicas sobre probetas saturadas de hormigón trae como resultado una serie de dificultades experimentales adicionales que pueden no manifestarse a temperatura ambiente.

Algunos problemas comienzan a surgir con los dispositivos de ensayo que se encuentran en el interior de la cámara. Muchos de ellos es posible que tengan un buen funcionamiento a temperatura ambiente pero no así a muy bajas temperaturas. Esto puede deberse a variaciones dimensionales considerables en algunos casos; o bien, debido a la

TABLA 5

Probeta N°	Temperatura (°C)	d (m)	P <sub>u</sub> (kN)	f <sub>n</sub> (MPa)	G <sub>f</sub> (N/m)
FT20 - 1/P	20	0,05	2,89 (0,07)	4,31	57 (3)
FT20 - 2/P	20	0,10	5,21 (0,09)	4,15	75 (18)
FT20 - 3/P	20	0,20	9,37 (0,09)	3,92	82 (3)
FT20 - 4/P	20	0,30	11,25 (0,82)	3,08	94 (7)
FT-10 - 1/S	-10	0,05	6,75 (1,10)	11,31	222 (20)
FT-10 - 2/S	-10	0,10	10,36 (0,28)	8,38	218 (10)
FT-10 - 3/S	-10	0,20	16,44 (0,63)	6,98	202 (8)
FT-10 - 4/S	-10	0,30	21,14 (0,65)	5,84	229 (3)
FT-70 - 1/S	-70	0,05	6,37 (0,20)	10,76	273 (23)
FT-70 - 2/S	-70	0,10	10,42 (0,18)	8,74	277 (17)
FT-70 - 3/S	-70	0,20	20,16 (0,30)	8,49	301 (12)
FT-70 - 4/S	-70	0,30	26,24 (0,62)	7,15	298 (5)
FT-170 - 1/S	-170	0,05	6,36 (0,02)	10,84	175 (24)
FT-170 - 2/S	-170	0,10	13,94 (0,87)	11,42	213 (3)
FT-170 - 3/S	-170	0,20	26,70 (3,12)	11,03	289 (7)
FT-170 - 4/S	-170	0,30	35,80	9,76	300

P<sub>u</sub> es la carga máxima y f<sub>n</sub> = 1,5 P<sub>u</sub> ℓ/b (d-a)<sup>2</sup>.  
a, b, d, ℓ corresponden a las dimensiones de la figura 1.

TABLA 6

Probeta N°	Máxima diferencia de temperatura (°C)
FT - 1	6
FT - 2	9
FT - 3	10
FT - 4	11

posible formación de hielo. Tomando en cuenta las dificultades antes mencionadas, en el sistema experimental utilizado se han eliminado todo tipo de aparatos mecánicos y la cámara ha sido perfectamente sellada para evitar al máximo la formación de hielo.

Con el dispositivo experimental diseñado, la única fuente potencial de errores está en los rodillos de apoyo de las vigas. En estos existe la posibilidad de que se traben al formarse hielo, con lo cual al flectarse la viga éstos inducirían unas fuerzas horizontales no consideradas, y que harían un efecto de cierre en la fisura. Sin embargo, esto es difícil que ocurra y más difícil aún es comprobarlo en forma directa. La eficiencia de los rodillos se comprobó en forma indirecta, debido a que las curvas experimentales carga-desplazamiento no presentaron cambios bruscos ("stick-slip") por lo que este efecto no fue contemplado.

Una dificultad adicional surge al realizar ensayos con probetas de hormigón saturadas, ya que

aparecen tensiones internas debido a la no uniformidad de temperaturas durante el proceso de enfriamiento. En consecuencia, las velocidades de enfriamiento deben ser muy bajas para prevenir la aparición de microfisuras y el crecimiento de la zona de fractura en el fondo de la entalla. Este efecto suele ser muy importante en el caso de hormigones saturados, lo cual se ha visto reflejado en estudios de dilatometría para hormigones saturados y con menores contenidos de humedad (9) y (10).

De acuerdo a lo antes mencionado, una estimación de las tensiones inducidas y del factor de intensidad de tensiones se ha realizado para este caso particular, mediante el modelo que considera el enfriamiento a velocidad constante para una viga entallada (8). Con ello ha sido posible evaluar el crecimiento de la zona de fractura mediante el modelo de zona cohesiva, utilizando la aproximación de orden cero (11), así:

$$FPZ = (\pi/8) (K_{IN}/f_t)^2 \quad (1)$$

donde K<sub>IN</sub> es el valor nominal del factor de intensidad de tensiones y f<sub>t</sub> es la resistencia a tracción.

Para la evaluación, se han considerado los siguientes valores:

$$E = 30 \text{ GPa}$$

$$\alpha = 10 \text{ } \mu\text{m/mK en la zona de contracción}$$

$$\alpha = -15 \text{ } \mu\text{m/mK en la zona de expansión.}$$

Los valores de α han sido extraídos de estudios



experimentales de dilatometría de hormigón (9) y (10), para hormigones con características similares al del presente estudio.

Los resultados así obtenidos, se encuentran resumidos en la tabla 7. Es interesante resaltar que en el modelo no se considera el crecimiento localizado de fisuras en las esquinas de la grieta, lo cual requeriría un análisis en tres dimensiones.

En lo que respecta a la resistencia a tracción, se puede observar en la tabla 4, que ésta aumenta al ser enfriado el hormigón; el máximo incremento parece estar próximo a los  $-70^{\circ}\text{C}$ , lo cual concuerda con resultados previos. Sin embargo, el incremento en esa zona es sólo de un 33 por 100 respecto a la resistencia a temperatura ambiente. Este incremento obtenido es inferior al publicado en investigaciones previas; pero cabe destacar que en

TABLA 7

Probeta	$\sigma_{\text{máx}}$ (MPa)	$K_{\text{IN}}$ (MPa m)	FPZ (mm)	FPZ/(d-a) (%)
FT - 1	1,4	0,056	0,14	0,42
FT - 2	2,1	0,102	0,45	0,67
FT - 3	2,3	0,134	0,78	0,58
FT - 4	2,3	0,145	0,92	0,46

Es conveniente hacer notar que, si no se evita la pérdida de humedad de la probeta, la retracción, combinada con la no uniformidad de temperaturas, puede ocasionar un serio deterioro del material. Para evitar el efecto combinado se utilizaron dos sistemas diferentes para impermeabilizar las probetas y evitar la retracción; las de la amasada 1, ensayadas a  $20^{\circ}\text{C}$  y  $-170^{\circ}\text{C}$ , envueltas en láminas de polietileno recortado en algunas zonas y las de la amasada 2, ensayadas a  $-10^{\circ}\text{C}$  y  $-70^{\circ}\text{C}$ , selladas totalmente mediante un compuesto de curado aplicado en dos capas.

Finalmente, se puede destacar que los ensayos se realizaron con compensación de peso. Ello se consiguió dejando un voladizo ligeramente mayor a  $\ell/2$  en el caso de las vigas pequeñas ( $d = 0,05$  y  $d = 0,10$  m) y mediante muelles colocados en ambos costados de la entalla conectados al cabezal de carga para las mayores. De esta manera, después de la rotura total de la probeta, la lectura de la célula de carga permitía conocer el peso no compensado.

## 5. ANALISIS DE RESULTADOS

### Ensayos de tracción directa

En estos ensayos se han obtenido el módulo de elasticidad y la resistencia a tracción, todo ello mediante el método directo.

En lo que respecta al módulo de elasticidad, se puede ver claramente que a baja temperatura aumenta, alcanzando un valor aproximadamente igual a dos veces el de temperatura ambiente. Este valor concuerda con los resultados publicados (4), en que se ha medido su evolución con la temperatura sobre probetas saturadas pero ensayadas en compresión.

ellas se han utilizado expresiones que relacionan la resistencia obtenida a través de ensayos indirectos con la resistencia a la tracción (2) y (4). Esto último es muy importante, ya que no existen resultados, o estudios, que permitan efectuar una correlación entre ensayos de tracción indirecta y directa a bajas temperaturas sobre probetas saturadas de hormigón. Por otra parte, los valores obtenidos de resistencia a tracción tanto a temperatura ambiente como a baja temperatura parecen ser bastante consistentes, sobre todo si se analiza la dispersión experimental que fue prácticamente nula, lo cual refleja claramente la tendencia.

### Ensayos estables a flexión

Al analizar los valores medidos de las energías de fractura  $G_f$  de la tabla 5, se observa claramente, que en las probetas ensayadas envueltas en polietileno, que corresponden a las ensayadas a  $20^{\circ}\text{C}$  y  $-170^{\circ}\text{C}$ , aparece una relación entre el tamaño de la probeta y la energía de fractura, siguiendo la misma tendencia a ambas temperaturas. Este efecto de tamaño que se observa en estos resultados experimentales ha sido reflejado en otra experimentación anterior (12), donde el hormigón ensayado corresponde a otra mezcla diferente, pero en la que el tratamiento de las probetas ha sido análogo al indicado, es decir, cubiertas con polietileno.

Por el contrario, en los ensayos realizados con probetas totalmente selladas, correspondientes a las ensayadas a  $-10^{\circ}\text{C}$  y  $-70^{\circ}\text{C}$  esa relación entre el tamaño de la probeta y la energía de fractura desaparece y se tiene un valor de la energía de fractura prácticamente constante para los cuatro tamaños. Esto lleva a pensar que en los ensayos de  $20^{\circ}\text{C}$  y  $-170^{\circ}\text{C}$  las probetas han experimentado un fenómeno de retracción que se suma al de la no uniformidad de temperaturas, lo cual ha provocado

un daño importante en las probetas, siendo mucho más acusado en probetas pequeñas ( $d = 0,05$  y  $d = 0,10$ ), donde la relación superficie/volumen es mucho mayor. Esto es muy importante ya que al ser enfriadas las probetas, durante gran parte del proceso de enfriamiento pueden perder humedad por encontrarse en un ambiente seco y con un elevado caudal de aire.

Por último, es interesante destacar que se ha observado que la rotura a bajas temperaturas y a temperatura ambiente presentan una marcada diferencia. En los ensayos criogénicos existía una manifiesta tendencia a producirse la rotura del árido; en cambio en los ensayos a  $20^{\circ}\text{C}$  se producía la descohesión del árido en la matriz. Esto pudo observarse tanto en los ensayos a tracción directa como en los ensayos estables de flexión.

## 6. COMENTARIOS Y CONCLUSIONES

De los ensayos realizados se puede extraer lo siguiente:

1. La resistencia a la tracción simple en probetas saturadas aumenta al disminuir la temperatura, alcanzando un incremento aproximado de un 30 por 100 respecto a la misma a temperatura ambiente.

2. El módulo de elasticidad en probetas saturadas y medido a través de ensayos de tracción simple aumenta al reducirse la temperatura; este incremento puede llegar a ser de hasta un 90 por 100, para  $-170^{\circ}\text{C}$ , en comparación con su valor a temperatura ambiente.

3. Se debe poner especial cuidado en el sellado de las probetas para evitar el fenómeno de retracción, ya que los resultados obtenidos con el sellado parcial reflejan un deterioro de las probetas, no acusándose el mismo efecto en las probetas selladas totalmente.

4. Al descartar las probetas más pequeñas ( $d = 0,05$  y  $d = 0,10$ ) de los ensayos estables a flexión, por lo indicado en la sección 5 de este trabajo, se puede resaltar un aumento en la tenacidad del hormigón saturado a temperaturas criogénicas, y se tienen las siguientes relaciones para la energía de fractura respecto a la misma a temperatura ambiente.

$$G_f(-10) / G_f(20) = 2,5$$

$$G_f(-70) / G_f(20) = 3,3$$

$$G_f(-170) / G_f(20) = 3,4$$

5. De los parámetros de fractura obtenidos con probetas saturadas de hormigón, se puede ver que la longitud característica del hormigón  $\ell_{ch}$  es mayor a temperaturas criogénicas que a temperatura ambiente y su relación es:

$$\ell_{ch}(-10) / \ell_{ch}(20) = 2,1$$

$$\ell_{ch}(-70) / \ell_{ch}(20) = 2,3$$

$$\ell_{ch}(-170) / \ell_{ch}(20) = 3,9$$

lo cual viene a indicar que la fragilidad de un elemento estructural a bajas temperaturas es menor que a temperatura ambiente, pudiendo llegar a ser hasta 3,9 veces menor, lo que es un resultado muy sorprendente, dado que el comportamiento en compresión del hormigón en probetas saturadas se suele describir como un proceso elástico y lineal a bajas temperaturas, hasta que ocurre una rotura en forma explosiva (4), indicando así un fallo frágil.

## AGRADECIMIENTOS

Los autores expresan su agradecimiento al Dr. Félix Tamayo R., representante de Ciba-Geigy en España, por su asesoramiento en el tratamiento realizado a las probetas de ensayo. Este trabajo ha sido realizado con la financiación del proyecto del Comité Conjunto Hispano-Norteamericano 83/071.

## REFERENCIAS

1. Elices, M., "Cryogenic Prestressed Concrete: Fracture Aspects", Theoretical and Applied Fracture Mechanics, Vol 7 N 1, (1978).
2. The Concrete Society, "Cryogenic Concrete", Proceedings of the 1st International Conference, Newcastle upon Tyne, March 1981, Construction Press, p. 336, (1982).
3. The Concrete Societies of the Netherlands and the U.K., "Cryogenic Concrete", Proceedings of the 2nd International Conference, Amsterdam, Netherlands Concrete Society Preprints, (1983).
4. Elices, M., Rostasy, F.S., Faas, W.M., Wiedemann, G., "Cryogenic Behaviour of Materials for Prestressed Concrete", FIP State of the Art Report, p. 84, (1982).
5. Arvidson, J.M., Sparks, L.L., Steketee, E., "Mechanical Properties of Concrete Mortar at Low Temperatures", NBS Report 82-1658, (1982).
6. RILEM Comité 50-FMC, "Determination of the Fracture Energy of Mortar and Concrete by Means of Three-Point Bend Tests on Notched Beams", Materials and Structures, Vol 18, N 106, pp. 285-290, (1985).
7. RILEM, "Materials and Structures", Vol 7, 39, pp. 207-224, (1974).
8. Planas, J., Maturana, P., Elices, M., "Fractura por Enfriamiento en Vigas Fisuradas", para ser publicado en Anales de Fractura, Vol 4, (1987).

9. Planas, J., Corres, H., Elices, M., Chueca, R., "Thermal Deformation of Loaded Concrete During Thermal Cycles From 20°C to -165°C", *Cement and Concrete Research*, 14, pp. 639-644, (1984).

10. Elices, M., Planas, J., Corres, H., "Thermal Deformation of Loaded Concrete at Low Temperatures, 2: Transverse Deformation", *Cement and Concrete Research*, 16, pp. 741-748, (1986).

11. Planas, J., Elices, M., "Asymptotic Analysis of the Development of a Cohesive Crack Zone in Mode I Loading, for Arbitrary Softening Curves", para ser publicado en los Proceedings of the International Conference on Fracture of Concrete and Rock, Houston, Texas, (1987).

12. Planas, J., Elices, M., "Towards a Measure of  $G_f$ : An Analysis of Experimental Results", *Fracture Toughness and Fracture Energy of Concrete*, ed. F.H. Wittmann, Elsevier, Amsterdam, pp. 381-390, (1986).

## RESUMEN

En este artículo se analizan los resultados de roturas de vigas entalladas de hormigón saturado,

en un intervalo de temperaturas que va desde 20°C hasta -170°C. A partir de estos ensayos se ha calculado la energía de fractura y otros parámetros característicos utilizados en Mecánica de la Fractura.

Los resultados de la energía de fractura, que aumenta mucho a medida que disminuye la temperatura, se han comparado con las predicciones del modelo de activación térmica de Bazant, y se ha llegado a la conclusión de que ocurre un cambio microestructural importante entre 10°C y -70°C.

## SUMMARY

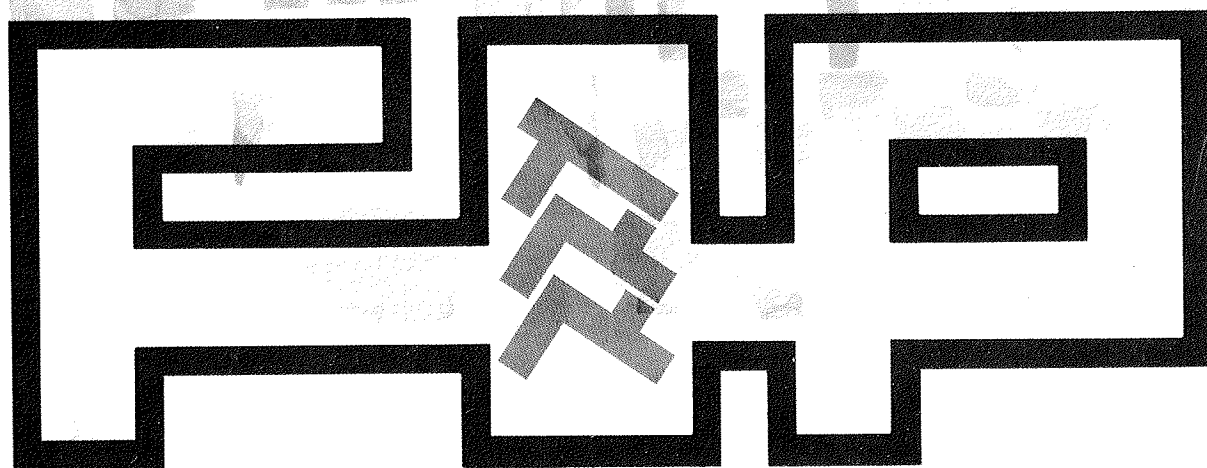
This paper presents experimental results of stable three point bend tests on notched saturated concrete beams in a range of temperatures, from room temperature down to -170°C. From these tests, values of fracture parameters are calculated at different temperatures.

The high increase in fracture energy, observed when lowering test temperature, is compared with the trends dictated by a previous thermal activation analysis performed by Bazant. The essential conclusion is that a drastic microstructural change takes place between 10°C and -70°C.

FEDERATION INTERNATIONALE DE LA PRECONTRAÎTE - INTERNATIONAL ORGANIZATION  
FOR THE DEVELOPMENT OF CONCRETE, PRESTRESSING AND RELATED MATERIALS AND TECHNIQUES

# FIP SYMPOSIUM-ISRAEL '88

JERUSALEM, ISRAEL, SEPTEMBER 4-9, 1988



FOR FURTHER INFORMATION PLEASE CONTACT:

THE SECRETARIAT: **FIP SYMPOSIUM - ISRAEL '88**  
P.O. BOX 50006, TEL AVIV 61500, ISRAEL TEL.: (03) 654571 TELEX: 341171 KENS IL FAX: 972 3 655674

## Discusión del artículo "Pandeo con fluencia" de Eduardo Pedeja

Publicado en el n° 164 de "Hormigón y Acero",  
3<sup>er</sup> trimestre de 1987, págs. 101-109

Comentarios por Juan Murcia  
Instituto de Ciencia de Materiales de Barcelona.  
C.S.I.C.

En fechas muy cercanas a la publicación en esta misma revista de una serie de artículos míos (2, 3) sobre la misma temática, aunque con objetivos y planteamiento diferentes, ha aparecido el artículo que ahora se comenta. Ello ha propiciado sin duda los presentes comentarios, moviéndome a la sana, y siempre fructífera, discusión sobre algo que me ha ocupado en los últimos meses; su sola elaboración, con el estudio previo del artículo, ya me han sido útiles. Por ello, celebro esta coincidencia en el tiempo.

He de decir de entrada que considero de gran interés, y comparto, la tesis del artículo, que propone la sustitución de la fórmula de Dischinger por otra también muy sencilla y mucho más precisa. Como en él se muestra, la primera no es adecuada por basarse en una deducción incorrecta y ofrecer en consecuencia unos resultados claramente erróneos; se podría añadir que éstos infravaloran los efectos de la fluencia, lo que es inseguro y quizá preocupante, por su fuerte repercusión en estos problemas (2, 3).

Por tanto, la discusión que sigue es más bien quizá un conjunto de precisiones y matices sobre el artículo y, tal vez más aventuradamente por mi parte (pero existen precedentes, como se verá, que me mueven a ello), sobre posibles extrapolaciones de sus resultados, más allá del caso contemplado: pieza simple con carga axial de excentricidad constante.

Usaré la misma notación, con excepciones (algunas variables, que aparecen también en mis artículos, para las que emplearé la de éstos). Por motivos obvios de espacio, evitaré precisiones que, en otro contexto, haría.

1. El planteamiento que corresponde a la ecuación de Euler-Bernoulli con fluencia (apartado 2.1) no tiene carácter general para material viscoelástico lineal (se sobreentiende que es el supuesto en el artículo).

De entrada, se advierte que de la expresión  $\gamma = \frac{M}{EI} (1 + \varphi)$ , que (como no deja de señalar el autor) sólo es cierta para momento constante, se deduce en seguida, diferenciando,  $d\gamma = \frac{M}{EI} \cdot d\varphi + \frac{dM}{EI}$ , donde aparece  $dM$ ; ello indica que el momento es variable y, por tanto, no es posible partir de la primera.

Ello tendría que hacerse de la expresión general, que es (2)

$$\gamma(t) = \frac{M(t_0)}{I} \cdot c(t, t_0) + \int_{t_0}^t \frac{M'(\tau)}{I} \cdot c(t, \tau) \cdot d\tau =$$

$$= \frac{M(t)}{I} \cdot c(t, t) - \int_{t_0}^t \frac{M(\tau)}{I} \cdot c'_\tau(t, \tau) \cdot d\tau$$

Al diferenciar o derivar (respecto a  $t$ ) esto último, por lo general se sigue obteniendo una expresión integral, lejos de la anterior (diferencial). No obstante, para ciertos tipos de función de fluencia, las de Dischinger precisamente, las cosas se simplifican; tales funciones son de la forma

$$c(t, t_0) = \frac{1 + \varphi(t, t_0)}{E} = \frac{1 + \varphi(t) - \varphi(t_0)}{E}$$

donde el coeficiente de fluencia  $\varphi(t, t_0)$  es, como se ve, de variables separadas y se forma por diferencia de la misma función  $\varphi$  para una y otra.

Si se toma la segunda forma de la expresión general de  $\gamma(t)$  y se deriva respecto de  $t$ , resulta sucesivamente

$$\gamma'(t) = \frac{M'(t)}{EI} - \left[ \frac{M(t)}{I} \cdot \left( -\frac{\varphi'(t)}{E} \right) \right] =$$

$$= \frac{M'(t)}{EI} + \frac{M(t)}{EI} \cdot \varphi'(t) = \frac{M'(t)}{EI} + \frac{M(t)}{EI} \cdot \varphi'_t(t, t_0)$$

donde se ha tenido en cuenta que  $c'_r(t, \tau) = -\varphi'(\tau)E$ , desapareciendo la integral al derivarla, por no ser el integrando función de  $t$ . Si se prescindiera ya de poner  $t$  y  $t_0$ , la anterior es, en forma diferencial,

$$d\gamma = \frac{dM}{EI} + \frac{M}{EI} \cdot d\varphi$$

idéntica a la del artículo. Por ello, esta ecuación, que de hecho constituye el planteamiento de la fluencia en el análisis, es válida para funciones de fluencia de Dischinger pero no lo es con carácter general.

2. Analicemos ahora las dos vías que llevan a la fórmula propuesta. Si en la segunda (apdo. 2.1) se define  $\gamma_e$  como  $\gamma_e = \frac{M}{EI}$ , se tiene  $d\gamma = \gamma_e \cdot d\varphi + d\gamma_e$ , idéntica, en curvaturas, a la de la primera (apdo. 1.2),  $dy = dy_k + dy_e = y_e \cdot d\varphi + dy_e$  (en deformada) donde, como es evidente,  $y_e$  sería la parte de deformada cuyo origen son las curvaturas  $\gamma_e$ , e  $y_k$  el resto (esto es, la debida a fluencia, ya que si ésta no existe la deformada es la que resulta sólo de  $\gamma = \frac{M}{EI}$ ).

Se aprecia así que de hecho las dos vías parten de un planteamiento idéntico de la fluencia, por lo que no tiene nada de extraño que lleven, en principio, a los mismos resultados. De ahí que, dejando ya aparte lo discutido en el punto 1, tan exacta o aproximada es una como la otra.

En lo que sí difieren ambas vías es en la existencia (primera) o no (segunda) de condiciones adicionales, lo que determina la distinta forma de resolución del problema y justifica que los resultados no sean idénticos (la fórmula propuesta se obtiene, en un caso, como resultado directo y, en el otro, por aproximación al truncar dos series de Fourier). Veamos esto.

3. En el apartado 1.2 la expresión que, junto con la ecuación básica de la fluencia ya vista, conduce a una sencilla ecuación diferencial (resuelta correctamente por el autor, a diferencia de la que, como éste indica, da lugar a la fórmula de Dischinger) es  $dy_k = (\nu - 1) \cdot dy_e$ ; de esta manera se simplifican mucho los cálculos y se llega de forma directa a la fórmula propuesta. Pero es importante resaltar que esta expresión no tiene validez universal: es exacta para la pieza simple cuya deformada previa sea una senoide simple, aunque resulta bastante aproximada para casi todos los casos con deformada simétrica, ajustables más o menos a una

senoide (entre ellos, el aquí tratado: carga con excentricidad constante); más allá es ya un tanto dudosa su vigencia, ni siquiera como aproximación, lo que también rige para el resultado final,

A la expresión  $y_{II,0} = y_{I,0} \cdot \frac{\nu}{\nu - 1}$  le ocurre igual.

En los apartados 2.2 y 2.3, a partir de la formulación básica de la fluencia de 2.1, ya comentada, se llega por resolución mediante series de Fourier a los desarrollos de  $y_{II,0}$  e  $y_{II,t}$ , sin introducir ninguna condición adicional. Por tanto, se trata de resultados exactos y generales, relativos, naturalmente, a la validez y universalidad del planteamiento.

No siempre resulta muy preciso ajustar  $y_{II,t}$  e  $y_{II,0}$ , por separado, con el primer término de sus desarrollos, como parece indicarse en 2.4 (el ejemplo del artículo, por cierto, es un poco botón de muestra de ello, como más tarde se verá). Tampoco podría afirmarse con rigor que, en general, el cociente entre ambas flechas puede sustituirse por el de sus respectivos primeros términos, lo que da lugar precisamente, en dicho apartado, a la fórmula propuesta, obtenida antes por la otra vía; sin embargo, en ciertos casos tal sustitución sí es muy precisa (el del artículo entre ellos, pero no tanto por lo que se aduce como motivo, lo del principio, sino por algo que se apreciará mejor en el ejemplo), por lo que la fórmula también lo es.

Por descontado, en caso de deformada inicial de tipo senooidal simple (para ello, excentricidad nula), los resultados por uno y otro camino serían exactos (relativamente al planteamiento o punto de partida, a su vez exacto o no según la función de fluencia del material, como se vio en 1) y deberían ser idénticos, lo que así ocurre: en el primero, la condición adicional es exacta y, en el otro, el desarrollo en serie se reduce al primer término. La fórmula es exacta en sus dos versiones, tanto en función de  $y_{II,0}$  como de  $y_{I,0}$ .

4. Pasemos al ejemplo (apdo. 3.1). Hay que indicar, de entrada, que los valores (máximos) diferidos de la flecha y del momento que aparecen, deducidos de valores previos correctos, no coinciden con los de nuestros cálculos. Ello parece extraño (aunque no pondríamos la mano en el fuego por éstos) pero, al menos, es claro a simple vista que la flecha diferida en primer orden no puede ser 5,41 cm ( $\neq 1,35(1 + \varphi) = 1,35 \times 3$ ) sino 4,05 cm.

Nuestros resultados son, a partir de las mismas expresiones y en idéntico orden (llamando  $e$  a la excentricidad  $\delta$ ), los siguientes:

– Dischinger:	$y_{II,t} = 0,194 e = 1,94 \text{ cm};$	$M = 150 \times 1,194 e = 17,91 \text{ kN.m}$
– Dischinger mod.:	$y_{II,t} = 0,538 e = 5,38 \text{ cm};$	$M = 150 \times 1,538 e = 23,07 \text{ kN.m}$
– Serie Fourier:	$y_{II,t} = 0,542 e = 5,42 \text{ cm};$	$M = 150 \times 1,542 e = 23,13 \text{ kN.m}$
– Fórmula simpl.:	$y_{II,t} = 0,492 e = 4,92 \text{ cm};$	$M = 150 \times 1,492 e = 22,38 \text{ kN.m}$

Los desarrollos en serie de  $y_{II,0}$  e  $y_{II,t}$ , con cuatro términos, resultan

$$y_{II,0} = e \cdot (0,1567 - 0,0052 + 0,0011 - 0,0004) = 0,152 e = 1,52 \text{ cm}$$

$$y_{II,t} = e \cdot (0,556 - 0,016 + 0,003 - 0,001) = 0,542 e = 5,42 \text{ cm}$$

El valor anterior de  $y_{II,0}$ , exacto, se confirma, como es natural, con la expresión analítica directa (2) para la pieza con  $\ell = 5 \text{ m}$  y  $e_1 = e_2 = e$ :

$$\begin{aligned} -y_{II,0} &= y_0 \left( \frac{\ell}{2} \right) = e \left( 1 - \cos \frac{1,04}{2} \right) + \\ &+ e \cdot \frac{\cos 1,04 - 1}{\sin 1,04} \cdot \frac{\sin 1,04}{2} = \\ &= -0,152 e = -1,52 \text{ cm} \end{aligned}$$

El cociente entre los valores precedentes de  $y_{II,t}$  e  $y_{II,0}$  es casi idéntico (error del orden de 0,5 por 100) al de los respectivos primeros términos de sus desarrollos, del cual resulta la fórmula que se propone:

$$\begin{aligned} \frac{y_{II,t}}{y_{II,0}} &= \frac{0,542 e}{0,152 e} = 3,566 \simeq \frac{0,556 e}{0,1567 e} = \\ &= 1 + \nu \cdot \frac{\varphi}{(e^{\nu-1} - 1)} = 3,547 \end{aligned}$$

Esta precisión, según se apuntó antes, no se debe tanto a que los desarrollos, por separado, se puedan reducir a su primer término (apdo. 2.4), ya que así, como se puede ver más arriba, aparecerían unos ciertos errores (pequeños sin duda, del orden del 3 por 100, pero muy superiores al 0,5 por 100); hay que pensar que una ley de momentos constante no se aproxima tan bien con el primer término como, por ejemplo, se hace con su propia deformada. La precisión viene más bien de que, al ser muy predominante dicho término sobre los demás (sólo los impares, simétricos), el cociente término a término,  $1 + n^2 \cdot \nu \cdot \frac{\varphi}{(e^{n^2 \cdot \nu-1} - 1)}$ , para  $\nu$  y  $\varphi$  normales, varía poco y tiende a  $1 + \varphi$ .

El valor de  $y_{II,t}$  en función de  $y_{II,0}$  es  $y_{II,t} = 0,152 e \times 3,547 = 0,539 e = 5,39 \text{ cm}$ , muy aproximado al obtenido de la serie, 5,42 cm (una

pizca más, claro está, que su variante, calculada ya, en función de  $y_{I,0}$ , 5,38 cm).

A título de curiosidad, se muestran a continuación los valores obtenidos para las aproximaciones desarrolladas en (2). Las flechas se han cambiado de signo por el distinto convenio existente.

–a. Primera aproximación (cota inferior, para todo punto en este ejemplo):

$$\begin{aligned} y_{II,t} &= 0,496 e = 4,96 \text{ cm}; \\ M &= 150 \times 1,496 e = 22,44 \text{ kN.m} \end{aligned}$$

–b. Segunda aproximación (cota superior, para todo punto en este ejemplo):

$$\begin{aligned} y_{II,t} &= 0,603 e = 6,03 \text{ cm}; \\ M &= 150 \times 1,603 e = 24,04 \text{ kN.m} \end{aligned}$$

–c. Tercera aproximación (con  $r = 0,135.E$ , si función fluencia Dischinger):

$$\begin{aligned} y_{II,t} &= 0,561 e = 5,61 \text{ cm}; \\ M &= 150 \times 1,561 e = 23,41 \text{ kN.m} \end{aligned}$$

–d. Cuarta aproximación (con  $r = 0,135.E$ ,  $1 + \alpha \cdot \varphi = 2,862$  [fórm. exacta (2)]):

$$\begin{aligned} y_{II,t} &= 0,568 e = 5,68 \text{ cm}; \\ M &= 150 \times 1,568 e = 23,52 \text{ kN.m} \end{aligned}$$

Cuarta aprox. (con  $r = 0,135.E$ ,  $1 + \alpha \cdot \varphi = 2,816$  [fórm. aprox. (3)]):

$$\begin{aligned} y_{II,t} &= 0,555 e = 5,55 \text{ cm}; \\ M &= 150 \times 1,555 e = 23,32 \text{ kN.m} \end{aligned}$$

Se aprecia la buena coincidencia de las aproximaciones ajustadas (tercera y cuarta) de (2) a los valores más exactos entre los revisados antes.

5. En conclusión, la fórmula a la que se llega es muy precisa y práctica, pero no es extrapolable fuera de los casos de deformada inicial simétrica (carga axial con excentricidad constante) o parecida; entre éstos se halla el del artículo, pero es evidente que existen más, con acciones adicionales (mecánicas y geométricas). Esto es extensible a su variante en base a  $y_{I,0}$ .

Este resultado da pie para sugerir la revisión de una expresión del Código modelo del CEB (1), apartado 14.4.2, método aproximado para evaluar los efectos de la fluencia en soportes, la cual

no sólo está basada en la fórmula de Dischinger sino que no tiene definido su campo de validez. En lugar de

$$e_c = e_{1g} \left[ \exp \left( \frac{\varphi \cdot F_g}{F_E - F_g} \right) - 1 \right]$$

sería mejor

$$e_c = e_{1g} \cdot \frac{F_E}{F_g} \cdot \left[ \exp \left( \frac{\varphi \cdot F_g}{F_E - F_g} \right) - 1 \right]$$

añadiéndose, eso sí, que es válida para soportes con acciones que den lugar a deformada simétrica o similar. Precisamente a extrapolaciones como ésta, dando por omisión carácter general a algo que no lo tiene, nos referíamos al principio; por lo que, aún no ligado directamente al artículo, se incluye.

Un comentario final, entre otros posibles que omito. La aproximación al problema, subyacente en el artículo, tiene la propiedad, entre otras, de no alterar con el tiempo la carga crítica, al igual que la primera, pero no el resto, de las de (2). La razón se ve en su formulación diferencial que, junto con la de las dos primeras (extremas) de (2), figura a continuación:

1ª (2):

$$d\gamma = \frac{M_0}{EI} \cdot d\varphi + \frac{dM}{EI}$$

artículo (Dischinger):

$$d\gamma = \frac{M}{EI} \cdot d\varphi + \frac{dM}{EI};$$

2ª (2):

$$d\gamma = \frac{M}{EI} \cdot d\varphi + \frac{dM}{EI} (1 + \varphi)$$

donde se observa que, como era de esperar, es intermedia ( $M \geq M_0$ ) en relación a las otras pero más parecida a la primera, lo que justifica esa propiedad.

## 6 REFERENCIAS:

1. CEB-FIP. Código modelo CEB-FIP para las estructuras de hormigón. Comité Euro-International du Béton. París, 1978.
2. MURCIA, J. Análisis diferido en segundo orden de piezas comprimidas esbeltas de hormigón. Planteamiento en viscoelasticidad lineal, aproximaciones para considerar la fluencia y conclusiones de cara a la práctica. Hormigón y Acero n° 165. Madrid, 1987.
3. MURCIA, J. Sobre el dimensionamiento y la comprobación, a la luz de la fluencia, de piezas comprimidas esbeltas de hormigón armado y pretensado. Métodos simplificados y normativa española actual. Hormigón y Acero n° 165. Madrid, 1987.



## Respuesta del Autor

Eduardo Pedoja  
Ingeniero Civil  
Uruguay

En fecha reciente recibí los comentarios de D. Juan Murcia, del Instituto de Ciencia de los Materiales de Barcelona, sobre el artículo "Pandeo con Fluencia" del cual soy autor.

Debo decir que mucho me honran tales comentarios por provenir de una persona que le bastan breves líneas para demostrar un sobresaliente conocimiento y erudición sobre el tema.

Coincido totalmente con las precisiones que se formulan y entiendo que complementan y redondean el artículo en aquellas partes en donde omití aclarar algunos puntos. No obstante quisiera hacer algunas puntualizaciones.

1. En el apartado 2.1, la ecuación de Euler-Bernoulli con fluencia se dedujo en forma directa sumando los diferenciales de curvatura correspondientes a la fluencia y a la variación de momentos.

$$d\chi = \frac{M}{EI} d\varphi + \frac{1}{EI} dM$$

La misma ecuación se deduce en los comentarios, enmarcada en un contexto de mayor generalidad.

2. En lo que se refiere al campo de validez de las fórmulas deducidas en el artículo, resulta del mismo que la fórmula exacta es aplicable a la barra biarticulada (o a cualquier otra reductible a ella) con cualquier condición de carga, aún las que producen deformada no simétrica, mientras que la fórmula corregida es aplicable a la barra biarticulada, pero sólo en aquellos casos en los que resulte válido truncar las series en el primer término, que es el caso, como bien lo señala el autor de los comentarios, de la deformada senoidal simétrica.

3. Pasando al ejemplo del apartado 3.1 debo ofrecer mis disculpas porque se deslizó un error al tipografiar el manuscrito. En donde dice  $\varphi = 2$  debe decir  $\varphi = 3$ .

4. Desviándonos un poco del objetivo de esta

discusión haremos algunas deducciones complementarias.

No resulta complicado observar que, apenas nos apartamos del caso estudiado, la formulación diferencial nos conduce a dificultades matemáticas que si bien no son imposibles de resolver resultan de difícil aplicación práctica.

En la búsqueda de nuevas vías que permitan la generalización del problema, vamos a resolver el mismo caso estudiado pero con la formulación de Trost y Zerna (Ref. (1) pág. 262):

$$\epsilon(t) = \frac{\sigma_0}{E} (1 + \varphi) + \frac{\sigma(t) - \sigma_0}{E} (1 + \rho \varphi) + \epsilon_s$$

Resulta cómodo para nuestro planteamiento trabajar, no con la deformación total sino con la deformación debida a fluencia:

$$\epsilon_k = \frac{\sigma_0}{E} \varphi + \frac{\sigma_k}{E} (1 + \rho \varphi) + \epsilon_s$$

$$\epsilon_k = \epsilon(t) - \epsilon_0$$

$$\sigma_k = \sigma(t) - \sigma_0$$

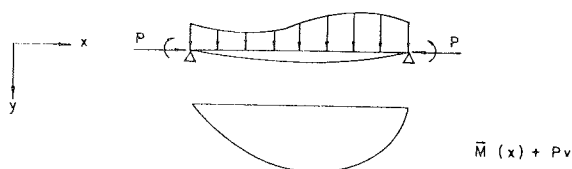
La ecuación de Euler-Bernoulli con fluencia para una barra homogénea es inmediata:

$$\chi_k = \chi_0 \varphi - \frac{M_k}{EI} (1 + \rho \varphi)$$

$$\chi_k = \chi(t) - \chi_0$$

$$M_k = M(t) - M_0$$

Aplicaremos esta ecuación al problema en estudio:



Repetimos brevemente la solución del problema sin fluencia:

$$\frac{d^2 y_{II,o}}{dx^2} + \frac{P}{EI} y_{II,o} = -\frac{\bar{M}(x)}{EI}$$

$$\bar{M}(x) = \sum_{n=1}^{\infty} b_n \operatorname{sen} \frac{n \pi x}{\ell}$$

$$y_{II,o} = \sum_{n=1}^{\infty} \sigma_n \operatorname{sen} \frac{n \pi x}{\ell}$$

$$\sigma_n = \frac{b_n}{P(n^2 v - 1)}$$

La solución del problema con fluencia es la siguiente:

$$\frac{d^2 y_{II,k}}{dx^2} + (1 + \rho \varphi) \frac{P}{EI} y_{II,k} = \varphi \chi_0$$

$$\chi_0 = \sum_{n=1}^{\infty} -\left(\frac{n \pi}{\ell}\right)^2 \sigma_n \operatorname{sen} \frac{n \pi x}{\ell}$$

$$y_{II,k} = \sum_{n=1}^{\infty} \mu_n(\varphi) \operatorname{sen} \frac{n \pi x}{\ell}$$

llamando  $v' = \frac{v}{1 + \rho \varphi}$

$$\mu_n(\varphi) = \frac{n^2 v'}{n^2 v' - 1} \varphi \sigma_n$$

La deformación total vale, en consecuencia:

$$y_{II,t} = y_{II,o} + y_{II,k}$$

$$y_{II,t} = \sum_{n=1}^{\infty} (\sigma_n + \mu_n(\varphi)) \operatorname{sen} \frac{n \pi x}{\ell}$$

$$y_{II,t} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{b_n}{P(n^2 v - 1)} \left(1 + \frac{n^2 v'}{n^2 v - 1} \varphi\right) \operatorname{sen} \frac{n \pi x}{\ell}$$

En la hipótesis de deformada senoidal simétrica, podemos con buena aproximación truncar las series en el primer término:

$$y_{II,t} = \frac{v}{v-1} y_{I,o} \left(1 + \frac{v'}{v'-1} \varphi\right)$$

Para que esta fórmula tenga sentido, debemos evaluar el coeficiente de envejecimiento  $\rho$ .

Igualando esta fórmula con la fórmula corregida obtenida en el artículo, podemos despejar  $\rho$ :

$$\rho = \frac{v-1}{\varphi} - \frac{1}{e^{\frac{\varphi}{v-1}} - 1}$$

Como era de esperar, en este caso,  $\rho$  depende solamente de  $\varphi$  y  $v$ .

Damos a continuación una tabla, a los efectos de mostrar la variación de  $\rho$ .

$v \backslash \varphi$	1	2	3	4
5	0,479	0,459	0,438	0,418
10	0,491	0,481	0,472	0,463
15	0,494	0,488	0,482	0,476
20	0,496	0,491	0,487	0,482

Se observa que, entre los límites de utilización, la variación de  $\rho$  es muy pequeña  $\sim 0,4 < \rho \leq 0,5$  y que la variación de la deformada es aún menor.

Como muestra de ello, se calculan los valores correspondientes al ejemplo del artículo.

$$\rho = 0,4 \quad v = 9,12 \quad \varphi = 3 : y_{II,t} = 7,51 \text{ cm}$$

$$\rho = 0,5 \quad v = 9,12 \quad \varphi = 3 : y_{II,t} = 7,78 \text{ cm}$$

La diferencia entre ambas es apenas 3,5 por 100.

Si bien con este razonamiento no hemos agregado nada nuevo a las conclusiones definitivas del artículo, abrimos una nueva vía de análisis, haciendo hincapié en que para los problemas de segundo orden el coeficiente de envejecimiento  $\rho$  puede tener un rango de variación distinto que para los problemas de primer orden.

## REFERENCIAS

(1) Construções de Concreto, F. Leonhardt, Editora Interciencia.

# MIEMBROS PROTECTORES DE LA ASOCIACION TECNICA ESPAÑOLA DEL PRETENSADO

*(Continuación de Int. Portada)*

- HUARTE Y CIA, S.A. Departamento Técnico.**— Profesor Waksman, 14. 28036 Madrid.
- IBERDUERO, S.A. Servicio Formación.**— Referencia 3001. Gardoqui, 8. 48008 Bilbao.
- IBERDUERO, S.A. Servicio Formación.**— Referencia 8501. Gardoqui, 8. 48008 Bilbao.
- IBERICA DE ESTUDIOS E INGENIERIA, S.A. (IBERINSA).**— Avda. de Burgos, 11. 28036 Madrid.
- IBERING, ESTUDIOS Y PROYECTOS, S.A.**— Plaza Gala Placidia, 5-7. 08006 Barcelona.
- INDUSTRIAS GALYCAS, S.A.**— Portal de Gamarra, 46. 01013 Vitoria.
- INFORMES Y PROYECTOS, S.A. (INYPESA).**— General Díaz Porlier, 49-51. 28001 Madrid.
- INGENIERIA DEL ATLANTICO, S.A. (IDASA).**— Pérez Cepeda, 5 y 7. 15004 La Coruña.
- INSTITUTO ESPAÑOL DEL CEMENTO Y SUS APLICACIONES.**— Velázquez, 11 - 3.º izda. 28001 Madrid.
- INSTITUTO TECNICO DE CONTROL, ALICANTE S.A.**— Avda. de Elche, 164. 03008 Alicante.
- INSTITUTO TECNICO DE MATERIALES Y CONSTRUCCIONES (INTEMAC).**— Monte Esquinza, 30. 28010 Madrid.
- INTERNACIONAL DE INGENIERIA Y ESTUDIOS TECNICOS (INTECSA). Biblioteca.**— Orense, 70. 28020 Madrid.
- JOSE ANTONIO TORROJA, OFICINA TECNICA, S.A.**— Príncipe de Vergara, 103. 28006 Madrid.
- LABORATORIO CENTRAL DE ESTRUCTURAS Y MATERIALES.**— Alfonso XII, 3. 28014 Madrid.
- MECANOGUMBA, S.A.**— Apartado 23. 08100 Mollet del Vallés (Barcelona).
- NUEVA MONTAÑA QUIJANO, S.A.**— Fábrica de Forjas de Buelna. 39400 Los Corrales de Buelna (Cantabria).
- OBRAS Y CONSTRUCCIONES INDUSTRIALES, S.A. (OCISA).**— Princesa, 3 - 7º. 28008 Madrid.
- PACADAR, S.A.**— Hermosilla, 57. 28001 Madrid.
- PRENSOLAND, S.A.**— Calle Industria, s/n. 08529 Sant Martí de Centelles (Barcelona).
- PRETENSADOS DEL LOURO, S.A.**— Polígono Industrial Atios. 36400 Porriño (Pontevedra).
- SENER, TECNICA INDUSTRIAL Y NAVAL, S.A.**— Avda. del Triunfo, 56. 48930 Las Arenas (Vizcaya).
- SERVICIO DE PUENTES Y ESTRUCTURAS. - DIRECCION GENERAL DE CARRETERAS. - MINISTERIO DE OBRAS PUBLICAS Y URBANISMO.**— Paseo de la Castellana, 67. 28071 Madrid.
- SIKA, S.A.**— Carretera Madrid-Irún, Km. 14,500. Polígono Industrial. 28100 Alcobendas (Madrid).
- SOCIEDAD ANONIMA ESPAÑOLA BBR (S.A.E. BBR).**— Avda. General Perón, 36. 28020 Madrid.
- SOCIEDAD ESPAÑOLA DE ESTUDIOS PARA LA COMUNICACION FIJA A TRAVES DEL ESTRECHO DE GIBRALTAR, S.A. (SECEGSA).**— Estébanez Calderón, 3 - 1º A. 28020 Madrid.
- TECNICAS DEL PRETENSADO, S.A. (TECPRESA).**— Velázquez, 105. 28006 Madrid.
- TREFILERIAS DEL NORTE, S.A.**— Carretera de Zorroza a Castrejana, 150. Apartado 590. 48080 Bilbao.
- TRENZAS Y CABLES DE ACERO, S.A. (TYCSA).**— Monturiol, 5. 08210 Barberá del Vallés (Barcelona).

La Asociación Técnica Española del Pretensado se complace en expresar públicamente, su agradecimiento a las Entidades citadas, por la valiosa ayuda que le prestan, con su especial aportación económica, para el desenvolvimiento de los fines que tiene encomendados.



**asociación técnica  
española del pretensado**