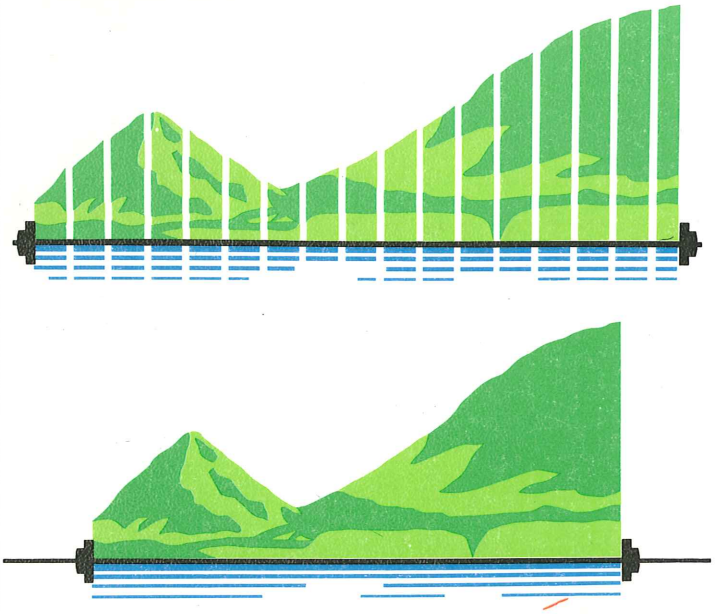
hormigón y ACERO

XI Asamblea Técnica Nacional de la Asociación Técnica Española del Pretensado.



Santander,
24 al 28 de septiembre de 1984.

nº 156

ASOCIACION TECNICA ESPAÑOLA DEL PRETENSADO.

DECLARADA DE UTILIDAD PUBLICA CON FECHA 4-3-77

INSTITUTO EDUARDO TORROJA DE LA CONSTRUCCION Y DEL CEMENTO (C.S.I.C.)

APARTADO 19.002. COSTILLARES. CHAMARTIN.

28080 MADRID

MIEMBROS PROTECTORES DE LA ASOCIACION TECNICA ESPAÑOLA DEL PRETENSADO

Dentro de nuestra Asociación existe una categoría, la de **"Miembro Protector"**, a la que pueden acogerse, previo pago de la cuota especial al efecto establecida, todos los Miembros que voluntariamente lo soliciten. Hasta la fecha de cierre del presente número de la Revista, figuran inscritos en esta categoría de **"Miembros Protectores"** los que a continuación se indican, citados por orden alfabético:

ACEROS Y TECNOLOGIA PARA LA CONSTRUCCION, S.A. (ATECSA).— P° de la Habana, 14. 28036 Madrid.

AGRUPACION DE FABRICANTES DE CEMENTO DE ESPAÑA "OFICEMEN".— Velázquez, 23. 28001 Madrid.

ALVI, S.A. (PREFABRICADOS ALBAJAR).— Orense, 10. 28020 Madrid.

AZMA, S.A.— P° de la Habana, 16. 28036 Madrid.

CAMARA, S.A.— 36080 Pontevedra.

CARLOS FERNANDEZ CASADO, S.A.— Grijalba, 9. 28006 Madrid.

CEMENTOS MOLINS, S.A.— C.N. 340, Km. 329,300. San Vicenç dels Horts (Barcelona)

CENTRO DE ESTUDIOS Y EXPERIMENTACION DE OBRAS PUBLICAS.— Alfonso XII , 3. 28014 Madrid.

CENTRO DE TRABAJOS TECNICOS, S.A.— Aribau, 185. 08021 Barcelona.

COLEGIO DE INGENIEROS TECNICOS DE OBRAS PUBLICAS.— Miguel Angel, 16. 28010 Madrid.

COLEGIO NACIONAL DE INGENIEROS DE CAMINOS, CANALES Y PUERTOS DE MADRID.— Almagro, 42. 28010 Madrid.

COLEGIO OFICIAL DE APAREJADORES Y ARQUITECTOS TECNICOS.— Santa Eugenia, 19. 17005 Gerona.

COL. LEGI OFICIAL D'ARQUITECTES DE CATALUNYA.— Plaça Nova, 5. 08002. Barcelona.

CONSTRUCCIONES Y CONTRATAS, S.A.— Federico Salmón, 13. 28016 Madrid.

CUBIERTAS Y M.Z.O.V., S.A.— Ayala, 42. 28001. Madrid.

DRAGADOS Y CONSTRUCCIONES, S.A.— Avda. de América, 24. 28028 Madrid.

ELABORADOS METALICOS, S.A.— Apartado 553. 15080 La Coruña.

EMPRESA AUXILIAR DE LA INDUSTRIA, S.A. (AUXINI). Departamento Obras Especiales.— José Ortega y Gasset, 40. 28006 Madrid.

ENTRECANALES Y TAVORA, S.A.— Biblioteca.— Juan de Mena, 8. 28014 Madrid.

ESCUELA TECNICA SUPERIOR DE INGENIEROS DE CAMINOS, CANALES Y PUERTOS.— Ciudad Universitaria. 28040 Madrid.

ESTUDIOS Y PROYECTOS TECNICOS INDUSTRIALES, S.A. (EPTISA).— Arapiles, 14. 28015 Madrid.

FOMENTO DE OBRAS Y CONSTRUCCIONES, S.A. (FOCSA).— Avda. General Perón, 36. 28020 Madrid.

FORJADOS DOMO.— Hermosilla, 64. 28001 Madrid.

FREYSSINET, S.A.— General Perón, 24. 28020 Madrid.

HIDROELECTRICA DE CATALUÑA, S.A.— Archs, 10. 08002 Barcelona.

HISPANO-ALEMANA DE CONSTRUCCIONES, S.A.— Capitán Haya, 51. 28020 Madrid.

HORMIGONES GERONA, S.A.— Lorenzana, 45. 17002 Gerona.

HORMIGONES PROYECTADOS, S.A.—Avda. Príncipe de Asturias, 63. 08012 Barcelona.

HUARTE Y CIA., S.A. Departamento Técnico.— Profesor Waksman, 14. 28036 Madrid.

IBERDUERO, S.A.— Centro Documentación. Referencia 3001. Gardoqui, 8. 48008 Bilbao.

(Continúa en el int. de contraportada)

MIEMBROS PROTECTORES DE LA ASOCIACION TECNICA ESPAÑOLA DEL PRETENSADO

(Continuación de Int. Portada)

IBERDUERO, S.A. Centro de Documentación (8501).— Gardoqui, 8. 48008 Bilbao.

IBERICA DE ESTUDIOS E INGENIERIA, S.A. (IBERINSA).— Príncipe de Vergara, 43. 28001 Madrid.

IBERING, ESTUDIOS Y PROYECTOS, S.A. Plaza Gala Placidia, 5-7. 08006 Barcelona.

INDUSTRIAS GALYCAS, S.A.— Portal de Gamarra, 46. 01013 Vitoria.

INGENIERIA DEL ATLANTICO, S.A. (IDASA).— Pérez Cepeda, 5 y 7. 15004 La Coruña.

INGENIERIA Y CONSTRUCCIONES SALA AMAT, S.A.— Buenos Aires, 19-21. 08029 Barcelona.

INGENIERO JEFE DE LA SECCION DE PUENTES Y ESTRUCTURAS.— Ministerio de Obras Públicas y Urbanismo. Dirección General de Carreteras. P° de la Castellana, 67. 28071 Madrid.

INSTITUTO TECNICO DE MATERIALES Y CONSTRUCCIONES (INTEMAC).— Monte Esquinza, 30. 28010 Madrid.

INTERNACIONAL DE INGENIERIA Y ESTUDIOS TECNICOS (INTECSA).— Biblioteca.— Orense, 70. 28020 Madrid.

JOSE ANTONIO TORROJA, OFICINA TECNICA, S.A.— Príncipe de Vergara, 103. 28006 Madrid.

LABORATORIO CENTRAL DE ESTRUCTURAS Y MATERIALES.— Alfonso XII, 3. 28014 Madrid.

NUEVA MONTAÑA QUIJANO, S.A.— Fábrica de Forjas de Buelna. Los Corrales de Buelna (Santander)

OBRAS Y CONSTRUCCIONES INDUSTRIALES, S.A.— **OCISA.** Princesa, 3-7.º. 28008 Madrid.

PACADAR, S.A.— Hermosilla, 57. 28001 Madrid.

PRENSOLAND, S.A.— Calle Industria, s/n. San Martín de Centellas (Barcelona)

PRETENSADOS DEL LOURO, S.A.— Polígono Industrial Atios. Porriño (Pontevedra) 36080.

PROMONAL, S.L.— Poeta Artola, 12. 46021 Valencia.

SENER, TECNICA INDUSTRIAL Y NAVAL, S.A.— Avda. del Triunfo, 56. Las Arenas (Vizcaya)

SIKA, S.A.— Carretera Madrid-Irún, km. 14,500. Polígono Industrial. Alcobendas (Madrid) 28000.

SOCIEDAD ANONIMA ECHEVARRIA.— Apartado 46. 48008 Bilbao.

SOCIEDAD ANONIMA ESPAÑOLA BBR (S.A.E. BBR).— Av. General Perón, 36. 28020 Madrid.

TECNICAS DEL PRETENSADO, S.A. (TECPRESA).— Velázquez, 105. 28006 Madrid.

TRENZAS Y CABLES DE ACERO, S.A. (TYCSA).— Monturiol, 5. Santa María de Barbará (Barcelona)

La Asociación Técnica Española del Pretensado se complace en expresar públicamente, su agradecimiento a las Entidades citadas, por la valiosa ayuda que le prestan, con su especial aportación económica, para el desenvolvimiento de los fines que tiene encomendados.

ASOCIACION TECNICA ESPAÑOLA DEL PRETENSADO
INSTITUTO EDUARDO TORROJA DE LA CONSTRUCCION Y DEL CEMENTO
DEL CONSEJO SUPERIOR DE INVESTIGACIONES CIENTIFICAS

hormigón y acero

n.º 156

3er trimestre, 1985

CUOTAS ANUALES

CATEGORIAS	ESPAÑA	EXTRANJERO
Miembros "Personales" (personas naturales)	4.000,– ptas.	40,– dólares
Miembros "Colectivos" (personas jurídicas)	6.000,– ptas.	100,– dólares
Miembros "Protectores" (personas naturales o jurídicas que deseen prestar una ayuda económica especial a la A.T.E.P.)	10.000,– ptas.	200,– dólares

Ni la Asociación ni el Instituto, una de cuyas finalidades es divulgar los trabajos de investigación sobre la construcción y sus materiales, se hacen responsables del contenido de ningún artículo y el hecho de que patrocinen su difusión no implica, en modo alguno, conformidad con la tesis expuesta.

De acuerdo con las disposiciones vigentes, deberá mencionarse el nombre de esta Revista en toda reproducción de los trabajos insertos en la misma.

APARTADO 19.002 - COSTILLARES - CHAMARTIN - 28080 MADRID

Depósito Legal: M-853-1958
Imprime: ACOR, S.A.- M. Hernández, 50 - MADRID
ISSN: 0439-5689

Comité de Redacción de la Revista Hormigón y Acero

ARENAS, Juan José
BARREDO, Carlos
CUVILLO, Ramón del
CHUECA, Rafael
ELICES, Manuel
FERNANDEZ DE VILLALTA, Manuel
FISAC, Miguel
GONZALEZ VALLE, Enrique
JODAR, Juan
JULIA, Manuel
LLOMBART, José Antonio
MANTEROLA, Javier
MARIA TOME, Javier
MURCIA, Juan
PIÑEIRO, Rafael
POZO VINDEL, Florencio J. del
ROMERO, Rafael
SANCHEZ CASTRO, Carlos
SANCHEZ GALVEZ, Vicente
SIEGRIST, Carlos

hormigón y acero

N. 156

índice

Pág.

591-2-180 **Un método general de cálculo para el seguimiento de la historia tensodeformacional en tableros de puentes construidos de forma evolutiva** 9

Une méthode général à calcul por suivre l'histoire tenso-deformational des tabliers du ponts construits en façon évolutive.

A general calculation method to follow the stress-strain history in bridge decks built by evolutive pattern.

J.F. Millanes.

457-0-96 **Análisis no lineal de placas y láminas de hormigón armado, con vigas de borde pretensadas, por el método de los elementos finitos.** 45

Analyse non lineaire des dalles et voiles en béton armé, avec poutres de rive précontraintes, par la méthode des éléments finis.

Non linear analysis of reinforced concrete slabs and shells, with prestessed edge beams, by means of finite elements method.

J.M. Canet, A.R. Marí y J.J. Rivera.

457-0-97 **Aplicación de los elementos finitos al análisis no lineal de pórticos tridimensionales de hormigón armado y pretensado** 63
L'application des éléments finis à l'analyse non lineaire des portiques tridimensionnelles en béton armé et précontraint.
Finite elements application to the non linear analysis of three-dimensional portal frames in prestressed and reinforced concrete.
A.R. Marí.

457-0-98 **Bases para un sistema conjunto de diseño hormigón armado-hormigón pretensado.** 83
Fondements pour un calcul ensemble pour le béton armé et pour le béton précontraint.
Principles for a conjunct calculation of reinforced concrete and prestressed concrete.
J. Murcia, A. Aguado y A. Marí.

457-4-13 **Estudio del comportamiento en el tiempo de estructuras de hormigón pretensado** 105
Etude du comportement au cours du temp des structures en béton précontraint.
Study of time-dependent behaviour of prestressed concrete structures.
A.R. Marí y S. Carrascón.

457-0-96 **Estudio del comportamiento de la estructura del edificio de control de la Central Nuclear de Ascó. Grupo II** 127
Etude du comportement de l'ossature du bâtiment de contrôle pour le centrale nucléaire d'Ascó. Groupe II.
Study of behaviour of structure for the building control in the Ascó nuclear power plant. Group II.
A. Aguado, A. Marí, E. Mirambell.

457-8-101 **Comentarios a las recomendaciones de la F.I.P. sobre ensayos estáticos de anclajes pasivos en hormigón pretensado** 145
Commentaires aux recommandations de la F.I.P. sur les essais statiques d'ancrages passifs dans le béton précontraint.
Notes about F.I.P. recommendations for static test of dead-end anchorage in prestressed concrete.
A. Aguado y E. Blanco.

457-4-13 **Repercusión de la redistribución de esfuerzos por fluencia en la capacidad portante última de los puentes de hormigón pretensado construidos por voladizos sucesivos** 153
Répercussion de la redistribution des efforts par fluage sur la capacité portante des ponts en béton précontraint construits par encorbellements successifs.
Influence of stress redistribution due to creep on prestressed concrete bridges constructed by advancing in succesive corbells.
A.C. Aparicio y J.R. Casas.

457-5-12 **La fatiga en vigas de hormigón pretensado** 169
La fatigue dans les poutres en béton précontraint.
Fatigue in prestressed concrete beams.
A. Páez.

628-0-52 **Alambrones de enfriamiento controlado y aceros de pretensado** 215
Fil machine avec refroidissement sous contrôle et aciers de précontrainte.
Processed cooling wire rods and prestressing steels.
D. Peregrín.

685-0-15 **Aplicaciones de los hormigones de fibras de acero en estructuras pretensadas** 223
Les applications des bétons avec renforcement de fibres en acier aux structures précontraintes.
Steel fibre reinforced concrete in prestressed structures.
I. Lucea.

Portada

Reproducción del Cartel anunciador de la XI[a] Asamblea, que obtuvo el primer premio en el Concurso al efecto celebrado.
Autor: Miguel Angel Figueroa Fernández.

RELACION DE ENTIDADES QUE, EN LA FECHA DE CIERRE DEL PRESENTE NUMERO DE LA REVISTA, FIGURAN INSCRITAS, EN LA ASOCIACION TECNICA ESPAÑOLA DEL PRETENSADO, COMO "MIEMBROS COLECTIVOS".

ESPAÑA

AGROMAN, EMPRESA CONSTRUCTORA, S.A.—Madrid.
ALBISA, S.A.—Algeciras (Cádiz).
AMMON-RA.—Madrid.
AUTOPISTAS, CONCESIONARIA ESPAÑOLA, S.A.—Barcelona.
BIGUETES, S.L.—Elche (Alicante).
CAMARA OFICIAL DE COMERCIO, INDUSTRIA Y NAVEGACION.—Barcelona.
CASTRO HERMANOS, S.L.—Mislata (Valencia).
CIMENTACIONES ESPECIALES, S.A. PROCEDIMIENTOS RODIO.—Madrid.
COLEGIO NACIONAL DE INGENIEROS DE CAMINOS, CANALES Y PUERTOS. Demarcación de Andalucía Oriental.—Málaga.
COLEGIO NACIONAL DE INGENIEROS DE CAMINOS, CANALES Y PUERTOS. Demarcación de Galicia.—La Coruña.
COLEGIO OFICIAL DE APAREJADORES Y ARQUITECTOS TECNICOS.—La Coruña.
COLEGIO OFICIAL DE ARQUITECTOS DE ARAGON. Biblioteca.—Zaragoza.
COLEGIO OFICIAL DE ARQUITECTOS DE CANARIAS. Departamento de Laboratorios.—Santa Cruz de Tenerife.
COLEGIO OFICIAL DE ARQUITECTOS DE MADRID. Biblioteca.—Madrid.
COLEGIO OFICIAL DE ARQUITECTOS VASCO-NAVARRO.—Bilbao.
COMERCIAL Y COLOCADORA DE TEXSA, S.A.—08014 BARCELONA
CONFEDERACION HIDROGRAFICA DEL GUADALQUIVIR.—Biblioteca.—Sevilla.
CONTROLEX.—Alicante.
CUBIERTAS Y M.Z.O.V., S.A.—Barcelona.
DIRECCION DE CARRETERAS Y TRANSPORTE. Diputación Foral de Guipúzcoa. San Sebastián.
DIRECCION GENERAL DE OBRAS PUBLICAS E INFRAESTRUCTURAS. Ser. Gestión-Apoyo Técnico. Valladolid.
DITECO, S.L.—Valencia.
ELEMENTOS ESTRUCTURALES PREFABRICADOS, S.A. (EEPSA).—Manresa (Barcelona).
EMPRESA AUXILIAR DE LA INDUSTRIA, S.A. (AUXINI). Departamento de Construcción.—Madrid.
ENAGA, S.A.—Pozuelo de Alarcón (Madrid).
ESCOLA UNIVERSITARIA DE ARQUITECTURA TECNICA. Departamento de Estructuras. La Coruña.
ESCUELA TECNICA SUPERIOR DE ARQUITECTURA.—Barcelona.
ESCUELA TECNICA SUPERIOR DE ARQUITECTURA.—28040 Madrid.
ESCUELA TECNICA SUPERIOR DE ARQUITECTURA.—Sevilla.
ESCUELA TECNICA SUPERIOR DE INGENIEROS AGRONOMOS. Cátedra de Construcción II.—Córdoba.
ESCUELA TECNICA SUPERIOR DE INGENIEROS INDUSTRIALES. Departamento de Teoría de Estructuras. Universidad de Zaragoza.—Zaragoza.
ESCUELA UNIVERSITARIA DE INGENIERIA TECNICA INDUSTRIAL.—Córdoba.
ESCUELA UNIVERSITARIA DE INGENIERIA TECNICA OBRAS PUBLICAS.—09006 Burgos.
ESCUELA UNIVERSITARIA POLITECNICA DE ALMADEN.— Almadén (Ciudad Real).
ESTEBAN ORBEGOZO, S.A.— Zumárraga (Guipúzcoa).
EUROCONSULT, S.A.— San Sebastián de los Reyes (Madrid).
EUROESTUDIOS, S.A.—Madrid.
FERNANDEZ CONSTRUCTOR, S.A.—Madrid.
FERROVIAL, S.A.—28001 Madrid.
FORJADOS DOL.—Esquivias (Toledo).
GIJON E HIJOS, S.A.—Motril (Granada).
HORMADISA, S.L.— Puentecesures-Cordeiro (Pontevedra).
HORMIGONES GERONA, S.A.—Gerona.

IBERTECNICA, S.A.—Madrid.
INBADELCA, S.A.—Baracaldo (Vizcaya).
INDUSTRIAS VEYGA, S.A.—Tarrasa (Barcelona).
INFORMES Y PROYECTOS, S.A. (INYPSA). Biblioteca.—Madrid.
INSTITUT CARTOGRAFIC DE CATALUNYA.—Barcelona.
INSTITUT DE TECNOLOGIA DE LA CONSTRUCCIO DE CATALUNYA.—Barcelona.
INSTITUTO NACIONAL DE REFORMA Y DESARROLLO AGRARIO (IRYDA).—Madrid.
J. CASTRO MATELO, S.A.—Sigueiro (La Coruña).
LA AUXILIAR DE LA CONSTRUCCION.—Santa Cruz de Tenerife.
LABORATORIO DE ENSAYOS DEL COLEGIO DE APAREJADORES DE MURCIA—30010 Murcia.
LABORATORIO ENSAYOS COLEGIO APAREJADORES.— Tarragona.
LABORATORIO GEOCISA. Biblioteca.—Coslada (Madrid).
LABORATORIO DE INGENIEROS DEL EJERCITO.—Madrid.
LIBRERIA RUBIÑOS.—Madrid.
LUIS BATALLA, S.A. (LUBASA).—Castellón de la Plana.
MAHEMA, S.A.—Granollers (Barcelona).
MECANOGUMBA, S.A.—Mollet del Vallés (Barcelona).
MINISTERIO DE DEFENSA. DIRECCION DE INFRAESTRUCTURA DEL MANDO SUPERIOR DE APOYO LOGISTICO DEL EJERCITO.—Madrid.
MINISTERIO DE OBRAS PUBLICAS Y URBANISMO. SUBDIRECCION GENERAL DE EDIFICACION. Sección de Normativa.—Madrid.
MINISTERIO DE OBRAS PUBLICAS Y URBANISMO. SUBDIRECCION GENERAL DE ESTUDIOS ECONOMICOS Y TECNOLOGIA.—Madrid.
NEX TEN, S.A.—Vitoria.
POSTENSA, S.A.—Bilbao.
PREBETONG CANARIAS, S.A.—Santa Cruz de Tenerife.
PREFABRICADOS AGRICOLAS E INDUSTRIALES, S.A. (PRAINSA).—Zaragoza.
PREFABRICADOS ALAVESES, S.A. (PREASA).—Vitoria.
PREFABRICADOS DEL CEMENTO, S.A. (PRECESA).—León.
PREFABRICADOS DE HORMIGON, S.A. (CUPRE-SAPRE).—Valladolid.
PREFABRICADOS POUSA, S.A.—Santa Perpetua de Moguda (Barcelona).
PREFLEX. COMPAÑIA LABORAL, S.A.—Gijón (Asturias).
PRODUCTOS DERIVADOS DEL CEMENTO, S.A. (HORTE).—Valladolid.
REALIZACIONES Y ESTUDIOS DE INGENIERIA, S.A. (REISA).—Pinto (Madrid).
RED NACIONAL DE LOS FERROCARRILES ESPAÑOLES (RENFE). División de Documentación.—Madrid.
RUBIERA, S.A.—León.
SAINCE.—Madrid.
SERVICIO MILITAR DE CONSTRUCCIONES.—Barcelona.
SERVICIO TERRITORIAL DE CARRETERAS.—Gerona.
SOCIEDAD ANONIMA ESPAÑOLA TUBO FABREGA.—Madrid.
SOCIEDAD ANONIMA FERROVIAL.—Zamora.
SOCIEDAD ANONIMA MATERIALES Y OBRAS (SAMO).—Valencia.
SOCIEDAD ESPAÑOLA DE AUTOMOVILES DE TURISMO (SEAT). Biblioteca.—Barcelona.
SOCIEDAD ESPAÑOLA DE ESTUDIOS PARA LA COMUNICACION FIJA A TRAVES DEL ESTRECHO DE GIBRALTAR, S.A.—SECEGSA.—Madrid.
SPANDECK CATALANA, S.A.—Barcelona.
TECHOS ESPECIALES PREFABRICADOS, S.A. (TEPSA).—Tarrasa (Barcelona).
TEJERIAS "LA COVADONGA".—Muriedas de Camargo (Santander).
TOSAM, S.L.—Segovia.
TUBERIAS Y PREFABRICADOS, S.A. (TYPSA).—Madrid.
UNIVERSIDAD POLITECNICA. Hemeroteca.—Valencia.
VIGUETAS MUBEMI.—Torrente (Valencia).

EXTRANJERO

ASOCIACION DE FABRICANTES DE CEMENTO PORTLAND DEL URUGUAY.-Montevideo (Uruguay).
ASSOCIAÇAO BRASILEIRA DE CIMENTO PORTLAND.—Sao Paulo (Brasil).
CONSULAR. CONSULTORES ARGENTINOS ASOCIADOS.—Buenos Aires (Argentina).
CONSULBAIRES. INGENIEROS CONSULTORES, S.A.—Buenos Aires (Argentina).
LABORATORIO DE ENGENHARIA DE ANGOLA.—Luanda (República Popular de Angola).
PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATOLICA DE CHILE. Dirección de Bibliotecas.—Santiago de Chile (Chile).
PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATOLICA DEL PERU. Biblioteca Central.—Lima (Perú).
SARET P.P.B. Cadre Tecnique.—Le Pontet (France).
SCIENCE REFERENCE LIBRARY.—Londres (Inglaterra).
UNIVERSIDAD DE LOS ANDES.—Biblioteca integrada de Economía, Ciencias e Ingeniería. Dpto. de Selección y Adquisiciones. Mérida (Venezuela).
UNIVERSIDAD CATOLICA DE QUITO. Biblioteca.—Quito (Ecuador).
UNIVERSIDAD CATOLICA DE VALPARAISO. Biblioteca Central.—Valparaiso (Chile).
UNIVERSIDAD CENTRAL DE VENEZUELA.— Facultad de Ingeniería-Biblioteca. Caracas (Venezuela).
UNIVERSIDAD DE PUERTO RICO. Biblioteca.—Mayagüez (Puerto Rico).
UNIVERSIDAD TECNICA FEDERICO SANTA MARIA.—Biblioteca Central. Valparaiso (Chile).

MIEMBRO CORRESPONDIENTE

ASOCIACION BOLIVIANA DEL PRETENSADO (A.B.P.).—La Paz (Bolivia).

* * *

AVISO IMPORTANTE

DISCUSION DE LOS ARTICULOS ORIGINALES PUBLICADOS EN LA REVISTA "HORMIGON Y ACERO"

Todos los artículos originales que se publican en "Hormigón y Acero", quedan sometidos a discusión y al comentario de nuestros lectores. La discusión debe limitarse al campo de aplicación del artículo, y ser breve (cuatro páginas mecanografiadas a doble espacio, como máximo, incluyendo figuras y tablas).

Debe tratarse de una verdadera discusión del trabajo publicado y no ser una ampliación o un nuevo artículo sobre el mismo tema; el cual será siempre aceptado para su publicación en nuestra Revista, pero con tal carácter.

Debe ofrecer un interés general para los lectores. De no ser así, se trasladará al autor del artículo al que se refiera, para que la conteste particularmente.

Los comentarios deben enviarse, por duplicado, a la Secretaría de la A.T.E.P., Apartado 19.002, 28080 Madrid, dentro del plazo de tres meses contados a partir de la fecha de distribución de la Revista.

El autor del artículo cerrará la discusión contestando todos y cada uno de los comentarios recibidos.

Los textos, tanto de las discusiones y comentarios como de las contestaciones de los autores de los correspondientes artículos, se publicarán conjuntamente en una Sección especial que aparecerá en las últimas páginas de la Revista.

PREFABRICACION LIGERA Y PESADA

ALVISA

PREFABRICADOS ALBAJAR

PUENTES - NAVES INDUSTRIALES - FORJADOS
BOVEDILLAS - LADRILLOS - TEJAS - TUBOS DRENAJE

HUESCA:

Oficina Comercial y Fábrica: P.º Lucas Mallada, s/n - Teléfono 22 39 00 - HUESCA
Oficina y Fábrica: Ctra. de Lérida, s/n - Teléfono 40 07 80 - MONZON
Oficina y Fábrica: Ctra. de Huesca - Teléfono 39 00 41 - GRAÑEN

MADRID

Oficina Comercial: Orense, 10, 1.º - Teléfonos 455 05 35 - 6 - 7 - MADRID-10
Oficina y Fábrica: Ctra. Torrejón a Loeches, Km 4,200 - Teléfonos 675 04 50 - 4- 8 - TORREJON DE ARDOZ
Oficinas y Fábrica: Ctra. de Toledo, Km 7,300 - Teléfono 688 27 72 - LEGANES

ZARAGOZA

Oficina Comercial: P.º de la Constitución, 31 - Teléfonos 23 75 02 - 3 - ZARAGOZA-1

IV Sesión de Trabajo.
Tema III: Investigaciones y Estudios (Continuación)

Un método general de cálculo para el seguimiento de la historia tensodeformacional en tableros de puentes construidos de forma evolutiva

J. Francisco Millanes Mato
Dr. Ingeniero de Caminos

RESUMEN

La obtención precisa de los efectos de comportamiento reológico de los materiales (fluencia y retracción del hormigón, relajación de las armaduras activas) sobre la estructuras es muy complicada. En la mayoría de los casos esto no constituye un contratiempo, ya que los fenómenos diferidos no influyen apenas –cuando no son de esperar problemas de "inestabilidad"-- en los mecanismos de colapso de las estructuras. Su evaluación sólo es necesaria a efectos del control de las deformaciones en servicio o del nivel de tracciones en estructuras pretensadas, y suele, generalmente, abordarse de manera muy aproximada: uso de módulos de elasticidad reducidos en hormigón armado, método de la sección ideal en estructuras mixtas, fórmulas aproximadas de las pérdidas diferidas de pretensado, etc.

No ocurre lo mismo dentro del dominio de la construcción de puentes:

– El control de la ausencia o bajo nivel de tracciones en servicio para obras pretensadas se complica enormemente en aquellos casos, muy frecuentes, en los que el proceso de montaje es evolutivo, no siendo fácilmente abordable mediante los métodos simplificados usuales.

– En puentes atirantados o de voladizos sucesivos, sean con dovelas prefabricadas o por avance hormigonando "in situ", es esencial un estricto control de las deformaciones durante todo el proceso constructivo con objeto de asegurar el correcto cierre en clave, así como la ausencia de bruscas discontinuidades de la rasante. Dada la relativa duración del montaje de este tipo de obras, es necesario un tratamiento preciso de las deformaciones diferidas.

– En los casos anteriores, y en todos aquellos en los que se produzca un cambio importante entre los esquemas resistentes de las fases de montaje y de la estructura terminada, pueden producirse fuertes redistribuciones de esfuerzos como consecuencia de los fenómenos diferidos. Una incorrecta evaluación de las mismas puede dar lugar con el tiempo a importantes fisuraciones, como de hecho se han detectado en gran número de puentes en voladizos sucesivos construídos hace una veintena de años.

– En los sistemas industriales de vigas prefabricadas utilizadas en tableros isostáticos, se someten éstas a importantes esfuerzos de pretensado cuando los hormigones tienen muy pocos días de edad. Las deformaciones diferidas pueden producir durante el tiempo de almacenamiento de las vigas en taller incrementos muy sensibles de las contraflechas, que si no son correctamente previstos dan lugar a problemas a la hora de ferrallar y hormigonar la losa superior in situ.

– Como consecuencia de las redistribuciones producidas por los fenómenos diferidos, es importante controlar la respuesta a lo largo del tiempo de la estructura, ya que en muchos casos los esfuerzos pésimos aparecen en un tiempo intermedio.

El presente artículo tiene por objeto presentar el programa DIFEV, puesto a punto por el autor, que permite la obtención de la historia tenso-deformacional en cualquier tipo de estructura, que experimente cualquier evolución de su mecanismo resistente como consecuencia del proceso constructivo seguido, permitiendo así el seguimiento de los movimientos y redistribuciones de esfuerzos que se producen tanto en las diferentes fases de montaje como una vez terminada la obra, como consecuencia del comportamiento reológico de los materiales.

En las referencias [1] a [7] pueden encontrarse modelos analíticos que permiten la resolución de algunos casos concretos:

– Redistribución de esfuerzos en secciones heterogéneas.

– Efectos de la continuidad en puentes continuos construídos con ayuda de vigas prefabricadas.

– Efectos del cierre con continuidad de la clave en puentes construídos por avance en voladizo.

– Redistribuciones aproximadas de esfuerzos en puentes continuos construídos por fases.

– etc...

No obstante el interés cualitativo y didáctico de dichos métodos, y su aplicabilidad en ciertos casos concretos, el proyectista de puentes puede raramente servirse de ellos ya que son difícilmente extrapolables y generalizables en cuanto cambian los datos del problema: secuencias de montaje complicadas, hormigones de edades diferentes, secciones mixtas o heterogéneas en puentes montados por fases, evolución del módulo de elasticidad del hormigón con el tiempo, etc. Como consecuencia de lo anterior, son poco aptas para su tratamiento por ordenador.

En la ref. [6], se incluye un tratamiento general para estructuras mixtas –basado en el uso de diferentes tipos de constantes estáticas para cada sección– cuya aplicación en estructuras sencillas es muy interesante, pero poco apto para el tratamiento automático de estructuras complejas.

En las ref. [14], [15] y [16] se presentan métodos paso a paso, análogos al propuesto, para el análisis diferido de ciertas estructuras, pero sin alcanzar el grado de generalidad del trabajo que presentamos.

El interés de nuestro planteamiento radica en su absoluta generalidad tanto a nivel de secciones (hormigón armado, pretensado, mixtas), como de materiales y procesos constructivos, obteniéndose un modelo integrado válido para cualquier tipo de estructura. Su tratamiento en forma modular permite por otra parte, su fácil adaptación o modificación en el caso de materiales con comportamientos reológicos o resistentes diferentes de los previstos.

La precisión del modelo analítico es la mejor que se conoce en la actualidad, pués está

basada en la aplicación del "principio general de superposición" para los casos de fluencia variable, de acuerdo con las últimas directrices del CEB (ref. [1] a [3]).

Al final del artículo se presenta un ejemplo de aplicación al caso de un tablero de vigas mixtas pretensadas.

El programa piensa utilizarse en el seguimiento del proceso de montaje de dos obras singulares cuya construcción está previsto que comience en los próximos meses:

- Puente sobre el Ebro en Tortosa. Se trata de un puente pórtico en estructura mixta acero-hormigón con un vano central de 180 metros y proyectado con avance en voladizo.
- Puente sobre el río Barxell en Alcoy. Puente atirantado de dos vanos de 108 y 132 m de luz, con tablero constituído por dos vigas cajón laterales prefabricadas de hormigón pretensado y una losa superior hormigonada in situ.

La gran diferencia tipológica y de montaje entre ambas obras es una muestra de la versatilidad del modelo.

1. INTRODUCCION

El desarrollo de las técnicas del pretensado, prefabricación y procedimientos de montaje ha revolucionado los sistemas tradicionales de construcción de puentes dando lugar a procesos constructivos en los que el mecanismo resistente del tablero evoluciona enormemente a lo largo de la fase constructiva hasta alcanzar su forma definitiva. Por otro lado, el uso frecuente en forma conjunta de la prefabricación y de la construcción in situ, del acero y del hormigón en tableros mixtos y pretensados, de hormigones de distinta calidad puestos en obra en diferentes momentos, etc., da lugar a un complicado proceso de redistribuciones de esfuerzos entre los diferentes materiales que componen la sección por un lado y entre las distintas partes de la estructura por otro, todo lo cual complica extraordinariamente la evaluación de los esfuerzos y movimientos bajo cargas permanentes.

El objetivo de este trabajo es la presentación de un modelo de análisis, completamente general, para la obtención de la evolución con el tiempo de los desplazamientos y de los esfuerzos en los hormigones y aceros de cualquier sección de una estructura, sea isostática o hiperestática, como consecuencia de los efectos de la fluencia y retracción del hormigón y de la relajación de los aceros de pretensado.

Las cargas consideradas son las debidas al peso propio, cargas muertas, pretensado, movimientos lentos o rápidos de apoyos y actuación sobre posibles tirantes (caso de puentes pórtico en célula triangular y tableros o arcos atirantados). Todas ellas pueden aparecer en cualquier momento del proceso de cálculo.

Las secciones se suponen constituídas por un conjunto de secciones parciales de materiales diferentes: hormigones de edades o calidades distintas, acero estructural, armaduras pasivas o cables de pretensado. Cada una de dichas secciones parciales puede incorporarse a la sección total en diferentes etapas. La estructura puede a su vez estar estáticamente determinada o no, e irse creando evolutivamente. Las vinculaciones en apoyos o entre diferentes nudos de la estructura pueden asímismo modificarse en cualquier instante (eliminación de puntales o de tirantes provisionales, establecimiento de continuidad entre tramos isostáticos o entre extremos de ménsulas construídas por avance en voladizo, eliminación del empotramiento pila-dintel en puentes construídos por avance en voladizo, etc.).

Las armaduras de pretensado pueden ser pretesas o postesas. En este caso, su inyección puede realizarse inmediatamente después de su puesta en tensión o retrasarse arbitrariamente, siendo entonces posible efectuar retesados.

Los tirantes pueden asímismo retesarse, suprimirse o recubrirse de hormigón en cualquier momento.

La aproximación es pués completamente general, quedando limitada únicamente por las hipótesis del cálculo en primer orden, en régimen visco-elástico lineal, de estructuras planas sometidas a acciones en su plano. No considera la posible fisuración del hormigón, lo que no supone una limitación apreciable pués el efecto de los fenómenos diferidos suele interesar únicamente en condiciones de servicio y bajo cargas permanentes, situación en la que las estructuras pretensadas deben respetar la condición de no fisuración.

Por su importancia no despreciable, sobre todo en fases de montaje, se ha incluído el tratamiento de la respuesta no lineal de los tirantes de los puentes atirantados, cuyo módulo de elasticidad efectivo es, como se sabe, función del nivel de la tensión en el cable en cada instante. El problema se resuelve iterativamente, tal y como se indica más adelante.

El tratamiento de la fluencia y retracción del hormigón se adapta a las últimas recomendaciones del Comité Europeo del Hormigón (ref. [1] y [2]). El programa permite no obstante, el uso de cualquier otro modelo analítico lineal del comportamiento reológico de los materiales.

El programa está concebido de forma completamente modular, siendo por tanto sencillo de adaptar a cualquier problema concreto, bastando con modificar únicamente las subrutinas que incluyen las leyes de comportamiento mecánico o reológico de los materiales (caso, por ejemplo, de hormigones de endurecimiento muy rápido o con relaciones entre E'_c (t) y f'_{ck} (t) distintas a las usuales, etc.).

2. EFECTOS DE LAS DEFORMACIONES DIFERIDAS EN LOS DISTINTOS TIPOS DE ESTRUCTURAS

Sabemos que el hormigón experimenta deformaciones diferidas a lo largo de su vida, unas independientes de la carga a que está sometido (retracción) y otras función de la misma (fluencia). Como consecuencia de ello, se produce una perturbación de la respuesta instantánea de la estructura frente a acciones de carácter permanente.

En el caso hipotético de una estructura isostática constituída únicamente por hormigón, la fluencia y retracción generan un aumento de las deformaciones con el tiempo que, al no verse coaccionado, se desarrolla libremente sin modificar el estado tensional de la estructura.

Situación análoga se produce en el caso de estructuras homogéneas hiperestáticas con vinculaciones rígidas (primer principio de visco-elasticidad lineal). La fluencia genera un aumento afín de las deformaciones con el tiempo sin cambiar el estado inicial de esfuerzos, que resulta independiente del material que constituye la pieza y, por tanto, de la posible variación de su deformabilidad con el tiempo.

Evidentemente, esto sólo es cierto en la teoría de primer orden, pués es bien conocido el efecto de la fluencia sobre la carga crítica de pandeo de las columnas.

Existen sin embargo casos en los que el hiperestatismo de la pieza genera redistribuciones tensionales como consecuencia de las deformaciones diferidas. Tales son:

a) Estructuras homogéneas con vinculaciones rígidas en las que se impone un desplazamiento inicial a alguno de sus apoyos (o un estado inicial de deformaciones no elástico). La fluencia no modifica entonces el estado inicial de desplazamientos, pero sí genera una reducción afín del estado de esfuerzos (segundo principio de visco-elasticidad lineal).

b) Estructuras en las que se ha introducido algún cambio en el mecanismo resistente inicial. Es el caso de tableros de vigas prefabricadas a los que posteriormente se dota de continuidad sobre apoyos, de tableros contínuos hormigonados tramo a tramo entre puntos situados a cuartos o quintos de luz, ya sea con cimbras trasladables o autoportantes, de puentes construídos por avance en voladizo en los que se establece continuidad una vez cerrada la clave, etc. En todos ellos, las deformaciones por fluencia que tienden a desarrollarse de manera afín al esquema estático inicial, se ven coartadas por las nuevas vinculaciones introducidas, dando lugar a redistribuciones de esfuerzos.

c) Estructuras hiperestáticas formadas por materiales con distintas características reológicas, tales como hormigón y acero (tableros atirantados), hormigones de distinta calidad o de distinta edad en el momento de establecer el hiperestatismo o de ponerse en carga, etc. En estos casos se produce una progresiva transferencia de esfuerzos que descarga los elementos más deformables.

Hasta aquí sólo hemos considerado las posibles condiciones de hiperestatismo externo de las estructuras, olvidándonos que éstas se hallan a su vez constituídas por secciones no homogéneas de:

a) hormigón armado o pretensado;
b) acero estructural y hormigón (secciones mixtas);
c) hormigones de diferente edad o calidad (tableros de vigas prefabricadas y losa superior hormigonada in situ).

En estos casos, las mayores deformaciones diferidas del hormigón (o de los hormigones más jóvenes o deformables), con respecto a las prácticamente nulas del acero (o más reducidas de los hormigones más viejos o menos deformables), no pueden desarrollarse de manera compatible siendo obstaculizadas por el elemento menos deformable.

Se produce por tanto una redistribución tensional a nivel de sección a través del mecanismo hiperestático de la misma, supuesto gobernado por la hipótesis de conservación de secciones planas.

La solicitación externa es resistida por los distintos materiales de la sección de manera diferente a la que nos dá el cálculo elástico inicial, produciéndose un transvase de tensiones hacia los materiales menos deformables de la sección.

Si bien esto no es importante en el caso de secciones armadas con cuantías normales, no puede despreciarse en estructuras mixtas o pretensadas. En este último caso la evaluación de las pérdidas de pretensado precisa considerar además la deformación diferida del acero (relajación).

Como consecuencia de las redistribuciones internas a nivel de sección, ésta experimenta una variación de su deformación axil y de su curvatura, dando lugar a la consiguiente modificación de los desplazamientos de la estructura. Si ésta es hiperestática, dicha modificación no es necesariamente afín a la ley inicial, apareciendo por tanto las correspondientes redistribuciones de esfuerzos a nivel de estructura.

Vemos pués que el doble hiperestatismo (en la sección y en la estructura) produce una interacción entre las diferentes redistribuciones de esfuerzos que hace difícil su evaluación. En los casos normales suele acudirse a cálculos simplificados que aislan ambos tipos de hiperestatismo, lo cual es a menudo suficiente. No obstante, cuando las cuantías de armadura activa o pasiva son importantes, cuando existen hormigones diferentes en la misma sección o cuando es necesaria una gran precisión (control de flechas en puentes de voladizos sucesivos, por ejemplo), se hace imprescindible abordar el problema en su conjunto. Conviene recordar

que una gran parte de los desórdenes encontrados en puentes actualmente en servicio puede atribuirse a un mal conocimiento de las redistribuciones de esfuerzos, generadas por las deformaciones diferidas de los materiales.

3. APROXIMACION ANALITICA DE LOS FENOMENOS DIFERIDOS

3.1. Hormigón

3.1.1. Introducción

La deformación total de una probeta de hormigón sometida a una carga constante y situada en condiciones termohigrométricas constantes puede expresarse de la forma:

$$\epsilon\,(t,t_o) = \epsilon_o\,(t_o) + \epsilon_c\,(t,\,t_o) + \epsilon_s\,(t),$$

siendo

ϵ = deformación total
ϵ_o = deformación instantánea
ϵ_c = deformación de fluencia
ϵ_s = deformación de retracción
t = tiempo de estudio
t_o = edad del hormigón en el momento de puesta en carga.

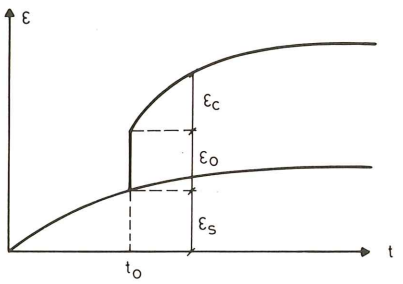


Fig. 1.

Como origen de tiempos se toma el instante de hormigonado (véase fig. 1).

Son muchos los modelos que se han propuesto para reproducir analíticamente el comportamiento diferido del hormigón bajo carga, mereciendo destacarse los siguientes:

- Los trabajos de RUSCH y JUNGWIRTH, que han servido de base a la elaboración del Código Modelo CEB-FIP (ref. [1] y [2]), y, con las matizaciones que luego se indican, a la Norma española EH-82.
- Los trabajos de BRANSON (ref. [7]), base del modelo del A.C.I. (ref. [91]).
- El método de ARUTYUNIAN (ref. [11]), con curvas de forma exponencial, cuya aplicación ha sido muy extensa en los países del Este, a pesar de proporcionar una peor aproximación a la realidad que los restantes métodos (ref. [5]).
- Las propuestas de BAZANT y PANULA (ref. [10]), apoyadas en recientes estudios de termodinámica y física de los materiales.

- Los antiguos modelos del CEB-FIP (1970) y BCS británico, a los que se adaptaron en su día las normas españolas (EH-68).
- Se están desarrollando actualmente modelos no lineales (ref. [12]), que conducen generalmente a grandes complicaciones matemáticas, sólo justificadas en casos muy excepcionales (reactores nucleares, por ejemplo).

Los anteriores modelos parten del principio de linealidad entre el nivel de tensiones y las deformaciones diferidas, lo que puede considerarse suficientemente aproximado siempre que la microfisuración del hormigón no se halle desarrollada de manera progresiva ($\sigma_{cj} < 0.4$ a $0.5\ f'_{cj}$).

La diferencia esencial entre las diferentes propuestas reside en la forma de introducir la influencia de la edad de puesta en carga del hormigón (t_o):

- Los modelos del ACI, CEB (1970), BAZANT y ARUTYUNIAN, proponen una función producto: $f(t)\ g(t - t_o)$.
- La reciente propuesta del Código Modelo obtiene la deformación total diferida como suma de sus dos componentes reversible e irreversible, estando únicamente la última afectada por t_o.

En el presente trabajo se va a seguir el modelo del C.E.B. aunque, como ya se ha indicado anteriormente, el método y el programa permiten adoptar cualquier otro modelo que respete la linealidad.

3.1.2. Funciones de fluencia del C.E.B. y de la EH-82

En ausencia de retracción, establece la siguiente expresión de la deformación total:

$$\epsilon(t, t_o) = \frac{\sigma_o}{E_c(t_o)} + \epsilon_c(t, t_o) \tag{1}$$

siendo

$$\epsilon_c(t, t_o) = \sigma_o \frac{\phi(t, t_o)}{E_{c28}} \tag{2}$$

así pues:

$$\epsilon(t, t_o) = \sigma_o \Phi(t, t_o) \text{ con } \Phi(t, t_o) = \frac{1}{E_c(t_o)} + \frac{\phi(t, t_o)}{E_{c28}} \tag{3}$$

$\phi(t, t_o)$ es llamado coeficiente de fluencia y $\Phi(t, t_o)$, función de fluencia, que mide la evolución de la deformación total del hormigón sometido a una tensión unitaria.

E_{c28}, es el módulo de elasticidad secante a los 28 días.
$E_c(t_o)$,es el módulo de elasticidad inicial del hormigón, en el momento de su puesta en carga.

El Código Modelo establece una expresión del coeficiente de fluencia, compuesta de tres términos:

$$\phi(t, t_o) = \beta_a(t_o) + 0.4\,\beta_d(t - t_o) + \phi_f[\beta_f(t) - \beta_f(t_o)] \tag{4}$$

- El primer sumando pretende estimar la parte de la deformación plástica (irreversible) que se desarrolla durante el primer día, aproximadamente, de puesta en carga, y viene dado por la expresión:

$$\beta_a\ (t_o) = 0.8\ [\ 1 - \frac{f'_c\ (t_o)}{f'_c\ (\infty)}\ ] \qquad (5)$$

– El segundo sumando corresponde a la fluencia elástica, recuperable una vez descargada la probeta, función únicamente del tiempo transcurrido desde el instante de aplicación de la carga, e independientemente de la edad del hormigón en dicho momento.

– El tercer sumando corresponde al resto de la fluencia plástica (irreversible), función de la humedad ambiente, tipo de hormigón, dimensiones de la pieza y edad de puesta en carga (t_o).

Con respecto al modelo del CEB, en el que se basa la propuesta de la EH-80, es necesario establecer las siguientes precisiones:

1. La deformación de fluencia dada por la expresión (2) no representa el valor real de la misma, como parece desprenderse del Código Modelo. En realidad se trata de una "deformación de fluencia aparente", dado que como consecuencia del endurecimiento del hormigón, el término de deformación instantánea $1/E_c\ (t_o)$ representa el valor de la misma en el momento de la puesta en carga t_o, pero no en el de estudio t.

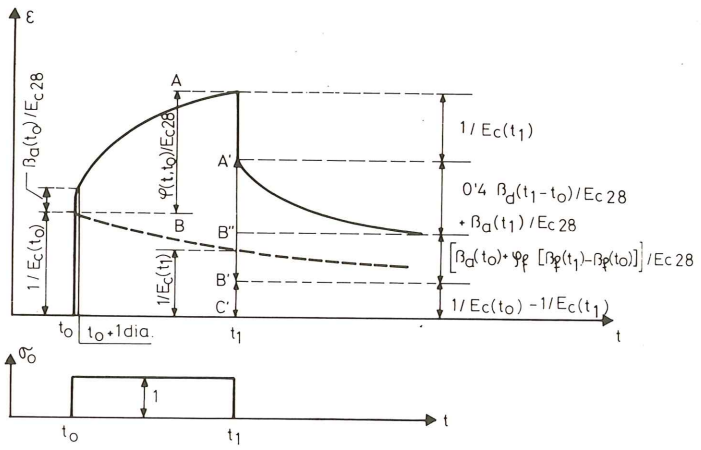


Fig. 2. Probeta de hormigón puesta en carga en el instante t_o y descargada en el instante t_1.

En efecto, observando la fig. 2 se constata que la deformación diferida real en el instante t_1 ($\overline{A'C'}$) es superior a la que se toma convencionalmente ($\overline{A\,B} = \overline{A'\,B'}$). La diferencia ($\overline{B'\,C'} = \epsilon_o\ (t_o) - \epsilon_o\ (t_1)$) proviene del endurecimiento del hormigón. En cualquier caso, conviene señalar que aplicando el principio de superposición –como se verá en el apartado 4– a las deformaciones totales, en vez de a las diferidas, se puede obviar esta contradicción.

2. La incorporación del término β_a, así como los valores que suministran las curvas del CEB para los restantes términos del coeficiente de fluencia (4), están obtenidos en el supuesto de que la deformación elástica inicial, $\sigma_o/E_c(t_o)$, es la correspondiente a cargas aplicadas rápidamente (en 30 a 60 seg.). Por tanto, tal y como se indica expresamente en el anexo 'e' del Código Modelo, la correcta utilización de dicha función de fluencia exige obtener las deformaciones instantáneas a partir del módulo de elasticidad para cargas rápidas. De otra manera, se sobrevaloran sensiblemente los efectos diferidos.

El C.E.B. propone tomar, a falta de ensayos, un valor de $E_c\ (t_o)$:

$E_c\ (t_o) = 1.25\ E_{cm}\ (t_o)$, siendo $E_{cm}\ (t)$ el módulo de elasticidad secante, cuya expresión aproximada es:

$$\text{C.E.B.} : E_{cm}\ (t) = 44095 \sqrt[3]{f_{cj}\ (t) + 80} \qquad (6)$$

$$\text{EH-82} : E_{cm}\ (t) = 19000 \sqrt{f_{cj}\ (t)}\ , \text{ en Kg/cm}^2$$

3. La Norma española no presta, a nuestro juicio, debida atención a este hecho. En efecto, en el apartado 26.9 presenta la misma expresión del coeficiente de fluencia que el C.E.B. –y los mismos valores de los coeficientes– mientras que al mismo tiempo establece que la deformación elástica instantánea se calcula a partir de $E_c = 19.000 \sqrt{f_{ck}}$.

   Esto penaliza gravemente la magnitud de las deformaciones diferidas, sobre todo si se tiene en cuenta que, con respecto a la EH-73 y EP-77 se ha incorporado el término β_a y se han incrementado apreciablemente los valores finales de los coeficientes de fluencia. Creemos que, de acuerdo con los criterios expuestos en el Código Modelo, la introducción de β_a y los valores de los nuevos coeficientes sólo se explica en consonancia con el carácter "rápido" de las deformaciones instantáneas.

   Esta fuerte penalización de la evaluación "precisa" de la fluencia, contrasta a nuestro entender con la forma simplificada de obtener su valor final en condiciones medias (estimada en 2 a 3 veces la instantánea en el comentario del art. 26.9), que no se ha mayorado respecto a la EP-77 y EH-73.

   Conviene señalar asímismo las sensibles variaciones que se obtienen en los valores de $E_{cm}\ (t)$ según se apliquen las expresiones propuestas por el CEB y la EH-82.

Clase hormigón	H-175	H-250	H-300	H-400	H-500
$E_{cm\ 28}$ (CEB)	279.621	304.715	319.387	345.252	367.733
$E_{cm\ 28}$ (EH-82)	251.346	300.416	329.090	380.000	424.853
CEB/EH-82	1,11	1,01	0,97	0,91	0,87

   Ambas expresiones dan valores análogos en el dominio de los hormigones corrientes pero la variación más rápida de la EH-82 ($\sqrt{}$) respecto al CEB ($\sqrt[3]{}$) da valores mucho más altos en los hormigones de alta calidad, usuales en la elaboración de vigas prefabricadas. Llamamos la atención sobre este hecho dado que el control tenso-deformacional de los mismas es muy sensible al valor de E_c, especialmente en el caso de vigas mixtas pretensadas, tal y como se aprecia claramente en el ejemplo que se acompaña más adelante.

4. Por último señalar, tal y como se indica en la ref. [8] y se puede observar en la fig. 2, la aplicación del principio de superposición a la carga y descarga sucesivas de una probeta, muestra que la forma de la función de fluencia del CEB no reproduce exactamente las componentes reversibles e irreversible de la misma, tal y como se definen en el mismo. En efecto:

   – La parte reversible de la fluencia no incluye sólo el término:

$0.4\,\beta_d\,(t_1 - t_o)$, como debería ser, sino que también proviene del término:

$\beta_a\,(t_1)/E_{c28}$ que corresponde en principio a una deformación irreversible. ble.

– La parte irreversible de la fluencia no incluye sólo los términos:

$\beta_a\,(t_o)/E_{c\,28}$ y $\phi_f\,(\beta_f\,(t_1) - \beta_f\,(t_o))/E_{c\,28}$, sino que aparece un término más debido al cambio de $E_c\,(t)$: $(1/E_c\,(t_1))$, consecuencia del carácter "aparente" de la separación entre deformaciones elástica y diferida, antes comentado.

3.1.3. Expresiones analíticas de la función de fluencia

La expresión (4) del coeficiente de fluencia precisa definir los valores de las funciones β_a, β_d y β_f, para lo cual tanto el CEB como la EH-82 presentan curvas parecidas.

El almacenamiento de dichos gráficos en ordenador en forma de tablas ocupa bastante memoria y aumenta los tiempos de cálculo ya que obliga a costosas interpolaciones.

Parece por ello más conveniente acudir a expresiones analíticas que aproximen con suficiente precisión los valores de las curvas. Expresiones de este tipo han sido suministradas por el CEB (ref. [3] y [6]) y recientemente por F. del Pozo Vindel (ref. [13]), resumiéndose en el cuadro adjunto.

Se recuerda que sólo son útiles para hormigones de calidad media en condiciones normales, debiéndose en caso contrario obtener experimentalmente. Tal es el caso de los hormigones de taller de endurecimiento rápido usados en vigas prefabricadas (véase ejemplo de aplicación).

	C.E.B.	EH-82 (Del Pozo)
$\frac{f'_c\,(t_o)}{f'_c\,(\infty)}$		$\frac{t_o^{0,75}}{t_o^{0,75}+5,5}$
$\beta_d\,(\tau)$ $(\tau = t - t_o)$	$0 \quad (\tau = 0)$ $\frac{\tau+10}{\tau+40} \quad (\tau \neq 0)$	$\frac{\tau+10}{\tau+40} - \frac{9\,.\,10^5\,.\,\tau^3}{\tau^6+10^7\,.\,\tau^3+10^{11}}$
$\beta_f\,(t)$	$(t/(t+\delta_{c3}))^{1/3}$ δ_{c3} es un coeficiente función del espesor ficticio de la pieza 'e'.	$\left(\frac{t^\alpha}{t^\alpha+21,5}\left(1+\frac{e^{1,7}}{26.600}\right)+\frac{4\,t^3}{t^5+2.430}\right)^\beta$ $\alpha = 1 - 0,12\,e^{0,3}$ $\beta = 10.^{11}/(t^3+10^{11})$
$\beta_s\,(t)$	$(t/(t+\delta_{c5}))$ δ_{c5} es un coeficiente función de 'e'	$\frac{t^{0,875}}{t^{0,875}+\alpha}$; $\alpha = 1,50\,e^\beta$ $\beta = 1,34\left(1-\frac{t}{60.000}\right)\left(1-\frac{0,9}{t^2}\right)$

La retracción se obtiene según la expresión:

$$\epsilon_s\,(t) = \phi_s\,.\,\beta_s\,(t)$$

Los coeficientes ϕ_s y ϕ_f se encuentran en la EH-82 en función de las condiciones de humedad ambiente y de las dimensiones de la pieza.

3.2. Acero

El valor final de la relajación de las armaduras activas es función del nivel de tensión que se aplica en el momento del tesado.

La EP-77 permite establecer las siguientes expresiones:

$$\frac{\sigma_p\,(o) - \sigma_p\,(\infty)}{\sigma_p\,(o)} = \frac{\Delta\,\sigma_p\,(\infty)}{\sigma_p\,(o)} = \rho_\infty = \rho_{\infty,\,0,7} \left\{ \frac{\sigma_p\,(o)}{f_{máx}} - 0{,}5 \right\} /0{,}2 \qquad (7)$$

siendo:

$\sigma_p\,(t)$ – tensión en el acero activo en el instante t después del tesado.

$\Delta\,\sigma_p\,(t)$– pérdida de tensión por relajación en el instante t.

$\rho_{\infty 0,7}$ – valor de porcentaje de pérdidas finales por relajación, cuando la tensión de tesado inicial, $\sigma_p\,(o)$, es el 70 por 100 de f_{max}.

f_{max} – resistencia a tracción de las armaduras activas.

La evolución en el tiempo de las pérdidas por relajación, $\rho\,(t)$, se aproxima correctamente mediante leyes del tipo:

$$\rho\,(t) = \rho_\infty (h/1000000)^\gamma \qquad (8)$$

siendo 'h' el tiempo en horas desde el momento del tesado y 'γ' un coeficiente función del tipo de acero, que debe estimarse en función de los datos suministrados por el fabricante para distintos tiempos después del tesado.

4. TRATAMIENTO DE LA DEFORMACION DE FLUENCIA BAJO CARGA VARIABLE. PRINCIPIO DE SUPERPOSICION

En todos aquellos casos en los que se producen redistribuciones de esfuerzos, el hormigón de las diferentes secciones se halla sometido a una tensión variable con el tiempo, por lo que las expresiones anteriores, que suponen un nivel de tensiones constante, no son suficientes. El tratamiento de los problemas de fluencia bajo carga variable se basa en el principio de superposición, aplicado por primera vez al hormigón por Mc. Henry. Puede enunciarse así:

El incremento de deformación que se produce en un elemento de hormigón en un instante 't', debido a un incremento de carga cualquiera aplicado en el instante 't_o', es independiente de los posibles incrementos de carga aplicados en instantes anteriores o posteriores a dicho 't_o'.

Su validez se halla suficientemente contrastada siempre que no se produzcan bruscas inversiones en la variación de tensiones.

Este principio, consecuencia inmediata del modelo lineal, se expresa analíticamente mediante la conocida ecuación de Volterra:

$$\epsilon\,(t) = \sigma\,(t_o)\,.\,\Phi\,(t, t_o) + \int_{t_o}^{t} \Phi\,(t, \tau)\,d\,\sigma\,(\tau) \qquad (9)$$

siendo $\Phi(t, \tau)$ la función de fluencia antes comentada:

$$\Phi\,(t, \tau) = \frac{1}{E_c(\tau)} + \frac{\phi\,(t, \tau)}{E_{c28}} \qquad (3)$$

5. METODO PASO A PASO. DISCRETIZACION DEL TIEMPO

5.1. Fluencia y retracción del hormigón

Salvo para algunos problemas concretos, la resolución de la ecuación integral de Volterra sólo puede abordarse por métodos numéricos de los que el método paso a paso resulta el más eficaz.

Para ello el tiempo 't' se supone dividido en una serie de intervalos discretos t_o, t_1, t_n. El incremento de tiempo de un intervalo cualquiera 'r' es: $\Delta t_r = t_r - t_{r-1}$.

La historia tensional del material, σ (t), es desconocida a priori, constituyendo precisamente la incógnita del problema, y se va obteniendo paso a paso como suma de los $\Delta\sigma^r$ en cada intervalo. Una vez conocidos los $\Delta\sigma^r$ (r = 1, ..., n) puede evaluarse el incremento de deformación diferida en el intervalo r = n + 1, el cual, a través del proceso descrito más adelante, nos permite obtener el $\Delta\sigma^{n+1}$.

La aproximación numérica de la ecuación integral de Volterra se realiza de forma trapecial, lo que garantiza una aproximación suficiente, incluso para grandes intervalos de tiempo. El método se describe a continuación, pudiendo seguirse esquemáticamente en la fig. 3.

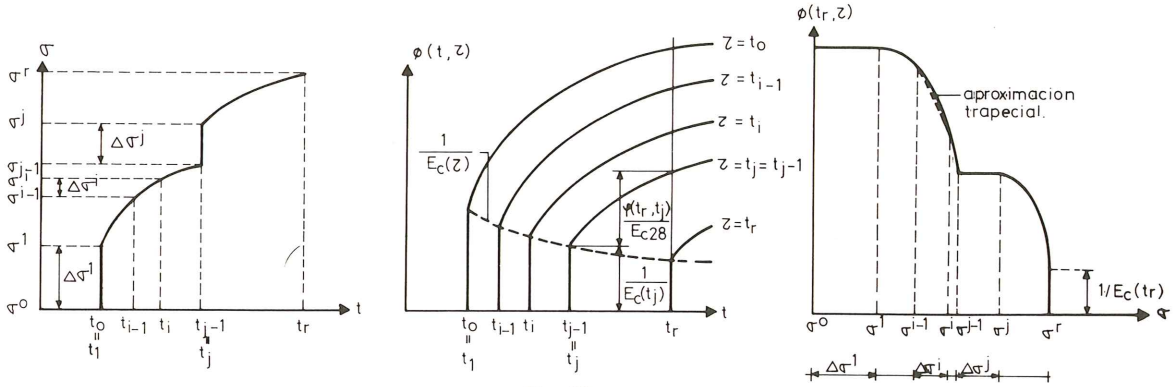


Fig. 3a. Fig. 3b. Fig. 3c.

Estimacion de la fluencia bajo carga variable.

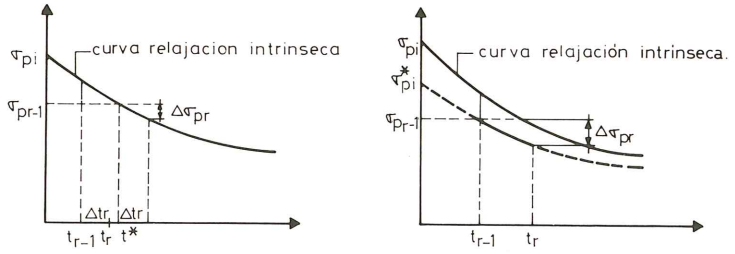


Fig. 3d. Fig. 3e.

Metodos estimacion de la relajacion reducida.

Supongamos una sección de hormigón puesta en carga a una tensión inicial σ° en el instante t_o, tensión que ha ido variando con el tiempo según la ley indicada en la fig. 3-a. Los saltos bruscos corresponden a la aplicación de nuevas cargas en la estructura. La ley contínua, consecuencia de las redistribuciones diferidas, no es conocida a priori.

En la fig. 3-b se muestra la forma de las funciones de fluencia $\Phi(t, \tau)$ para el hormigón de la sección. Como se ve, se trata de una familia de curvas diferentes para cada instante de puesta en carga τ.

El valor de la deformación total en un cierto instante t_r viene dado por el principio de superposición:

$$\epsilon\,(t_r) = \sigma\,(t_o)\,.\,\Phi\,(t_r,t_o) + \int_{t_o}^{t_r} \Phi\,(t_r, \tau)\,d\ \ \sigma\,(\tau)$$

y equivale al área delimitada por la curva de la fig. 3-c y el eje de abscisas. Dicha curva se obtiene eliminando 't' de las funciones σ (t) (fig. 3-a) y $\Phi(t_r, t)$ (fig. 3-b).

La aproximación trapecial de dicha superficie puede expresarse de la forma:

$$\epsilon\,(t_r) = \sum_{i=1}^{r} \frac{1}{2}\,\{\Phi(t_r, t_i) + \Phi(t_r, t_{i-1})\}\,\Delta\,\sigma^i \tag{10}$$

siendo:

$$\Delta\,\sigma^i = \sigma^i - \sigma^{i-1}$$

Tal y como se indica en la fig. 3, la aplicación inicial del primer nivel de carga, así como de los posibles incrementos instantáneos de la misma, consecuencia de nuevas solicitaciones sobre la estructura, pueden aproximarse sin problema mediante un incremento de tiempo nulo: $\Delta\,t_j = 0\ ;\ t_{j-1} = t_j$.

El incremento total de deformación que se produce en un intervalo de tiempo 'r' viene dado por tanto por:

$$\Delta\,\epsilon^r = \epsilon\,(t_r) - \epsilon\,(t_{r-1}) = \sum_{i=1}^{i=r-1} \frac{1}{2}\,\{\Phi(t_r, t_i) - \Phi(t_{r-1}, t_i) + \Phi(t_r, t_{i-1}) -$$

$$- \Phi(t_{r-1}, t_{i-1})\}\,.\,\Delta\,\sigma^i + \frac{1}{2}\,\{\Phi(t_r, t_r) + \Phi(t_r, t_{r-1})\}\,.\,\Delta\,\sigma^r + \{\epsilon_s\,(t_r) - \epsilon_s\,(t_{r-1})\} \tag{11}$$

El último término corresponde al incremento de retracción durante el intervalo 'r'.

Operando con las expresiones vistas en el apartado 3.1, se llega a:

$$\Delta\,\epsilon^r = \frac{\Delta\,\sigma^r}{\bar{\bar{E}}_c^r} + \frac{\Delta\,\sigma^r}{\bar{\bar{E}}_c^r} + \Delta\,\epsilon_s^r + \Delta\,\epsilon_c^r \tag{12}$$

Siendo:

$$\frac{1}{\bar{\bar{E}}_c^r} = \frac{1}{2}\,\left\{\frac{1}{E_c\,(t_r)} + \frac{1}{E_c\,(t_{r-1})}\right\} \tag{13}$$

$$\frac{1}{\bar{\bar{E}}_c^r} = \frac{1}{2\,E_{c28}}\,\{\beta_a\,(t_r) + \beta_a\,(t_{r-1}) + 0{,}4\,\beta_d\,(t_r - t_{r-1}) + \phi_f\,\{\beta_f\,(t_r) - \beta_f\,(t_{r-1})\}\} \tag{14}$$

$$\Delta\,\epsilon_s^r = \phi_s\,\{\beta_s\,(t_r) - \beta_s\,(t_{r-1})\} \tag{15}$$

$$\Delta\,\epsilon_c^r = \phi_f\,\{\beta_f\,(t_r) - \beta_f\,(t_{r-1})\}\,.\,\sigma^{r-1} + \sum_{i=1}^{i=r-1} \frac{0{,}4}{2}\,\{\beta_d\,(t_r - t_i) +$$

$$+ \beta_d\,(t_r - t_{i-1}) - \beta_d\,(t_{r-1} - t_i) - \beta_d\,(t_{r-1} - t_{i-1})\}\,.\,\Delta\,\sigma^i \tag{16}$$

Siendo:

$$\sigma^{r-1} = \sum_{i=1}^{i=r-1} \Delta\,\sigma^i \tag{17}$$

El segundo término ($\Delta\ \sigma^r / \bar{\bar{E}}_c^r$) proviene de la asimilación trapecial de la deformación diferida en el intervalo de cálculo considerado, en el que $\Delta\ \sigma^r$ no es todavía conocido. Estrictamente esto obliga a modificar en cada etapa la matriz de rigidez de la estructura. Por ello se ha preferido eliminar dicho término y acumularlo sobre el valor del incremento de deformación diferida del siguiente intervalo, $\Delta\ \epsilon_c^{\,r+1}$, una vez que el $\Delta\ \sigma^r$ ha sido ya obtenido. Esto equivale a considerar únicamente los efectos instantáneos de las variaciones tensionales que se produzcan en un intervalo, retrasando la consideración de los efectos diferidos que dichas variaciones desarrollan en ese intervalo hasta la etapa siguiente. El error cometido es en cualquier caso pequeño, recuperándose además en el nuevo intervalo, por lo que las distorsiones son mínimas.

Las ecuaciones (12) a (16) permiten por tanto evaluar el incremento de deformación diferida del hormigón en un cierto intervalo de tiempo 'r', como función únicamente de la variación de los coeficientes de fluencia y retracción en dicho intervalo, y de la historia tensional del hormigón previa al comienzo del mismo.

Se constata, por tanto, la necesidad de conservar almacenada toda la historia tensional de cada sección parcial de hormigón, o sea sus $\Delta\ \sigma^i$ (i = 1, ..., r-1), necesarios para obtener el incremento de deformación por fluencia en el nuevo intervalo de cálculo. Ello supone un aumento importante, tanto del tiempo de cálculo como de las necesidades de memoria, ya que una buena precisión en los resultados necesita de una buena discretización de la estructura y del tiempo.

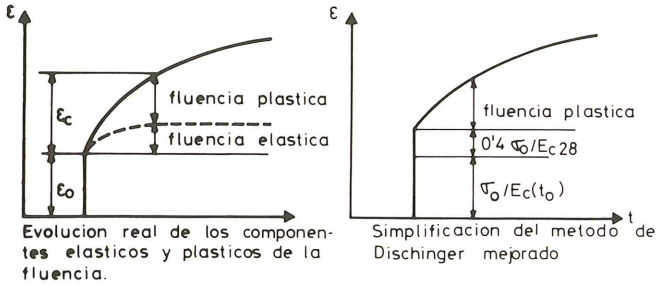


Fig. 4.

El programa puesto a punto permite, alternativamente, obviar dicho problema, sin una pérdida apreciable de precisión, mediante la simplificación propuesta por el C.E.B. para la mejora del método de Dischinger clásico (Improved Dischinger Method) (ref. [1] y [2]). Consiste en suponer que la totalidad de la fluencia elástica diferida se desarrolla de manera instantánea, es decir, que los β_d de la función de fluencia valen la unidad. Basándose en el hecho de que la fluencia elástica progresa del orden de 9 a 10 veces más rápidamente que su componente plástica (fig. 4). Se distorsiona por tanto ligeramente la respuesta tensodeformacional en los días posteriores a la aplicación de la carga –el hormigón se hace más flexible– pero sin alterar sensiblemente en la mayoría de los casos la situación final (véase ejemplo aplicación).

Con esta hipótesis quedan modificadas las expresiones de $E_c^{\,r}$ y de $\Delta\ \epsilon_c^{\,r}$ – que pasan a ser las siguientes:

$$\frac{1}{\bar{\bar{E}}_c^{\,r}} = \frac{1}{2\,E_{c28}} \{0{,}8 + \beta_a\,(t_r) + \beta_a\,(t_{r-1}) + \phi_f\,\{\beta_f\,(t_r) - \beta_f\,(t_{r-1})\}\} \qquad (14\text{-bis})$$

$$\Delta\ \epsilon_c^{\,r} = \phi_f\,\{\,\beta_f\,(t_r) - \beta_f\,(t_{r-1})\,\}.\ \sigma^{r-1} \qquad (16\text{ bis})$$

Se observa cómo en la expresión que permite obtener $\Delta\ \epsilon_c{}^r$ desaparecen los términos que contienen los $\Delta\ \sigma^i$. La deformación diferida que se produce en un intervalo queda pues independiente de la historia tensional anterior, siendo únicamente función del nivel total de tensiones al comienzo del mismo. Basta por tanto con acumular, para cada sección parcial de hormigón, el valor de la tensión al final del último intervalo de cálculo.

Alternativamente, recientes publicaciones (ref. [16] y [18] han conseguido solventar el problema con un artificio matemático de alto interés en nuestra opinión. Consiste en aproximar el término de la fluencia elástica diferida $-\ 0.4\ \beta_d\ (t - t_o)$ – mediante una expresión de la forma:

$$0.4 \sum_{i=1}^{n} b_i\ [1 - e^{-\gamma_i\ (t\ -\ t_o)}]$$

donde los coeficientes b_i y γ_i, constantes e independientes de la edad de puesta en carga t_o, se obtienen analíticamente por aproximación de las leyes de fluencia elástica que se consideren (ap. 3.1.3). Con 3 a 5 términos puede obtenerse una precisión aceptable.

Usando dicha expresión se demuestra fácilmente que el incremento de deformación, por fluencia en un intervalo de tiempo, puede obtenerse analíticamente a partir del estado final de esfuerzos en el intervalo anterior.

La discretización del tiempo en intervalos debe hacerse de tal forma que aparezca una frontera de intervalo en los instantes en los que se produzca alguna modificación del mecanismo resistente de la estructura o se apliquen nuevas solicitaciones sobre la misma. Como ya se ha dicho, la aplicación de nuevas cargas debe acompañarse de intervalos de tiempo nulos.

Una vez que la estructura y las solicitaciones son ya las definitivas, el programa genera automáticamente la sucesión de intervalos de tiempo hasta el final del análisis. Dada la forma de las curvas de fluencia, lo más correcto es proceder en progresión geométrica de forma que: $\log (t_r - t_o) - \log (t_{r-1} - t_o) = k$, es decir, por incrementos de tiempo constantes en la escala logarítmica.

Bazant (ref. [5]) aconseja tomar $k = 0.1$, lo que nos da la secuencia:

$$t_r = t_o + (t_{r-1} - t_o)\ .\ 10^{0.1} \qquad (18)$$

5.2. Relajación armaduras activas

Las expresiones de la relajación del acero que se indican en el apartado 3.2, corresponden a la "relajación intrínseca" del mismo, ya que corresponde a las pérdidas de tensión obtenidas en ensayos en los que el cable se mantiene tesado entre dos puntos fijos. En la realidad, como consecuencia de la fluencia y retracción del hormigón se produce un acortamiento gradual de los tendones, la relajación se desarrolla por tanto bajo el efecto de tensiones inferiores a las que se obtienen en los ensayos.

A falta de expresiones, contrastadas experimentalmente, que tengan en cuenta este efecto, dos son los métodos que pueden utilizarse para aproximar la "relajación reducida" (ref. [17]):

– Método del *tiempo equivalente.* Consiste en obtener el tiempo ficticio t* al final del cual el acero hubiera relajado "intrínsecamente" hasta el valor de la tensión existente al comienzo del intervalo, $\sigma_p\ (t_{r-1})$, y obtener el incremento de relajación en el mismo a partir de los tiempos ficticios t* y $t^* + \Delta\ t_r$ (fig. 3-d). Lo que equivale a

suponer que la velocidad de la relajación no depende mas que de la tensión inicial en el momento del tesado y de la pérdida ya desarrollada.

– Método de la *tensión inicial.* Consiste en obtener la tensión inicial ficticia σ^*_{pi}, cuya relajación intrínseca en el tiempo real t hubiera producido un nivel de tensiones igual al existente al comienzo del intervalo, $\sigma_p\ (t_{r-1})$, y obtener el incremento de relajación en el mismo según la ley correspondiente a σ^*_{pi}, entre los instantes t_{r-1} y t_r (fig. 3-e). Lo que equivale a suponer que la velocidad de la relajación no depende mas que de la tensión real en el instante 't' y del tiempo ocurrido desde el tesado.

6. DISCRETIZACION DE LA ESTRUCTURA. MATRIZ DE RIGIDEZ DE LOS ELEMENTOS

La estructura se supone discretizada en una serie de elementos, 'j', de sección y características mecánicas constantes o variables, según ciertas leyes, en toda su longitud.

A efectos del cálculo de las deformaciones diferidas en un elemento, se considera el estado tensional en las dos secciones extremas del mismo, suponiendo una variación lineal de N y M a lo largo del elemento .

Cada elemento tiene asignadas cuatro variables (fig. 5):

$$i_{1j}\ ,\ i_{2j}\ ,\ L_j\ ,\ \alpha_j$$

Los elementos pueden irse incorporando a la estructura al comienzo de cualquier intervalo de cálculo, siguiendo la evolución del proceso constructivo. Su conexión a la estructura ya existente se hace según la tangente a la deformada en el nudo al cual se vinculan, permitiéndose establecer contragiros de montaje.

Los elementos se suponen a su vez constituídos por una serie de secciones parciales, k_j, a las que se asocian las siguientes magnitudes (fig. 6):

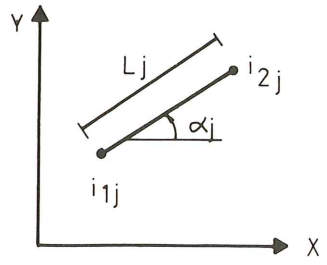


Fig. 5.

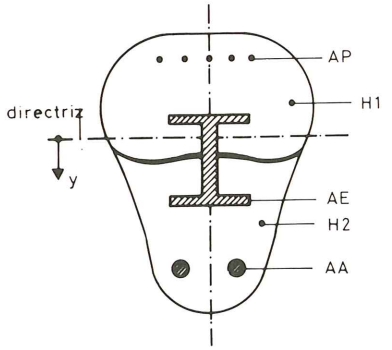


Fig. 6.

a) Area (A_{kj}) e inercia (I_{kj}) de la sección parcial, referidas al centro de gravedad de la misma.

b) Ordenadas, respecto a la directriz de la pieza, de las fibras superior, baricéntrica, e inferior de la sección parcial (y^i_{kj}, i = 1,3).

c) Código con el tipo de material que compone la sección. Se admiten diferentes tipos de hormigones (H1, H2, H3 ....), acero estructural (AE), armaduras pasivas (AP) y de pretensado (AA1, AA2 ....), con características elásticas distintas.

En las secciones parciales de hormigón es preciso definir asímismo:

a) Espesor ficticio equivalente de la sección, a efectos de la estimación de las deformaciones diferidas.

b) Tiempo de hormigonado de la misma.

Las secciones parciales pueden irse incorporando a los elementos, y a través de ellos a la estructura, al comienzo de cualquier intervalo de cálculo, de forma absolutamente general.

Es posible también establecer y modificar en todo momento las vinculaciones entre nudos de la estructura y con la cimentación.

Se describe seguidamente el proceso de cálculo en cada intervalo de tiempo 'r' ($\Delta t_r = t_r - t_{r-1}$). Se trabaja en el sistema local de un elemento cualquiera 'j', con el convenio de signos indicado en la fig. 7.

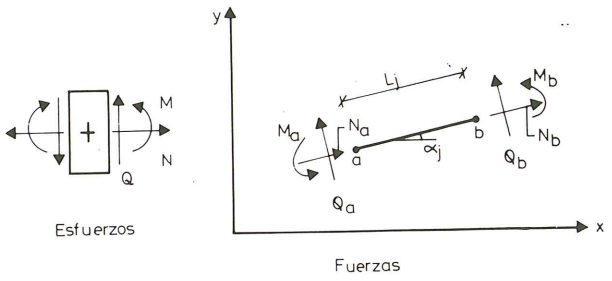


Fig. 7.

El método seguido es el usual en el caso de deformaciones impuestas: se suponen impedidos los movimientos de los nudos extremos del elemento, siendo por tanto preciso aplicar en ellos unos esfuerzos de empotramiento perfecto. Posteriormente se liberan las coacciones introducidas aplicándose sobre la estructura dichos esfuerzos cambiados de signo. Una vez calculada ésta se superponen ambos estados, obteniéndose así los incrementos de los esfuerzos en cada sección parcial durante el intervalo de cálculo 'r', N^r_{kj}, Q^r_{kj} y M^r_{kj}, particularizados en las secciones extremas del elemento 'j'.

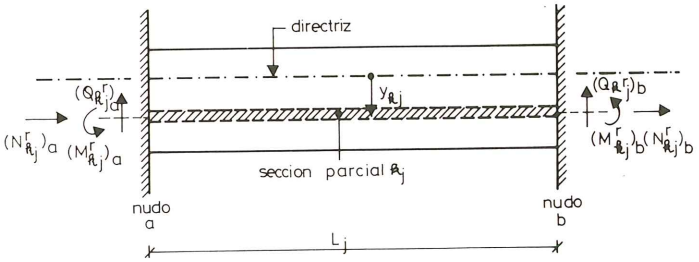


Fig. 8.

Suponiendo los incrementos de deformación diferida variables linealmente entre los extremos 'a' y 'b' del elemento, las expresiones de los esfuerzos de empotramiento perfecto necesarios para impedirlas son en cada sección parcial k_j (véase fig. 8):

$$(N^r_{kj})_a = -(N^r_{kj})_b = \frac{(a^r_{kj})_a + (a^r_{kj})_b}{2}$$

$$(M^r_{kj})_a = (b^r_{kj})_a \; ; \; (M^r_{kj})_b = -(b^r_{kj})_b$$

$$(Q^r_{kj})_a = -(Q^r_{kj})_b = \frac{(M^r_{kj})_a + (M^r_{kj})_b}{L_j}$$

Siendo:

$a^r_{kj} = \overline{E}^r_{ckj} A_{kj} [\Delta \epsilon^r_s + \Delta \epsilon^r_c]_{kj}$; $b^r_{kj} = \overline{E}^r_{ckj} I_{kj} [\Delta \chi^r_c]_{kj}$ y

$1/\overline{E}^r_{ckj} = \frac{1}{2} [1/E_c (t_r) + 1/E_c (t_{r-1})]_{kj}$, para el hormigón de la sección k_j.

$\Delta \epsilon_s{}^r$, $\Delta \epsilon_c{}^r$ e $\Delta \chi_c{}^r$ representan, respectivamente, los incrementos de deformación axil por retracción y fluencia y de curvatura por fluencia, durante el intervalo de tiempo 'r'. Se obtienen a partir de las expresiones del apartado 5.1, sin más que hacer:

$$\Delta \sigma^i = \frac{N^i_{kj}}{A_{kj}} \quad , \text{ en el cálculo de } \Delta \epsilon^r_c \text{ y}$$

$$\Delta \sigma^i = \frac{M^i_{kj}}{I_{kj}} \quad , \text{ en el cálculo de } \Delta \chi^r_c \, .$$

Como ya se ha dicho, si no se utiliza la simplificación del método de Dischinger mejorado, o el método alternativo expuesto en el apartado 5.1, es preciso almacenar para cada sección parcial de hormigón, k_j, los valores de los incrementos de los esfuerzos axil y flector en cada intervalo de cálculo (i = 1,r), necesarios para evaluar los $\Delta \epsilon^r_c$ e $\Delta \chi^r_c$.

Obviamente, en el caso de armaduras pasivas o de acero estructural, los esfuerzos de empotramiento perfecto son nulos.

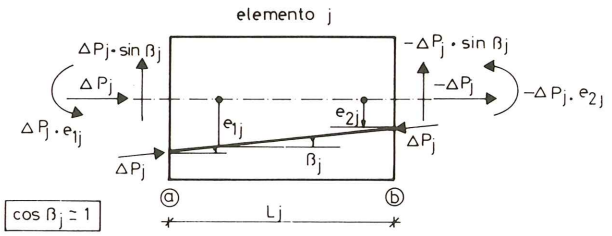


Fig. 10.

En las armaduras activas, dichos esfuerzos se obtienen directamente a partir de las pérdidas por relajación ($\Delta \sigma_{p}{}^{r}{}_{kj}$) en el intervalo de cálculo (véase fig. 10):

$$\left\{\begin{matrix} N^r_{kj} \\ Q^r_{kj} \\ M^r_{kj} \end{matrix}\right\}_a = -\left\{\begin{matrix} N^r_{kj} \\ Q^r_{kj} \\ M^r_{kj} \end{matrix}\right\}_b = \left\{\begin{matrix} \Delta P_{kj} \\ \Delta P_{kj} \cdot \operatorname{sen} \beta_j \\ 0 \end{matrix}\right\}, \text{ siendo } \Delta P_{kj} = \frac{A_{kj} \cdot (|\Delta \sigma^r_{pkj}|_a + |\Delta \sigma^r_{pkj}|_b)}{2}$$

El valor de dichas pérdidas se ha obtenido a partir de los criterios expuestos en el apartado 5.2 (relajación bajo carga decreciente).

La suma de los esfuerzos de empotramiento perfecto a nivel de cada sección parcial, referidos a la directriz de la pieza, nos dá los esfuerzos de empotramiento perfecto en el elemento, $\bar{N}^r_j$, $\bar{Q}^r_j$ y $\bar{M}^r_j$:

$$\left\{\begin{matrix} \bar{N}^r_j \\ \bar{Q}^r_j \\ \bar{M}^r_j \end{matrix}\right\}_a = -\left\{\begin{matrix} \bar{N}^r_j \\ \bar{Q}^r_j \\ \bar{M}^r_j \end{matrix}\right\}_b = \sum_{k=1}^{k=n_j} \left\{\begin{matrix} N^r_{kj} \\ Q^r_{kj} \\ M^r_{kj} + y_{kj} \cdot N^r_{kj} \end{matrix}\right\}_a$$

siendo n_j el número de secciones parciales que se hallan conectadas al elemento 'j' durante el intervalo de cálculo 'r'.

Estos esfuerzos, cambiados de signo y referidos a los ejes generales de la estructura, se añaden a las fuerzas exteriores aplicadas en dichos nudos en el intervalo.

Queda por último comentar la obtención de la matriz de rigidez del elemento. Dado que la sección total de éste puede cambiar a lo largo del cálculo al añadírsele nuevas secciones parciales, es necesario referirse a la línea directriz de la pieza, que no tiene forzosamente que coincidir con la baricéntrica.

Consideramos la deformación del elemento definida por los incrementos de elongación ($\bar{\epsilon}^r_j$) y de curvatura ($\bar{\chi}^r_j$) al nivel de la directriz.

La deformación al nivel de la fibra baricéntrica de cada sección parcial k_j viene dada entonces por:

$$\epsilon^r_{kj} = \bar{\epsilon}^r_j + y_{kj} \cdot \bar{\chi}^r_j$$

$$\chi^r_{kj} = \bar{\chi}^r_j$$

La expresión que liga los incrementos de esfuerzos, $\bar{N}^r_j$ y $\bar{M}^r_j$, y de deformaciones, referidos a la directriz es:

$$\left\{\begin{matrix} \bar{N}^r_j \\ \bar{M}^r_j \end{matrix}\right\} = \left[\begin{matrix} \bar{k}_1 & \bar{k}_2 \\ \bar{k}_2 & \bar{k}_3 \end{matrix}\right]^r_j \left\{\begin{matrix} \bar{\epsilon}^r_j \\ \bar{\chi}^r_j \end{matrix}\right\}$$

, los elementos $\bar{k}_i$ de la matriz de rigidez de la sección tienen la forma:

$$\bar{k}_1 = \sum_{k=1}^{k=n_j} (\bar{E}^r_{kj} \cdot A_{kj}) \qquad \bar{k}_2 = \sum_{k=1}^{k=n_j} (\bar{E}^r_{kj} \cdot A_{kj} \cdot y_{kj})$$

$$\bar{k}_3 = \sum_{k=1}^{k=n_j} (\bar{E}^r_{kj} I_{kj} + \bar{E}^r_{kj} \cdot A_{kj} \cdot y^2_{kj})$$

Se produce, por tanto, un acoplamiento entre los axiles y los momentos referidos a la directriz, que sólo desaparece cuando ésta coincide con la fibra baricéntrica de la sección.

La obtención de la matriz de rigidez de elemento puede abordarse a través del método de flexibilidad (ref. [6]), llegándose a:

$$[K]_j^r = \left[\begin{array}{c|c} -\left([S]_j^r\right)^{-1}[H]_j^T & \left([S]_j^r\right)^{-1} \\ \hline \left(\left([S]_j^r\right)^{-1}\right)^T & -[H]_j^{-1}\left([S]_j^r\right)^{-1} \end{array}\right]$$

Siendo:

$$[S]_j^r = -[F]_j^r[H]_j^{-1} \qquad [F]_j^r = \left(\begin{bmatrix} \bar{k}_1 & \bar{k}_2 \\ \bar{k}_2 & \bar{k}_3 \end{bmatrix}_j^r\right)^{-1}$$

$$H_j = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & L_j & 1 \end{bmatrix}$$

7. EMPLEO DE BARRAS O SUBESTRUCTURAS

Un cálculo ajustado de la estructura exige una discretización de la misma en un número elevado de elementos. No obstante, en la mayor parte de los tableros de puente es posible agrupar muchos de ellos en unas cuantas barras que corresponden a los vanos y las pilas (fig. 9). La estructura total queda así descompuesta en unas pocas barras o subestructuras, constituídas por un conjunto de elementos conectados en serie.

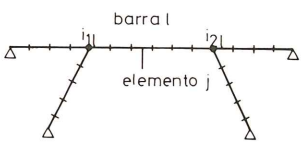


Fig. 9.

El método de las matrices de transferencia (ref. [6]) se muestra especialmente apto para este tipo de problemas, permitiendo obtener fácilmente la matriz de rigidez de la barra y los esfuerzos de empotramiento perfecto en los nudos extremos de la misma a partir de las matrices de rigidez y de las cargas aplicadas en los nudos de los elementos que la componen. Una vez resuelta la estructura, la evaluación de los esfuerzos y movimientos en los nudos internos de las barras es también sencilla.

El programa está concebido de manera que permite crear "barras" por agrupación de una serie de elementos cualesquiera en cualquier momento del cálculo.

El uso de matrices de transferencia reduce considerablemente el tamaño de la matriz de rigidez de la estructura. Existe sin embargo una razón de más peso que ha aconsejado su uso. En efecto, el análisis a tiempo infinito de la estructura exige realizar gran número de cálculos. No obstante, a partir del momento en el que el módulo de elasticidad de los distintos hormigones pueda considerarse inalterable y que la estructura haya alcanzado su configuración definitiva, la matriz de rigidez de la misma no se modifica, siendo por ello innecesaria

su inversión para el análisis de las sucesivas etapas. Basta para ello con conservar almacenados los valores de las líneas de influencia de los movimientos en los nudos de la estructura para cargas (momentos) unidad aplicados en los mismos.

Dado que se trabaja con tres grados de libertad, se deberá almacenar $9\ n^2$ valores, siendo 'n' el número de nudos de la estructura, generalmente muy elevado.

El empleo de subestructuras permite reducir considerablemente esta cifra, pues en cada subestructura basta con almacenar los valores de la línea de influencia de los esfuerzos de empotramiento perfecto en los nudos extremos para cargas unidad aplicadas en los nudos internos, reduciéndose por tanto enormemente las necesidades de almacenamiento a:

$$9\ n'^2 + \sum_{i=1}^{i=n_i} 18\ (n_{ji} - 1)$$

valores, siendo n' el número de nudos entre barras, n_i el número de barras y n_{ji} el número de elementos agrupados en la barra i.

8. TRATAMIENTO DE LAS ARMADURAS ACTIVAS

El programa distingue tres tipos de cables de pretensado:

a) Cables pretensados adherentes.

b) Cables postesados con inyección inmediata a su puesta en tensión.

c) Cables postesados no inyectados o inyectados con posterioridad a su puesta en tensión. Tal es el caso de los cables enfilados en puentes construídos por avance en voladizo en los que se retrasa la inyección de las vainas con objeto de evitar que cualquier accidente durante la misma obstruya los conductos de los cables todavía no enfilados. El programa permite efectuar en cualquier instante el retesado o la inyección de este tipo de cables.

Para cada cable es preciso definir su tipo, material que lo compone, sección efectiva, momento de la puesta en tensión, así como su excentricidad y tensión inicial en cada una de las secciones atravesadas por el mismo. Dicha tensión inicial se obtiene internamente a partir de las tensiones en los anclajes activos (incluída penetración de cuñas) y los coeficientes de rozamiento. Las pérdidas diferidas, así como las debidas a deformaciones elásticas por entrada en acción de nuevas cargas o cables en la estructura, quedan integradas en los resultados del cálculo.

A partir del momento en que se produce la inyección de un cable, éste se supone conectado a los elementos que atraviesa, constituyendo una sección parcial más de los mismos.

El tratamiento es diferente para los distintos tipos de cables considerados. Así pues, en los cables adherentes, donde la conexión es previa a la actuación del pretensado, éste actúa desde el primer instante sobre la sección total, armaduras activas pretesas incluídas. En los cables postesados con inyección inmediata, los efectos de la puesta en tensión afectan sólo a la sección neta, sin cables, quedando conectados éstos a la misma a partir del intervalo siguiente. La tensión de los cables en el momento de su puesta en carga se obtiene directamente a partir de la tensión en el gato y de las pérdidas mecánicas. Los cables no inyectados, en cambio, se mantienen desconectados de los elementos que atraviesan y exigen un tratamiento especial que luego se indicará.

La puesta en tensión de un cable de pretensado se reproduce mediante unas fuerzas y momentos exteriores equivalentes aplicados a la estructura en los nudos extremos de los elementos atravesados. Se supone que el trazado del cable es suficientemente suave y tendido como para poder despreciar la curvatura del mismo en el interior del elemento (fig. 10), quedando pues asimilado a una poligonal con vértices en los nudos de la estructura.

ΔP_j incremento de tensión del cable en el elemento 'j' durante su puesta en carga, viene dado por la tensión en el gato menos las pérdidas.

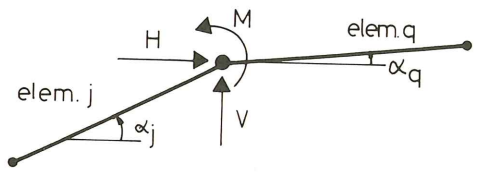


Fig. 11.

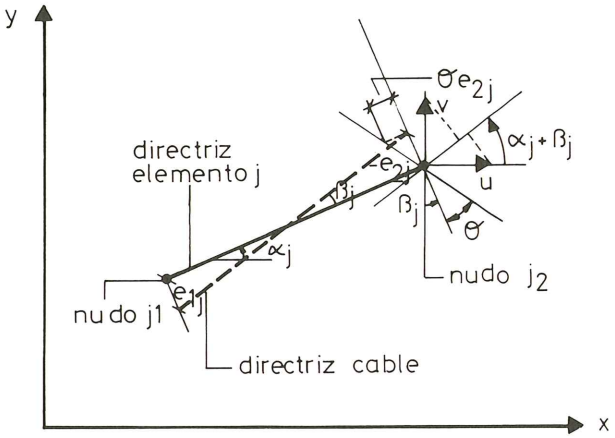


Fig. 12.

Así pués, en el nudo 'i', común a los elementos 'j' y 'q' atravesados por un cable, se aplica el sistema de fuerzas exteriores siguiente (fig. 11):

$$H = \Delta P_q \cdot \cos(\alpha_q + \beta_q) - \Delta P_j \cdot \cos(\alpha_j + \beta_j)$$
$$V = \Delta P_q \cdot \operatorname{sen}(\alpha_q + \beta_q) - \Delta P_j \cdot \operatorname{sen}(\alpha_j + \beta_j)$$
$$M = \Delta P_q \cdot \cos\beta_q \cdot e_{1q} - \Delta P_j \cdot \cos\beta_j \cdot e_{2j}$$

siendo, $\tan\beta_i = \dfrac{e_{1i} - e_{2i}}{L_i}$

Queda por desarrollar el tratamiento de los cables no inyectados, en los que, al no existir adherencia entre cable y hormigón, la compatibilidad entre ambos no se respeta a nivel de sección sino únicamente en los puntos de anclaje.

En un intervalo cualquiera, cada cable no inyectado experimenta unas variaciones de tensión consecuencia, por una parte, de la relajación del acero y, por otra, de los cambios de longitud (elásticos o diferidos) de su directriz entre los puntos de anclaje.

El análisis de las primeras es análogo al de los otros tipos de cables y ya ha sido comentado en el apartado 6. En cambio, las segundas no son conocidas a priori sino función de los movimientos de la estructura durante dicho intervalo. Es preciso por tanto relacionarlas con los incrementos de desplazamiento δ_i de los nudos e integrarlas dentro de la matriz de rigidez total de la estructura.

El primer paso consiste en relacionar el alargamiento total de la directriz del cable entre puntos de anclaje con los desplazamientos de los nudos de la estructura. En cada elemento 'j' (cuyos nudos extremos los llamamos 'j_1' y 'j_2') atravesado por el cable, se produce un alargamiento de la directriz del mismo dado por (fig. 12):

$$\Delta = (U_{j2} - U_{j1}) \cdot \cos(\alpha_j + \beta_j) + (V_{j2} - V_{j1}) \cdot \operatorname{sen}(\alpha_j + \beta_j) + e_{2j} \cdot \theta_{j2} \cdot \cos\beta_j - e_{1j} \cdot \theta_{j1} \cdot \cos\beta_j$$

El alargamiento total del cable se obtiene sumando los alargamientos a lo largo de los distintos elementos que atraviesa, lo que matricialmente se expresa de la forma:

$\Delta = -[Y]\ \{\ \delta\ \}$, siendo $\{\ \delta\ \}$ el vector de desplazamientos (u, v, θ) de la estructura e [Y] la matriz:

$$[Y] = [a_1, b_1, c_1, \ldots\ldots, a_n, b_n, c_n]$$

Para un nudo 'i', situado entre los elementos 'j' y 'q' (fig. 12) atravesados por el cable, los coeficientes de la matriz son:

$$a_i = \cos(\alpha_q + \beta_q) - \cos(\alpha_j + \beta_j)$$
$$b_i = \text{sen}(\alpha_q + \beta_q) - \text{sen}(\alpha_j + \beta_j)$$
$$c_i = e_{1q} \cdot \cos\beta_q - e_{2j} \cdot \cos\beta_j$$

Dichos coeficientes son nulos para todos aquellos nudos no atravesados por el cable.

Como consecuencia del alargamiento Δ, el cable experimenta un aumento de tensión dado por:

$\Delta P = -k\,[Y]\,\{\delta\}$, siendo $k = \dfrac{E_a \cdot \Omega}{L}$, E_a el módulo de elasticidad del acero, Ω la sección del cable y L su longitud total entre puntos de anclaje.

Para que se produzca dicho Δ P es necesario que en los nudos atravesados por el cable exista un sistema de fuerzas dado por (fig. 11):

$$H = [\cos(\alpha_j + \beta_j) - \cos(\alpha_q + \beta_q)] \cdot \Delta P$$
$$V = [\text{sen}(\alpha_j + \beta_j) - \text{sen}(\alpha_q + \beta_q)] \cdot \Delta P$$
$$M = [e_{2j} \cdot \cos\beta_j - e_{1q} \cdot \cos\beta_q] \cdot \Delta P$$

Luego llamando $\{F\}$ al vector de fuerzas en los nudos de la estructura, queda:

$\{F\} = k\,[Y]^T\,[Y]\,\{\delta\}$, siendo $[K] = k\,[Y]^T\,[Y]$ la matriz de rigidez del cable no inyectado.

Una vez resuelta la estructura, la variación de tensión del mismo viene dada por:

$$\Delta P = -k\,[Y]\,\{\delta\}$$

9. TIRANTES

El programa incluye las matrices de rigidez que permiten el tratamiento de tirantes de tres tipos, cuyos esquemas de vinculación con la pila se indican en la fig. 13.

Todos ellos pueden ponerse en carga, retesarse o suprimirse –caso de atirantamientos provisionales durante las fases de montaje en voladizo– en cualquier instante.

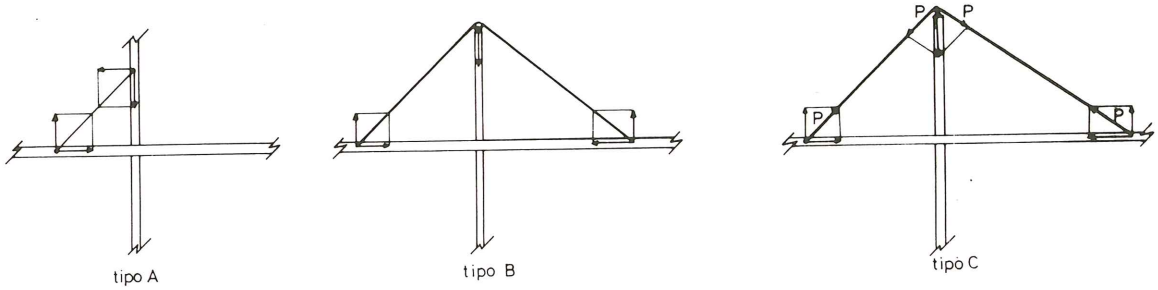


Fig. 13.

La supresión de un tirante se resuelve internamente reaplicando una fuerza igual y de sentido contrario a la que lo socilita en el momento de su eliminación, sobre la estructura en cuya matriz de rigidez se ha suprimido previamente su colaboración.

La puesta en carga, al igual que ocurre en los cables de postesado, se simula a partir de unas fuerzas exteriores –iguales a las suministradas por los gatos– actuando sobre la estructura existente previamente a la incorporación del tirante.

El retesado de un tirante equivale a aplicar sucesivamente los dos procesos anteriores.

Con objeto de permitir la mayor generalidad posible, los tirantes pueden a su vez recubrirse de hormigón posteriormente a su puesta en tensión, retesarse una vez recubiertos y procederse a la inyección de las vainas en cualquier momento.

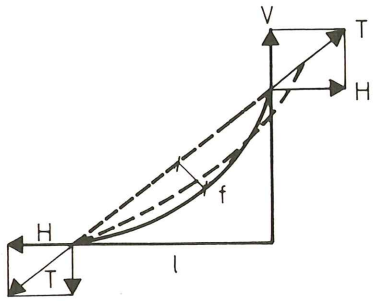


Fig. 14.

En el análisis, los cables son tratados como barras rectas y representados geométricamente por sus cuerdas. En realidad la forma de un cable suspendido libremente bajo la acción de su propio peso y de la tensión en sus extremos es la de una catenaria (fig. 14). Su respuesta deformacional frente a un incremento de tensión es debida no sólo al alargamiento del mismo sino también al cambio de forma de equilibrio de la catenaria, que reduce la flecha 'f'. El análisis debe por tanto usar un módulo de elasticidad reducido o virtual para el cable, cuya expresión es:

$$E_v = \frac{E_o}{1 + \frac{\gamma^2 \, l^2 \, E_o}{12 \, \sigma^3}}$$

γ = Peso específico del cable

l = Longitud proyección en planta

σ = Tensión del cable

Dado que E_v es función del nivel de tensiones del cable la respuesta es no lineal. La no linealidad es mucho más acusada en fases de montaje que sobre estructura terminada, ya que en el primer caso el nivel de tensiones en el cable es menor y mayores las oscilaciones como consecuencia de la colocación de nuevas dovelas o del tesado de nuevos cables durante el avance en voladizo. Un adecuado control tensional y, especialmente, deformacional del mismo no puede prescindir de la no linealidad. El programa lo resuelve iterativamente en cada etapa 'i':

a) Cálculo de la rigidez del cable a partir del valor del módulo de deformación virtual para el nivel de tensiones al final de la etapa anterior, E_v (σ_i^o), correspondiente a la fuerza del cable F_o.

b) Resolución de la estructura y obtención del nuevo nivel de tensiones final en el cable (σ_i^1), correspondiente a una fuerza F_1.

c) Cálculo del nuevo E_v (σ_i^1).

d) Debido a la variación de E_v, no se cumplen las condiciones de equilibrio de la estructura, apareciendo unas fuerzas residuales no equilibradas en los extremos de los tirantes de valor:

$$\Delta F = \frac{E_v(\sigma_i^1) - E_v(\sigma_i^o)}{E_v(\sigma_i^o)} \cdot (F_1 - F_o)$$

e) Dichas fuerzas, cambiadas de signo se reaplican sobre la estructura inicial, y se vuelve al paso b) pero ahora con σ_i^2 en vez de σ_i^1.

El proceso se repite tantas veces como sea preciso hasta que el nivel de las fuerzas residuales no equilibradas sea despreciable.

10. EJEMPLOS APLICACION

Se presenta a continuación la aplicación del método de análisis propuesto al caso de dos tableros de puente isostáticos construídos con vigas prefabricadas mixtas sistema NEXTEN. El primero corresponde a un tablero de 16 m de luz constituído por vigas tipo Omega con suela inferior pretesada y nervio hormigonado en taller. El segundo es un tablero de ferrocarril de 44 m de luz, constituído por vigas con suela pre-postesada y hormigonado in situ del nervio junto con la losa superior, con objeto de reducir el peso de las vigas en las fases de transporte y montaje.

El elevado número de hormigones diferentes, lo complicado de las secuencias de montaje de estas vigas, así como el complejo sistema de redistribuciones de esfuerzos por retracción, relajación y fluencia entre los distintos hormigones y aceros, necesita un análisis según el modelo que preconizamos si se desea conocer con cierta precisión el estado tensional en servicio de la pieza y, lo que es más importante, las contraflechas de las vigas antes y después del hormigonado de la losa superior.

Dado que la puesta en tensión de las vigas precisa la existencia de hormigones que alcancen elevadas resistencias a las pocas horas, la evolución de las características mecánicas de estos hormigones no se ajusta adecuadamente con las expresiones standard de las normas, válidas en cambio para el hormigón de la losa. Así pués, se adoptaron para los hormigones de taller las siguientes curvas obtenidas experimentalmente:

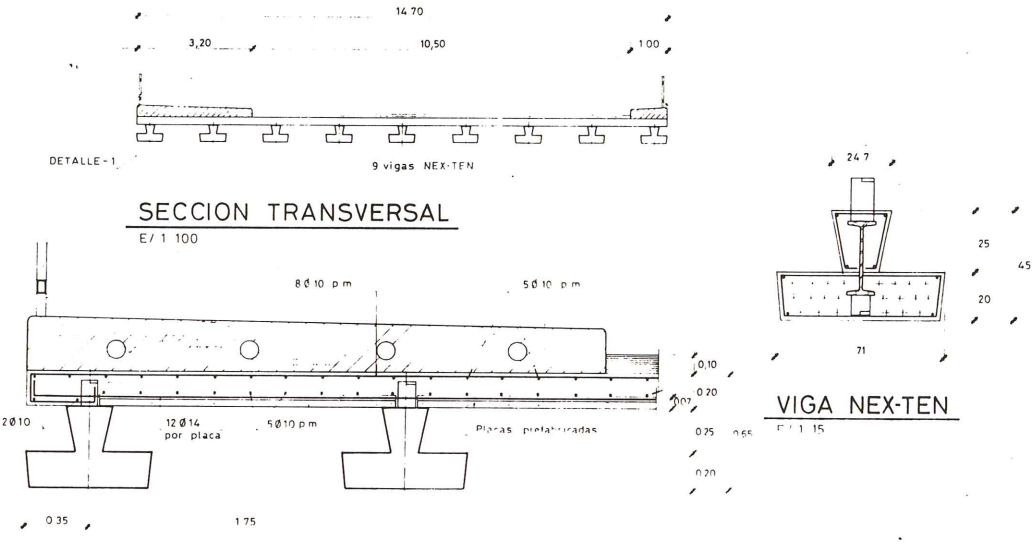
$f_{cj}(t) / f_{cj}$ (28 días)

t / Hormigón	1	2	3	4	5	6	7	10	20	28	50	100	200	500	1000
Obra (EH-82)	/	.20	.38	.40	.42	.44	.46	.52	.64	.70	.77	.83	.90	.96	.98
Taller (Ensayos)	.25	.35	.42	.48	.52	.55	.56	.58	.65	.70	.77	.83	.90	.96	.98

En cuanto a los módulos de elasticidad del hormigón de taller, se constató que dicho

hormigón era más deformable que lo que muestran las expresiones de las normas. Así el E_c (28 días) resultó ser el 80 por 100 del obtenido por la expresión del CEB y el 70 por 100 del de la EH-82. Ya se ha comentado anteriormente que la Norma española tiende a sobreestimar el E_c de los hormigones de altas resistencias, función de la raíz cuadrada de f_{ck}, con respecto al CEB, que propone una raíz cúbica. Por otra parte, el aumento de resistencia con el tiempo parecía ir más rápido que el del endurecimiento, ya que en los primeros días (donde tienen lugar los tesados) ambos coeficientes se reducían algo más: 70 por 100 del CEB y 65 por 100 de la EH-82.

Dada la importancia de la correcta estimación de E_c en el momento del tesado para obtener con cierta precisión las contraflechas de la viga y el reparto del pretensado entre la suela y el perfil metálico, se adoptó análogamente una curva E_c (t) experimental para el hormigón de taller.



DETALLE 1 Fig. 15.

TABLERO A (Carretera)

(luz = 16 m; canto total: 0.65 m; esbeltez: 1/24.6)

La sección transversal consta de (fig. 15):

a) Suela inferior de hormigón de taller de dimensiones medias de 69 x 20 cm con una armadura pasiva constituída por 2ϕ12 superiores y 2ϕ20 inferiores.

b) Nervio Omega de hormigón de taller de forma trapezoidal con ancho superior de 24.7 cm e inferior de 15 cm y 25 cm de altura, con una armadura pasiva de 2ϕ14 superiores y 2ϕ10 inferiores.

c) Losa superior de hormigón de obra de 20 cm de canto y 175 cm de ancho eficaz por viga.

d) Perfil IPN 30 de acero A42 debidamente conectado a la suela y losa superior. Dicho perfil se halla reforzado mediante:

- Una platabanda superior de # 150 x 15 mm en los 8.6 cm centrales.
- Unas chapas soldadas al alma de # 250 x 5 mm en los 2 m extremos.

e) Un pretesado de la suela constituído por 22 unidades de 0.6", de las que cuatro se envainan en los 1.9 m extremos.

El hormigón de taller tiene una f_{ck} a los 28 días de 500 kg/cm^2 y el de obra de 250 kg/cm^2. Se tomó para la armadura activa: E_y = 2000000 Kp/cm^2 y f_{yk} = 16000 kg/cm^2. Tensión tesado: 0.83 f_{yk} = 13274 kg/cm^2.

La secuencia de montaje se establece como sigue:

Intervalo	t_1 (días)	t_2 (días)	Operación
1	4	4	Pretesado conjunto (suela + perfil metálico). Entrada en carga peso propio (suela + perfil).
2	4	5	Nada. Redistribuciones diferidas.
3	5	5	Apeo pieza y hormigonado nervio omega.
4	5	6	Nada. Endurecimiento nervio omega y redistribuciones.
5	8	6	Desapeo de la pieza Nex-Ten completa. Entrada en carga del peso propio del nervio.
6	8	28	Almacén pieza en taller y transporte a obra. Redistribuciones.
7	28	28	Hormigonado losa in situ sobre viga Nex-Ten sin apear ($M_{máx}$ = 28 m.t).
8	28	56	Redistribuciones sobre sección final.
9	56	56	Carga muerta sobre sección total. ($M_{máx}$ = 14 m.t).
10 a 16	56	∞	Redistribuciones hasta tiempo infinito.

Se considera como origen de tiempos el día de hormigonado de la suela inferior.

Además de esta secuencia de montaje, se analizan dos variantes de la misma:

A* Consiste en realizar en el intervalo 3 (día 5) el apeo de la pieza simple (suela + + perfil), forzando una contraflecha de 10 cm en su centro. Al desapear sobre la pieza con nervio se transfiere parte del peso propio de la primera al segundo.

A** Consiste en suprimir los intervalos 4 y 5 y hormigonar el Nervio Omega (intervalo 3) sobre la pieza simple (suela + perfil) sin apear, que recibe la totalidad del peso del nervio.

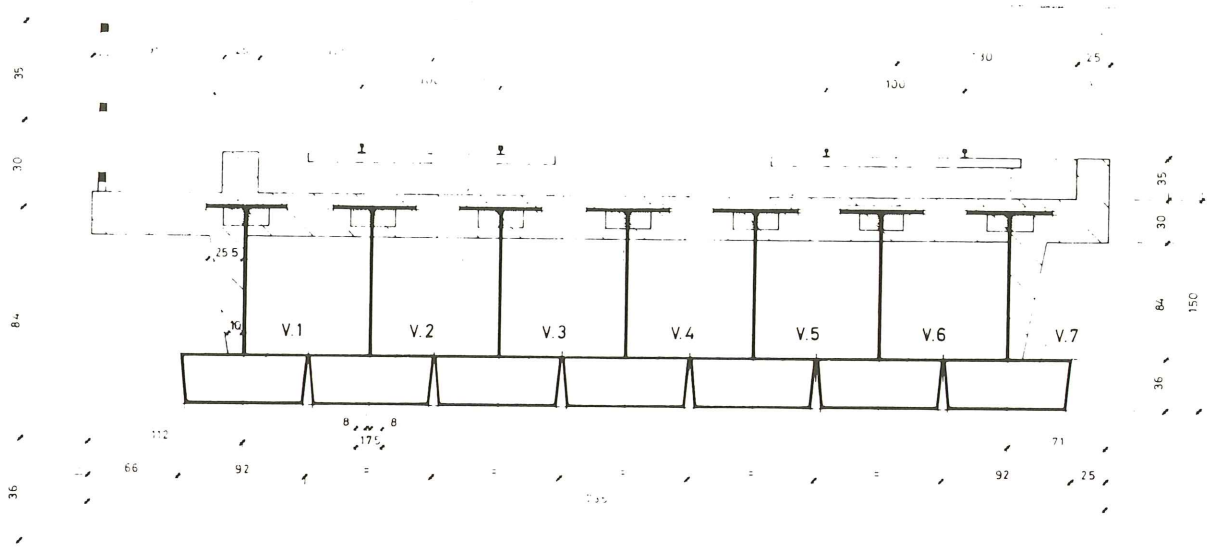


Fig. 16-a.

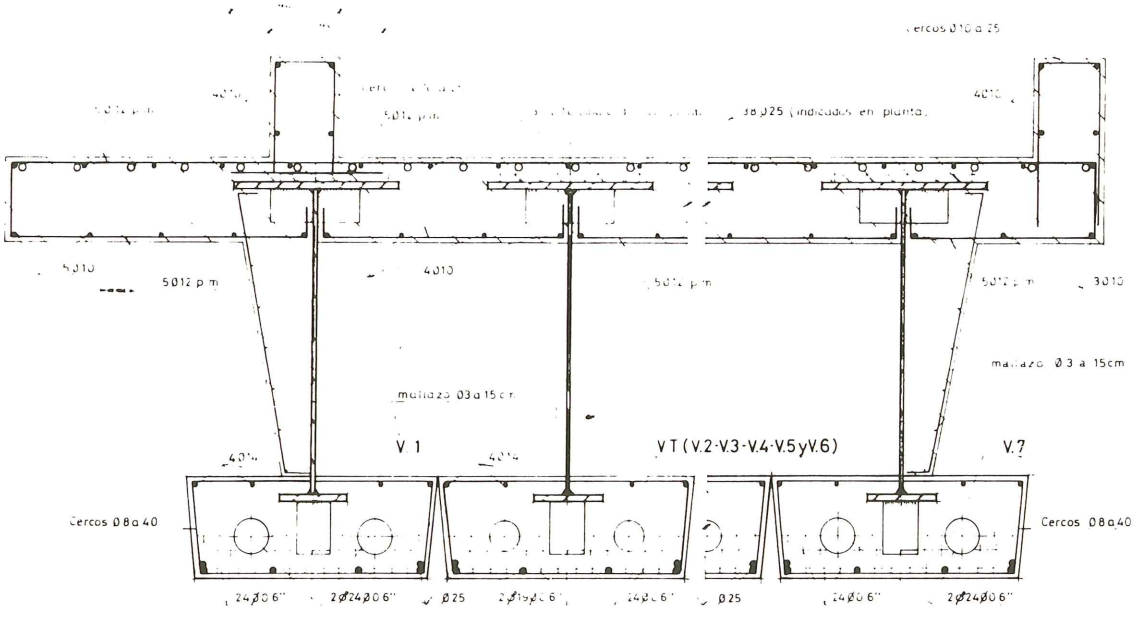


Fig. 16-b.

TABLERO B (Ferrocarril)

(luz : 44 m ; canto : 1.50 ; esbeltez : 1/29.3)

La sección transversal, indicada en la fig. 16, consta de:

a) Suela inferior de hormigón de taller de dimensiones medias de 89 x 36 cm con una armadura pasiva constituída por 4ϕ14 superiores y 6ϕ25 inferiores.

b) Un nervio hormigonado in situ de 15 cm de ancho y 84 cm de canto con un mallazo de ϕ3 a 15 cm.

c) Una losa superior hormigonada in situ de 30 cm de canto y 158 cm de ancho eficaz (viga de borde) y una armadura pasiva, en las caras superior e inferior de 10ϕ25 y 8ϕ10, respectivamente.

d) Una viga armada híbrida constituída por:

- Platabanda superior (A52) : # 600 x 25.
- Refuerzo platabanda superior (A52): # 250 x 25
- Platabanda inferior (A52): # 250 x 25.
- Alma (A42): # 1100 x 15.

e) Un pretesado de suela constituído por 24 unidades de 0.6", de las que seis se envainan en los 6 m extremos.

f) Un postesado constituído por 2 tendones con un total de 48 unidades de 0.6", con vainas de 7.5 cm.

El hormigón de taller tiene una f_{ck} de 500 kg/cm^2 y el de obra de 350 kg/cm^2.

La secuencia de montaje es como sigue:

Intervalo	t_1 (días)	t_2 (días)	Operación
1	4	4	Pretesado del conjunto (suela + perfil metálico). Entrada en carga del peso propio de ambos.
2	4	28	Nada. Redistribuciones diferidas.
3	28	28	Postesado suela inferior.
4	28	35	Almacén pieza en taller y transporte a obra. Redistribuciones.
5	35	35	Hormigonado in situ losa tablero y nervios sobre viga Nex-Ten sin apear ($M_{máx}$ = 335,2 mt.).
6	35	56	Redistribuciones sobre sección total.
7	56	56	Carga muerta sobre sección total ($M_{máx}$ = 173 mt.).
8 a 16	56	∞	Redistribuciones hasta tiempo infinito.

RESULTADOS

En las figs. 17 y 18 se adjuntan los resultados del análisis del tablero A. La fig. 17, correspondiente a la sección centro de vano, presenta la evolución de la historia tensional en las fibras inferior de la suela de hormigón y superior del perfil de acero en las sucesivas fases del montaje, así como su progresión hasta tiempo infinito.

Se observan las ligeras modificaciones introducidas por las diferentes variantes de montaje, no demasiado relevantes dada la pequeña importancia en este caso del nervio omega, así como la flexibilidad de la sección simple constituída por suela y perfil, que la hace poco sensible a movimientos impuestos.

En cuanto al Improved Dischinger Method (I.D.M.), se constata, tal y como se indicó previamente, que si bien da lugar a distorsiones sensibles en los instantes próximos a la apli-

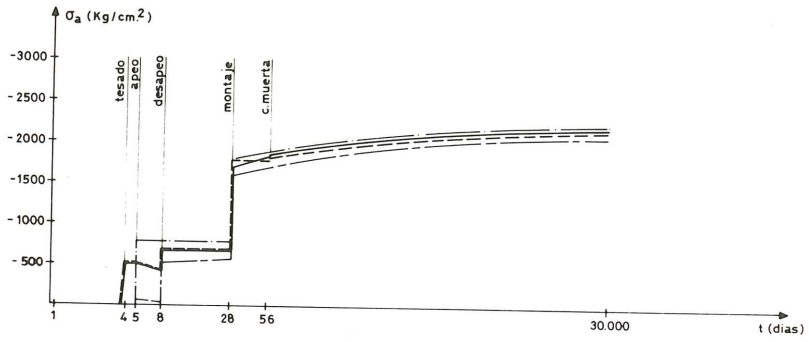


Fig. 17-a.

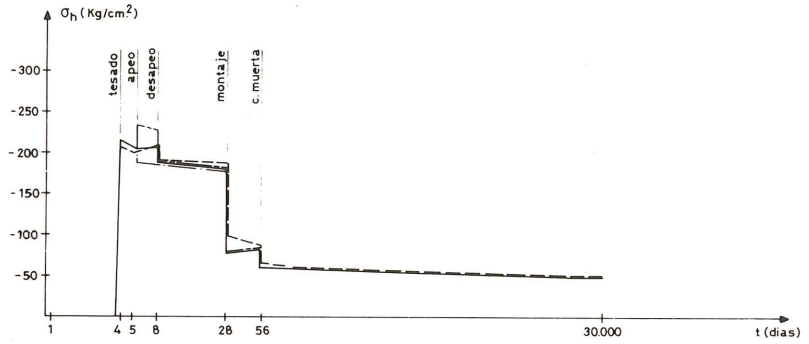


Fig. 17-b.

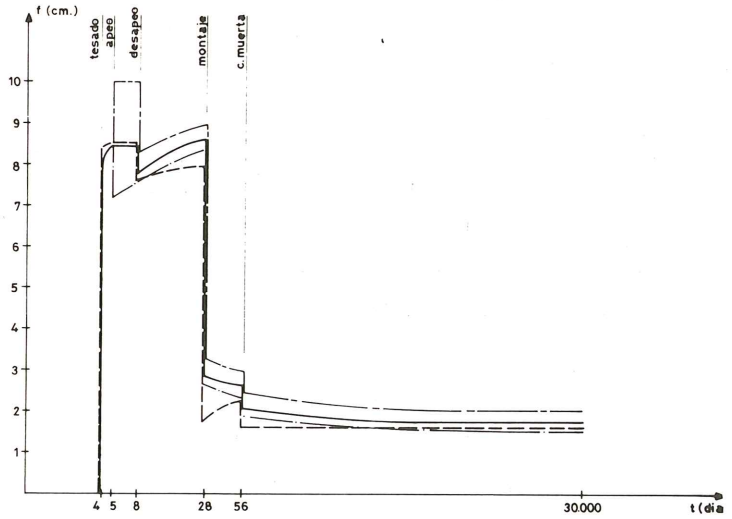


Fig. 17-c.

Fig. 17 - LEYENDA -

——————— Variante A (apeo no forzado)
— — — — Variante A (I. D. M.)
——·—— Variante A** (sin apear)
——— — Variante A* (apeo forzado 10cm.)

PUENTE A. SECCION CENTRO VANO

a) Evolución tensional fibra superior perfil.
b) " " " inferior suela.
c) " contraflecha centro vano.

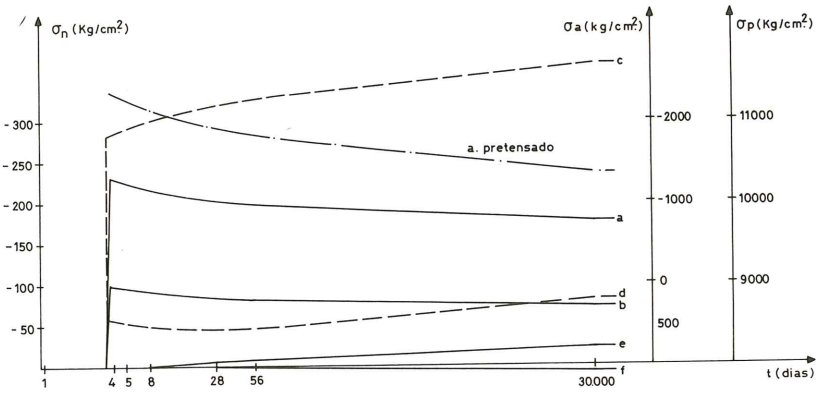


Fig. 18-a.

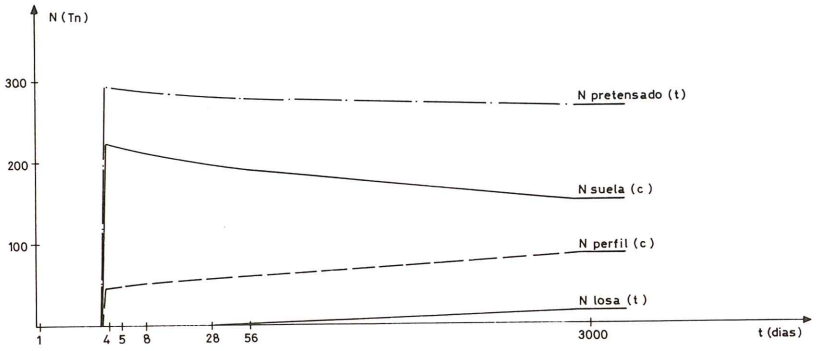


Fig. 18-b.

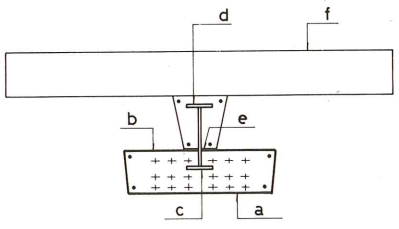


Fig. 18-c.

Fig. 18. Puente A: Sección extremos.
a) Evolución tensional diferentes fibras.
b) Evolución axiles distribuidos entre las diferentes secciones parciales.
c) Esquema de la sección transversal.

cación de las cargas, dichas distorsiones se amortiguan rápidamente obteniéndose resultados prácticamente análogos al método "preciso" en cuanto nos alejamos suficientemente del instante de puesta en carga.

En la fig. 18 se presenta, para la sección de apoyo, la evolución tensional en diferentes fibras características de la sección, así como el esfuerzo axil total distribuido entre las diferentes secciones parciales que constituyen la sección total. Al tratarse de una sección sin esfuerzo externo, dichas curvas reflejan los mecanismos de redistribución interna de esfuerzos como consecuencia del comportamiento reológico de los materiales. Se constata claramente la progresiva transferencia del pretensado desde la suela (material más deformable en el tiempo) hacia el perfil, así como la entrada en tracción de la losa in situ al verse contenida su libre retracción. La fibra inferior del perfil (d) que en las primeras fases del montaje experimenta una ligera compresión como consecuencia de las pérdidas de pretensado, posteriormente ve invertido el signo de su evolución, comprimiéndose progresivamente como consecuencia de la retracción del hormigón in situ de la losa superior.

En las figuras 19 y 20 se presentan los resultados del análisis del tablero B, continuándose la buena aproximación del I.D.M. a tiempo infinito y constatándose evoluciones análogas al caso anterior.

En ambos tableros se estudió, asímismo, el efecto que se produce si se materializa una continuidad entre vanos adyacentes una vez hormigonada la losa superior. La progresiva rotación de los apoyos bajo los efectos diferidos se ve así coaccionada generándose por tanto

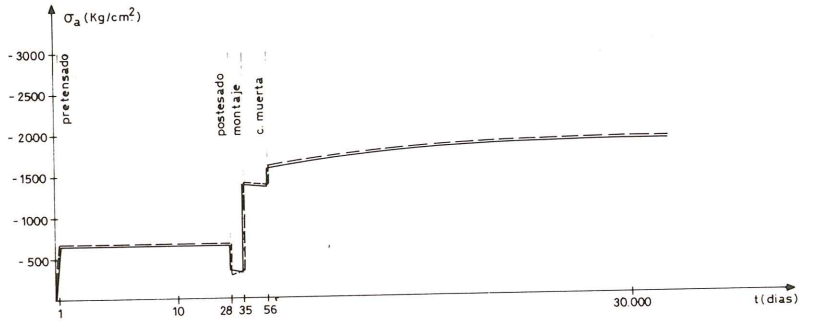


Fig. 19-a.

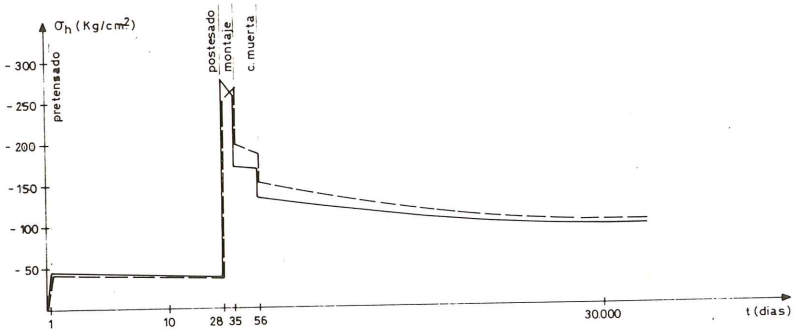


Fig. 19-b.

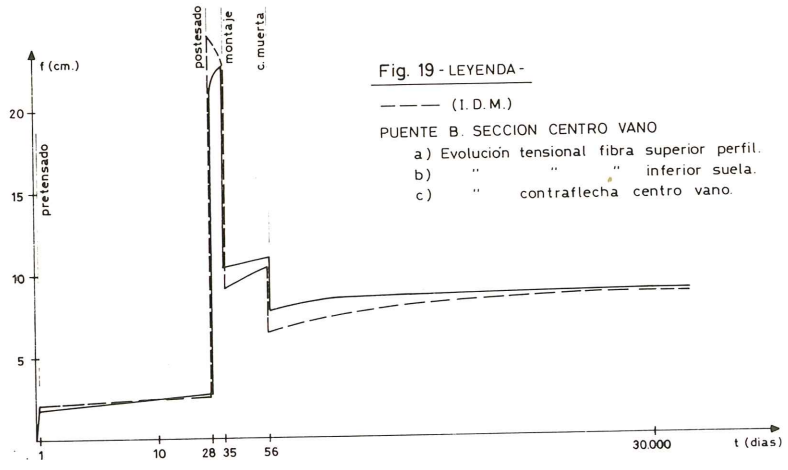


Fig. 19-c.

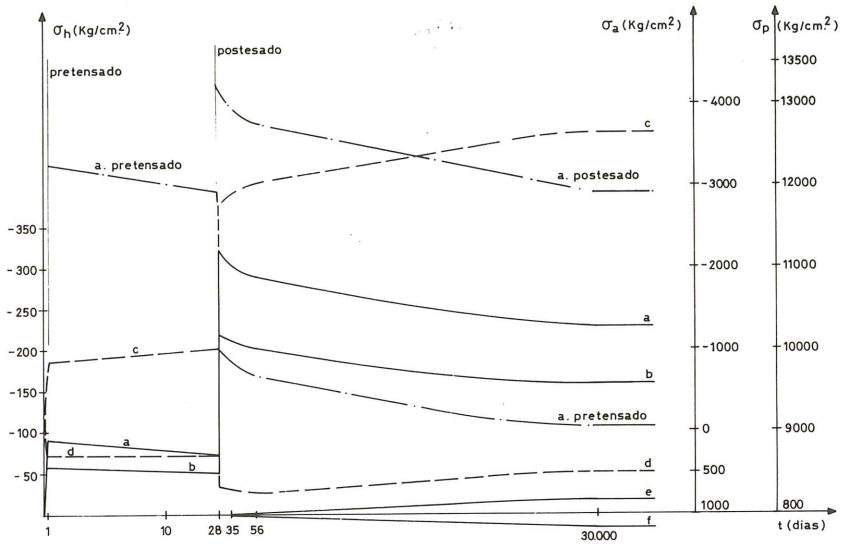


Fig. 20-a.

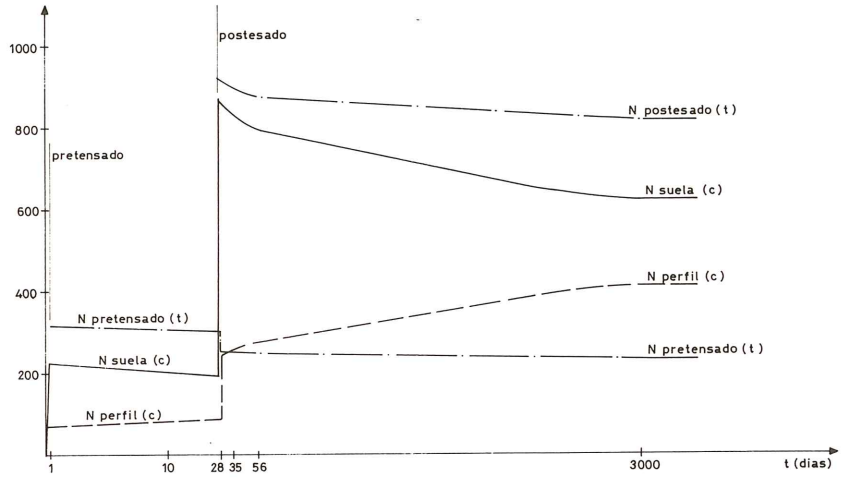


Fig. 20-b.

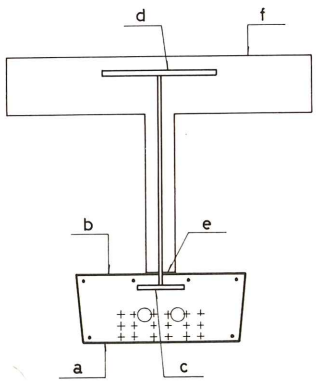


Fig. 20 c

Fig. 20. Puente B: Sección extremos.
a) Evolución tensional diferentes fibras.
b) Evolución axiles distribuidos entre las diferentes secciones parciales.
c) Esquema de la sección transversal.

los correspondientes momentos de continuidad. Los valores obtenidos en ambos casos fueron:

$$\frac{\text{M continuidad apoyos } (\infty)}{\text{M isostático centro vano (peso propio)}} = \begin{cases} 0{,}03 \text{ en el tablero A} \\ 0{,}16 \text{ en el tablero B} \end{cases}$$

La enorme diferencia entre ambos resultados reside en la gran sensibilidad de estos momentos al trazado y cuantía del pretensado frente a los esfuerzos de peso propio (fig. 21). El tablero B, de ferrocarril, posee un alto pretensado para recoger las sobrecargas, muy superior al necesario por peso propio. La mayor parte del vano –y principalmente los extremos al tratarse de cables rectos– se halla pues solicitado a una flexión negativa apreciable bajo peso propio, tendiendo con el tiempo a aumentar sensiblemente las contraflechas (fig. 19-c) y rotaciones en apoyos. En el tablero A, de carretera, el efecto es mucho menos acusado tal y como se puede observar en la fig. 17-c, donde las contraflechas tienden incluso a reducirse a tiempo infinito (carga muerta incluída).

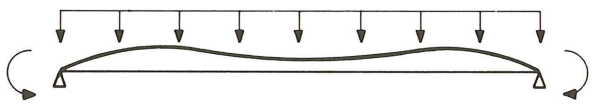


Fig. 21.

Dada la gran sensibilidad de los momentos de continuidad a factores cuyos efectos son contrapuestos (peso propio y retracción de la losa por un lado, y pretensado y fluencia de la suela, con transferencia de esfuerzos al perfil, por otro), sólo un análisis preciso del fenómeno permite evaluarlos con cierta garantía. En cuanquier caso, en tableros mixtos, la existencia del perfil retiene apreciablemente las deformaciones diferidas del hormigón reduciendo mucho la deformabilidad total de la sección, por lo que estos efectos son mucho menos sensibles que en tableros pretensados.

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

1. C.E.B.– "Manuel de calcul Effets structuraux du fluage et des déformations différées". Boletín n° 136. 1980.
2. C.E.B.–"Code-Modele CEB-FIP pour les structures en béton". Boletín n° 124/125-F. 1978.
3. C.E.B.–"Effets structuraux des déformations différées du betón". Boletín n° 94. 1973.
4. R. FAVRE; M. KOPRNA; A. RADAJOVIC–"Effets différés, fissuration et déformations des structures en béton". Ed. Saphorin. 1979.
5. Z.P. BAZANT–"Comparaison of Aproximate Linear Methods for Concrete Creep". ASCE. Str. Div. Septiembre 1973.
6. J. MARTINEZ CALZON y J. ORTIZ HERRERA–"Construcción Mixta. Hormigón Acero". Ed. Rueda 1978.
7. D. E. BRANSON–"Deformation of Concrete Structures". Mc. Graw Hill. 1977.

8. J. LAZIC y V. LAZIC–"Sur la fonction fluage donnée por la Code Modele CEB-FIP". Annales ITBTP. Sept. 1980.

9. ACI Committee 209/II.–"Prediction of creep, shrinkage, and temperature effects in concrete structures". ACI-SP 27. Designing for effects of creep, Shrinkage & Temperature. Detroit. 1971.

10. Z. P. BAZANT y L. PANULA–"Practical Prediction of Time Dependent Deformations of Concrete". Materials & Structures, Vol. II. 1978.

11. N. K. ARUTYUNIAN–"Some Problems in the Theory of Creep". Pergamon Press 1966.

12. Z. P. BAZANT y A.A. ASGHARI–"Constitutive Law for Non Linear Creep of Concrete". Journal of the Engineering Mechanics Division. ASCE. EM1. Feb. 1977.

13. F. DEL POZO VINDEL–"Expresiones analíticas para evaluar la fluencia y retracción, de acuerdo con la Instrucción EH-80". Hormigón y Acero nº 144. 1982.

14. M.K. TADROS, A. GHALI & W.H. DILGER–"Time-dependent Analysis of Composite Frames". ASCE. Str. Div. Abril 1977.

15. M. K. TADROS, A. GHALI & W. H. DILGER–"Long-Term Streses and Deformations of Segmental Bridges". PCI Journal. Julio-Agosto 1979.

16. Y. J. KANG & A. C. SCORDELIS–"Non-linear Analysis of Prestressed Concrete Frames". ASCE. Struct. División. Febrero 1980.

17. P. ACKER–"Le problème des pertes de précontrainte par fluage et relaxation combinées". Bulletin Liaison L.P.C. Agosto 1978.

18. M. S. KHALIL, W.H. DILGER & A. GHALI.–"Time-Dependent Analysis of PC Cable-Stayed Bridges". ASCE. Struct. Division. Agosto 1983.

* * *

Nueva Publicación

Acaba de aparecer el segundo tomo del libro "PROYECTO Y CALCULO DE ESTRUCTURAS DE HORMIGON ARMADO PARA EDIFICIOS" del que es autor el Ingeniero de Caminos D. José Calavera Ruiz.

El primer tomo, aparecido hace algo más de un año, estaba dedicado en general al cálculo de los esfuerzos en los distintos elementos y tipos estructurales. Este segundo tomo completa el libro y está dedicado al dimensionamiento y a los detalles constructivos.

El tomo comprende 28 Capítulos y 2 Anejos. En los primeros 14 capítulos se realiza una exposición completa de los diferentes Estados Límites Ultimos y Estados Límites de Servicio. Los otros 14 capítulos están destinados al Proyecto y a los Detalles Constructivos de las diferentes piezas y tipos estructurales.

Debe destacarse la amplitud con que se tratan los temas, en especial aquellos casos en que la información general disponible es escasa, tales como Esfuerzo Cortante, Rasante, Punzonamiento, Adherencia, Anclaje, Flechas, etc. También merecen destacarse la cuidadosa y exhaustiva discusión de los diferentes detalles constructivos y la novedad que suponen los capítulos dedicados a Edificios Altos y Edificios en Zonas Sísmicas, así como el Anejo dedicado al cálculo de los nudos en los entramados.

El libro constituye un documento del máximo interés para todos los que se dedican al cálculo de estructuras y reúne simultáneamente un elevado rigor teórico y un gran sentido práctico fruto, evidentemente, de la experiencia del Profesor Calavera.

Los interesados en adquirir esta nueva publicación deberán dirigir su petición a:

Instituto Técnico de Materiales y Construcciones. INTEMAC.
Monte Esquinza, 30, 5° D.
28010 - MADRID

X Congreso Internacional de la F.I.P.
Exposición de "Posters"

Las Sesiones dedicadas a "Posters" son cada día más frecuentes en los diferentes Congresos Internacionales.

A diferencia de las Sesiones Técnicas programadas para la presentación de Comunicaciones, las dedicadas a Posters se asemejan a una exposición en la cual, reducidos grupos de personas especialmente interesadas en un determinado tema se reunen alrededor de uno de los paneles expuestos. Este ya ampliamente experimentado tipo de Sesiones, facilita una más amplia y personal discusión sobre los temas de particular interés.

Los Posters estarán expuestos en una amplia Sala especial los días 16 al 20 de febrero de 1986, durante los cuales los participantes en el Congreso tendrán oportunidad de observarlos con toda comodidad.

Con el fín de facilitar los coloquios con los autores, la exposición de Posters se dividirá en Sesiones. Cada tarde, se programará una Sesión de tres horas sobre un tema preseleccionado, durante la cual los autores de los trabajos incluídos en la correspondiente Sesión informarán sobre los mismos y atenderán y responderán a todas las consultas que se les formulen.

Los autores de los Posters se considerarán, a todos los efectos, como participantes de pleno derecho en el Congreso, exactamente igual que los autores de Comunicaciones.

El título de los Posters con los nombres de sus autores se incluirán en el programa del Congreso.

Los Posters se redactarán, preferentemente, en inglés.

La organización del Congreso tendrá dispuestos tableros de 1.200 x 2.400 mm para la colocación de los Posters y se encargará también de hacer y colocar el título del Poster y el logotipo de la FIP, para conseguir la necesaria uniformidad.

Cada autor dispondrá de un espacio de 2.100 x 1.050 mm (2,2 m^2) para la colocación de su Poster.

Con el objeto de que puedan fotografiarse los Posters, deberán prepararse sobre fondo blanco. Las fotografías que se incluyan podrán ser en color o en blanco y negro y tendrán, como mínimo, 200 x 250 mm. El tamaño de las letras de los textos será lo suficientemente grande para que puedan leerse, fácilmente, a una distancia de 2,5 metros.

Los interesados en presentar algún Poster en el X Congreso de la FIP deberán solicitar las oportunas instrucciones, a la mayor brevedad posible, dirigiéndose a:

Secretaría de la A.T.E.P.
Instituto Eduardo Torroja
Apartado 19002
28080 MADRID

V Sesión de Trabajo.
Tema III: Investigaciones y Estudios (Continuación)

Análisis no lineal de placas y láminas de hormigón armado, con vigas de borde pretensadas, por el método de los elementos finitos

Juan Miquel Canet
Antonio R. Marí Bernat
José J. Rivera Hernández
Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos de Barcelona

1. INTRODUCCION

En las últimas décadas el hormigón armado y pretensado se ha utilizado como material estructural en grandes obras de ingeniería tales como vasijas de contención de centrales nucleares, depósitos criogénicos, cubiertas de grandes estadios o plataformas off-shore.

Los métodos de diseño utilizados para tales estructuras están basados en análisis elásticos que no reflejan adecuadamente el comportamiento estructural, especialmente bajo solicitaciones de carácter extraordinario que podrían producir el colapso de la estructura. Por ello se necesita desarrollar los instrumentos de análisis adecuados capaces de predecir con precisión la respuesta estructural.

El método de los elementos finitos es uno de los más potentes y desarrollados en la actualidad para el análisis de estructuras y en determinados casos muy complejos, por la geometría o las cargas, prácticamente el único que puede dar una solución satisfactoria al problema planteado.

El campo de estructuras bidimensionales, como paneles, placas y láminas es quizás en el que los elementos finitos tienen una mayor utilidad, dado que la validez de los métodos analíticos se ve limitada a casos relativamente sencillos en cuanto a cargas o geometría. Por otra parte la consideración de las propiedades no lineales del hormigón, los efectos estructurales de las deformaciones diferidas y la existencia de elementos de borde (armados y/o pretensados) complican aún más el análisis de este tipo de estructuras justificando una discretización de las mismas para su estudio.

El objeto de este trabajo es presentar un procedimiento de análisis no lineal, por la geometría y por el material, de estructuras bidimensionales (paneles, placas y láminas) de hormigón armado de forma arbitraria, incluyendo los efectos de las vigas de borde concéntricas o excéntricas respecto de la superficie media de la lámina, de hormigón armado y/o pretensado.

Con este procedimiento se pretende estudiar el comportamiento estructural en las etapas elástica, fisurada y de prerrotura.

Aplicaciones del M.E.F. al análisis de paneles, placas y láminas han sido realizadas por Jofriet y McNiece (1) y Bell y Elms (2) quienes incorporaron la fisuración progresiva en elementos triangulares o cuadrangulares tipo placa. El cambio de rigidez de los elementos debido a la fisuración normal a la dirección del momento principal se tuvo en cuenta mediante el uso de una rigidez a flexión y en su plano reducida en función del nivel de tensiones.

Scanlon (3) desarrolló un método para incorporar los efectos en el tiempo y la fisuración en losas mediante un modelo por capas en elementos rectangulares.

Más recientemente Bashur y Darwin (4) presentaron un elemento para flexión de placas con integración numérica sobre el espesor. Lin (5) estudió láminas utilizando un elemento triangular plano e incluyendo un modelo de plasticidad asociada. Hand, Recknold y Schnobrich (6) modificaron la solución de Lin utilizando un elemento cuadrangular.

Kabir (7) incluyó los efectos en el tiempo de la fluencia y de la retracción. Arnesen (8) estudió láminas con elementos triangulares, utilizando integración numérica en el espesor y considerando la no linealidad geométrica.

Floegl (9) utilizó un elemento triangular curvo incluyendo para cargas instantáneas las no linealidades física y geométrica. Su modelo de "tensión stiffening" está basado en el deslizamiento relativo entre el hormigón y el acero.

La mayor parte de los investigadores se han centrado en el estudio de la lámina en sí, sin considerar el efecto de los elementos de borde. En los casos en que éstos han sido incluídos estudiándolos como elemento lámina (5,7,8) las vigas deben ser concéntricas con la lámina. Chan (10) estudió el comportamiento de láminas de hormigón armado incluyendo la no linealidad geométrica y del material, los efectos dependientes del tiempo y las vigas de borde excéntricas con sección rectangular de hormigón armado. La aportación de este trabajo, que ha sido realizado partiendo de los estudios de Chan y Scordelis (de los cuales se ha extraído parte del material), ha sido incorporar el efecto del pretensado de las vigas de borde en el comportamiento de las láminas de hormigón armado.

2. MODELIZACION DE LA ESTRUCTURA

Para la modelización de la estructura se utilizan dos tipos de elementos. Para la lámina se usa un elemento isoparamétrico degenerado de nueve nodos de la familia de Ahmad (11) con funciones de interpolación lagrangianas para el campo de desplazamientos (fig. 1). Cada nodo, situado en la superficie media, tiene en coordenadas locales cinco grados de libertad (tres corrimientos y dos giros) y seis grados de libertad en coordenadas globales, lo cual permite el análisis de láminas de forma general, incluso con discontinuidades angulares. Se admite la hipótesis de que las rectas normales a la superficie media antes de la deformación, siguen rectas después de producirse ésta pero no siguen necesariamente normales a dicha superficie. Ello nos permite también el estudio de láminas gruesas.

Transversalmente, el espesor se divide en capas a fin de poder tener en cuenta la variación del estado tenso deformacional de unos puntos a otros de la lámina. Cada capa se supone sometida a un estado biaxial de tensiones.

En cuanto a las vigas de borde, se discretizan mediante elementos rectos unidimensionales de dos nodos, cada uno de ellos con seis grados de libertad. La sección se divide en filamentos, en cada uno de los cuales se supone un estado tensional uniforme. De esta forma se puede tener en cuenta la solicitación de flexión esviada sobre la viga. Es importante señalar que el eje de la pieza no coincide necesariamente con el centro de gravedad de la misma, a fin de poder tener en cuenta la excentricidad de la viga con la superficie de la lámina (Fig. 2).

Las vigas y la lámina están conectadas en una serie discreta de puntos coincidentes con los nodos, y de tal forma que el borde de un elemento lámina está unido a dos elementos viga (Fig. 3).

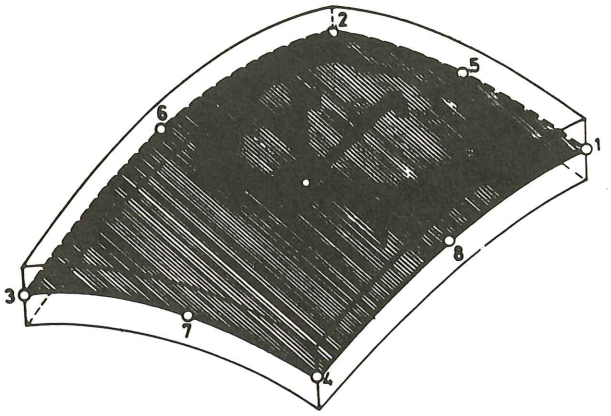


Fig. 1. Elemento de nueve nodos utilizado en este estudio.

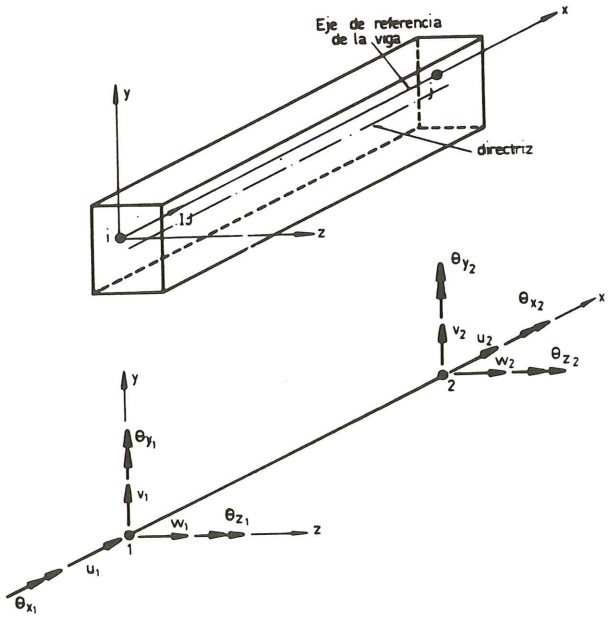


Fig. 2. Geometría y grados de libertad de las vigas.

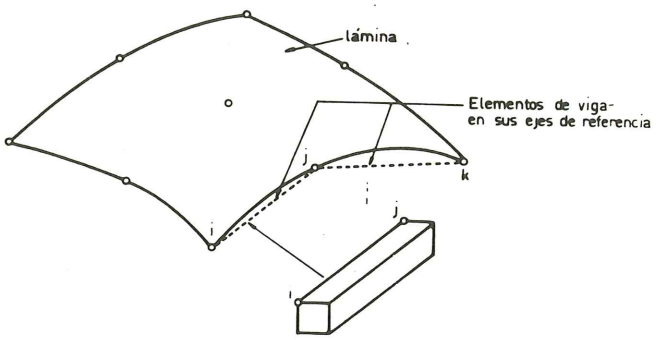


Fig. 3. Configuración de los elementos viga y elementos lámina.

En los elementos laminares que disponen de vigas de borde, es preciso realizar algunas transformaciones en la matriz de rigidez para tener en cuenta este hecho. Dichas transformaciones parten de la hipótesis de considerar una biela rígida desde el eje de la viga a los correspondientes nodos de la lámina (Fig. 4). De esta forma puede realizarse el ensamblaje según los procedimientos acostumbrados.

De las tres formas reconocidas de modelar el hormigón armado (discreto, embebido y distribuido), se utiliza el distribuido para la lámina y el embebido para las vigas de borde.

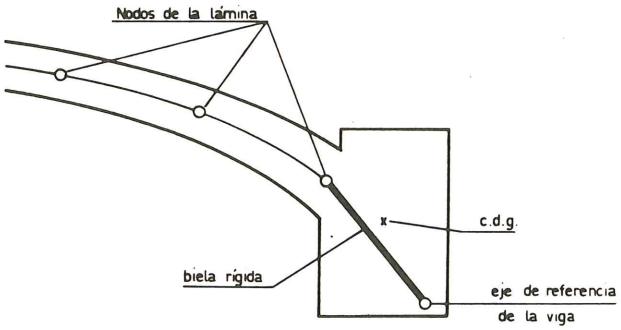


Fig. 4. Modelización de la unión viga-lámina.

3. MODELOS DE LOS MATERIALES

Probablemente el aspecto más difícil de un análisis racional de estructuras de hormigón, sea el establecimiento de un modelo matemático para simular el comportamiento de los materiales. Tal modelo, debe presentar una buena coherencia teórica y exactitud dentro de los límites propuestos (por ejemplo, que sea capaz de reproducir resultados de ensayos con las hipótesis utilizadas). Además debe ser fácilmente implementable en programas standard de análisis estructural y eficiente para hacer posibles los análisis no lineales.

Dado que las armaduras de acero son largas y relativamente delgadas se supone generalmente que son capaces de transmitir únicamente esfuerzo axial y, por tanto, una relación tensión-deformación uniaxial es suficiente en general. El modelo más comunmente utilizado es el elasto-plástico perfecto o con endurecimiento isótropo por deformación, ignorando el efecto Bauschinger y permitiendo la descarga elástica. Dicho modelo es el utilizado en este trabajo (figura 5), tanto para las armaduras pasivas como para el acero de pretensado.

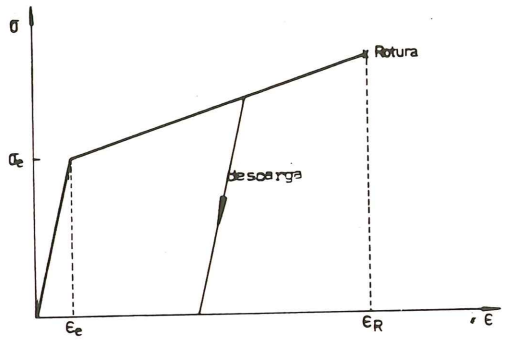


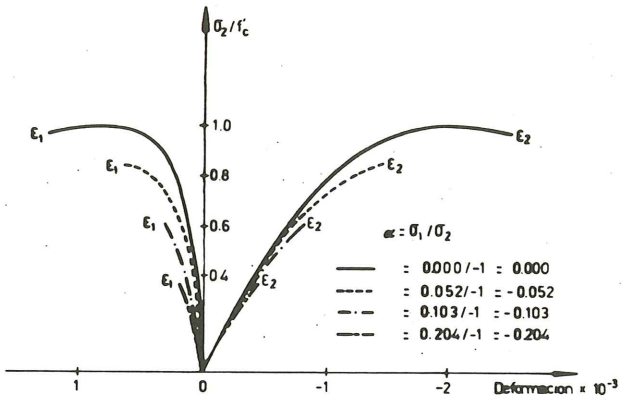
Fig. 5. Diagrama tensión deformación para el acero.

En cuanto al hormigón, cuyo comportamiento es considerablemente más complejo y, por tanto más difícil de modelar, existen numerosos modelos que tratan de aproximarlo, si bien no son tan exactos como los del acero. Afortunadamente los resultados obtenidos son aceptables ya que el hormigón no determina la respuesta del conjunto en la misma medida que, generalmente lo hace el acero.

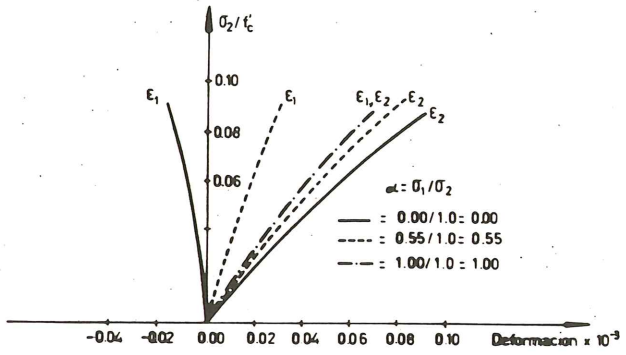
Dos son los aspectos fundamentales a conocer en la definición del comportamiento del material: la superficie de rotura y las relaciones tenso-deformacionales.

Bajo condiciones biaxiales, tras los numerosos ensayos realizados se ha observado que la máxima tensión a compresión aumenta (hasta un 23 por 100). La ductilidad, es decir deformación para la máxima tensión a compresión aumenta. La rigidez del hormigón en una de las direcciones principales aumenta en presencia de una compresión en la dirección perpendicular (teoría de la microfisuración potencial).

Kupfer (12) presentó una serie de curvas tensión-deformación con distintas relaciones entre las tensiones aplicadas en ambas direcciones ($\alpha = \sigma_1 / \sigma_2$) (Fig. 6) y una curva envolvente (Fig. 7) de las resistencias bajo tensiones biaxiales. El criterio de rotura utilizado en este trabajo está basado en estos ensayos (10).



Relaciones experimentales tensión-deformación para tracción biaxial.



Relaciones experimentales tensión-deformación para tracción biaxial.

Fig. 6.

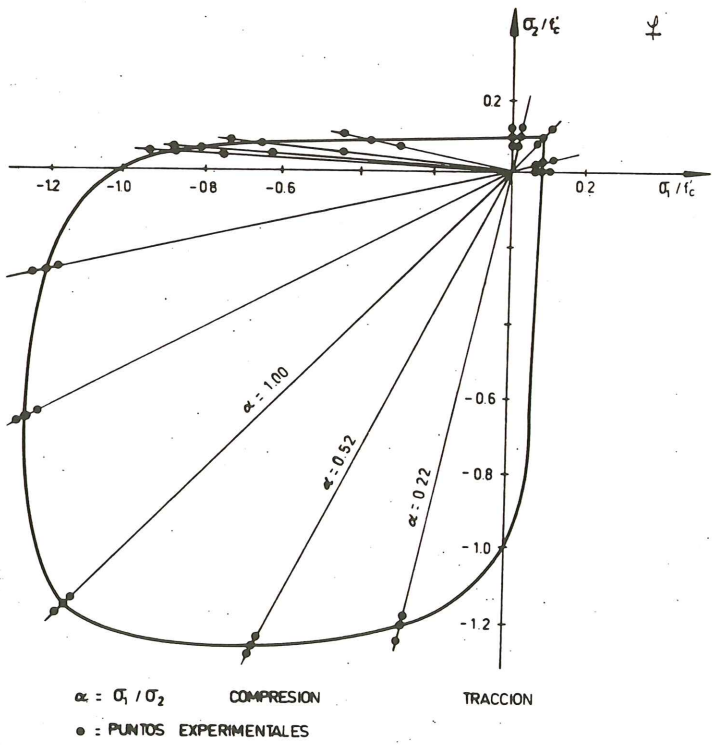


Fig. 7. Diagrama biaxial experimental de máxima resistencia para el hormigón.

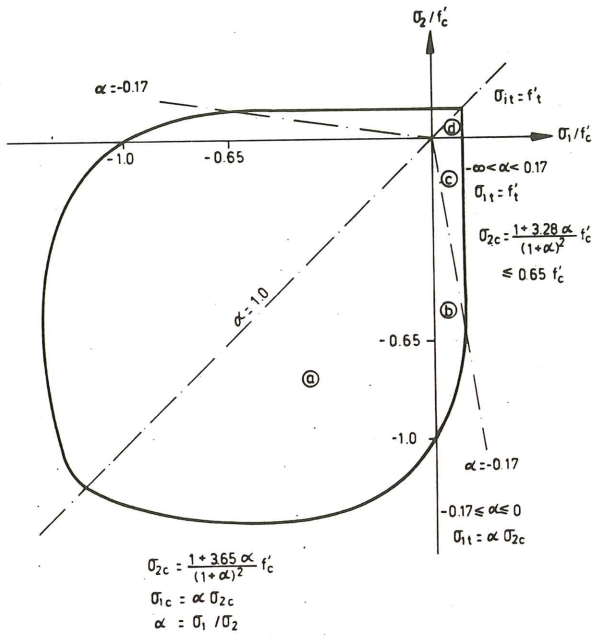


Fig. 8. Diagrama biaxial de máxima resistencia para el hormigón.

Como puede verse en la figura 8 se distinguen tres regiones: ($\alpha = \sigma_1/\sigma_2$ con $\sigma_1 > \sigma_2$).

a) Compresión biaxial: σ_1 y σ_2 compresión $0 \leqslant \alpha \leqslant 1$.

El hormigón cuyo estado tensional cae dentro de esta zona rompe por aplastamiento. Las tensiones principales en los contornos valen:

$$\sigma_{2c} = \frac{1 + 3.65\,\alpha}{(1+\alpha)^2} f'_c \tag{1}$$

$$\sigma_{1_c} = \alpha\,\sigma_{2_c} \tag{2}$$

siendo f'_c la máxima resistencia del hormigón a compresión uniaxial. Las deformaciones correspondientes a estos estados son:

$$\epsilon_{2\,c} = \epsilon_c\,(3\,p_2 - 2) \tag{3}$$

$$\epsilon_{1\,c} = \epsilon_c\,(-1{,}6\,p_1^3 + 2{,}5\,p_1^2 + 0{,}35\,p_1) \tag{4}$$

$$p_1 = \sigma_{1\,c}/f'_c \tag{5}$$

$$p_2 = \sigma_{2\,c}/f' \tag{6}$$

b) Zona de tracción – compresión: σ_1 tracción, σ_2 compresión, $-0{,}17 \leqslant \alpha \leqslant 0$.

$$\sigma_{2\,c} = \frac{1 + 3{,}28\,\alpha}{(1+\alpha)^2} f'_c \tag{7}$$

$$\sigma_{1\,t} = \alpha\,\sigma_{2\,c} \tag{8}$$

$$\epsilon_{2\,c} = \epsilon_c\,(4{,}42 - 8{,}38\,p_2 + 7{,}54\,p_2^2 - 2{,}58\,p_2^3) \tag{9}$$

$$\epsilon_{1\,t} = \sigma_{1\,t}/E_0 \tag{10}$$

la rotura se supone que se produce por aplastamiento.

c) Zona tracción – compresión σ_1 = tracción, σ_2 = compresión. $-\infty < \alpha < -0{,}17$.

$$\sigma_{2\,c} = 0{,}65\,f'_c \tag{11}$$

$$\sigma_{1\,t} = f'_t \tag{12}$$

$$\epsilon_{2\,c} = \epsilon_c\,(4{,}42 - 8{,}38\,p_2 + 7{,}54\,p_2^2 - 2{,}58\,p_2^3) \tag{13}$$

$$p_2 = \sigma_{2\,c}/f'_c \leq 0{,}65 \tag{14}$$

$$\epsilon_{1\,t} = \sigma_{1\,t}/E_0 \tag{15}$$

Se supone que la rotura se produce por aplastamiento en la dirección 1.

d) Tracción biaxial: σ_1 = tracción, σ_2 = tracción; $1 < \alpha < \infty$

$$\sigma_{1\,t} = \sigma_{2\,t} = f'_t \tag{16}$$

$$\epsilon_{1\,t} = \epsilon_{2\,t} = f'_t/E_0 \tag{17}$$

la rotura por agrietamiento, ocurre en la dirección con mayor tensión de tracción.

Por lo que respecta a las relaciones tensión-deformación, se ha adoptado un esquema hiperelástico basado en los estudios de Saenz (13) y Liu (14) y Darwin y Pecknold (15), dichas relaciones vienen referidas a los ejes principales de las tensiones en cada punto.

$$\begin{bmatrix} d\sigma_1 \\ d\sigma_2 \\ d\sigma_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_1 & 0 & 0 \\ 0 & E_2 & 0 \\ 0 & 0 & (1-\nu^2)\,G_{12} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d\epsilon_{1\,u} \\ d\epsilon_{2\,u} \\ d\epsilon_{12} \end{bmatrix} \tag{18}$$

con:

$$d\,\epsilon_{iu} = \frac{d\,\epsilon_i}{1 - \nu\,\alpha\,n} \tag{19}$$

siendo:

$$\alpha = \frac{d\sigma_1}{d\alpha_2} \quad \text{y} \quad n = E_2/E_1$$

$$G_{12} = \frac{1}{4\,(1-\nu^2)}(E_1 + E_2 - 2\,\nu\sqrt{E_1\,E_2}) \tag{20}$$

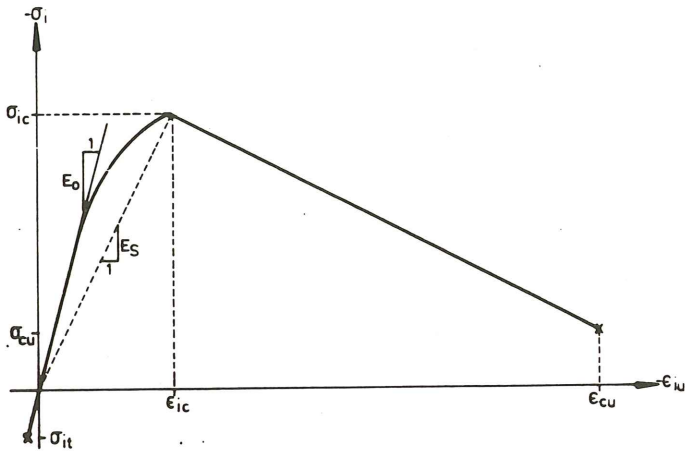


Fig. 9. Curva tensión-deformación uniaxial equivalente.

Los módulos E_1 y E_2 se obtienen derivando respecto a $\epsilon_{1\,u}$ y a $\epsilon_{2\,u}$ respectivamente la ecuación de Saenz (Fig. 9).

$$\sigma_i = \frac{E_0\ \epsilon_{iu}}{1 + (\frac{E_0}{E_s} - 2)(\frac{\epsilon_{iu}}{\epsilon_{ic}}) + (\frac{\epsilon_{iu}}{\epsilon_{ic}})^2} \tag{21}$$

$$\text{con } E_s = \sigma_{ic}/\epsilon_{ic}$$

Para las tracciones, la relación se supone elástica lineal

$$\sigma_i = E_0\ \epsilon_{iu} \tag{22}$$

Como puede observarse, los datos necesarios para describir completamente el modelo son siete y pueden obtenerse de un ensayo uniaxial:

- Máxima tensión de compresión f'_c
- Máxima tensión de tracción f'_t

– Módulo de elasticidad inicial del hormigón E_0

– Deformación ϵ_c correspondiente a la tensión f'_c

– Deformación en rotura por compresión ϵ_{cu} (en el estudio se ha supuesto $\epsilon_{cu} = 4\,\epsilon_{1c}$).

– Tensión de rotura por compresión σ_{cu} (puede tomarse $\sigma_{cu} = 0{,}2\,f'_c$).

4. CONTRIBUCION DEL HORMIGON ENTRE FISURAS. (Tensión Stiffening)

La causa más significativa del comportamiento no lineal de las estructuras de hormigón armado suele ser la fisuración del hormigón, dada la variación de rigidez que produce en los elementos.

A partir del momento de fisuración suele considerarse que el hormigón en la zona traccionada deja de resistir tracciones y no colabora, por tanto, en la rigidez de la pieza. Sin embargo, debido al carácter discreto de la fisuración, esta afirmación es cierta sólo en la fisura, mientras que debido a la adherencia existente entre hormigón y acero, el hormigón existente en la zona traccionada comprendida entre dos fisuras consecutivas sigue trabajando.

La importancia de esta colaboración (conocida como "tensión stiffening") puede ser importante en estructuras laminares, donde las cuantías de armadura suelen ser bajas, ya que la rigidez proporcionada por el hormigón entre fisuras puede ser comparable a la rigidez de la armadura, sobre todo en situaciones inmediatamente después de producirse la fisuración. El efecto "tensión stiffening" se va atenuando conforme la fisuración avanza (en anchura y número de fisuras) y llega prácticamente a desaparecer en situaciones próximas a rotura. La distribución de tensiones en el hormigón y el acero entre fisuras puede ser representada aproximadamente por la figura 10.

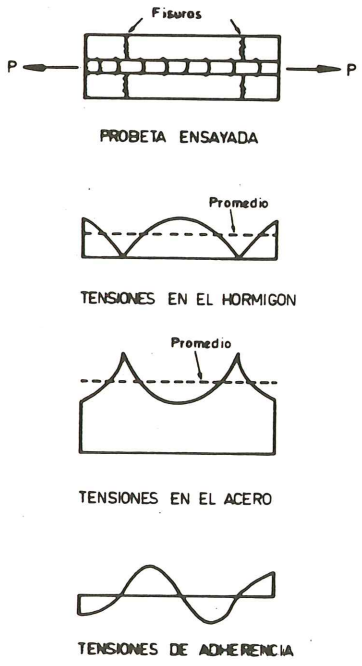


Fig. 10. Distribución de tensiones en una probeta fisurada.

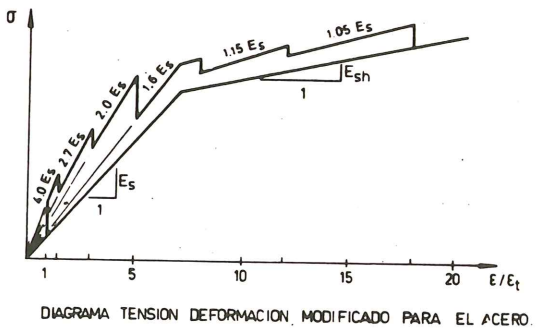


Fig. 11. Modelo utilizado para tener en cuenta la formación progresiva de fisura. (Tensión Stiffening).

Existen dos sistemas, básicamente para incluir este efecto: Aquellos que lo refieren al hormigón y los referidos al acero. En los primeros se modifica el diagrama tensión deformación del hormigón en tracción incluyendo una rama descendente para valores de deformación superiores a la de rotura por tracción ϵ_{cu}. Las dos posibilidades esenciales de este sistema fueron desarrolladas por Scanlon (3) y Lin (5).

En los métodos referidos al acero el efecto se introduce aumentando el módulo de elasticidad del acero, una vez ha fisurado el hormigón. De esta manera, para una misma deformación el acero soporta mayor tensión que es, en definitiva, la colaboración del hormigón adherido entre fisuras. Este procedimiento ha sido el adoptado en este trabajo por considerar que refleja mejor el "tensión stiffening" al tener en cuenta la localización y disposición del armado en el espesor. El diagrama $\sigma - \epsilon$ del acero queda modificado tal como indica la figura 11, en la que, como se observa, la variación en el módulo de elasticidad depende del nivel de deformación del acero.

En estructuras fuertemente armadas (tales como las vigas de borde) este método puede dar lugar a que la rigidez de la pieza fisurada sea mayor que la rigidez inicial, por lo que debe controlarse el proceso escalando el factor que multiplica el módulo elástico original, si bien siendo siempre superior a 1. Este procedimiento es original de Gilbert y puede consultarse en la referencia 16.

5. PROCEDIMIENTO DE ANALISIS

Para el análisis de la estructura se ha utilizado el método de rigidez, consistente como se sabe en resolver unos desplazamientos incógnita a partir de unas acciones dadas y de las propiedades geométricas y mecánicas de la estructura. Para un nivel determinado de las cargas, el efecto de la no linealidad del material se introduce en la matriz de rigidez gracias a la discretización en capas (o filamentos para la viga de borde), considerando en cada una de ellas el módulo correspondiente al estado del material.

Las cargas consideradas en el análisis han sido de dos tipos esencialmente: cargas uniformemente repartidas en la superficie y cargas puntuales en los nodos. Las primeras se reducen a otro sistema de cargas sobre los nodos mediante una formulación energéticamente equivalentes.

El proceso de análisis no lineal a adoptar puede ser cualquiera de los conocidos, es decir: a) Introducción total de la carga con iteraciones de equilibrio hasta conseguir la convergencia del proceso cuando desaparecen las fuerzas desequilibradas; b) Introducción de la carga por escalones pequeños sin iteraciones de equilibrio y c) modelo mixto incremental-iterativo. Este último es el más comunmente utilizado ya que combina una buena aproximación a la respuesta no lineal de la estructura con una buena convergencia del proceso.

En el proceso iterativo se puede variar la matriz de rigidez de unas iteraciones a otras o dejar la restante dentro de un mismo escalón. La estrategia a seguir es optativa, y debe ser tendente a minimizar el tiempo de CPU total.

Además de los procedimientos descritos, que podrían llamarse de "carga controlada", existe la opción de utilizar el procedimiento de "desplazamiento controlado", al cual se adecúa el nivel de carga exterior para que en un determinado grado de libertad se alcance un desplazamiento prefijado. Este método suele converger mejor que los anteriores y además permite estudiar el comportamiento de estructuras con una curva acción-respuesta con máximos relativos (comportamiento post-pandeo, por ejemplo, cuando se introduce la no linealidad geométrica). Por razones de brevedad no lo describiremos aquí, remitiéndonos a la referencia 10.

Los elementos de borde pueden ir pretensados mediante uno o varios cables los cuales se han considerado de trazado poligonal, de forma que, al tensar el cable, la interacción entre éste y el hormigón se considera concentrada en los puntos de quiebro coincidentes con los nodos.

De esta manera, el pretensado se ha introducido como un sistema de cargas aplicadas sobre los nodos de las vigas de borde, el cual, lógicamente varía en función de la deformación de la estructura. Una descripción más detallada del procedimiento utilizado puede encontrarse en la referencia 17.

EJEMPLO

Como ejemplo de cálculo, se ha analizado la lámina cilíndrica de la figura 12 ensayada por Bauma (18). La disposición de las armaduras puede observarse en la figura 13.

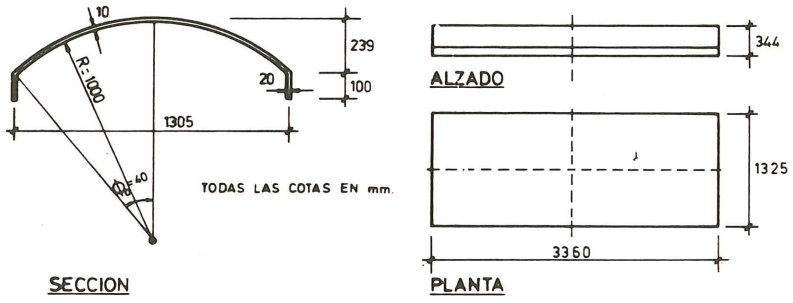


Fig. 12. Dimensiones de la estructura analizada.

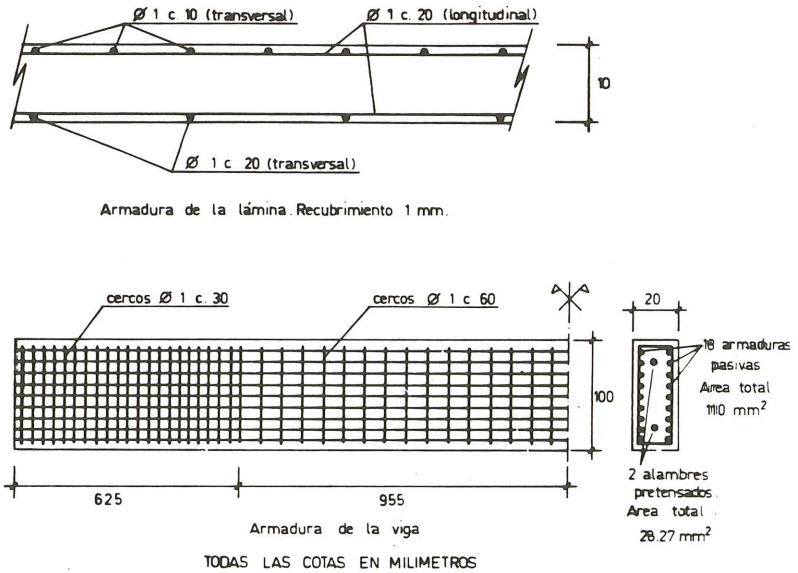


Fig. 13. Armadura de la lámina y de las vigas de borde.

Las propiedades de los materiales son las que se indican a continuación:

a) Hormigón.

$E_0 = 325.000 \text{ kg/cm}^2$
$f'_c = 290 \text{ kg/cm}^2$
$f'_t = 50 \text{ kg/cm}^2$
$\nu = 0{,}3$
$\alpha = 1{,}0$

b) Armaduras pasivas.

$E_s = 2.100.000 \text{ kg/cm}^2$
$E_{sh} = 20.000 \text{ kg/cm}^2$
$f_y = 3.000 \text{ kg/cm}^2$

c) Acero de pretensar.

$E_p = 2.100.000 \text{ kg/cm}^2$
$E_{sh} = 20.000 \text{ kg/cm}^2$
$f_y = 14.500 \text{ kg/cm}^2$

Las cargas de referencia consideradas han sido las siguientes:

– Carga uniformemente repartida, normal a la lámina de 0.7 T/m^2 .

– Carga lineal vertical sobre la viga de borde de 0,141 T/m.

Los cables de pretensado, tienen trazado recto con una fuerza inicial total de pretensado de 3,25 T por viga.

Se han realizado tres tipos de análisis:

– Análisis lineal.
– Análisis considerando únicamente las armaduras pasivas.
– Análisis incluyendo los efectos del pretensado.

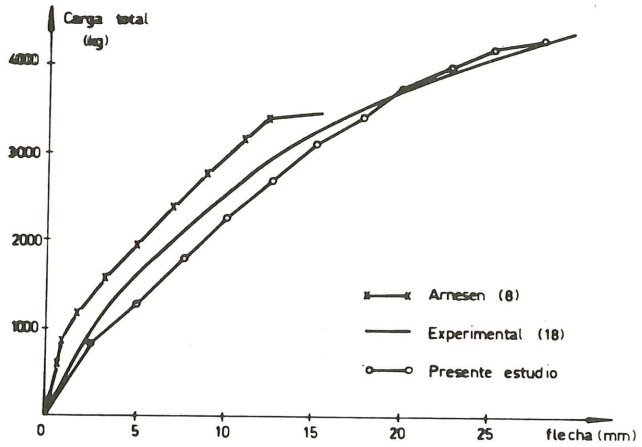


Fig. 14. Curva carga total - desplazamiento del punto central de la viga. Viga no pretensada.

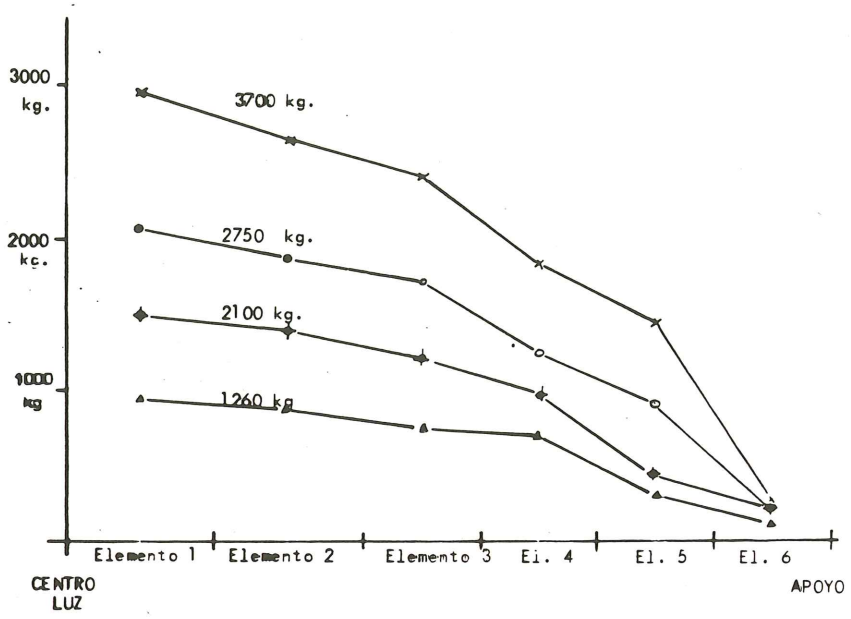


Fig. 15. Variación de los esfuerzos axiles en la viga, para distintos valores de la carga total aplicada a la estructura (Vigas no pretensadas).

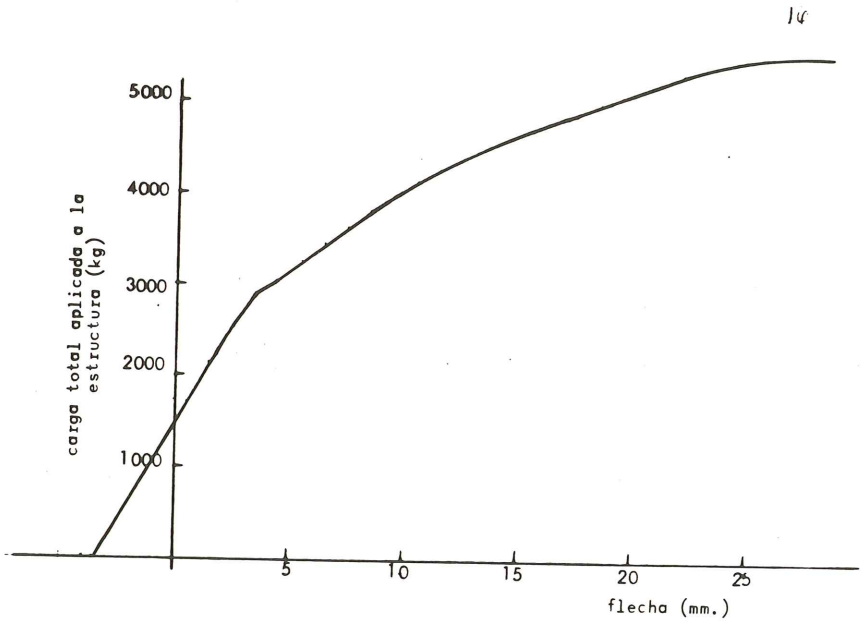


Fig. 16. Curva carga total - corrimiento vertical del punto central de la viga. Pretensión previa en la viga de 3.250 kg.

El espesor de la lámina se dividió en seis capas, mientras que en las vigas de borde se consideraron cien filamentos (malla de 10 x 10).

En la figura 14 puede verse la curva carga total desplazamiento del punto medio de las vigas para el caso lineal y para cuando no se incluyen los efectos del pretensado. Asimismo, en la figura 15 puede observarse la obtención de esfuerzos axiles en la viga para distintos valores de la carga total.

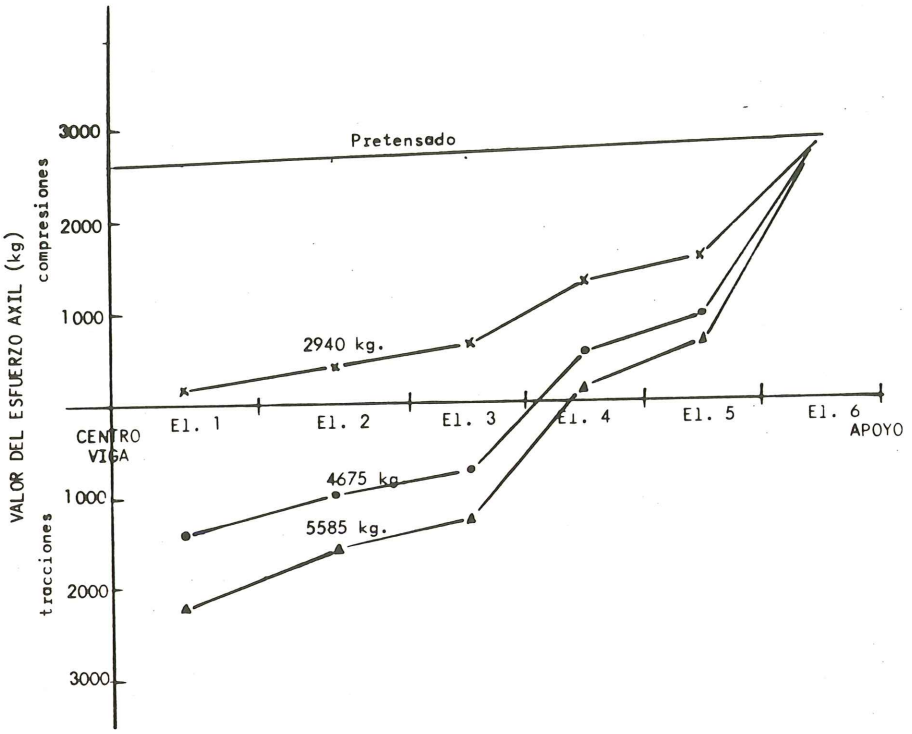


Fig. 17. Valores del esfuerzo axil en la viga para distintos valores de la carga externa total (Viga pretensada).

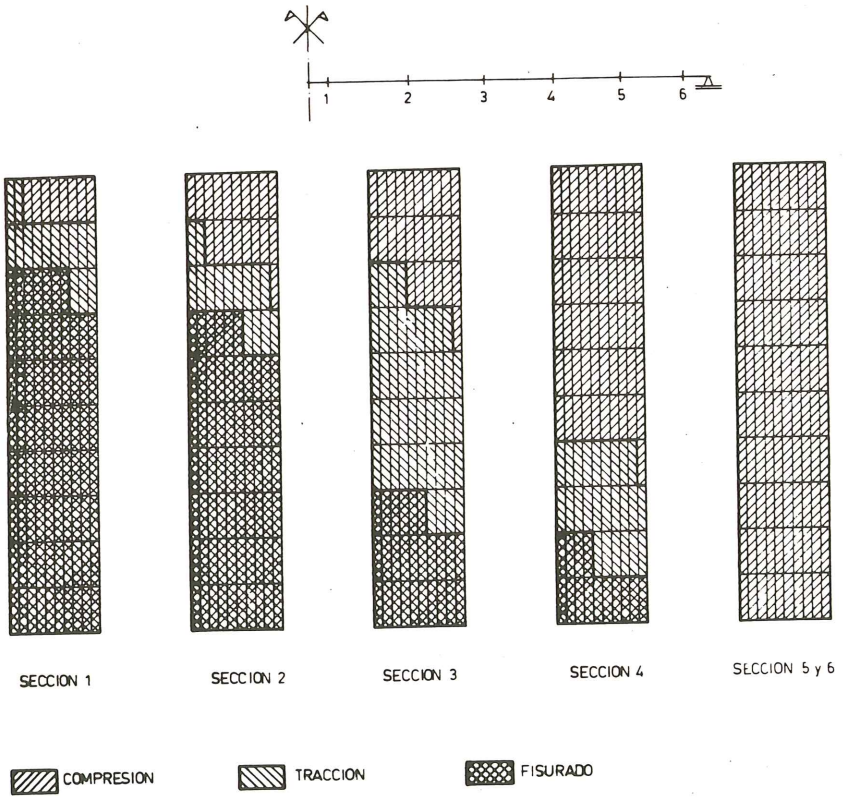


Fig. 18. Distribución de tensiones en varias secciones de la viga de borde previamente pretensada para una carga total de 4.100 kp.

En las figuras 16 y 17 pueden verse respectivamente, la curva carga total-desplazamiento en el punto medio de las vigas, pretensadas previamente con 3.250 kg y las leyes de esfuerzos axiles en dichas vigas para distintos valores de la carga total.

Como análisis de los resultados cabe destacar los siguientes aspectos:

1. Los resultados obtenidos numéricamente se ajustan razonablemente al ensayo efectuado como puede verse en la figura 14.
2. El valor adoptado para el "tensión stiffening" en la viga de borde puede tener una influencia apreciable en la curva carga-desplazamiento.
3. Como era de esperar, la introducción del pretensado en la viga de borde aumenta considerablemente (del orden de 3 veces) el rango elástico de comportamiento de la estructura.
4. En cuanto a estado límite último, se observa un incremento en la carga última debido, dada la forma de rotura, al incremento en la cuantía de acero en la viga de borde que supone la introducción de los cables de pretensado.
5. En la figura 18 se observa la distribución de tensiones en varias secciones de la viga de borde previamente pretensada para una carga total de 4.100 kp. Como puede verse, el eje neutro de la viga no es horizontal, hecho que sólo es posible detectar con una discretización seccional en dos direcciones (viga filamentada).

RESUMEN Y CONCLUSIONES

Se ha presentado un procedimiento numérico para el análisis no lineal por el material de láminas de hormigón armado con vigas de borde armadas y/o pretensadas, por el método de los elementos finitos.

Las vigas de borde pueden ser excéntricas respecto de la superficie media de la lámina y estar sometidas a flexocompresión esviada y torsión.

Se ha estudiado un ejemplo para poder comparar resultados con los procedentes de un ensayo y de otros estudios previos, observándose buena concordancia entre los mismos.

Asímismo, se ha estudiado el efecto del pretensado de la viga de borde en el comportamiento de la lámina bajo distintos niveles de carga, hasta llegar al colapso.

Como conclusiones más relevantes pueden apuntarse:

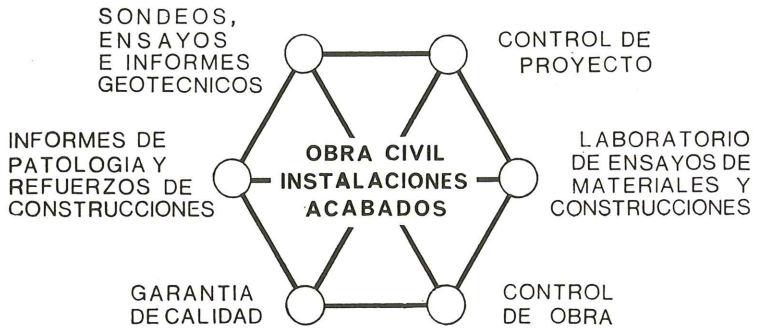
1. El método de análisis propuesto es capaz de representar adecuadamente el comportamiento estructural de láminas de forma arbitraria, de hormigón armado, con vigas de borde armadas y/o pretensadas, en los rangos elástico, inelástico y último.
2. La excentricidad de la viga de borde es un factor importante a tener en cuenta para una correcta modelización del sistema compuesto por lámina y viga, así como la posibilidad de consideración de flexión esviada en dicha viga.
3. Existe una cierta sensibilidad del comportamiento estructural frente al valor adoptado para la contribución del hormigón fraccionado entre fisuras. En este sentido se constata la necesidad de obtener modelos analíticos fiables para representar tal fenómeno.
4. Si bien el método propuesto presenta grandes ventajas desde el punto de vista de la generalidad y exactitud de los resultados hay que hacer constar el apreciable consumo de tiempo de CPU requerido para el análisis.

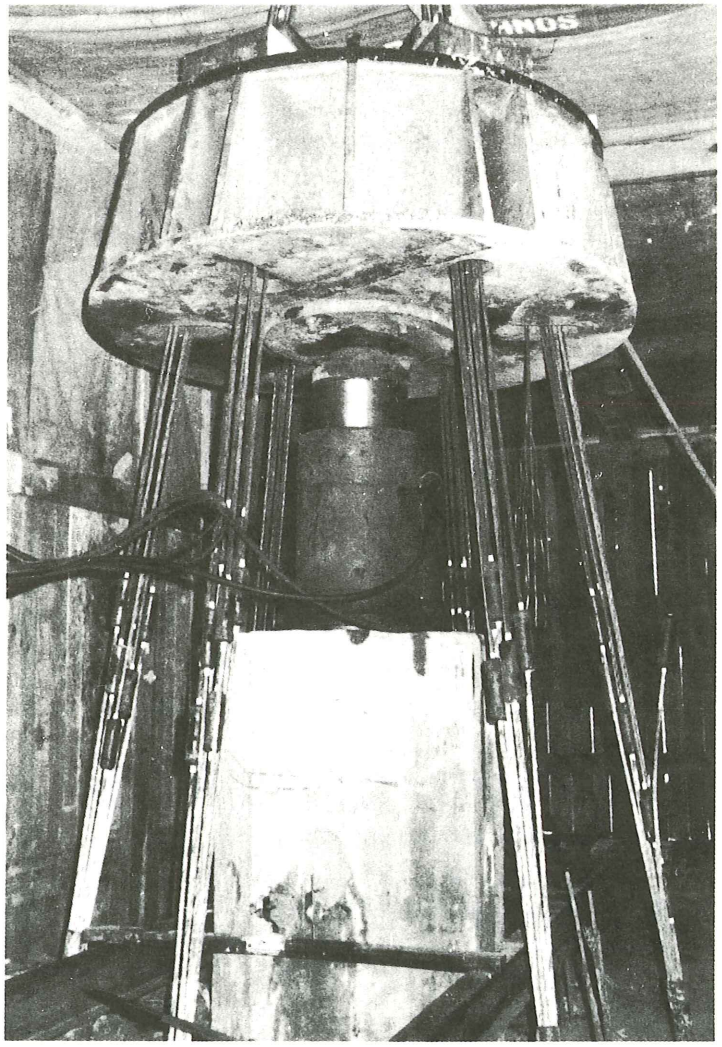
BIBLIOGRAFIA

1. Jofriet, J.C. y McNiece, G.M. "Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Slabs". Journal of the Structural División. ASCE, V. 97, n° ST3, Marzo 1971.
2. Bell, J.C. y Elms, D. "Partially Cracked Finite Elements". Journal of The Structural Division. ASCE, V. 97, n° ST7, Julio 1971.
3. Scanlon, A. "Time Dependent Deflections of Reinforced Concrete Slabs". Ph. D. Dissertation. Departament of Civil Engineering. University of Alberta, Edmonton, Alberta, Canadá, Diciembre 1971.
4. Bashur, F.K. y Darwin, D. "Nonlinear Model for Reinforced Concrete Slabs". CRINC Report n° SL-76-03, University of Kansas Center for Research Inc. Lawrence, Kansas, Diciembre 1976.
5. Lin, C.S. y Scordelis, A.C. "Nonlinear Analysis of Reinforced Concrete Shells of General Form". Journal of the Structural Division. ASCE, Vol. 101, n° ST3, Marzo 1975.
6. Hand, F.R., Pecknold, D.A. y Schnobrich, W.C. "Nonlinear Layered Analysis of Reinforced Concrete Plates and Shells". Journal of the Structural Division. ASCE, Vol. 99, n° ST7, Julio 1973.
7. Kabir, A.F. y Scordelis, A.C. "Analysis of Reinforced Concrete Shells for Time Dependent Effects". Boletín de la IASS, V. XXI, n° 69, Abril 1979.
8. ARNESEN, A. "Analysis of Reinforced Concrete Shells considering material and geometric nonlinearities". Report n° 79-1, Division of Structural Mechanics, University of Trondheim, Norway, Julio 1979.
9. Floegl, H. "Determination of Ultimate Strength of Thin Reinforced Concrete Shells with the Finite Element Method under the Consideration of Real Material Behaviour and Geometric Nonlinearities". Ph. D. Dissertation. Institut für Baustatik und Testigkeiblehre de Tu-Wien, Viena, Mayo 1981.
10. Chan, E.C. "Nonlinear Geometric, Material and Time Dependent Analysis of Reinforced Concrete Shells with Edge Beams". Division of the Structural Engineering and the Structural Mechanics, University of California, Berkeley. UC-SESM Report n° 83-11, Diciembre 1983.
11. Ahmad, S. "Curved Finite Element in the Analysis of Solid, Shell and Plate Structures". Ph. D. Thesis, University of Wales, Swansea, 1969.
12. Kupfer, H.B. y Gerstle, K.H. "Behaviour of Concrete under Biaxial Stress". Journal of the Engineering Mechanics Division. ASCE, Vol. 99, n° EM4, Agosto 1973.
13. Saenz, L.P. Discussion of "Equation for the Stress-Strain Curve of Concrete" by Desayi and Krishnan, Journal of the American Concrete Institute Proceedings, Vol. 61, n° 9, Septiembre 1964.
14. Liu, T.C.Y., Nilson, A.H. y Slate, F.D. "Biaxial Stress-Strain Relations for Concrete". Journal of the Structural Divison. ASCE, Vol. 98, n° ST5, 1972.
15. Darwin, D. y Pecknold, D.A.W. "Inelastic Model for Cyclic Biaxial Loading of Reinforced Concrete". Civil Engineering Studies. SRS 409, University of Illinois, Urbana, Julio 1974.
16. State of the Art Report on "Finite Element Analysis of Reinforced Concrete". ASCE, Special Publication, 1982.
17. Mari, A.R. "Nonlinear Geometric, Material and Time Dependent Analysis of Reinforced and Prestressed Three Dimensional Concrete Frames". Division of Structural Engineering and Structural Mechanics. University of California, Berkeley, 1983. (En prensa).
18. Bouma, A.L., Van Riel, A.C., Van Koten, H.L. y Beranek, W.J. "Investigation on Models of eleven cylindrical Shells made of Reinforced and Prestressed Concrete". Symposium on Shell Research, Delft, 1961.

INTEMAC

INSTITUTO TECNICO DE MATERIALES Y CONSTRUCCIONES





Prueba de carga de un pilote.

MADRID

Oficinas:
Monte Esquinza, 30 - 4º D
MADRID-4
Tels. (91) 410 51 58/62/66

Laboratorio:
Carretera de Loeches, 7
TORREJON DE ARDOZ
Tels. (91) 675 31 00/04/08

BARCELONA

Pasaje Busquets, 37
CORNELLA DE LLOBREGAT
Tels. (93) 377 43 58/62

Aplicación de los elementos finitos al análisis no lineal de pórticos tridimensionales de hormigón armado y pretensado

Antonio R. Marí Bernat (*)

1. INTRODUCCION

El comportamiento de las estructuras de hormigón armado y pretensado, como es bien conocido, se desvía, para niveles relativamente pequeños de carga, del típico elástico lineal usualmente hipotetizado para el diseño. Ello hace que en situaciones de servicio deban predecirse con aproximación los desplazamientos, esfuerzos y deformaciones de la estructura. Por otra parte, para mantener un nivel de seguridad frente al colapso es necesario tener una buena estimación de la carga última de la estructura.

Existen dos vías, esencialmente, para estudiar la evolución hasta la rotura de estructuras: el experimental y el analítico; ambos son necesarios y complementarios. Desde la aparición de los computadores digitales, se ha potenciado fuertemente el desarrollo de métodos numéricos y modelos matemáticos que representan con rigor el comportamiento estructural, siendo posible utilizar tales modelos como un complemento e incluso como sustituto de ciertos experimentos costosos y difíciles de realizar. El método de los elementos finitos ha jugado un importante papel en este campo y concretamente en el análisis de estructuras de hormigón armado y pretensado, desde que en 1967 Ngo y Scordelis (1) presentaron su primera aplicación de la técnica de los elementos finitos al estudio de tales estructuras. Se pueden encontrar estudios exhaustivos sobre este tema en las referencias 2, 3 y 4. En el campo concreto del análisis de pórticos, Kang (5), Jackobsen (7) y Aldstedt (8) estudiaron pórticos planos de hormigón armado y/o pretensado. Chan (6) desarrolló un elemento viga filamentado para su inclusión como viga de borde en placas y láminas, mejorando la formulación de Buckle y Jackson (9) válida sólo para el caso de elementos de borde concéntricos con la placa o lámina.

El objeto de la presente comunicación es describir un procedimiento numérico para el análisis no lineal por la geometría y el material de estructuras de hormigón armado y pretensado compuestas por elementos lineales espaciales de sección transversal arbitraria, con el fin de estudiar el comportamiento estructural en los rangos elástico, fisurado y anelástico. El estudio está basado en los trabajos previos de Kang (5) y Chan (6) extendiendo los mismos al caso de pórticos tridimensionales de sección arbitraria.

(*) Profesor Titular. Cátedra de Hormigón. E.T.S.I.C.C.P. Barcelona

2. PROPIEDADES DE LOS MATERIALES

Con el fin de incorporar los diferentes estados del material a lo largo de la estructura en la evaluación de las propiedades de los elementos, cada elemento se considera dividido en un número discreto de filamentos de hormigón y acero, los cuales están sometidos a un estado. uniaxial de tensiones. Se hacen las hipótesis de deformación plana de las secciones, adherencia perfecta entre hormigón y acero y se desprecian las deformaciones debidas a esfuerzo cortante.

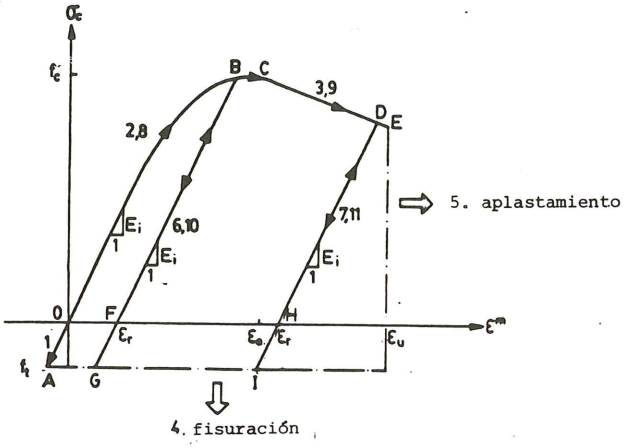


Fig. 1. Diagrama tensión-deformación utilizado para el hormigón. (Los números representan el estado del material).

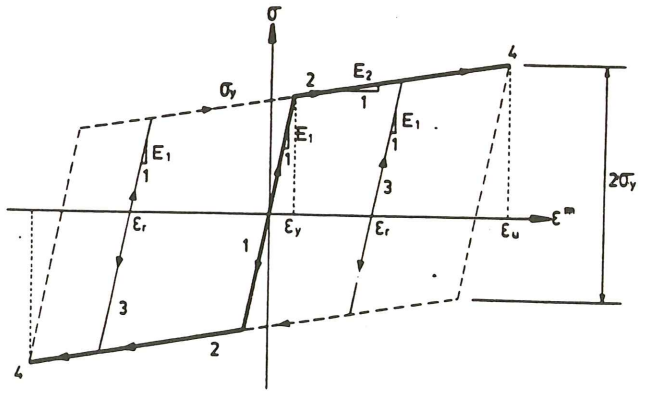


Fig. 2. Diagrama uniaxial tensión-deformación utilizado para el acero pasivo.

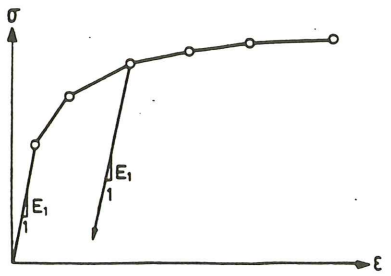


Fig. 3. Diagrama uniaxial tensión-deformación utilizado para el acero de pretensado.

Las ecuaciones constitutivas de los materiales adoptadas en este trabajo han sido las siguientes:

Hormigón. Relación tensión –deformación parabólica– lineal, con rama final descendente en compresión, y lineal en tracción. El modelo adoptado permite la descarga paralela a la tangente en el origen. El estado del material viene identificado por 11 posibles situaciones, descritas gráficamente en la figura 1.

Acero de armadura pasiva. Se adopta un diagrama bilineal con posibilidad de pendiente no nula en la rama plástica. Se incluye asímismo la posibilidad de descarga paralela a la rama elástica. El material viene identificado por 4 posibles estados. Figura 2.

Acero de pretensado. La relación tensión –deformación, únicamente definida para tracción, se considera multilineal, definida por una serie de puntos, admitiéndose la descarga paralela a la primera rama. Figura 3.

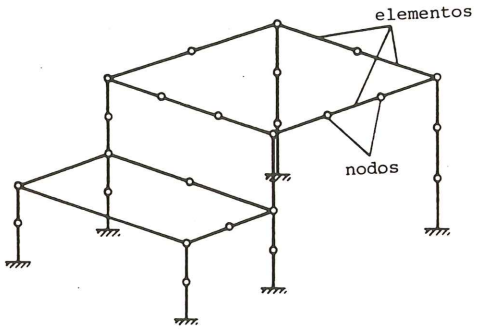


Fig. 4. Entramado tridimensional.

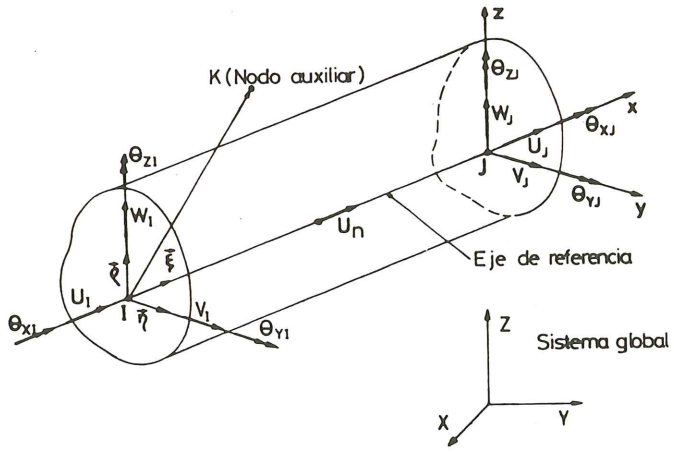


Fig. 5. Elemento viga tridimensional. Geometría y grados de libertad.

3. FORMULACION DEL ELEMENTO FINITO UTILIZADO

3.1. Descripción Geométrica

La estructura típica analizada consiste en una serie de elementos finitos unidimensiona-

les conectados entre sí por sus nodos extremos, tal como indica la figura 4. A lo largo de su longitud L, el elemento tiene sección constante y de forma arbitraria como se indica en la figura 5. Para la fijación del elemento en el espacio, se definen dos sistemas de ejes: los globales X, Y, Z y los locales x, y, z, cuyos vectores unitarios son $\bar{\xi}, \bar{\eta}, \bar{\rho}$. Para la perfecta definición geométrica del elemento se necesita conocer, aparte de la posición de sus nodos extremos I, J, la de un tercer nodo K que, junto con los dos anteriores define el plano que contiene los ejes locales x – z. El proceso para conocer los versores del sistema local es el siguiente:

$$\vec{\xi} = \frac{\vec{IJ}}{|\vec{IJ}|}; \vec{\eta} = \frac{\vec{IJ} \Lambda \vec{IK}}{|\vec{IJ} \Lambda \vec{IK}|}; \vec{\rho} = \vec{\xi} \Lambda \vec{\xi} \qquad (1)$$

El nodo auxiliar K, lógicamente, no debe estar alineado con los nodos I y J. Los ejes locales y, z son los ejes de referencia utilizados para definir la geometría de la sección como se explica a continuación.

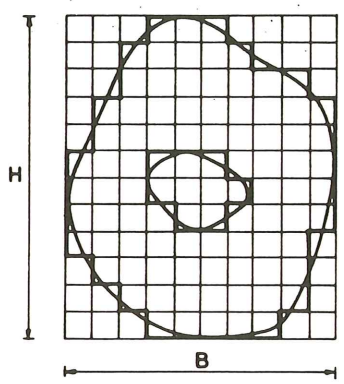


Fig. 6. Sección real e idealizada.

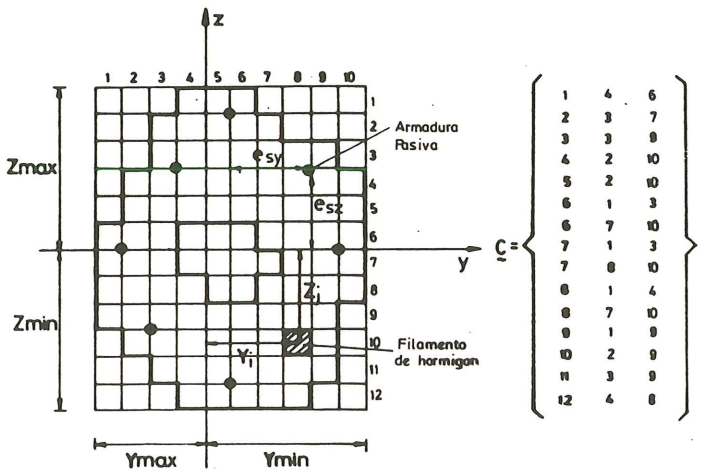


Fig. 7. Discretización de la sección transversal.

La sección transversal del elemento se idealiza dividiendola en un número discreto de áreas elementales, llamadas filamentos, como indica la figura 6. Para la definición geométrica de la sección se necesita saber la posición de los ejes de referencia (ejes locales y, z) en el rectángulo teórico de lados B y H en el cual se considera inscrita la sección. Esta posición se conoce con las distancias Z_{max}, Z_{min}, Y_{max}, Y_{min} de la figura 7. La forma de la sección viene dada por una matriz $\underset{\sim}{C}$ cuyos términos expresan la existencia o no de hormigón en cada posición de la cuadrícula ideal.

Esta matriz es además muy útil en las integraciones a nivel sección, pues permite extender el sumatorio únicamente al número de filamentos reales de material y no a los vacíos de la cuadrícula. En la figura 7 puede observarse la matriz $\underset{\sim}{C}$ asociada a una sección de forma arbitraria.

Las armaduras pasivas se consideran como filamentos independientes del hormigón de área A_{si}, paralelas al eje local longitudinal del elemento y cuya posición en la sección transversal viene definida por sus excentricidades e_{sy}, e_{sz} en coordenadas locales (Figura 7).

En cuanto al pretensado, se considera la existencia de un número discreto de tendones de acero, cada uno de los cuales presenta un perfil conocido y área constante a lo largo de toda su longitud. Un tendón de pretensado se discretiza en una serie de "segmentos" de pretensado cada uno de los cuales es recto y cubre un sólo elemento. De esta forma los cables se consideran de trazado poligonal, interaccionando con la estructura en los puntos de quiebro. La localización de los dos extremos de cada segmento de pretensado en un elemento viene definida por las excentricidades e_{yi}, e_{zi} en las secciones extremas, medidas en coordenadas locales del elemento. Todos estos conceptos quedan reflejados en las figuras 8 y 9.

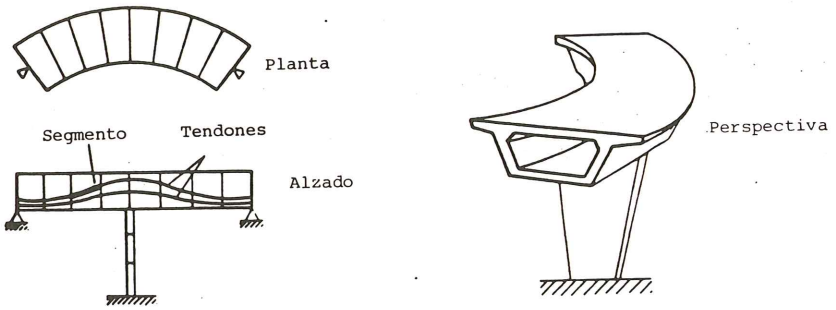


Fig. 8. Estructurada pretensada real e idealizada.

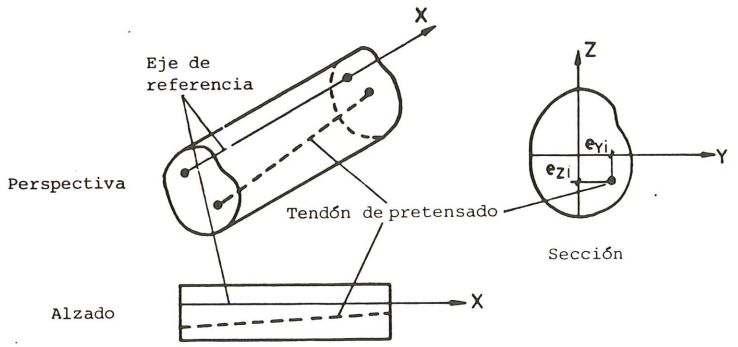


Fig. 9. Elemento viga pretensado.

3.2. Campos de desplazamientos

El elemento viga utilizado tiene 13 grados de libertad, seis asociados a cada uno de los nodos extremos y uno intermedio, que es eliminado a nivel del elemento por condensación estática. Este grado de libertad axial U_n, incompatible, es necesario para la correcta obtención de la matriz de rigidez a flexión y también para tener en cuenta el desplazamiento del eje neutro debido a la fisuración y otras no linealidades del material en una viga de hormigón armado. (Figura 5).

El campo de desplazamientos del elemento en sus ejes locales es:

$$U_o = (\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3) \begin{Bmatrix} U_i \\ U_j \\ U_n \end{Bmatrix} \tag{2}$$

Donde:

$$\lambda_1 = 1 - \frac{X}{L};\ \lambda_2 = \frac{X}{L};\ \lambda_3 = \frac{4X}{L}\left(1 - \frac{X}{L}\right) \tag{3}$$

$$V_o = (\phi_1, \phi_2, \phi_3, \phi_4) \begin{Bmatrix} V_i \\ V_j \\ \theta_{zi} \\ \theta_{zj} \end{Bmatrix} \tag{4}$$

$$W_o = (\phi_1, \phi_2, -\phi_3, -\phi_4) \begin{Bmatrix} W_i \\ W_j \\ \theta_{yi} \\ \theta_{yj} \end{Bmatrix} \tag{5}$$

Donde:

$$\begin{aligned} \phi_1 &= 1 + 2\left(\frac{X}{L}\right)^3 - 3\left(\frac{X}{L}\right)^2 \quad \phi_2 = 3\left(\frac{X}{L}\right)^2 - 2\left(\frac{X}{L}\right)^3 \\ \phi_3 &= L\left[\left(\frac{X}{L}\right) - 2\left(\frac{X}{L}\right)^2 + \left(\frac{X}{L}\right)^3\right] \quad \phi_4 = -L\left[\left(\frac{X}{L}\right)^2 - \left(\frac{X}{L}\right)^3\right] \end{aligned} \tag{6}$$

El desplazamiento axial U_x en cualquier punto a lo largo de la viga se obtiene, mediante la hipótesis de deformación plana de las secciones, así

$$U_x = U_o - Z\frac{d\,W_o}{dx} - Y\frac{d\,V_o}{dx} \tag{7}$$

La deformación axial de cualquier punto se obtiene diferenciando U_x respecto de x

$$\epsilon_x = \frac{d\,U_x}{dx} = \frac{d\,U_o}{dx} - Z\frac{d^2\,W_o}{dx^2} - y\frac{d^2\,V_o}{dx^2} = \epsilon_m - Z\,.\,K_y - Y\,.\,K_z \tag{8}$$

donde

ϵ_m es la deformación del eje longitudinal del elemento
K_y es la curvatura de la sección respecto del eje y
K_z es la curvatura de la sección respecto del eje z

La rotación del eje longitudinal, θ_{x0}, se considera lineal:

$$\theta_{x_o} = \left(1 - \frac{X}{L}, \frac{X}{L}\right) \begin{Bmatrix} \theta_{xi} \\ \theta_{xj} \end{Bmatrix} \tag{9}$$

y el giro por unidad de longitud α será

$$\alpha = \frac{d\,\theta_{x_o}}{dx} = \left[-\frac{1}{L}, \frac{1}{L}\right] \begin{Bmatrix} \theta_{xi} \\ \theta_{xj} \end{Bmatrix} \tag{10}$$

Sustituyendo las ecuaciones 2, 3, 4, 5 y 6 en la 7 y considerando el comportamiento torsional, se obtiene la relación entre desplazamientos nodales $\underset{\sim}{r}$ y deformación de cualquier punto de la estructura ϵ:

$$\epsilon = \underset{\sim}{B} \cdot \underset{\sim}{r} \tag{11}$$

donde

$$\underset{\sim}{B} = (B_1, B_2, \ldots\ldots B_{12}, B_{13}) \tag{12}$$

$$\underset{\sim}{r} = (\underline{u}_i, \underline{v}_j, w_i, \theta_{xi} \ldots \theta_{yi}, \theta_{zj}, \underline{u}_n) \tag{13}$$

3.3. Matriz de Rigidez del Elemento. Obtención de las deformaciones, tensiones y vector de fuerzas internas del elemento

La matriz de rigidez elástica se obtiene, siguiendo el proceso standard, mediante la ecuación

$$\underset{\sim}{K}_e = \iiint \underset{\sim}{B}^T \cdot \underset{\sim}{E} \cdot \underset{\sim}{B}\, dv \tag{14}$$

donde E representa el módulo elástico o la rigidez torsional, según el grado de libertad.

En caso de que la no linealidad geométrica sea importante conviene además utilizar la matriz de rigidez "geométrica" obtenida al incluir los términos no lineales η_{xx} en la relación entre desplazamientos y deformaciones.

$$\eta_{xx} = \frac{1}{2}\left[\frac{d\,u_o}{dx}\right]^2 + \frac{1}{2}\left[\frac{d\,v_o}{dx}\right]^2 + \frac{1}{2}\left[\frac{d\,w_o}{dx}\right]^2 \tag{15}$$

donde u_0, v_0 y w_0 son los desplazamientos del eje de referencia.

La matriz geométrica se obtiene evaluando las expresiones

$$\underset{\sim}{kg} = \iiint_V \eta_{xx}\, \sigma \cdot \delta\, \eta_{xx}\, dy \tag{16}$$

Tras sustituir en ella las expresiones 2, 3, 4, 5, 6 y 15, siendo σ la tensión de un punto genérico. Esta matriz suele tener una expresión muy sencilla, dependiendo del axil N que llega al elemento y de su longitud L.

$$\text{La matriz de rigidez total será } \underset{\sim}{k} = \underset{\sim}{k}_e + \underset{\sim}{k}_g \tag{17}$$

Para la evaluación de la matriz de rigidez, se descompone la integral de volumen en el producto de dos integrales, una de superficie, extendida a la sección transversal, y otra dependiente de la abcisa longitudinal x

$$K_{ij} = \iiint_V B_i \,.\, E \,.\, B_j \, dV = \iint_S E \,.\, f(y, z)\, ds \,.\, \int_o^L \psi(x)\, dx \tag{18}$$

Para ello se hace la hipótesis de que los valores de E y la rigidez torsional GJ en el centro del elemento representan los valores medios a lo largo de su longitud. Esta hipótesis es razonable si se considera que la obtención de la matriz de rigidez exacta no es necesaria para alcanzar la solución correcta, sino que únicamente afecta al número de iteraciones necesarias, supuesto que existe convergencia.

La integral de superficie, en (18) se obtiene mediante un sumatorio extendido a todos los filamentos de la sección pudiendo variar E de unos a otros según el estado de deformación del mismo. Así, por ejemplo, el término

$$EA = \iint_s E \,.\, dS = \sum_{i=1}^{n_c} E_{ci} \,.\, A_{ci} + \sum_{j=1}^{n_s} E_{sj} \,.\, A_{sj} \tag{19}$$

siendo

E_{ci}, A_{ci} el módulo y área del filamento i de hormigón.
E_{sj}, A_{sj} el módulo y área del filamento j de acero.

La integral longitudinal de (18) se realiza mediante integración de Gauss utilizando dos puntos de integración, que son suficientes para su evaluación correcta dado el grado máximo de los polinomios que se utilizan.

Para cada iteración en el proceso de solución se resuelven las ecuaciones de equilibrio tangente entre incrementos de fuerzas y de desplazamientos, una vez transformadas a coordenadas globales y ensambladas las matrices de rigidez elementales.

$$\underset{\sim}{\Delta}R = \underset{\sim}{K}_T \,.\, \underset{\sim}{\Delta}r \tag{20}$$

donde

$\underset{\sim}{\Delta}R$ es el vector de incrementos de carga en la iteración actual.
$\underset{\sim}{K}_T$ es la matriz de rigidez tangente de la estructura.
$\underset{\sim}{\Delta}r$ es el vector de desplazamientos incrementales.

Los incrementos de deformación en cualquier filamento de hormigón o acero se obtienen por medio de la ecuación (11) previa transformación de los desplazamientos incrementales a coordenadas locales del elemento. Las deformaciones totales se obtienen acumulando los incrementos sobre los totales previos y de ahí se obtienen las tensiones a través de la ecuación constitutiva no lineal del material correspondiente.

El vector de fuerzas internas o resistentes, es decir aquél que aplicado en los extremos del elemento produce el mismo trabajo que las tensiones internas, se obtiene mediante la expresión:

$$\underset{\sim}{R}^{i} = \iiint_{V} \underset{\sim}{B}^{T} \cdot \sigma \cdot dV \tag{21}$$

donde σ son las tensiones en cada punto del elemento. La evaluación de esta integral se efectúa de forma muy similar a la matriz de rigidez.

4. MODELO DE COMPORTAMIENTO TORSIONAL

En este estudio se supone que no existe interacción entre torsión y flexión. Ello permite adoptar como modelo torsional un diagrama torsor-giro específico independiente del momento flector, que contemple la no linealidad del material. El modelo utilizado es trilineal, cuyos parámetros de identificación son: Torsor de fisuración T_{cr} y su correspondiente giro α_{cr}, Torsor de plastificación de la totalidad de la armadura T_{yp} y su correspondiente giro α_{yp}, Giro específico último α_u. La tercera recta se considera horizontal. (Figura 10). El modelo permite asímismo la descarga gracias a que se considera compuesto por la superposición de dos modelos elastoplásticos perfectos (Figura 11) de la siguiente forma:

$$GJ = GJ_1 + GJ_2; \quad GJ_1 = \frac{T_{cr} - \phi\,\alpha_{cr}}{\alpha_{cr}}; \quad GJ_2 = \phi = \frac{T_{yp} - T_{cr}}{\alpha_{yp} - \alpha_{cr}} \tag{22}$$

$$T = T_1 + T_2; \quad T_{y_1} = GJ_1 \cdot \alpha_{cr}; \quad T_{y_2} = GJ_2 \cdot \alpha_{yp} \tag{23}$$

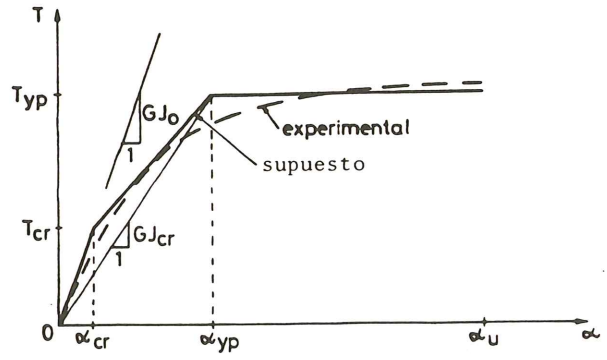


Fig. 10. Relación Torsor-Giro unitario adoptado.

5. TRATAMIENTO DE LOS GRANDES DESPLAZAMIENTOS

Se utiliza un procedimiento encuadrado en la formulación "Lagrangiana actualizada", válido para pequeñas deformaciones y pequeños incrementos de rotación. En el análisis no

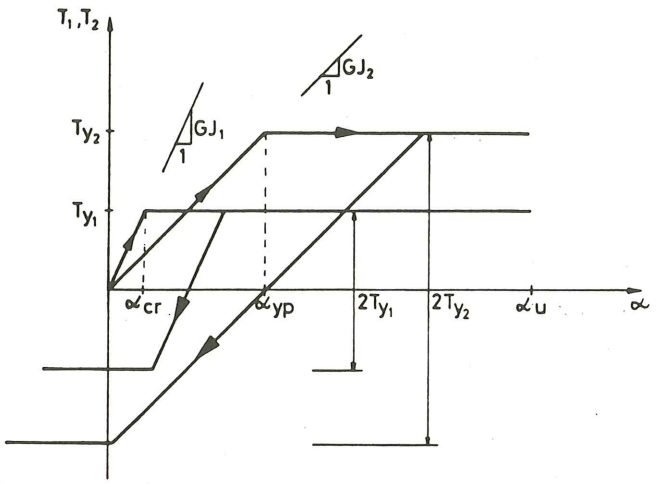


Fig. 11. Modelos elasto-plásticos a superponer en la relacion trilineal adoptada para el comportamiento a torsión.

lineal por la geometría, conforme la estructura va deformándose hay que modificar la geometría y posición en el espacio de los elementos. Supóngase que se conocen la posición de equilibrio en el escalón i – 1 y los incrementos de desplazamientos nodales en el escalón i. Los desplazamientos relativos entre los extremos de un elemento pueden calcularse, con respecto a la posición del mismo en el escalón i – 1, así

$$\delta U = \Delta U_j - \Delta U_i;\ \delta V = \Delta V_j - \Delta V_i;\ \ \delta W = \Delta W_j - \Delta W_i \qquad (24)$$

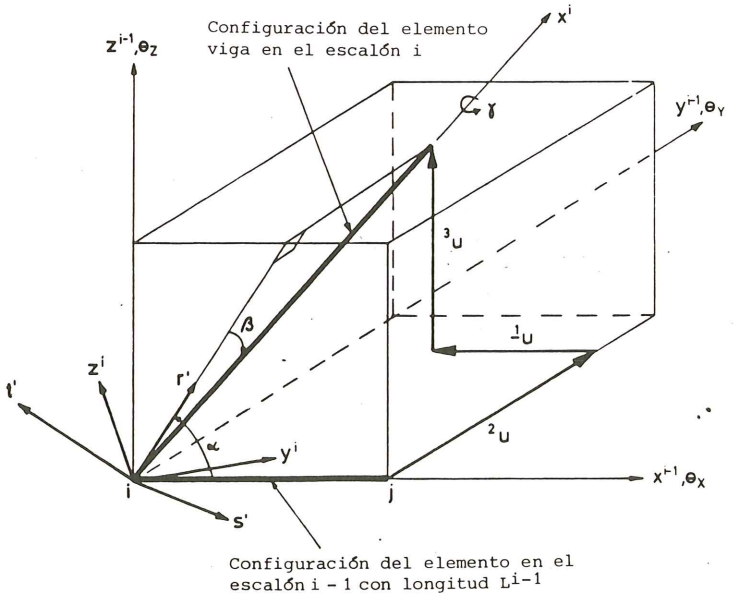


Fig. 12. Transformación de los ejes locales de la viga en un análisis frente a grandes desplazamientos.

Los nuevos ejes locales en el escalón i, de vectores unitarios $\hat{x}^i$, $\hat{y}^i$, $\hat{z}^i$, pueden obtenerse como el resultado de una serie de movimientos sucesivos descritos por los ángulos α, β y γ respectivamente (véase figura 12) cuyas expresiones son:

$$\cos\alpha = \frac{L^{i-1} + \delta U}{[(L^{i-1} + \delta U)^2 + \delta U^2]^{1/2}} \qquad \operatorname{sen}\alpha = \frac{\delta W}{[(L^{i-1} + \delta U)^2 + \delta W^2]^{1/2}} \tag{25}$$

$$\cos\beta = \frac{[(L^{i-1} + \delta U)^2 + \delta W^2]^{1/2}}{[(L^{i-1} + \delta U)^2 + \delta V^2 + \delta W^2]^{1/2}} \qquad \operatorname{sen}\beta = \frac{\delta V}{[(L^{i-1} + \delta U)^2 + \delta U)^2 + \delta W^2]^{1/2}} \tag{26}$$

$$\gamma = \frac{1}{2}(\theta_{xi} + \theta_{xj}) \tag{27}$$

Entonces, la matriz de transformación que proporciona las componentes de los vectores unitarios $\hat{x}^i$, $\hat{y}^i$, $\hat{z}^i$ en el escalón i en función de las componentes de los mismos $\hat{x}^{i-1}$, $\hat{y}^{i-1}$, $\hat{z}^{i-1}$ en el escalón i-1 es:

$$\underset{\sim}{T} = \begin{bmatrix} \cos\alpha\cos\beta & \sin\beta & \cos\beta\sin\alpha \\ -\cos\alpha\sin\beta\cos\gamma - \sin\alpha\sin\gamma & \cos\gamma\,.\,\cos\beta & -\cos\gamma\sin\beta\sin\alpha + \sin\gamma\cos\alpha \\ \cos\alpha\sin\beta\sin\gamma - \sin\alpha\cos\gamma & -\cos\beta\sin\gamma & \sin\alpha\sin\beta\sin\gamma + \cos\alpha\cos\gamma \end{bmatrix} \tag{28}$$

Conocida esta matriz se puede actualizar, en cada escalón de carga la matriz de transformación del elemento de coordenadas locales a globales. Asímismo habrá que actualizar las coordenadas nodales, una vez conocidos los incrementos de desplazamientos de cada nodo.

$$x^i = x^{i-1} + \Delta U; \quad y^i = y^{i-1} + \Delta V; \quad Z^i = Z^{i-1} + \Delta W \tag{29}$$

El incremento de deformación axial del elemento tras haber sufrido una variación en su longitud será:

$$\Delta\epsilon = \frac{L^i - L^{i-1}}{L^o} \tag{30}$$

donde

L^i, L^{i-1} longitudes en las etapas i, i-1
L^0 longitud inicial

En coordenadas locales, los incrementos de desplazamientos axiales serán

$$\Delta U_i = O; \quad \Delta U_j = \Delta\epsilon\,.\,L^{i-1} \tag{31}$$

El incremento de deformación en cualquier punto del elemento puede, entonces, obtenerse a partir de las relaciones desplazamientos-deformaciones de la ecuación (11)

6. INCLUSION DEL PRETENSADO

6.1. Hipótesis básicas

En este trabajo pueden analizarse estructuras de hormigón pretensado con armaduras postesas adherentes. Aparte de las hipótesis relativas a la geometría, descritas en el apartado 2, hay que apuntar las siguientes:

- El tesado puede hacerse desde cualquiera de los dos extremos o desde ambos simultáneamente.
- Cada segmento de pretensado se considera tiene una fuerza constante en toda su longitud.
- Se supone adherencia perfecta entre el acero y el hormigón que le rodea.

El efecto de pretensado se introduce como una acción (sistema de cargas de pretensado) obtenida por equilibrio del cable. Al discretizar cada cable en segmentos rectilíneos, la interacción entre hormigón y acero se concentra en los puntos de quiebro.

6.2. Fuerza de Pretensado a lo largo de cada tendón

El primer paso para obtener el vector de cargas de pretensado es la evaluación de la fuerza a lo largo del tendón, teniendo en cuenta las pérdidas debidas al rozamiento en recta y curva y a la posible penetración de cuña. El efecto de la fricción entre el cable y la vaina se introduce a través de la conocida expresión:

$$P_2 = P_1 \cdot e^{-(KL + \mu \cdot \theta)} \qquad (32)$$

donde

P_1 = fuerza en el tendón en el punto 1
P_2 = fuerza en el tendón en el punto 2
L = longitud del segmento de pretensado
θ = cambio en la pendiente del segmento, en radianes, supuesta uniformemente repartida en su longitud.
μ = coeficiente de rozamiento en curva
k = coeficiente de rozamiento parásito en recta.

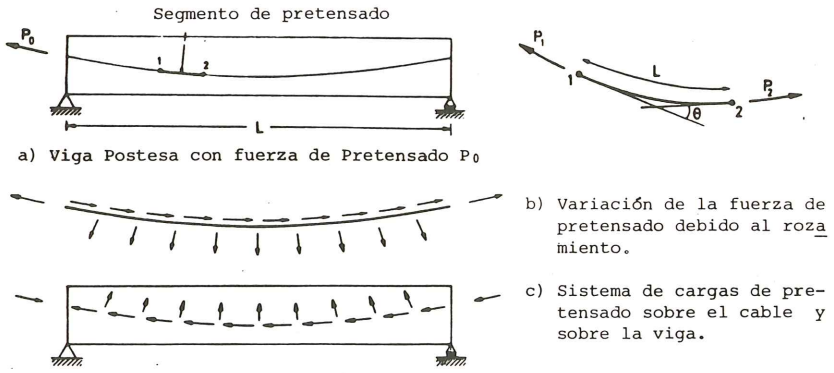


Fig. 13. Análisis de una viga postesada al efectuar el tesado de las armaduras.

Con la ecuación (32) se obtiene la fuerza de pretensado en cualquier punto del tendón, comenzando por el extremo tesado con una fuerza P_0 (véase figura 13).

La fuerza asignada a un segmento se considera la media de las fuerzas de pretensado que el tendón tiene en los extremos del segmento correspondiente.

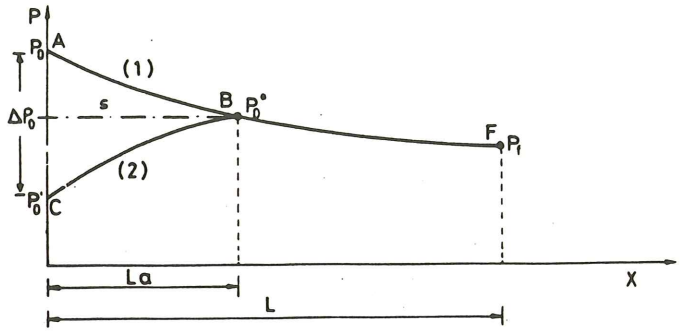


Fig. 14. Variación de la fuerza de pretensado a lo largo del tendón con (2) y sin (1) penetración de cuña.

Cuando se produce el deslizamiento de una cuña en el anclaje, de valor Δl, hay una pérdida en la fuerza de pretensado de valor decreciente debido a la acción del rozamiento en sentido inverso, como indica la figura 14. Para la obtención de la curva CB que proporciona la fuerza de pretensado considerando el efecto de tal deslizamiento se hacen dos hipótesis:

1. Las curvas AB y CB son simétricas respecto del eje S (es decir el rozamiento actúa con igual intensidad frente a tesado y destesado).
2. El valor del deslizamiento Δl es proporcional al área ABC de la figura 14.

$$\Delta l = \frac{\text{Area (ABC)}}{E_p \cdot A_p} \qquad (33)$$

Utilizando tales hipótesis se puede obtener el punto B a partir del cual la penetración de cuña deja de influir en la fuerza de pretensado. Para ello se comparan numéricamente ambos miembros de la expresión (33) avanzando de segmento en segmento, partiendo del extremo tesado.

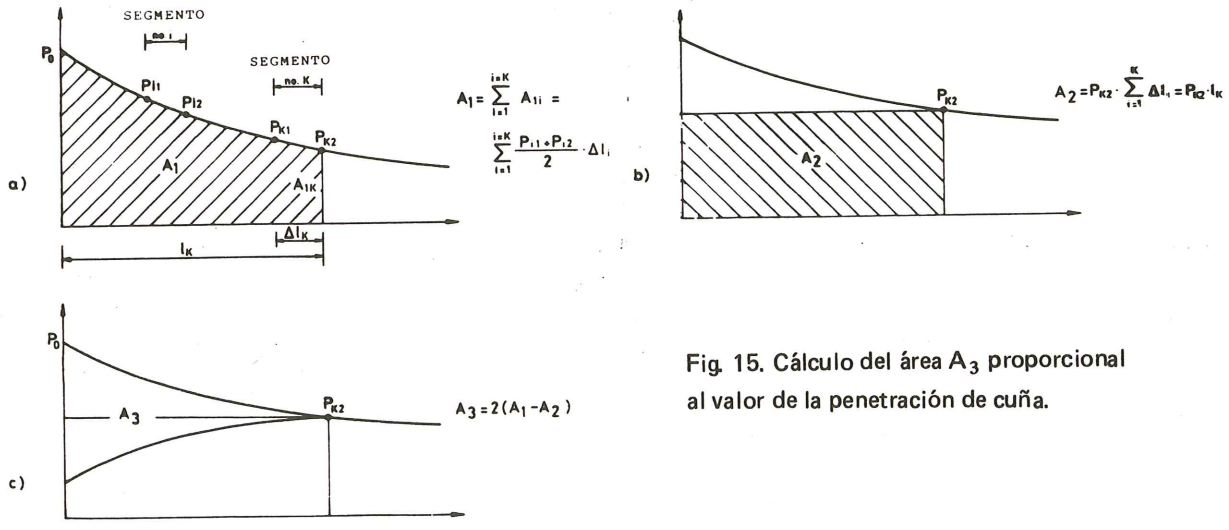


Fig. 15. Cálculo del área A_3 proporcional al valor de la penetración de cuña.

Para un determinado punto, correspondiente al extremo final de un segmento, se tendrá:

a) Si $\Delta l > A_3/E_p A_p$ todavía no se ha alcanzado el punto B
b) Si $\Delta l = A_3/E_p A_p$ se ha llegado justo al punto B
c) Si $\Delta l < A_3/E_p A_p$ se ha superado el punto B

El valor del área A_3 se obtiene como indica la figura 15.

El punto B se obtendrá por interpolación, cuando se pase consecutivamente de un estado a) al c).

Una vez obtenido el punto B, y por tanto la fuerza

$$P_B = P_o^* = P(l_a) = P_o \cdot e^{-(\mu \cdot \theta_a + K \cdot l_a)} \tag{34}$$

la fuerza en los puntos de la rama CB se calcula así:

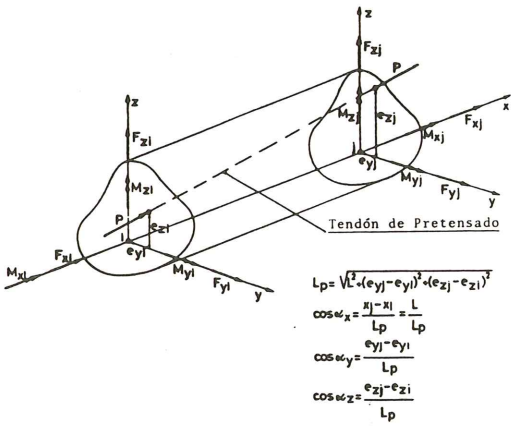
$$P_i^1 = P_i - 2\,\Delta P_i = P_i - 2\,(P_i - P_o^*) = 2\,P_o^* - P_i \tag{35}$$

El procedimiento puede ser extrapolado al caso extraño en que el deslizamiento de cuña afecte incluso al anclaje opuesto.

6.3. Vector de fuerzas equivalentes de pretensado

Una vez conocida la fuerza en cada punto del tendón, y por tanto en cada segmento de pretensado, el vector de fuerzas equivalentes de pretensado se obtiene así:

Cada segmento introduce sobre el elemento al que pertenece un sistema de fuerzas y momentos en sus extremos definidos como se indica en la figura 16, en coordenadas locales.



$F_{xi} = P\cdot\cos\alpha_x = \frac{P\cdot L}{L_p}$ $F_{xj} = -P\cos\alpha_x = -\frac{P\cdot L}{L_p}$	$M_{xi} = F_{yi}\cdot e_{zi} - F_{zi}\cdot e_{yi}$ $M_{xj} = F_{yj}\cdot e_{zj} - F_{zj}\cdot e_{yj}$
$F_{yi} = P\cdot\cos\alpha_y$ $F_{yj} = -P\cdot\cos\alpha_y$	$M_{yi} = F_{xi}\cdot e_{zi}$ $M_{yj} = F_{xj}\cdot e_{zj}$
$F_{zi} = P\cdot\cos\alpha_z$ $F_{zj} = -P\cos\alpha_z$	$M_{zi} = F_{xi}\cdot e_{yi}$ $M_{zj} = F_{xj}\cdot e_{yj}$

Fig. 16. Cálculo del vector de cargas introducidas por el pretensado en los extremos del elemento.

Este sistema de fuerzas y momentos, aplicadas en los nodos extremos de cada elemento, transformadas a coordenadas globales y ensambladas para toda la estructura constituyen el vector de cargas que buscamos.

6.4. Contribución del pretensado a la rigidez del elemento

Después de la inyección adherente el acero de pretensado y el hormigón trabajan conjuntamente, por lo que debe incluirse la aportación del pretensado a la rigidez del elemento. Ello se ha realizado de forma simplificada considerando una excentricidad del segmento de pretensado constante a lo largo del mismo e igual a la media de las excentricidades extremas.

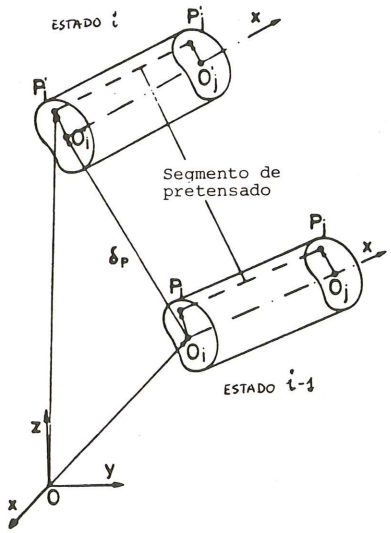
6.5. Cálculo de las tensiones y deformaciones en los tendones. Contribución del pretensado al vector de fuerzas internas

Las tensiones y deformaciones en cada segmento de pretensado varían conforme la estructura va deformándose al ser cargada; para conocerlas, por tanto, hay que calcular el incremento de longitud de cada segmento de pretensado en cada etapa de carga i, con lo cual se tiene:

$$\Delta \epsilon_p = \frac{L_i - L_{i-1}}{L_i} \tag{36}$$

donde L_i, L_{i-1} son las longitudes del segmento considerado, en la etapa i.

Este incremento, sumado a la deformación total en la etapa anterior proporciona la deformación total ϵ_p y a través de la ecuación $\sigma_p - \epsilon_p$ se obtiene la tensión.



$$\vec{OP_i} = \vec{OO_1} + \vec{O_1O_i} + \vec{O_iP_i}$$
$$\vec{O_iP_i} = \vec{O_iP_i} + \vec{\delta_R}$$
$$\vec{O_iO_i} = \vec{\delta_P}$$
$$\vec{OP_i} = \vec{OO_i} + \vec{\delta_P} + \vec{O_iP_i} + \vec{\delta_R}$$

Para la próxima iteración, los valores iniciales son:

$$\vec{OO_i} = \vec{OO_i} + \vec{\delta_P}$$
$$\vec{O_iP_i} = \vec{O_iP_i} + \vec{\delta_R}$$

Fig. 17. Cálculo de las coordenadas globales de los extremos de un segmento de pretensado tras la deformación.

El problema fundamental estriba en la obtención de la longitud de cada segmento L_i a partir de los datos procedentes del análisis (desplazamientos y giros de los nodos) y de la longitud en la etapa anterior L_{i-1}. Para ello se sigue el proceso expresado por la figura 17. En ella se presenta un elemento viga con su correspondiente segmento de pretensado en los estados i−1 (sin deformar) y otro i deformado. Para obtener la nueva longitud del segmento hay que conocer las coordenadas de los extremos P'_i y P'_j. Dichas coordenadas se obtendrán a partir de los desplazamientos y rotaciones nodales. Concretamente, para el extremo i, el desplazamiento $\vec{\delta}_p$ es $O'_i \vec{O}_i$. Además hay que tener en cuenta que la sección sufre tres rotaciones, y por tanto el afijo del vector de posición local $\vec{O_i P_i}$ sufrirá un desplazamiento debido a tales rotaciones, expresado por el vector $\delta_r^{\rightarrow} = (\Delta x, \Delta y, \Delta z)$ cuyas componentes son:

$$\begin{aligned}
\Delta X &= Z_o \cdot \operatorname{sen} \theta_y + X_o (\cos \theta_y - 1) + X_o (\cos \theta_z - 1) - y_o \cdot \operatorname{sen} \theta_z \\
\Delta y &= y_o (\cos \theta_x - 1) - Z_o \operatorname{sen} \theta_x + X_o \operatorname{sen} \theta_z + y_o (\cos \theta_z - 1) \\
\Delta Z &= Z_o (\cos \theta_y - 1) - X_o \operatorname{sen} \theta_y + y_o \operatorname{sen} \theta_x + Z_o (\cos \theta_x - 1)
\end{aligned} \qquad (37)$$

donde X_0, Y_0, Z_0 son las coordenadas globales del vector $\vec{O_i P_i}$.

Con estos datos se pueden calcular las coordenadas globales del nuevo punto de aplicación P'_i. Haciendo lo mismo con el otro extremo se obtendrán las coordenadas globales del extremo P'_j, con lo cual la nueva longitud vale

$$L_i = |\vec{OP'_j} - \vec{OP'_i}|$$

7. ESTRATEGIA DE ANALISIS NO LINEAL

De entre los procesos comunmente utilizados en el análisis no lineal, en este trabajo se ha utilizado el conocido como incremental – iterativo. La carga exterior total se divide en una serie de escalones y, en cada uno de ellos se itera hasta conseguir cumplir las condiciones de equilibrio. En cada iteración la matriz de rigidez de la estructura puede rehacerse o no (esta estrategia puede fijarse a priori o dejarse variable en función de un índice de convergencia). El proceso seguido puede esquematizarse en las siguientes etapas:

1. Se forma la matriz de rigidez tangente en coordenadas locales para cada elemento a partir de la geometría actualizada y de las propiedades de los materiales para el nivel de cargas. Se ensambla la matriz de rigidez tangente en coordenadas globales utilizando la matriz de transformación actualizada.

2. Se resuelve el sistema de ecuaciones incrementales, $\underset{\sim}{\Delta R} = \underset{\sim}{K_T} \underset{\sim}{\Delta r}$, obteniendo incrementos de desplazamientos $\underset{\sim}{\Delta r}$ y se transforman éstos a coordenadas locales. Se obtiene el incremento de deformación de cada filamento a través de la ecuación (11). Se añaden estos incrementos a los previos totales para obtener las deformaciones totales actualizadas en el hormigón, acero pasivo y acero de pretensado.

3. Se añaden los desplazamientos $\underset{\sim}{\Delta r}$ a los previos obteniendo los desplazamientos totales de los nodos. Se actualiza la geometría de los elementos y la matriz de deformación de los mismos.

4. A través de las ecuaciones constitutivas no lineales de los materiales se obtienen las tensiones en el hormigón y acero.

5. Se calcula el vector de fuerzas internas mediante la integración de las tensiones para cada elemento en coordenadas locales y se transforma a globales utilizando las matrices de transformación actualizadas. Se ensambla para toda la estructura y se obtiene $\underset{\sim}{R^i}$.

6. Se sustrae el vector de fuerzas internas $\underset{\sim}{R}^i$ del vector de cargas externas totales R^e para obtener el vector de fuerzas desequilibradas $\underset{\sim}{R}^u = \underset{\sim}{R}^e - \underset{\sim}{R}^i$.

7. Se hace $\underset{\sim}{\Delta}R = \underset{\sim}{R}^u$ y se vuelve al escalón 1. Los escalones 1 a 7 se repiten hasta que el vector $\underset{\sim}{R}^u$ está dentro de unas ciertas tolerancias. En tal caso las fuerzas residuales $\underset{\sim}{R}^u$ se añaden al incremento de carga exterior $\underset{\sim}{\Delta}R$ para el siguiente escalón de carga y el ciclo de 1 a 7 se repite otra vez hasta llegar a la totalidad de la carga.

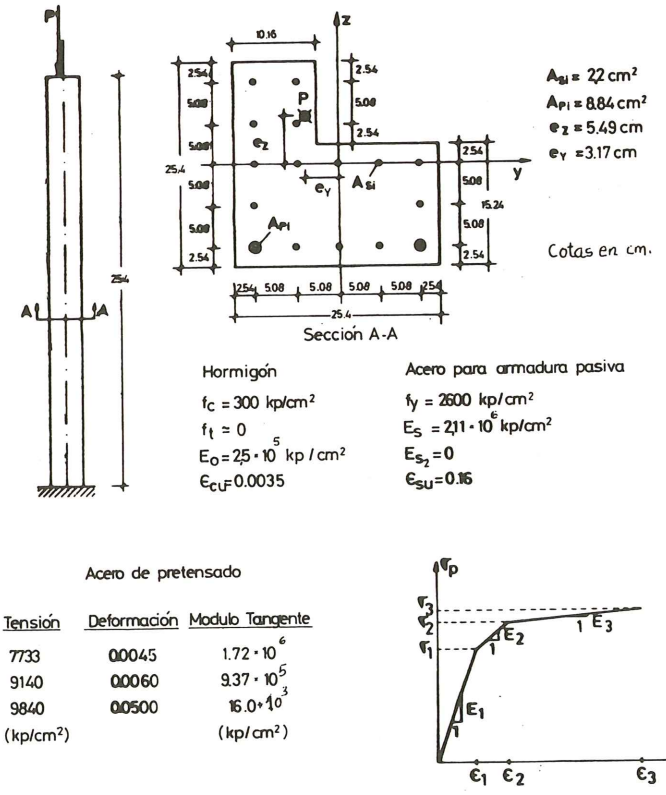
Se ha confeccionado un programa de cálculo, llamado PCF3D, en el que se lleva a cabo este procedimiento de análisis no lineal. Las tolerancias establecidas lo han sido por partida doble tratando de limitar una violación excesiva de las condiciones de equilibrio (control de las fuerzas residuales) y una divergencia en los desplazamientos.

El programa es capaz de analizar también el comportamiento post-pandeo de estructuras mediante un proceso de desplazamiento controlado que, por razones de extensión no describiremos aquí, remitiéndonos a la referencia donde está explicado con amplitud (10).

8. EJEMPLOS NUMERICOS

8.1. Columna esbelta de hormigón armado y pretensado de sección irregular

Por razones de extensión presentaremos únicamente un ejemplo que pueda englobar la mayor parte de los aspectos tratados en el desarrollo teórico. Así pues, el objeto de este ejemplo es, por una parte, presentar la capacidad del modelo para analizar, estructuras de hormigón armado y pretensado de *sección transversal arbitraria* sometidas a flexocompresión esviada y, por otra, mostrar el tratamiento para resolver problemas de *inestabilidad,* teniendo en cuenta también la no linealidad del material.



Acero de pretensado

Tensión	Deformación	Modulo Tangente
7733	0.0045	$1.72 \cdot 10^6$
9140	0.0060	$9.37 \cdot 10^5$
9840	0.0500	$16.0 \cdot 10^3$
(kp/cm²)		(kp/cm²)

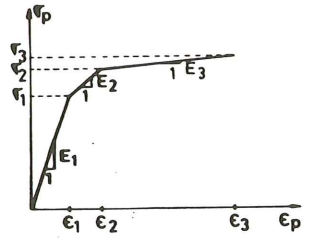


Fig. 18. Columna pretensada con sección irregular sometida a flexocompresión esviada.

Las estructuras analizadas en este ejemplo son una serie de tres columnas empotradas en su base y libres en su extremo superior con la misma sección transversal pero una de ellas de hormigón armado y las otras dos pretensadas con diferentes valores de la fuerza de pretensado. Los cables de pretensado son dos, situados en la zona traccionada y de trazado recto. La geometría, disposición de armaduras activas y pasivas, cargas y propiedades del material vienen expresadas en la figura 18. La sección transversal se divide en filamentos iguales de hormigón (o en capas en dos ejes perpendiculares) y se aplica una carga de compresión excéntrica hasta el agotamiento.

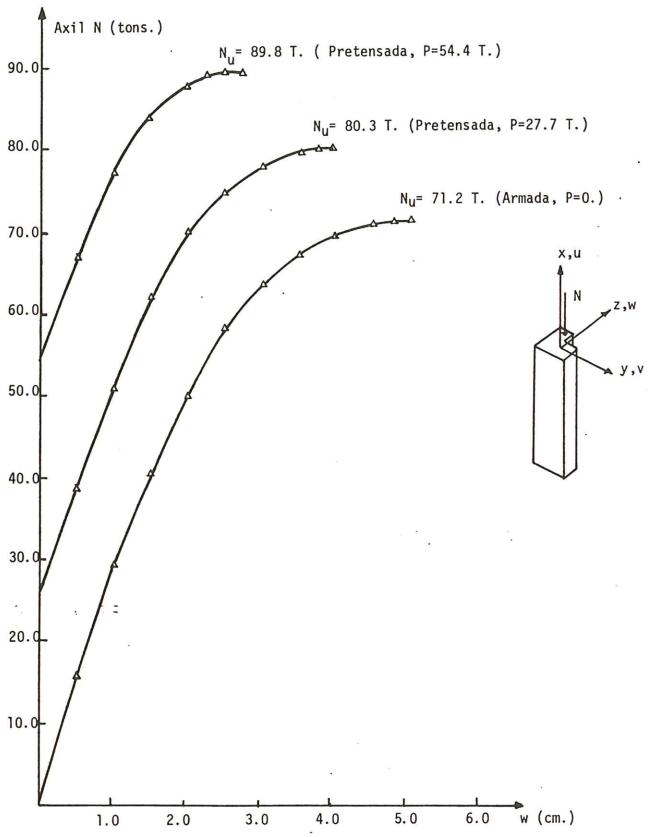


Fig. 19. Curvas carga-desplazamiento.

Las curvas carga-desplazamiento obtenidas se muestran en la figura 19. De estas curvas cabe destacar lo siguiente:

1. La capacidad de carga de la columna es mayor a medida que aumenta la fuerza de pretensado (para este caso particular).
2. La columna de hormigón armado es más flexible que las pretensadas, aumentando la rigidez con la fuerza de pretensado.
3. En los tres casos estudiados se produce el colapso por inestabilidad de la columna, no habiendo llegado los materiales al agotamiento. Los desplazamientos laterales totales en el extremo de la columna cuando se produce la inestabilidad disminuyen a medida que aumenta la fuerza de pretensado.

El efecto del pretensado en este caso es muy favorable ya que aumenta la carga última al aumentar sustancialmente la rigidez de la columna. La colocación de los cables en la zona traccionada retrasa la fisuración del hormigón al crear compresiones previas.

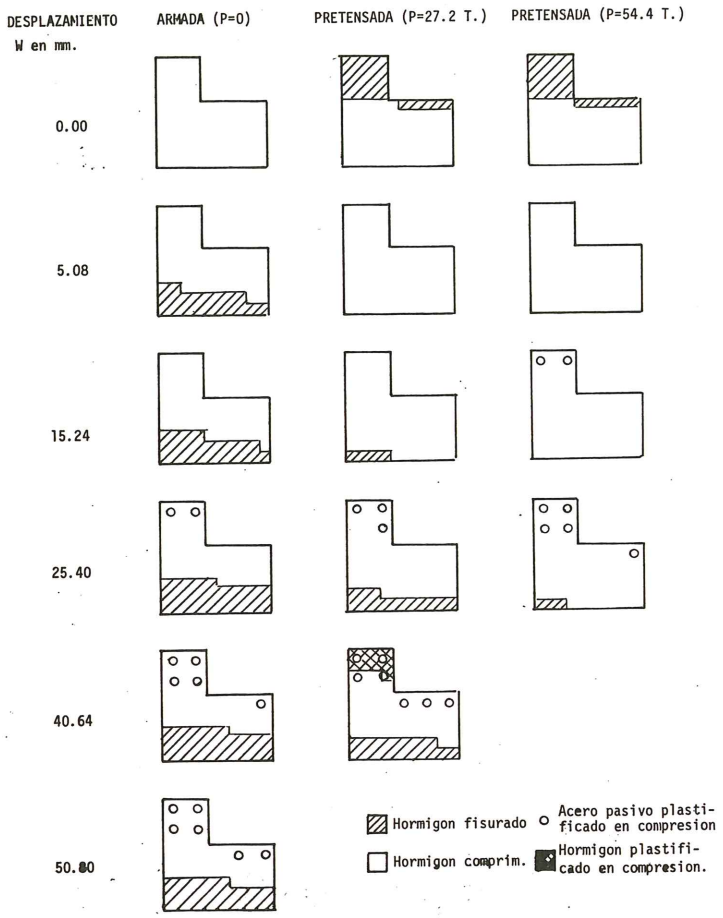


Fig. 20. Evolución de la fisuración y estado tensional de la sección de la base.

Este efecto no puede, sin embargo, extrapolarse a casos de columnas con pretensado centrado. En tales casos el pretensado tiene, además de los efectos positivos antes citados, otros efectos debidos a la introducción de compresiones previas en la zona posteriormente comprimida, con lo que se consume parte de la capacidad resistente del hormigón a compresión y, por otra parte, se reduce el módulo tangente de deformación longitudinal de las fibras de hormigón, dada la no linealidad en la relación tensión-deformación de tal material.

Las columnas pretensadas parten, como es lógico, de unas flechas iniciales producidas por el pretensado excéntrico.

En la figura 20 se muestra la evolución de la fisuración en la sección de la base conforme va aumentando la carga (de hecho este ejemplo se ha analizado utilizando la técnica de desplazamiento controlado). En ella puede observarse las zonas fisurada, comprimida y plastificada del hormigón así como el estado del acero pasivo. El acero activo permanece siempre en la rama elástica en este caso.

También cabe observar la fisuración en la zona superior de la sección para las columnas pretensadas cuando no hay carga exterior.

Aparte de la flexión en dos planos la columna sufre una pequeñísima torsión que genera un momento torsor máximo de 6,3 Kpxm.

9. CONCLUSIONES

Se ha presentado un método de análisis no lineal, por la geometría y el material, para el estudio de estructuras de hormigón armado y pretensado, compuestas por elementos lineales.

El presente método de análisis, de acuerdo con las verificaciones realizadas en (10), parece predecir con precisión el comportamiento de las estructuras de hormigón armado y pretensado, cuando la flexión es dominante, en los rangos elástico, anelástico y último.

Se ha desarrollado un procedimiento eficiente para la definición geométrica de secciones transversales arbitrarias así como para el cálculo de sus propiedades mecánicas (rigidez, etc.), que permite hacer especialmente adecuado este procedimiento para estructuras sometidas a flexocompresión esviada.

El procedimiento utilizado para incluir los grandes desplazamientos permite analizar con precisión estructuras esbeltas sometidas a importantes esfuerzos axiles con cualquier excentricidad, detectando el colapso bien por inestabilidades, bien por agotamiento de los materiales.

BIBLIOGRAFIA

1. NGO, D. y SCORDELIS, A.C. "Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Beams", ACI Journal, Vol. 64, N° 3. Marzo 1967.
2. SCORDELIS, A.C. "Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Structures". Proceedings de la Speciality Conference on Finite Element Methods in Civil Engineering. Montreal. Junio 1972.
3. ASCE. "State of the Art Report on Finite Element Analysis of Reinforced Concrete". ASCE, Structural Division. 1982.
4. BAZANT, Z.P., SCHNOBRICH, W.C. y SCORDELIS, A.C. "Analisi delle Strutture in Cemento Armato mediante il Metodo degli Elementi Finito". Corso di Perfezionamento per la costruzioni in Cemento Armato". "Fratelli Pesenti". Politecnico di Milano. 1978.
5. KANG, Y. J. "Nonlinear Geometric, Material and Time Dependent Analysis of Reinforced and Prestressed Concrete Frames". PH. D. Dissertation. University of California, Berkeley. Enero 1977.
6. CHAN, E.C. "Nonlinear Geometric, Material and Time Dependent Analysis of Reinforced Concrete Shells with Edge Beams". PH. D. Dissertation. Division of Structural Engineering and Structural Mechanics. University of California, Berkeley. 1982.
7. Aas Jackobsen, K. "Design of Slender Reinforced Concrete Frames". Bericht N° 48, Institut für Baustatik ETH, Zurich. 1973.
8. ALDSTEDT, E. "Nonlinear Analysis of Reinforced Concrete Frames". Division of Structural Mechanics, Institute of Technology. University of Trondhein, Norway. 1975.
9. BUCKLE, I.G. y JACKSON, A.T. "A Filament Beam Element for the Nonlinear Analysis of Reinforced Concrete Beam and Slab Structures". Department of Civil Engineering, University of Auckland, New Zeland. 1981.
10. MARI, A.R. "Nonlinear Geometric, Material and Time Dependent Analysis of Three Dimensional Reinforced and Prestressed Concrete Frames". Division of Structural Engineering and Structural Mechanics, University of California, UC-SESM Report. (En prensa). Berkeley, 1984.

Bases para un sistema conjunto de diseño hormigón armado-hormigón pretensado

Por J. MURCIA (*)
A. AGUADO (**)
A. MARI (**)

1. INTRODUCCION

Como es bien sabido, la idea del hormigón pretensado nace como contraposición al hormigón armado, tratando de evitar la fisuración. Ahora bien, la práctica de dicha idea pudo llevarse a cabo, plasmándose en el hormigón pretensado, con la aparición de materiales estructurales de alta resistencia (1).

Por ello, no es de extrañar que la literatura estudie ambas técnicas de forma muy separativa. A esto se unió la conocida opinión de FREYSSINET (2) en esta línea, así como la polémica con ABELES (3) a este respecto.

En el momento presente y en nuestro país, existe una clara tendencia en favor del tratamiento por separado, reflejado por ejemplo en nuestra normativa en dos documentos diferenciados (4), (5). Sin embargo, ésta no es una actitud universal, siendo cada vez más frecuente la literatura en la que se plantea el tratamiento conjunto. Máximo exponente de esta línea es el Código Modelo del CEB-FIP (6).

El planteamiento conjunto –que en su máxima síntesis presentaría al hormigón armado como un caso particular del hormigón pretensado, precisamente el que corresponde a pretensado nulo ($P \equiv 0$) – (1) tiene una gran coherencia en muchos aspectos relacionados con el cálculo. No obstante, ambos materiales presentan unas diferencias tecnológicas significativas que deben quedar claramente definidas en este tratamiento.

El planteamiento conjunto viene, entre otras razones, favorecido por la implantación de la filosofía de los estados límites para el diseño de las estructuras de hormigón.

(*) Catedrático de Hormigón. E.T.S.I.C.C.P. de la U.P.C. Barcelona, en comisión de servicio en el I.E.T. c.c. C.S.I.C. Madrid.
(**) Profesor titular. E.T.S.I.C.C.P. de la U.P.C. Barcelona.

Dentro de este esquemático marco dibujado, el presente artículo tiene por objeto presentar las bases de una metodología conjunta para el dimensionamiento de estructuras de hormigón armado y pretensado.

2. SITUACION ACTUAL

En el diseño de una estructura de hormigón, una vez definida su tipología y la geometría de la misma en el espacio y adoptadas unas características de proyecto para los materiales constituyentes, hay que determinar las dimensiones más importantes que definan las secciones de los elementos estructurales que la componen [canto (h), anchura alas, almas (b, b_w, ..., etc.)], las características mecánicas [fuerza de pretensado (P), armadura longitudinal (activa y pasiva A_p y A_s), armadura transversal (A_t), etc. ...], de forma que la respuesta estructural sea satisfactoria, cumpliendo los requisitos exigidos en condiciones de servicio y proporcionando una seguridad adecuada frente a las solicitaciones de cálculo.

Para cuantificar estos parámetros, el proyectista emplea los distintos criterios de proyecto suficientemente conocidos por todos: funcionalidad, estética, resistencia, durabilidad, economía e impacto ambiental. De todos ellos, el resistente e indirectamente el de durabilidad son los que en general priman en el cálculo para obtener, a través de los estados límites, los parámetros de diseño anteriormente citados.

De los parámetros citados no todos tienen la misma influencia en la respuesta estructural. Por ello, y para simplificar la exposición, en lo que sigue nos concentraremos en aquéllos que en flexión son determinantes. Estos son: canto (h), armaduras longitudinales activa y pasiva (A_p y A_s) y fuerza de pretensado (P).

De estos parámetros últimos (que por otro lado actúan interactivamente entre sí) el canto h se fija usualmente a priori, fruto de la experiencia anterior del proyectista; mientras que los otros tres parámetros se obtienen fruto de la aplicación de los siguientes estados límites: rotura, fisuración y deformabilidad. (Los otros estados límites pueden afectar alguno de estos valores en determinadas secciones).

Por otro lado, la metodología de aplicación de los estados límites es tal vez demasiado rígida como se desarrolla en la actualidad. Este carácter (rigidez) viene impreso por la clara diferenciación del tipo de hormigón (armado o pretensado) que se utilice. Así, si la solución es emplear hormigón armado, en general se dimensiona para los estados límites últimos y se comprueba para los estados límites de servicio. El planteamiento es inverso si se resuelve con hormigón pretensado total.

Ahora bien, una solución en hormigón parcialmente pretensado crea un cierto estado de indefinición en relación a cuál es el estado límite a utilizar en dimensionamiento o en comprobación. Respuestas parciales a este punto se recogen en diversos artículos (7), (8).

TABLA 2.1.

	E.L.U.	E.L.S.
HORMIGON ARMADO	Dimen. (D)	Comprob. (C)
HORMIGON PRETENSADO PARCIAL	?	?
HORMIGON PRETENSADO TOTAL	C	D

El planteamiento actual expuesto, si bien tiene una relativa comodidad de cálculo, presenta diversos inconvenientes, algunos de los cuales se señalan a continuación:

- La fijación de un valor del canto h a priori puede conducir a un aprovechamiento parcial de los materiales dado que no es usual hacer un recálculo de la estructura. También podría dar lugar al citado recálculo si la elección primera no era adecuada. Así pues, la bondad del valor de h está en manos de la experiencia del proyectista.
- La metodología de aplicación de los estados límites marca grandes diferencias entre elementos de hormigón armado y hormigón pretensado, potenciando un tratamiento separativo de ambos. Existe una cierta indefinición de la aplicación de esta metodología en hormigón parcialmente pretensado.
- Al aplicar esta metodología para cada sección crítica, no permite estudiar a priori cuál es el criterio más condicionante para cada una de ellas, obteniéndose el mismo a posteriori como consecuencia del cálculo.

Para acabar con esta breve revisión de la situación actual, es conveniente incidir en un punto específico del diseño de estructuras de hormigón pretensado. Este punto es el planteamiento en tensiones para la diferenciación de los distintos estados límites de utilización por razón de durabilidad de la estructura relacionados con su comportamiento frente a fisuración (e.ℓ. de descompresión, e.ℓ. de aparición de fisuras, e.ℓ. de fisuración controlada). La determinación de las tensiones puede presentar problemas de criterio (tratamiento en sección neta o sección homogeneizada) no suficientemente especificados en nuestra normativa (5).

Por otro lado, en la actualidad es frecuente no considerar ciertos tipos de acciones en el cálculo. (P. ej., acciones térmicas, reológicas en general, deformaciones impuestas). En el caso de que se consideren, se hace con frecuencia de forma parcial a través de un cálculo lineal pero con un valor de la acción inferior al previsto en la normativa.(P. ej., gradientes térmicos menores a los $10^{o}C$ previstos en (9)).

Todo ello conduce a una indefinición, en la fase de proyecto, de cuál es la clase (I, II o III) en la que se proyecta la estructura. Indefinición que, por otro lado, se refleja en la realidad de forma que incluso estructuras diseñadas en clase I presentan fisuras.

3. PLANTEAMIENTO PROPUESTO

El planteamiento que se presenta en este artículo tiene las siguientes características diferenciadoras:

- El canto h no se fija a priori, al ser interactivo con los demás parámetros, sino que se mantiene como una incógnita más a definir.
- El estudio se hace a nivel estructural sin prefijar a priori cuál es el estado límite condicionante para cada sección, tal como sucede en la actualidad (tabla 2.1.).
- Homogeneidad en el tratamiento de estructuras tanto de hormigón armado como de hormigón pretensado.

A continuación se desarrollan estas características planteándolas sobre una estructura genérica. Para mantener la generalidad del planteamiento vamos a considerar que dicha estructura dispone en sus diferentes secciones de armaduras pasiva y activa. Por otro lado, se considera que la geometría de las secciones (excepto el canto), la excentricidad del trazado

del pretensado relativamente al canto, las características de los materiales y las acciones son conocidas.

En el diseño de los parámetros fundamentales descritos en el apartado anterior intervienen de forma predominante los estados límites de agotamiento por solicitaciones normales, descompresión y apertura de fisuras (en elementos de h.p.), fisuración controlada y deformabilidad. Dichos criterios se plantean para todas las secciones críticas.

El *estado límite de agotamiento* viene recogido para cada una de las secciones críticas y situaciones más desfavorables, de acuerdo con la EP-80 (5), por:

$$M_d = 1{,}6\,(M_G + M_Q) + 1{,}0\,M_{HIP} \leqslant M_u \qquad [3.1]$$

El primer término de esta desigualdad se puede poner en función de h (peso propio), Ph (pretensado) y término independiente (otras acciones). Mientras que la respuesta seccional, y en una primera hipótesis simplificativa de armadura infracrítica, puede expresarse en función de h, A_s y A_p. Así pues, la expresión 3.1 puede venir dada por:

$$k_3 + k_4\,Ph + k_5\,h \leqslant h\,(k_1\,A_s\,f_{yd} + k_2\,A_p\,f_{pyd}) \qquad [3.2]$$

El *estado límite de servicio de deformabilidad* de acuerdo a como se refleja en las limitaciones de flecha del artículo 45 de la EH-82 (4), y realizando el habitual cálculo en función de la inercia de la sección, viene dado por dos condiciones que para la situación genérica aquí planteada, se traducen en unas ecuaciones del tipo 3.3.

$$\alpha\,f\,(h^3) \geqslant \beta + \gamma\,Ph + \delta\,h \qquad (3.3)$$

Los diferentes *estados límites relacionados con la fisuración* se plantean fijando que el valor del momento de servicio sea menor o igual que un cierto momento asociado al estado límite que se estudie. (P. ej., descompresión, anchura de fisuras de 0,1 mm.). El momento de servicio viene definido en función de Ph y h de forma análoga a lo expuesto en el primer miembro de la desigualdad 3.2.

El aspecto más diferencial de este planteamiento radica en la adecuada asociación del momento, dentro de un diagrama momento-curvatura, que corresponde al estado límite en estudio (fig. 3.1). Aquí se relaciona este momento con el momento último de la sección en estudio a través de un parámetro λ. Así, por ejemplo:

$$M_{descompresión} = \lambda_{descom}\ x\ M_u \qquad (3.4)$$

$$M_{anch.fis.0,1\ mm} = \lambda_{0,1\,mm}\ x\ M_u \qquad (3.5)$$

con lo cual, los diferentes estados límites relacionados con la fisuración vienen recogidos por expresiones del tipo:

$$k_6 + k_7\,Ph + k_8\,h \leqslant \lambda\,h\,(k_1\,A_s\,f_{yd} + k_2\,A_p\,f_{ypd}) \qquad (3.6)$$

Esta metodología considera la factibilidad de reflejar en el diagrama momento-curvatura una anchura de fisura determinada. Esto es posible, bien por una determinada experimental o bien a través de distintos modelos analíticos o numéricos, en los cuales –por medio del cálculo de sección fisurada, la consideración o no de la contribución del hormigón entre fisuras, etc.– se obtiene el punto deseado sobre el diagrama.

Ahora bien, un problema que surge en este planteamiento es que al estar en una situación de diseño no conocemos a priori la respuesta seccional (diagrama momento-curvatura). Este inconveniente es relativamente fácil de resolver con la realización de un estudio paramétrico en las secciones más usuales en el diseño de elementos lineales. P. ej., en la actualidad, el diseño de la geometría de las secciones en elementos a flexión (vigas continuas) de hormigón pretensado está bastante acotado así como la relación armadura pasiva/armadura activa de dichos elementos.

Este planteamiento, con la experiencia ya existente, se podría hacer en la actualidad para algunos casos. P. ej., en secciones rectangulares de hormigón armado sometidas a flexión el valor de λ_{fis} (fig. 3.1.) es del orden de 0,1 a 0,2 M_u.

El conjunto de inecuaciones que corresponden a los distintos estados límites 3.2, 3.3 y 3.6 pueden representarse en unos diagramas Ph-h o ($A_s f_{yd} + A_p f_{pyd}$)-h para cada sección crítica. Según las intersecciones de las distintas curvas que definen las citadas ecuaciones nos dan información sobre cuál es el estado límite condicionante en el dimensionamiento para la sección en estudio, así como cuál es el valor mínimo de h y de Ph (A_s, A_p) para dicha situación. En el ejemplo que se presenta en el apartado 4 puede estudiarse este punto con mayor detalle.

Las diferencias en este planteamiento, para elementos de hormigón armado y hormigón pretensado, radican en que, para los primeros, P y A_p serán nulos, pero la metodología de trabajo en los dos casos es la misma arriba indicada.

Por último cabe señalar que al planteamiento expuesto se le pueden añadir criterios explícitos de tipo económico que optimicen el coste de la estructura.

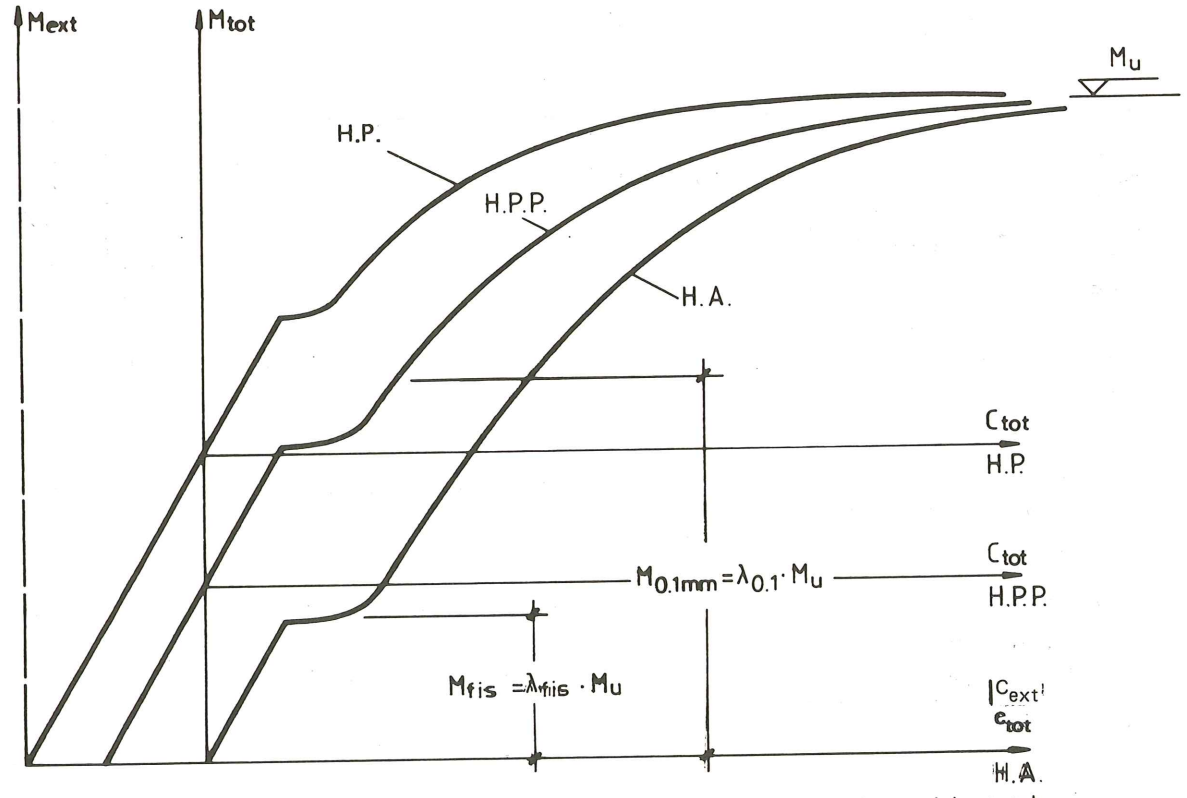


Fig. 3.1. Diagrama genérico M-c de una sección de h. armado, pretensado parcial y total.

4. EJEMPLO

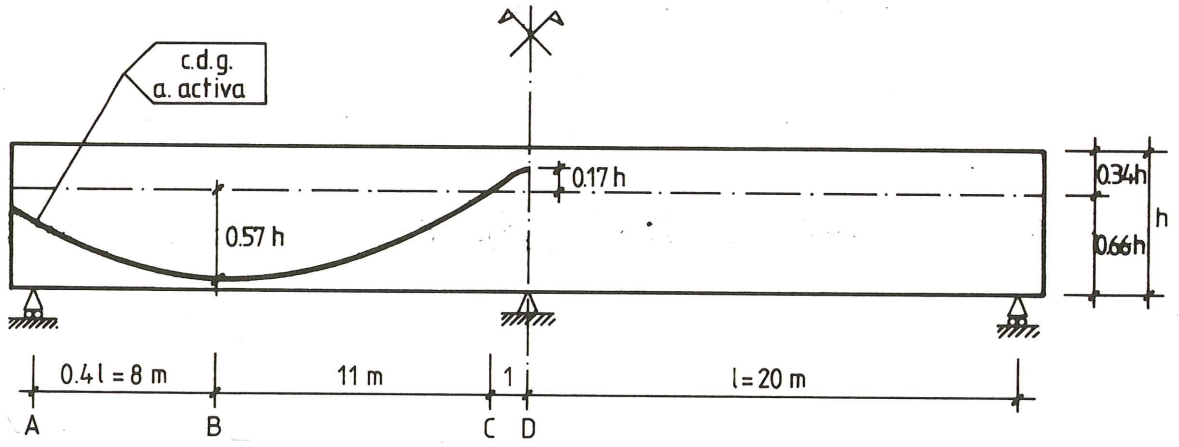
A continuación y con objeto de ilustrar el método propuesto se aplica éste a una pasarela de dos tramos en sección cajón (fig. 4.1). (Mientras no se indique lo contrario, las dimensiones de los cuadros y figuras que se incluyen a continuación son en m. y t.).

Como es conocido, la geometría de las diferentes secciones de la estructura puede venir condicionada por criterios funcionales, resistentes y constructivos. En este caso, la geometría de la sección presentada en la figura 4.2 se ha definido de acuerdo con esos criterios dejando el canto de la sección h como una variable, si bien constante en la longitud de la viga. Los demás parámetros (b, b_w, etc.), así como la variación de canto participan de la misma filosofía que se presenta, si bien por sencillez numérica se ha optado por la hipótesis enunciada.

En la figura 4.1 se presenta el trazado de la armadura activa, el cual ha sido definido de acuerdo a los criterios usuales en proyecto, con el tipo de acciones considerado. Esta armadura se dispone en un solo tipo de familia de tendones, obteniéndose como resultado del dimensionamiento la cuantía de la misma y el valor de la fuerza P_0 en anclaje en el instante inicial. La necesidad de más familias sería un resultado del método.

Las leyes de los momentos flectores debidas a las diferentes acciones vienen dadas en la fig. 4.3. En su obtención se han tenido en cuenta los siguientes puntos:

– Las cargas de carácter permanente que incluyen el peso propio (área en función del canto x 2,5 t/m^3) con un valor de (1,35 + h) t/m y las sobrecargas permanentes de valor 0,30 t/m.



Trazado del pretensado formado por parábolas de segundo grado en acuerdo (de manera que la relación excentricidad/canto es conocida a lo largo de la viga).

ACCIONES (en t/m)

Peso propio: p = (1,35 + h)

Sobrecargas permanentes: g = 0,3
Sobrecargas variables: q = 1,0
γ_c, γ_s, γ_f, γ_p. Valores medios (4), (5)
γ_s (A. activa) = 1,1

MATERIALES

HORMIGON: $f_{ck} = 300$ Kp/cm^2; $E_c = 3 \times 10^5$ Kp/cm^2

ACERO:
–A. pasiva: $f_{yk} = 4.100$ Kp/cm^2
–A. activa: $f_{pyk} = 170$ Kp/mm^2
$fp_{máx} = 188$ Kp/mm^2

Fig. 4.1. Alzado de la viga y trazado de la armadura activa.

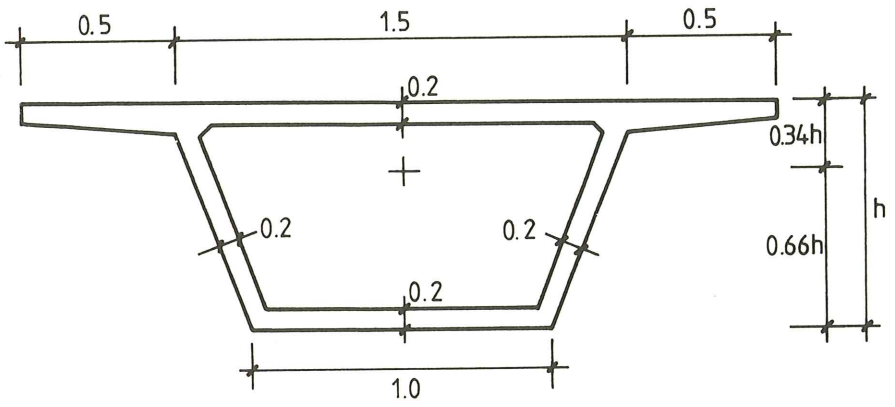


Fig. 4.2. Sección transversal de la viga.

- El valor de la fuerza de pretensado (P) a lo largo de la viga, por homogeneizar el tratamiento, se relaciona con la P_0 en anclaje a través de las pérdidas, tomando un valor medio de 0,10 P_0 en vacío y 0,20 P_0 en servicio, así como valores diferentes en las secciones de vano y de apoyo.
- Las secciones críticas en las que se presentan los máximos momentos flectores están situadas, una sobre el apoyo intermedio y las otras a una distancia de 0,4 ℓ de los extremos libres de la viga. Los valores de los momentos flectores en estas secciones se presentan en la tabla 4.1.

TABLA 4.1

Momento flector (sin mayorar) debido al conjunto de las acciones en las secciones críticas

	VANO	APOYO
VACIO Sólo pérdidas instantáneas	$45 + 27{,}5\ h - 0{,}3615\ P_0\ h$	$-\ 82{,}5 - 50\ h + 0{,}549\ P_0\ h$
SERVICIO Pérdidas totales	$82 + 27{,}5\ h - 0{,}3213\ P_0\ h$	$-\ 107{,}7 - 50\ h + 0{,}488\ P_0\ h$

Antes de proseguir es conveniente señalar que es claro que las diferentes expresiones que se irán obteniendo a continuación son en general válidas únicamente dentro de unos ciertos márgenes o intervalos de valor de los parámetros implicados, correspondientes, por así decir, a su orden de magnitud.

De acuerdo con la metodología propuesta en el apartado 3, debemos estudiar *el e.l.u. de agotamiento frente a solicitaciones normales* en las secciones críticas para la combinación más desfavorable de las acciones (ecuación 3.1), en la que el momento último viene dado por:

$$M_u = (k_1\ A_s\ f_{yd} + k_2\ A_p\ f_{ypd})\ x\ h \qquad (4.1)$$

Las constantes k_1 y k_2 reflejan la separación entre el c.d.g. de la armadura y el c.d.g. del bloque de compresiones. En este ejemplo, se toman $k_1 = 0{,}85$ en vano y 0,80 en apoyo y $k_2 = 0{,}85$ en vano y 0,70 en apoyo.

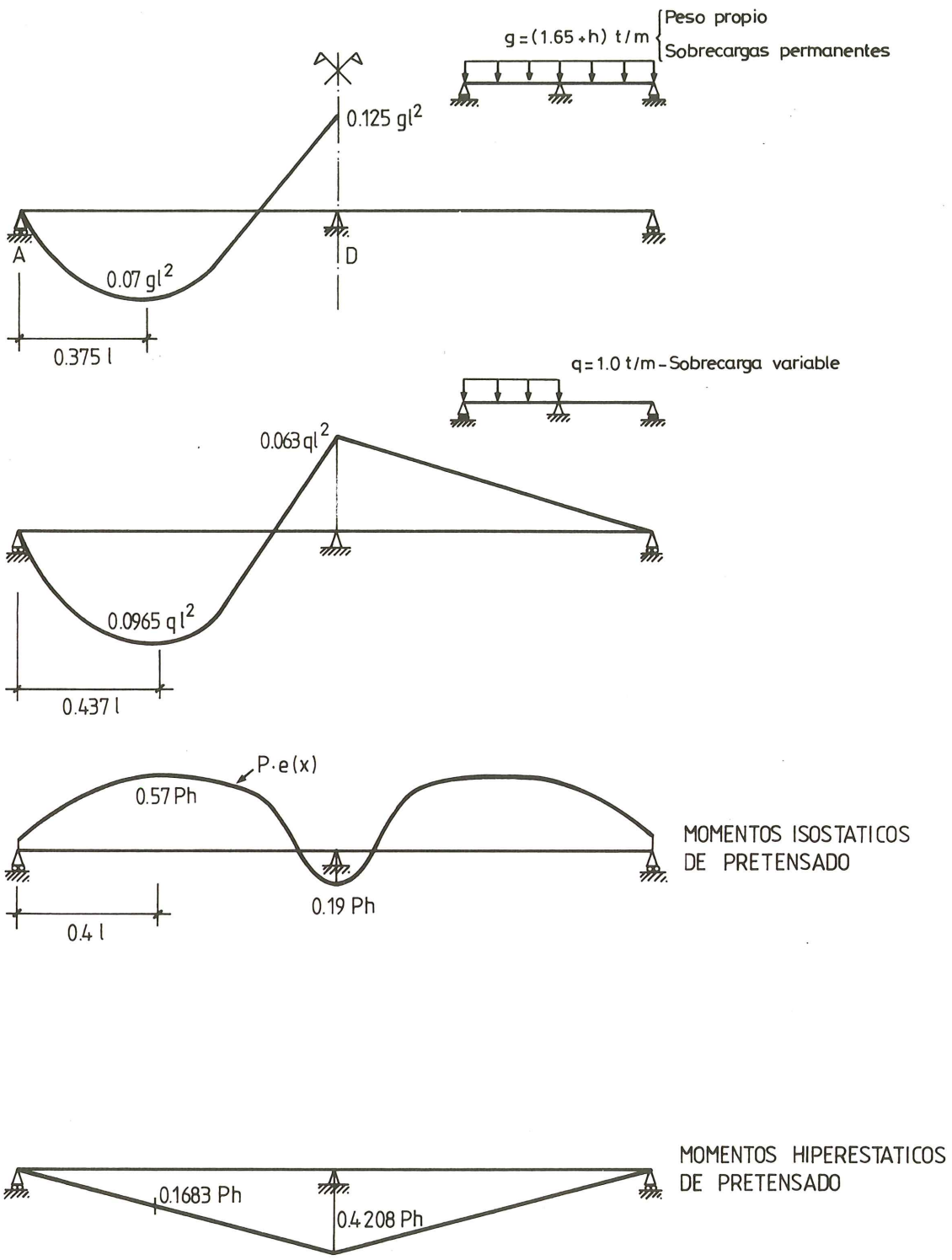


Fig. 4.3. Leyes de momentos flectores debidos a las diferentes acciones.

A la luz de la experiencia existente, el valor de la armadura pasiva se puede poner en función de la armadura activa, $\alpha = A_s f_{yd} / A_p f_{ypd}$, con lo que la expresión 4.1 se transforma en:

$$M_u = A_p f_{ypd} (\alpha k_1 + k_2) h \qquad (4.2)$$

Ahora bien, el producto $A_p \times f_{ypd}$ se puede poner en función de la P_o de anclaje. Así, el valor de σ_{po} según la EP-80 será el menor de los dos valores siguientes: 0,75 $f_{máx,\,k}$ y 0,9 f_{yk}, que en el caso en estudio es el primero (14.100 kp/cm^2); como el valor de f_{ypd} es 0,822 $f_{máx} = 0{,}822\ \sigma_{po}/0{,}75$, sustituyendo en 4.2, se obtiene:

$$M_u = A_p\ 0{,}822\ f_{máx} \times (\alpha k_1 + k_2) h = 1{,}096\ P_o\ (\alpha k_1 + k_2) h \qquad (4.3)$$

Si en la ecuación 4.3 sustituimos para las secciones críticas los valores de k_1 y k_2 descritos con anterioridad y tomamos dos situaciones diferentes de armado, sin armadura pasiva ($\alpha = 0$) y con una cierta cuantía de armadura pasiva ($\alpha = 0{,}5$), obtendremos al plantear la condición de $M_d \leqslant M_u$, los valores dados en la tabla 4.2. ($M_d = 1{,}6(M_G + M_Q) + 1{,}0\ M_{H\,IP}$ de acuerdo con la ecuación 3.1).

TABLA 4.2

Inecuaciones de comprobación e.l.u. agotamiento frente a solicitaciones normales ($M_d \leqslant M_u$)

$M_d \leqslant M_u$	α	VANO	APOYO
VACIO	$\alpha = 0$	$72 + 44\,h + 0{,}1515\,P_o\,h \leqslant 0{,}931\,P_o\,h$	$-132 - 80\,h + 0{,}378\,P_o\,h \leqslant -0{,}767\,P_o\,h$
	$\alpha = 0{,}5$	$72 + 44\,h + 0{,}1515\,P_o\,h \leqslant 1{,}397\,P_o\,h$	$-132 - 80\,h + 0{,}378\,P_o\,h \leqslant -1{,}205\,P_o\,h$
SERVICIO	$\alpha = 0$	$131{,}2 + 44\,h + 0{,}1346\,P_o\,h \leqslant 0{,}931\,P_o\,h$	$-172{,}3 - 80\,h + 0{,}336\,P_o\,h \leqslant -0{,}767\,P_o\,h$
	$\alpha = 0{,}5$	$131{,}2 + 44\,h + 0{,}1346\,P_o\,h \leqslant 1{,}397\,P_o\,h$	$-172{,}3 - 80\,h + 0{,}336\,P_o\,h \leqslant -1{,}205\,P_o\,h$

Si representamos todas las inecuaciones de la tabla 4.2. en unos diagramas Ph-h obtendremos 8 dominios (fig. 4.4). En ella, puede observarse cuál es la condición más restrictiva a emplear en el dimensionamiento y a qué situación corresponde en las secciones críticas estudiadas.

Los estados límites de utilización que emplearemos en el diseño son:

- e.ℓ. de deformación.
- e.ℓ. relacionados con el comportamiento frente a fisuración, caracterizados por las tres clases de pretensado previstas en la EP-80 (5).

Veamos a continuación la incidencia de cada uno de estos estados límites en el planteamiento propuesto, empezando por los *e.ℓ. relacionados con la fisuración.*

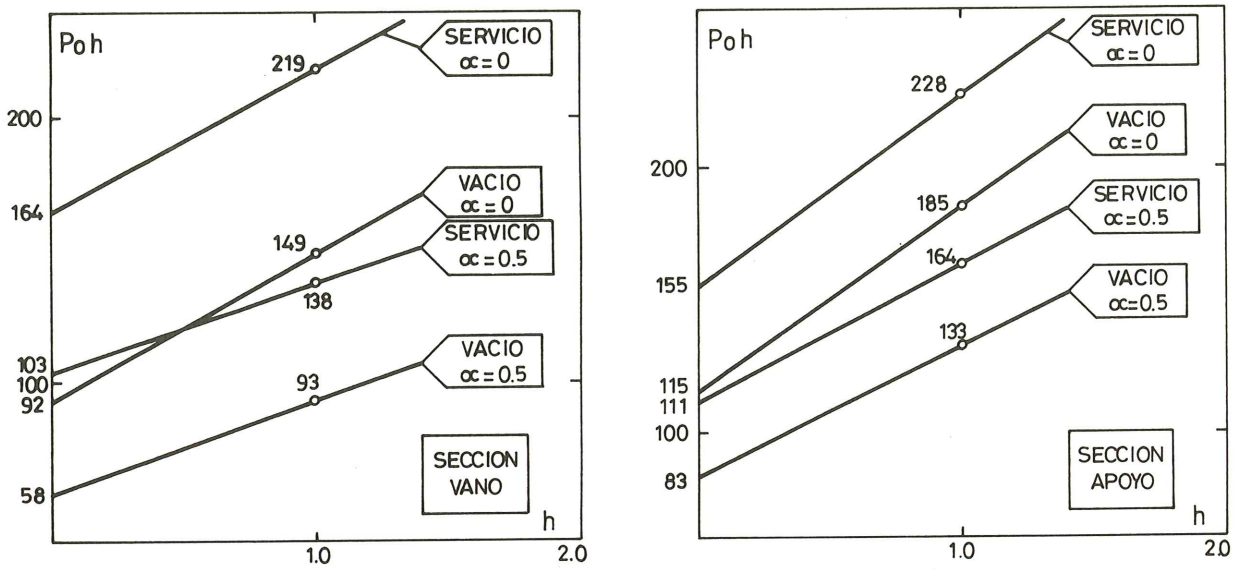


Fig. 4.4. Inecuaciones representativas del e.ℓ. último en las secciones críticas.

CLASE I

En este caso se ha de comprobar que bajo la combinación más desfavorable de acciones no se alcanza el estado límite de descompresión. Este estado lo vamos a caracterizar de acuerdo con la expresión 3.4. vista con anterioridad, empleando el tratamiento en esfuerzos. Así pues, deberá cumplirse que:

$$M_{ext.} = M_G + M_Q + M_{HIP} \leqslant \lambda_{descom} \times M_u \qquad (4.4)$$

El valor de λ_{descom} es diferente para cada una de las secciones críticas y tiene en cuenta las pérdidas instantáneas y/o diferidas función de la situación estudiada (vacío, servicio). Los valores de λ_{descom}, así como los resultados de la ecuación 4.4. se presentan en la tabla 4.3. y fig. 4.5. (En clase I se hace la hipótesis de que $\alpha = 0$).

TABLA 4.3

Inecuaciones representativas de la clase I

$M_{ext} \leqslant \lambda_{des} M_u$	VANO	APOYO
VACIO	$45 + 27{,}5\ h + 0{,}1515\ P_o\ h \leqslant \leqslant 0{,}551\ M_u$	$-82{,}5 - 50\ h + 0{,}378\ P_o\ h \leqslant \leqslant -0{,}223\ M_u$
SERVICIO	$82 + 27{,}5\ h + 0{,}1346\ P_o\ h \leqslant \leqslant 0{,}489\ M_u$	$-107{,}7 - 50\ h + 0{,}336\ P_o\ h \leqslant \leqslant -0{,}198\ M_u$

CLASE II

Se ha de comprobar que bajo la más favorable combinación de acciones, no se alcanza el estado límite de formación de fisuras y que bajo la actuación de las cargas permanentes y de las cargas variables frecuentes se respeta el estado límite de descompresión.

Por sencillez de la explicación, se hace la hipótesis de considerar que la carga variable existente (q = 1 t/m) tiene en su totalidad carácter de no frecuente actuación. La aplicación del método propuesto nos conduce en este caso a los dos siguientes tipos de inecuaciones:

E.ℓ. formación de fisuras:

$$M_{ext} = M_G + M_Q + M_{HIP} \leqslant \lambda_{ap,fis} \times M_u \tag{4.5}$$

E.ℓ. descompresión:

$$M_{ext} = M_G + M_{HIP} \leqslant \lambda_{descomp.} \times M_u \tag{4.6}$$

CLASE III

Con las hipótesis realizadas y de acuerdo con la EP-80 (5), la aplicación de la clase III exige el cumplimiento de los dos tipos de inecuaciones siguientes:

E.ℓ. fisuración controlada:

$$M_{ext} = M_G + M_Q + M_{HIP} \leqslant \lambda_{fis\ cont} \times M_u \tag{4.7}$$

E.ℓ. descompresión:

$$M_{ext} = M_G + M_{HIP} \leqslant \lambda_{descomp} \times M_u \tag{4.8}$$

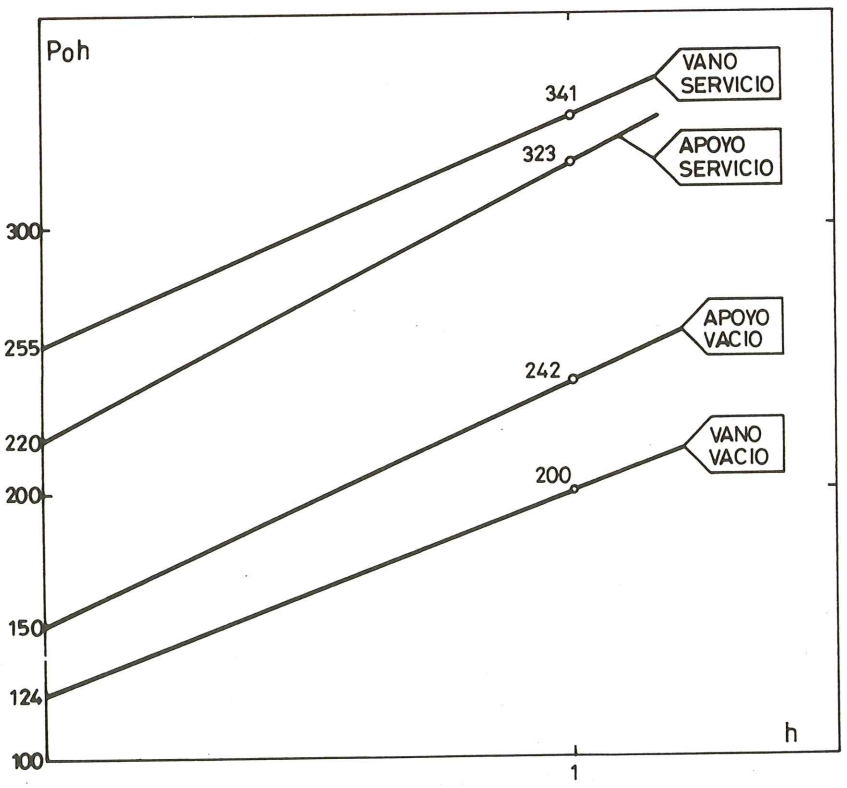


Fig. 4.5. Inecuaciones representativas de la clase I.

Dada la dificultad en el momento presente de definir los valores de $\lambda_{ap.\ fis}$ y $\lambda_{fis.\ cont}$, el tratamiento de las clases II y III se hará de manera conjunta variando el valor de λ desde $\lambda_{descomp.}$ a $\lambda = 0{,}75$ (vano) y 0,50 (apoyo). Este hecho permite simular el comportamiento real a medida que se aumenta el momento de un diagrama momento-curvatura.

Puesto que en las secciones estudiadas el momento producido por las cargas variables es de igual signo que el obtenido por las cargas permanentes, las inecuaciones 4.6 y 4.8 para verificar el e.ℓ. de descompresión en clase II y III son menos restrictivas que las correspondientes en clase I (inecuación 4.4) y cuyos resultados se presentan en la tabla 4.3 y fig. 4.5.

En las tablas 4.4 y 4.5 se presentan los diferentes resultados de las inecuaciones 4.5 y 4.7 en las secciones de vano y apoyo respectivamente. La figura 4.6 recoge de forma gráfica el dominio representado por las ecuaciones citadas para diferentes valores de λ. Puesto que en la clase II y III se empleará armadura pasiva, se realiza el estudio para un porcentaje de armadura pasiva $\alpha = 0{,}5$ considerando que toma el mismo valor en las secciones críticas.

TABLA 4.4

Inecuaciones representativas de los estados límites de fisuración. Sección vano

CON ARMADURA PASIVA $\alpha = 0{,}5$	**0,45 M_u**	**0,60 M_u**	**0,75 M_u**
VACIO $45 + 27{,}5\ h + 0{,}1515\ P_0\ h \leqslant$	$0{,}628\ P_0\ h$	$0{,}838\ P_0\ h$	$1{,}047\ P_0\ h$
SERVICIO $82 + 27{,}5\ h + 0{,}1346\ P_0\ h \leqslant$	$0{,}628\ P_0\ h$	$0{,}838\ P_0\ h$	$1{,}047\ P_0\ h$

TABLA 4.5

Inecuaciones representativas de los estados límites de fisuración. Sección apoyo

CON ARMADURA PASIVA $\alpha = 0{,}5$	**0,20 M_u**	**0,35 M_u**	**0,50 M_u**
VACIO $-82{,}5 - 50\ h + 0{,}378\ P_0\ h \leqslant$	$-0{,}241\ P_0\ h$	$-0{,}421\ P_0\ h$	$-0{,}602\ P_0\ h$
SERVICIO $-107{,}7 - 50\ h + 0{,}336\ P_0\ h \leqslant$	$-0{,}241\ P_0\ h$	$-0{,}421\ P_0\ h$	$-0{,}602\ P_0\ h$

Para la verificación del *estado límite de deformación* vamos a seguir las limitaciones señaladas en los comentarios del artículo 42.3 de la EH-82 (4) con la filosofía del artículo 55 de la EP-80 (5). La razón de este planteamiento es por coherencia teórica del tratamiento realizado en todo el conjunto, no teniendo una especial significación los valores límites. Por otro lado, distinguiremos dos situaciones que podemos considerar condicionantes: Antes de entrar en servicio (situación A) y después de permitir el tráfico peatonal por la pasarela (situación B).

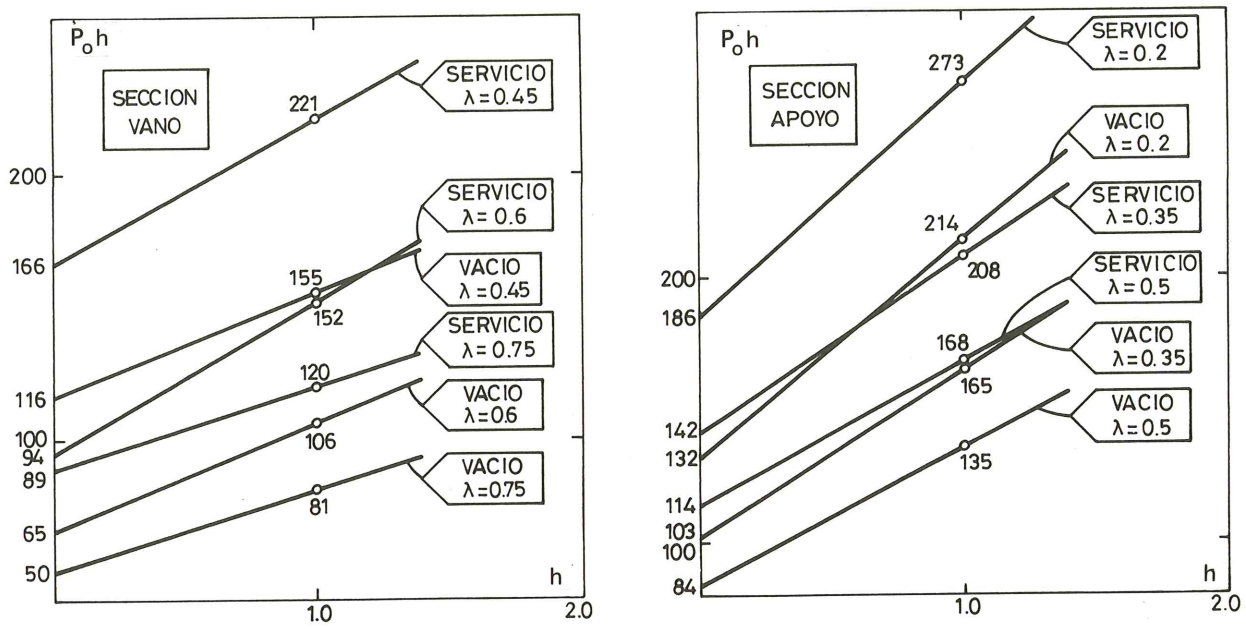


Fig. 4.6. Inecuaciones representativas del e. ℓ. de fisuración (clase II y III) en las secciones críticas.

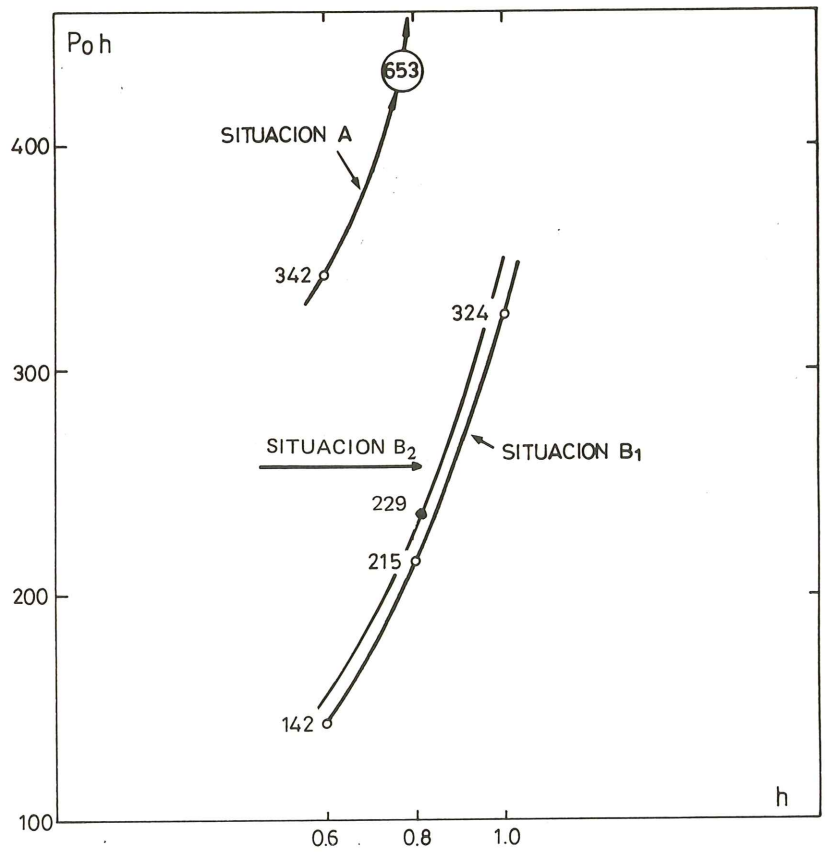


Fig. 4.7. Inecuaciones del e. ℓ. de deformación.

En la situación A, trabajaremos con la hipótesis de que la flecha debida al peso propio (sin sobrecarga permanente) sea menor a 1/300 de la luz; mientras que para la situación B se utilizarán las limitaciones siguientes:

a.—Para cargas permanentes:

$$f \leqslant \ell / 500 \tag{4.9}$$

b.—Para la totalidad de la carga:

$$f \leqslant \ell / 300 \tag{4.10}$$

Las flechas debidas a cada una de las acciones consideradas (fig. 4.2) se calculan según las tablas presentadas en (10). La flecha máxima se producirá en unas secciones situadas aproximadamente a 0,4 ℓ de los extremos de la viga, por lo que estas secciones han sido las elegidas para la determinación de las flechas.

Situación A

$$\{-864\,(1{,}35 + h) + 27{,}65 \times P_o\, h\} \leqslant \frac{\ell}{300} EI_b\,(h) \tag{4.11}$$

Situación B

$$(1 + \phi)\,\{-864\,(1{,}65 + h) + 24{,}57 \times P_o\, h\} \leqslant \frac{\ell}{500} EI_b(h) \tag{4.12}$$

$$(1 + \phi)\,\{-864\,(1{,}65 + h) + 24{,}57\, P_o\, h\} - 1420 \leqslant \frac{\ell}{300} EI_b(h) \tag{4.13}$$

donde ϕ es el coeficiente de fluencia del hormigón.

En estas expresiones se ha tenido en cuenta una P intermedia en la que se han considerado las pérdidas correspondientes para cada situación en estudio. El valor de la inercia bruta [I_b (h)] se ha obtenido en función del canto después de fijar que el c.d.g. está situado a x = 0,36 h del borde tras un estudio en el que se ha variado el canto. El valor de la inercia bruta es:

$$I_b(h) = 0{,}041\, h^3 + 0{,}1396\, h^2 - 0{,}0456\, h + 0{,}0072 \tag{4.14}$$

En este caso consideraremos que la inercia fisurada $I_{fis}(h)$ alcanza el valor de 0,6 $I_b(h)$. Por otro lado se toma un valor del coeficiente de fluencia igual a 2, mientras que el módulo de elasticidad del hormigón es E = 300.000 kp/cm^2. Así pues, sustituyendo estos valores en las expresiones 4.11, 4.12 y 4.13 se obtienen las siguientes inecuaciones:

Situación A:

$$-1166 - 864\, h + 27{,}65\, P_o\, h \leqslant 20 \times 10^4\, I_b(h) \tag{4.15}$$

Situación B:

$$(B_1)\quad -1425 - 864\, h + 24{,}57\, P_o\, h \leqslant \frac{20}{5} \times 10^4\, I_b(h) \tag{4.16}$$

$$(B_2) - 1899 - 864\, h + 24{,}57\, P_o\, h \leqslant \frac{20 \times 0{,}6}{3} \times 10^4\, I_b(h) \tag{4.17}$$

En la figura 4.7, se representan estas inecuaciones pudiéndose observar que la situación condicionante viene dada en este caso por la actuación de las cargas permanentes con fluencia en la situación B.

Una vez hecho el desarrollo numérico del planteamiento teórico, vamos a ver cuál sería la actitud del proyectista en este caso concreto. Para ello se hace la hipótesis de que quiere estudiar todo el abanico posible: Del hormigón pretensado total al hormigón armado. (En la realidad este margen sería, como es conocido, más estrecho).

En el *pretensado total* (no existe armadura pasiva $\alpha = 0$), las expresiones representativas de los distintos estados límites tanto en la sección de vano como en la de apoyo vienen dadas en las figs. 4.8 y 4.9 respectivamente.

De forma análoga, para el *pretensado parcial* con existencia de armadura pasiva ($\alpha = 0{,}5$), se representan en las figs. 4.10 y 4.11 las expresiones de los distintos estados límites para las secciones estudiadas.

Evidentemente, por razones económicas, se optaría *en principio* en el dimensionamiento por los valores compatibles con los diferentes criterios que supongan mínimos para h y $P_0 \cdot h$ (ver figuras anteriormente citadas).

Sobre los resultados obtenidos con este ejemplo pueden hacerse diversos comentarios, tales como:

- El canto mínimo con pretensado total es en principio de 1,02 m. En pretensado parcial, el valor del canto mínimo es menor y función del criterio de fisuración que se adopte.
- En pretensado parcial, a medida que el criterio de fisuración es más amplio (p. ej., anchura de fisuras de 0,2 mm), puede presentarse el caso de que el criterio de rotura sea más condicionante que el de fisuración (sección vano), lo cual era de esperar.
- Las soluciones en pretensado total y en pretensado parcial vienen diferenciadas asimismo por la importante disminución del valor $P_0 h$ (lo que supone un menor valor de P_0) para el caso del pretensado parcial, lo cual concuerda con los planteamientos teóricos conocidos.
- A través de estas figuras se puede elegir una solución (h. pretensado total o parcial) y definir los valores de h y P_0 h compatibles con la solución adoptada. Asimismo, este planteamiento permite señalar cuál es el estado límite que es condicionante para cada una de las secciones críticas.
- En el caso de pretensado total resulta muy claro, al superponer las figuras de ambas secciones, que se confirma la idoneidad de disponer una sola familia de tendones con $P_0 = 336$ t y siendo h = 1,02 m.

Una vez estudiada la pasarela en sus soluciones de hormigón pretensado total y pretensado parcial, cabe preguntarse: ¿Cómo es la solución en *hormigón armado ($P \equiv 0$)?* Es evidente que aquí se mantendrá la misma sección en cajón, aunque en la realidad pudiera variarse.

Ante el e.ℓ. último de agotamiento por solicitaciones normales, tenemos los resultados presentados en la tabla 4.6 y en las figs. 4.12 y 4.13. En su obtención se ha seguido el mismo planteamiento que el expuesto en la ecuación 3.1, si bien con el valor $P_0 = 0$. Por otro lado, en la determinación del momento último se emplea la ecuación 4.1 con $A_p = 0$.

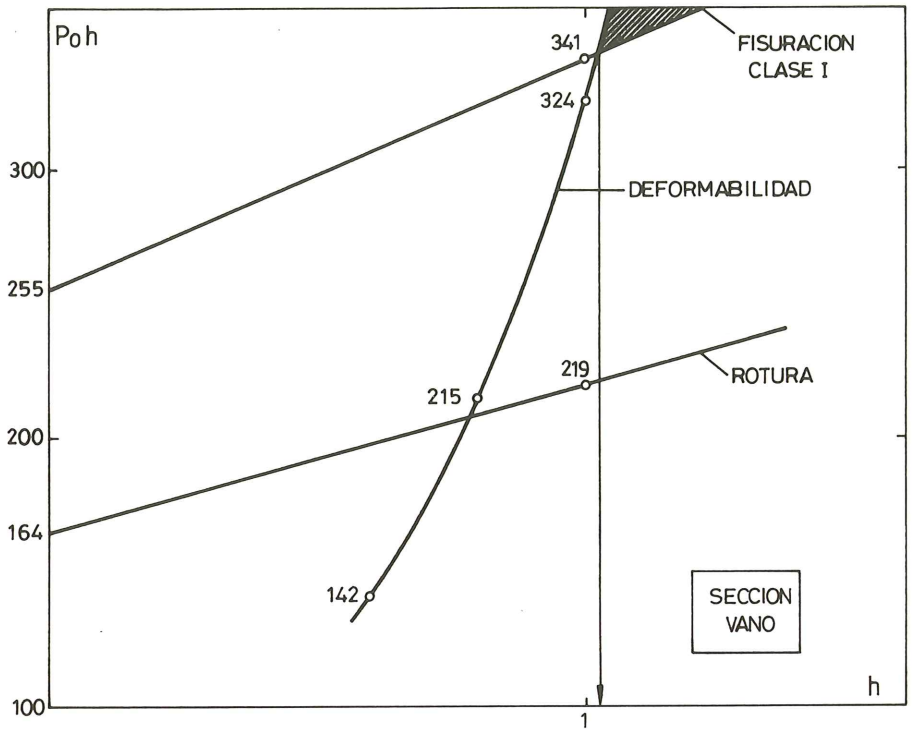


Fig. 4.8. Inecuaciones representativas de los distintos estados límites en pretensado total. Sección vano.

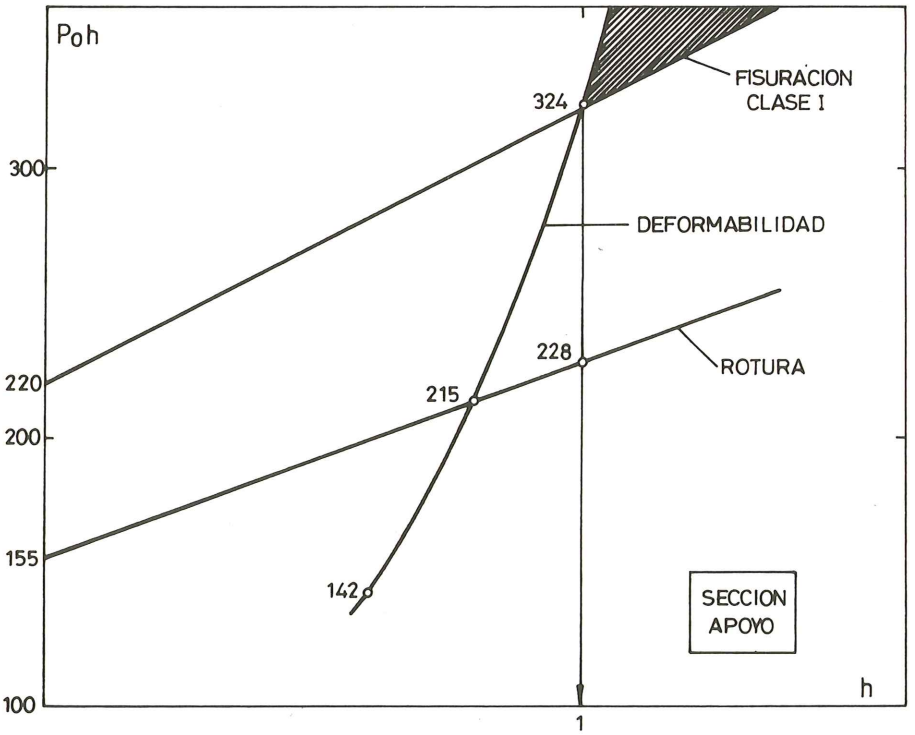


Fig. 4.9. Inecuaciones representativas de los distintos estados límites en pretensado total. Sección apoyo.

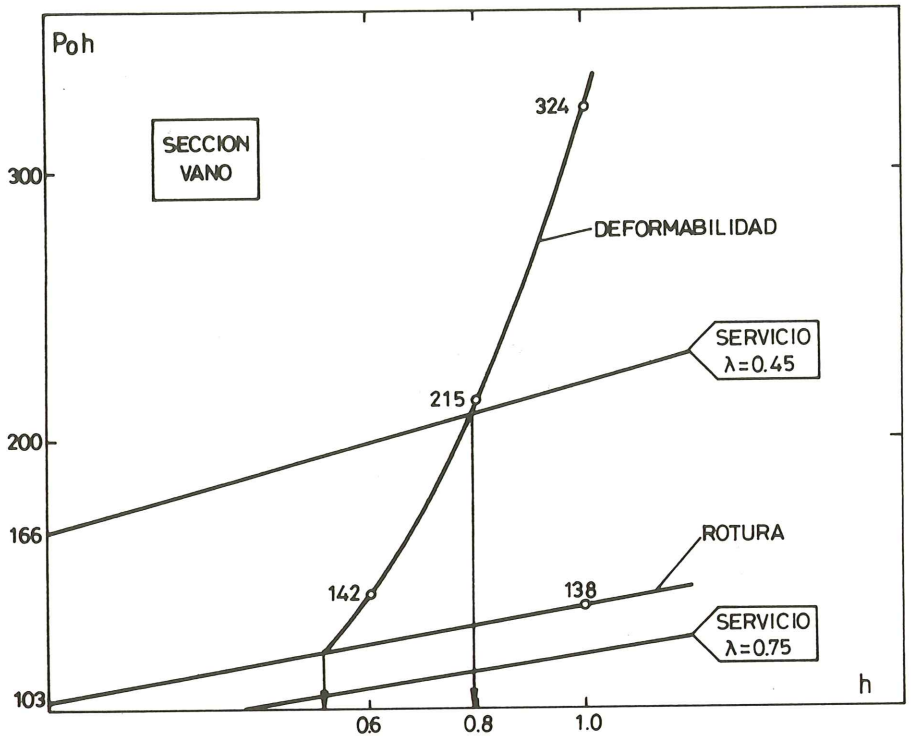


Fig. 4.10. Inecuaciones representativas de los distintos estados límites en pretensado parcial. Sección vano.

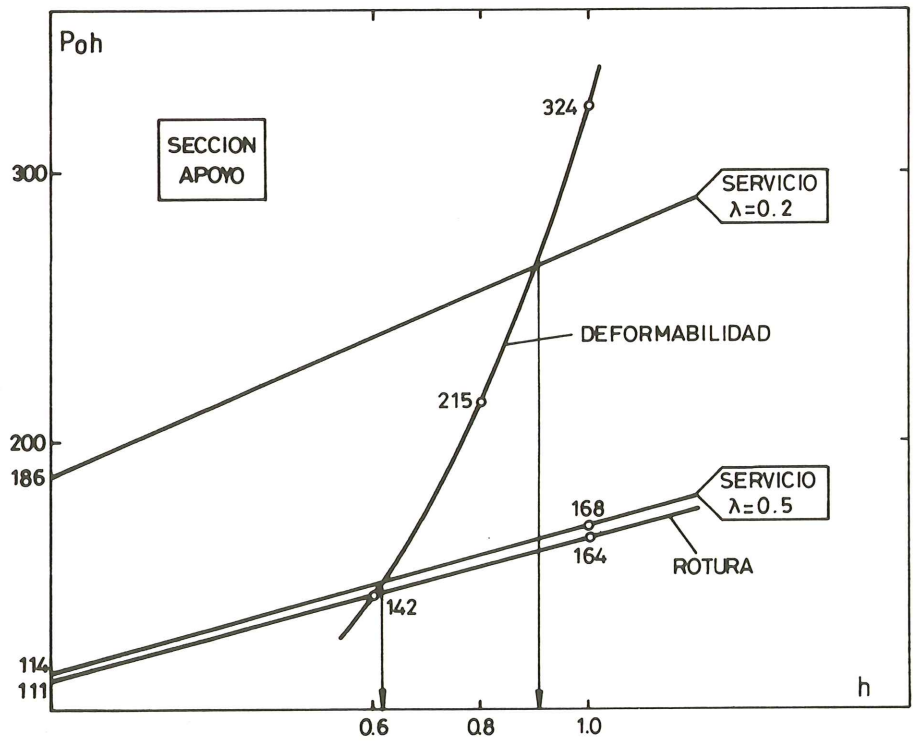


Fig. 4.11. Inecuaciones representativas de los distintos estados límites en pretensado parcial. Sección apoyo.

TABLA 4.6

Inecuaciones de comprobación e. ℓ. u. agotamiento frente a solicitaciones normales

$M_d \leqslant M_u$	VANO	APOYO
VACIO	$72 + 44\,h \leqslant 3{,}03 \times 10^4\, A_{sv}\, h$	$132 + 80\,h \leqslant 2{,}85 \times 10^4\, A_{sv}\, h$
SERVICIO	$131{,}2 + 44\,h \leqslant 3{,}03 \times 10^4\, A_{sA}\, h$	$172{,}3 + 80\,h \leqslant 2{,}85 \times 10^4\, A_{sA}\, h$

El tratamiento frente al e.ℓ. de fisuración es análogo al expuesto con anterioridad en las inecuaciones 4.5 y 4.7 correspondientes a clase II y III. Para su resolución se van a tomar las siguientes hipótesis:

- $\lambda_{fis.} \simeq 0{,}2$ en las secciones críticas, de acuerdo con los valores usuales en secciones de hormigón armado con la geometría dada.
- $\lambda_{anch.\ fis.}$: se deja variable entre 0,4 y 0,8 en las dos secciones en estudio (vano y apoyo).

Los resultados de aplicar las expresiones 4.5 y 4.7 en hormigón armado se presentan en las tablas 4.7 y 4.8 correspondientes a las secciones de vano y apoyo respectivamente. La representación gráfica de las mismas se hace en las figs. 4.12 y 4.13.

TABLA 4.7

Condiciones de fisuración y anchura de fisuras en la sección de vano

$M \leqslant \lambda M_u$	$\lambda = 0{,}2$	$\lambda = 0{,}4$	$\lambda = 0{,}6$	$\lambda = 0{,}8$
VACIO $45 + 27{,}5\,h \leqslant$	$0{,}61 \times 10^4\, A_{sv}\, h$	$1{,}21 \times 10^4\, A_{sv}\, h$	$1{,}82 \times 10^4\, A_{sv}\, h$	$2{,}42 \times 10^4\, A_{sv}\, h$
SERVICIO $82 + 27{,}5\,h \leqslant$				

TABLA 4.8

Condiciones de fisuración y anchura de fisuras en la sección de apoyo

$M \leqslant \lambda M_u$	$\lambda = 0{,}2$	$\lambda = 0{,}4$	$\lambda = 0{,}6$	$\lambda = 0{,}8$
VACIO $82{,}5 + 50\,h \leqslant$	$0{,}57 \times 10^4\, A_{sA}\, h$	$1{,}14 \times 10^4\, A_{sA}\, h$	$1{,}71 \times 10^4\, A_{sA}\, h$	$2{,}28 \times 10^4\, A_{sA}\, h$
SERVICIO $107{,}6 + 50\,h \leqslant$				

En la verificación del estado límite de deformación en hormigón armado se sigue el mismo planteamiento que el realizado con anterioridad, si bien en él se introducen algunos puntos diferenciadores. Así:

- Sólo se estudia la situación B.

– Se toma una inercia fisurada como un cierto porcentaje de la inercia bruta. Este porcentaje depende del tipo de sección y de la cuantía y se puede acotar con cierta precisión. En este caso tomaremos $I_{fis.} = 0{,}3\ I_{bruta}$.

Desarrollando las inecuaciones 4.9 y 4.10 en este caso, se obtienen las expresiones siguientes:

$$1425 + 864\ h \leqslant 0{,}3 \times \frac{20}{5} \times 10^4\ I_b\ (h) \tag{4.18}$$

$$1899 + 864\ h \leqslant 0{,}3 \times \frac{20}{3} \times 10^4\ I_b\ (h) \tag{4.19}$$

de las cuales, la más desfavorable es la debida a las cargas permanentes (expresión 4.18), que puede expresarse por:

$$492\ h^3 + 1675\ h^2 - 1411\ h - 1338 \geqslant 0 \tag{4.20}$$

lo cual implica $h \geqslant 1{,}15$ m.

De los resultados presentados en ls figs. 4.12 y 4.13 pueden deducirse algunos comentarios tales como:

– En función del criterio de fisuración que se imponga, el criterio de rotura es más condicionante que aquél. (P. ej., $\lambda = 0{,}8$ en secciones vano y apoyo). Este resultado, como es conocido, era de esperar.

– La metodología seguida para hormigón armado es la misma que para hormigón pretensado total o parcialmente, deduciéndose los cálculos, como se ha visto, de manera directa salvo ligeros ajustes.

Antes de concluir este apartado debe hacerse una observación muy importante. Hasta aquí sólo se han considerado criterios de dimensionamiento relativos a las condiciones que imponen diferentes estados límites. No obstante, como se indicó al principio, el proyectista emplea también otros criterios de proyecto no siempre cuantificables o de carácter universal; sin embargo, es posible añadir criterios económicos que optimicen el coste de la estructura de una manera bastante sencilla, en forma de condiciones adicionales en función de los mismos parámetros utilizados más arriba.

En este sentido puede decirse que existe una tendencia a que el canto óptimo por criterios económicos resulte menor que el mínimo que se deriva de los estados límites en el caso de hormigón pretensado total, mientras que, por el contrario, dicho valor óptimo sea mayor que el mínimo en el caso del hormigón armado. Eso significa que en el primer caso el canto más adecuado para dimensionar finalmente sería el mínimo (h = 1,02 m en nuestro ejemplo), en tanto que habría que dimensionar con el canto óptimo económico en el caso del hormigón armado.

5. CONCLUSIONES

Como conclusiones del presente artículo pueden presentarse las siguientes:

– En él se expone un tratamiento conjunto para el diseño de hormigón armado, hormigón pretensado parcial y hormigón pretensado total.

– Como resultado del planteamiento realizado se obtienen en las secciones críticas los parámetros principales a flexión: canto (h), fuerza de pretensado (P), armaduras ac-

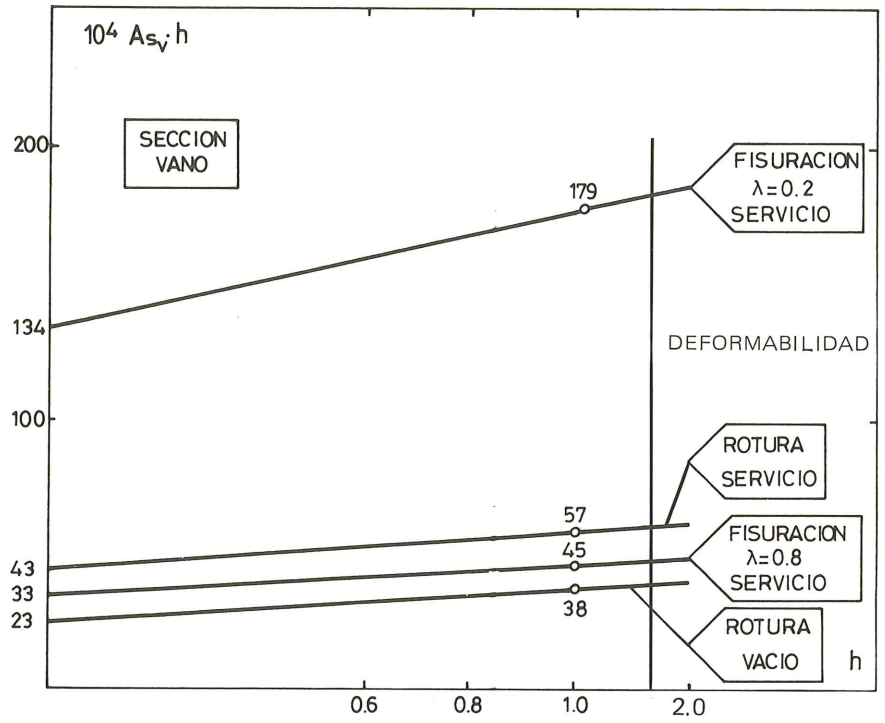


Fig. 4.12. Inecuaciones representativas de los distintos estados límites en hormigón armado. Sección vano.

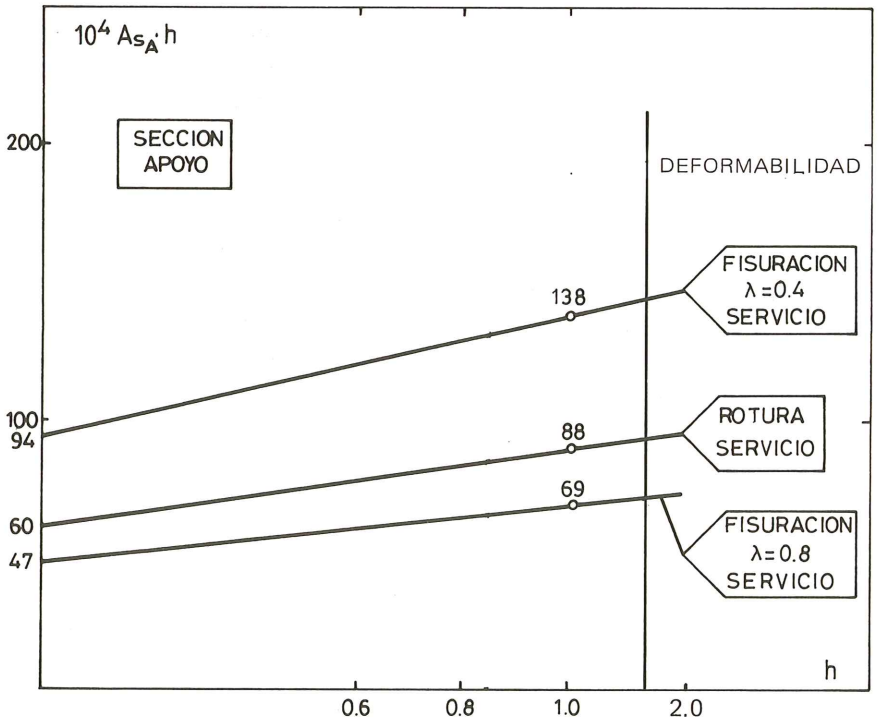


Fig. 4.13. Inecuaciones representativas de los distintos estados límites en hormigón armado. Sección apoyo.

tiva y pasiva (A_p y A_s). Y ello de una manera interactiva, lo que permite realizar un dimensionamiento más ajustado y, por tanto, más económico.

– Asimismo, este tratamiento da a conocer en la etapa de dimensionamiento, cuál es el estado límite más condicionante para cada una de las secciones críticas.

Así pues, con las secciones obtenidas en el estudio realizado se procede al dimensionamiento definitivo de la estructura empezando para cada sección con los estados límites más condicionantes, lo cual es un resultado del análisis previo.

Tal como se ha dicho, este artículo presenta las bases teóricas de un tratamiento conjunto, pero para su generalización de empleo desde un punto de vista práctico es necesaria la realización de estudios paramétricos que, partiendo de una geometría de la sección y unas cuantías de armadura, tanto activa como pasiva, permitan obtener los valores de los coeficientes λ representativos de los distintos estados límites de fisuración.

En la actualidad, una vez establecidas las bases teóricas para la determinación de estos coeficientes, se está iniciando el citado estudio paramétrico.

Por último, resulta evidente que el procedimiento aquí analizado es especialmente apto para su utilización en ordenador.

6. BIBLIOGRAFIA

(1) MURCIA, J. Planteamiento conjunto hormigón armado-hormigón pretensado y tendencias futuras de la normativa. Hormigón y Acero núm. 150. Madrid, 1984.

(2) FREYSSINET, E. Présentation général du concepte du béton précontraint. Annales ITBTP June 1949.

(3) ABELES, P.W. Fully and partially prestressed reinforced concrete. ACI Journal. Vol. 41, nº 3. January 1945.

(4) COMISION PERMANENTE DEL HORMIGON. Instrucción para el proyecto y la ejecución de obras de hormigón en masa y armado. EH-82 M.O.P.U. Madrid, 1982.

(5) COMISION PERMANENTE DEL HORMIGON. Instrucción para el proyecto y la ejecución de obras de hormigón pretensado. EP-80 M.O.P.U. Madrid, 1980.

(6) CEB-FIP. Código Modelo CEB-FIP para estructuras de hormigón. 1978. Edición en castellano por el I.E.T.c.c., C.S.I.C. Madrid, 1981.

(7) COHN, M.Z. Continuity in prestressed concrete. NATO-AR Workshop Partial Prestressing: From Theory to Practice. París, June 1984.

(8) MURCIA, J.; AGUADO, A.; MARI, A.: Towards a unified comprehensive system for the design of reinforced and prestressed concrete structures. 12th IABSE Congress. Vancouver, September 1984.

(9) M.O.P. Instrucción relativa a las acciones a considerar en el proyecto de puentes de carretera. M.O.P. Madrid, 1974.

(10) TORROJA, E. Determinación de esfuerzos en vigas rectas. Monografía núm. 100 del I.E.T. c.c. C.S.I.C. Madrid, 1968.

Segunda Conferencia Internacional sobre Puentes de hasta 150 metros de luz

La Sociedad Canadiense de Ingeniería Civil ha programado para los días 17 a 21 de agosto de 1986, en Otawa (Canadá), una Conferencia Internacional con el objeto de difundir la más completa y actualizada información sobre los últimos avances en la práctica de la Ingeniería de Puentes, y proporcionar orientaciones sobre los futuros desarrollos previstos. El campo que se pretende cubrir es el de los puentes de luz pequeña y luz media (hasta 150 metros), tanto peatonales como para carretera y ferrocarril.

La relación de temas que serán abordados es la siguiente:

– Valoración y rehabilitación de puentes.– Proyecto y cálculo.– Conservación.– Normas para puentes.– Ensayos sobre modelo y a escala natural.– Construcción de puentes.– Desarrollo e investigación.– La estética del puente.– Revisión histórica de los puentes.

Las fechas fijadas en relación con la presentación de Comunicaciones son:

– Envío de resúmenes, con una extensión máxima de doscientas palabras, hasta el 1 de noviembre de 1985.

– El 15 de diciembre del 85, se notificará a los Autores si su trabajo ha sido aceptado.

– Los textos completos de las Comunicaciones admitidas deberán enviarse antes del 1 de marzo de 1986.

Los interesados deberán enviar el resumen de su trabajo a:

J.C. Beauchamp
Conference Chairman
Public Works Canada
Sir Charles Tupper Building
Riverside Drive
Ottawa, Ontario K1A OM2
CANADA

A esta misma dirección deberán dirigirse también todas las consultas o solicitudes de ampliación de información.

Estudio del comportamiento en el tiempo de estructuras de hormigón pretensado

Antonio R. Marí (*)
Sergio Carrascón (**)

1. INTRODUCCION

La existencia de deformaciones diferidas en el hormigón y la relajación del acero de pretensado pueden originar una evolución en el tiempo de los esfuerzos, desplazamientos, reacciones, etc. en las estructuras de hormigón pretensado cuya evaluación no siempre es fácil por una serie de factores entre los que destacan:

- Complejidad del comportamiento reológico del hormigón motivada por la existencia de retracción, fluencia, variaciones termohigrométricas, evolución en el tiempo de las propiedades mecánicas del hormigón, etc.
- Existencia del fenómeno de relajación en el acero de pretensado, estando sometido dicho material, frecuentemente, a un estado de deformación no constante.
- Heterogeneidad de la estructura, estando constituida por materiales de características reológicas claramente diferentes que en caso de existir adherencia trabajan conjuntamente.
- Posible existencia de fisuración de alguna parte de la estructura (más frecuente en hormigón armado) con la consiguiente anisotropía de comportamiento y redistribución de esfuerzos y tensiones a lo largo de la estructura.

La existencia de todos estos fenómenos hace que los planteamientos analíticos presenten una complejidad considerable, lo que limita su aplicación a casos relativamente sencillos. Así, la existencia de armaduras activa y pasiva en una estructura hiperestática con posible fisuración hace prácticamente inabordable el estudio en el tiempo de la misma por métodos analíticos (1) siendo necesaria una solución numérica, discretizando la estructura y realizando un análisis paso a paso en el tiempo.

El objeto del presente estudio es describir un procedimiento numérico para el análisis en el tiempo de estructuras de hormigón armado y pretensado incluyendo los efectos estructurales de las deformaciones diferidas del hormigón, de la relajación del acero de pretensado y de la historia de cargas y temperaturas.

(*) Profesor Titular. Cátedra de Hormigón. E.T.S.I.C.C.P. Barcelona.
(**) Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos.

Esta comunicación constituye una continuación de la presentada por el mismo autor con el título de "Aplicación de los elementos finitos al análisis no lineal de pórticos tridimensionales de hormigón armado y pretensado". La división en dos partes se ha debido, obviamente, a razones de limitación de espacio y tiempo de exposición. Asímismo hay que subrayar que el presente trabajo está basado en numerosas investigaciones llevadas a cabo con anterioridad (referencias 2, 4, 6, 12, 14, 15 y 16) y que la aportación del mismo consiste, por una parte, en una ordenación de ideas con el fin de difundir en el ámbito español los trabajos realizados hasta el momento en el tema y por otra parte en la aplicación de tales teorías a la evaluación de los efectos estructurales de las deformaciones diferidas de acuerdo con la normativa Española.

2. DEFORMACIONES DEL HORMIGON

2.1. Introducción

Una hipótesis fundamental para el desarrollo de la presente formulación es que la deformación uniaxial total del hormigón en un instante t está compuesta por las siguientes contribuciones:

$$\epsilon(t) = \epsilon^{m}(t) + \epsilon^{nm}(t) \tag{1}$$

donde $\epsilon(t)$ es la deformación total del hormigón.

$\epsilon^{m}(t)$ es la deformación mecánica del hormigón (o causada por cargas instantáneas) y constituye la variable independiente en la relación tensión - deformación $\sigma = f(\epsilon^{m}(t))$.

$\epsilon^{nm}(t)$ es la deformación no mecánica, consistente en:

$$\epsilon^{nm}(t) = \epsilon^{c}(t) + \epsilon^{s}(t) + \epsilon^{a}(t) + \epsilon^{t}(t) \tag{2}$$

$\epsilon^{c}(t) =$ es la deformación debida a la fluencia.
$\epsilon^{s}(t) =$ es la deformación debida a la retracción.
$\epsilon^{a}(t) =$ es una deformación debida al envejecimiento.
$\epsilon^{t}(t) =$ es la deformación térmica.

El significado de cada una de estas componentes, excepto de la deformación térmica, se presenta en la figura 1. En ella se muestra la deformación en el tiempo de una probeta cargada en unas ciertas condiciones ambientales.

La deformación mecánica en el momento de la carga es $\epsilon^{m}(t_0)$. Al cabo de un tiempo $t-t_0$, la deformación mecánica $\epsilon^{m}(t)$ es menor que la inicial. Esto es debido al aumento en el tiempo de la resistencia y módulo de deformación del hormigón. Este fenómeno se conoce como envejecimiento y la diferencia $\epsilon^{m}(t_0) - \epsilon^{m}(t)$ la denominamos deformación por envejecimiento $\epsilon^{a}(t)$.

En la misma figura se muestran las deformaciones por fluencia $\epsilon^{c}(t)$ y retracción $\epsilon^{s}(t)$.

En este estudio, el dominio del tiempo se divide en un número discreto de intervalos de tiempo, cada uno de los cuales puede ser de longitud distinta. Las uniones entre intervalos se denominan escalones de tiempo. Se realiza una integración paso a paso en el tiempo, añadiendo los resultados obtenidos para cada escalón de tiempo sobre los anteriores, partiendo del primer escalón hasta la solución final.

El cálculo de las tensiones y deformaciones en un escalón de tiempo t_n se obtiene de la siguiente manera:

1. – La deformación total en el instante t_n se obtiene acumulando el incremento de deformación total $\Delta\epsilon_n$ (que como luego veremos es obtenido del análisis estructural) producido durante el intervalo de tiempo de t_{n-1} a t_n, a la deformación total ϵ_{n-1} en el instante t_{n-1}.

$$\epsilon_n = \epsilon_{n-1} + \Delta\epsilon_n \tag{3}$$

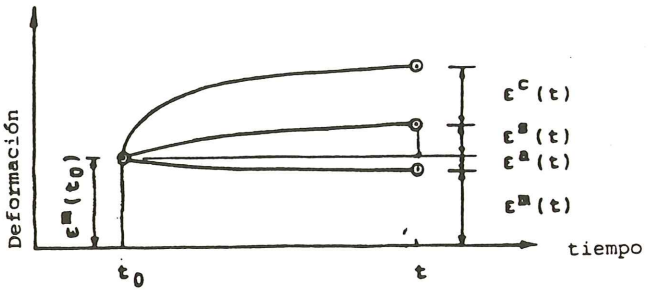


Fig. 1. Componentes de la deformación del hormigón.

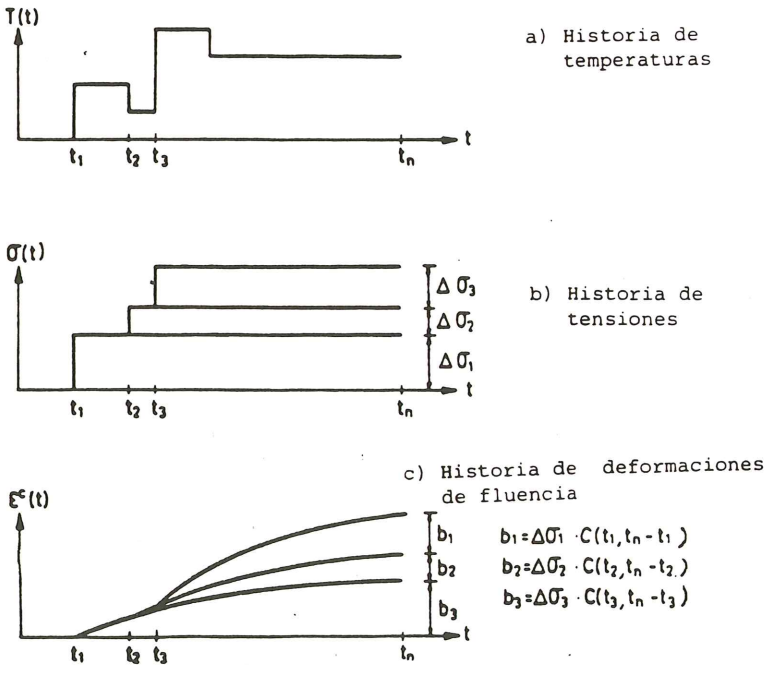


Fig. 2. Superposición de la deformación de fluencia.

2. – El incremento de deformación no mecánica $\Delta\epsilon_n^{nm}$ ocurrido entre los escalones t_{n-1} y t_n se obtiene sumando las contribuciones debidas a fluencia, retracción, envejecimiento y temperatura.

$$\Delta\epsilon_n^{nm} = \Delta\epsilon_n^c + \Delta\epsilon_n^s + \Delta\epsilon_n^a + \Delta\epsilon_n^t \tag{4}$$

3. – La deformación no mecánica total en el instante t_n se obtiene acumulando el incremento $\Delta\epsilon^{nm}$ debido al intervalo t_{n-1} a t_n sobre el total anterior.

$$\epsilon_n^{nm} = \epsilon_{n-1}^{nm} + \Delta\epsilon_n^{nm} \tag{5}$$

4. – La deformación mecánica ϵ_n^m en el instante t_n se obtiene deduciendo de la deformación total ϵ_n la no mecánica ϵ_n^{nm}.

$$\epsilon_n^m = \epsilon_n - \epsilon_n^{nm} \tag{6}$$

5. – La tensión en el instante t_n se obtiene entonces de la curva tensión-deformación correspondiente al instante t_n.

$$\sigma_n = f_n(\epsilon_n^m) \tag{7}$$

2.2. Tratamiento matemático de la fluencia

La fluencia, o conjunto de deformaciones tensionales diferidas del hormigón depende de numerosos factores como son el nivel de tensión aplicada, la edad del hormigón en el instante de la puesta en carga y duración de la misma, humedad y temperatura ambientes, forma de la pieza, composición del hormigón, tipo de cemento, relación agua-cemento utilizada y otros. En definitiva todos aquellos factores que afectan al intercambio hidráulico entre hormigón y medio ambiente. Para el tratamiento matemático de la fluencia se suele hacer la hipótesis de linealidad entre tensiones y deformaciones diferidas, expresada por la ecuación

$$\epsilon(t) = \frac{\sigma(t_o)}{E(t_o)} \times c(t, t_o) = \sigma(t_o)\left[\frac{1}{E(t_o)} + \phi(t, t_o)\right] = \frac{\sigma(t_o)}{E(t_o)} + \epsilon^c(t, t_o) \tag{8}$$

donde:

$\epsilon(t)$ es la deformación total en el instante de medida t

$\sigma(t_0)$ es la tensión aplicada en el instante t_0

$E(t_0)$ es el módulo de deformación longitudinal del hormigón en el instante de la carga, t_0

$c(t,t_0)$ es una función que depende del tiempo de medida (t) y del instante de carga t_0. Esta es la constante de proporcionalidad entre las tensiones y deformaciones totales.

$\phi(t,t_0)$ Es la función de fluencia o constante de proporcionalidad entre las tensiones y las deformaciones diferidas.

Otra hipótesis clásicamente realizada es la superposición de efectos, en un mismo instante, producido por causas actuantes en diversos momentos. Este principio de superposición de Boltzmann puede expresarse matemáticamente así:

$$\begin{aligned}\epsilon_c(t) &= \epsilon_c(t,t_0) + \epsilon_c(t,t_1) + \epsilon_c(t,t_2) + \ldots + \epsilon_c(t,t_n) = \\ &= \sigma(t_0) \times \phi(t, t_0) + \sum_{i=1}^{n} \Delta\sigma(t_i) \times \phi(t, t_i)\end{aligned} \tag{9}$$

donde:

$\epsilon_c(t)$ es la fluencia total producida en el instante t

$\epsilon_c(t,t_i)$ es la fluencia producida en el instante t por los incrementos de carga aplicados en los instantes t_i

$\phi(t,t_0)$ es el valor de la función de fluencia en el instante t para una carga aplicada en t_0

$\phi(t,t_i)$ es el valor de la función de fluencia en el instante t para una carga aplicada en el instante t_i

$\sigma(t_0)$ es la tensión inicial aplicada ($t = t_0$).

La figura 2 describe gráficamente el principio de superposición de Boltzmann. La utilidad de esta hipótesis es enorme, teniendo en cuenta que las tensiones normalmente no se mantienen constantes a lo largo del tiempo y de esta forma se permite superponer los efectos de los distintos escalones o variaciones (Piénsese por ejemplo en la fuerza de pretensado). Si la variación de tensión con el tiempo es contínua, el principio de superposición puede expresarse en forma integral:

$$\epsilon_c(t) = \sigma(t_0) \times \phi(t, t_0) + \int_{t_0}^{t} \frac{\partial \sigma(\tau)}{\partial \tau} \phi(t, \tau)\, d\tau \qquad (10)$$

Utilizando esta formulación integral puede observarse que para la obtención de la deformación en el instante t se necesita conocer toda la historia de tensiones, por lo que el esfuerzo de cálculo y la capacidad de almacenamiento necesarios en el proceso de solución pueden ser excesivos. Por esta razón frecuentemente es necesario utilizar expresiones analíticas para la fluencia que, representando de forma rigurosa resultados experimentales o empíricos resuelvan este problema.

En este estudio se utiliza una formulación numérica desarrollada por Kabir (2) para la evaluación de la deformación por fluencia teniendo en cuenta la edad del hormigón en el momento de la puesta en carga.

La función de fluencia $\phi(t,t-\tau)$ adoptada consiste en una serie de Dirichlet de m términos, originalmente propuesta por Zienckiewicz y Watson (19)

$$\phi(t, t-\tau) = \sum_{i=1}^{m} a_i(\tau) \left| 1 - e^{-\lambda_i (t - \tau)} \right| \qquad (11)$$

donde:

$a_i(\tau)$ son parámetros de envejecimiento que dependen de la edad τ del hormigón en el instante de la carga.

λ_i son coeficientes que gobiernan la forma de la función decreciente

m número de términos de la serie.

La obtención de estos parámetros se realiza mediante un ajuste por mínimos cuadrados a datos experimentales o procedentes de fórmulas aproximadas, tal como se describe posteriormente.

La gran ventaja que tiene la utilización de una serie de Dirichlet como función de fluencia es, como vamos a ver a continuación, la independencia, en un proceso paso a paso, de la historia de cargas. Efectivamente, consideremos un proceso incremental en el tiempo en el que se desea conocer el incremento de deformación por fluencia, $\Delta \epsilon_n^c$ producido en el intervalo que va de los escalones t_{n-1} a t_n.

Para ello utilizaremos las siguientes definiciones:

$$\begin{aligned} \Delta t_n &= t_n - t_{n-1} \\ \Delta \sigma_n &= \sigma_n - \sigma_{n-1} = \sigma\,(t_n) - \sigma\,(t_{n-1}) \\ \Delta \epsilon^c_n &= \epsilon^c_n - \epsilon^c_{n-1} = \epsilon^c(t_n) - \epsilon^c\,(t_{n-1}) \end{aligned} \tag{12}$$

La deformación total por fluencia en su escalón de tiempo t_n vale:

$$\epsilon^c_n = \Delta\,\sigma_1 \;x\; \phi\,(t_1, t_n - t_1) + \Delta\,\sigma_2 \;x\; \phi\,(t_2, t_n - t_2) + \ldots + \Delta\sigma_{n-1} \;x\; \phi\,(t_{n-1}, t_n - t_{n-1}) \tag{13}$$

similarmente se obtiene la deformación por fluencia para el escalón t_{n-1}:

$$\epsilon^c_{n-1} = \Delta\,\sigma_1 \;x\; \phi\,(t_1, t_{n-1} - t_1) + \ldots + \Delta\,\sigma_{n-2} \;x\; \phi\,(t_{n-2}, t_{n-1} - t_{n-2}) \tag{14}$$

Sustituyendo la función $\phi\,(t_1, t\text{-}t_i)$ por su expresión (11) y combinando las ecuaciones 12, 13 y 14, se llega, tras un extenso desarrollo algebraico a unas relaciones recurrentes que proporcionan el valor del incremento de deformación por fluencia $\Delta\epsilon^c_n$ en el intervalo de t_{n-1} a t_n.

$$\Delta\,\epsilon^c_n = \sum_{i=1}^{m} A_{i,n}\,[1 - e^{-\lambda_i \cdot \Delta t_n}] \tag{15}$$

$$A_{i,n} = A_{i,n-1}\,[e^{-\lambda_i \cdot \Delta t_{n-1}}] + \Delta\,\sigma_{n-1} \cdot a_i\,(t_{n-1}) \tag{16}$$

$$A_{i,2} = \Delta\sigma_1 . a_i\,(t_1) \tag{17}$$

Observemos que para el cálculo de cada nuevo incremento de deformación se necesita únicamente el estado tensional del último escalón de tiempo y no de toda la historia tensional. Por lo tanto la presente formulación ahorra considerablemente la memoria y tiempo de ordenador necesarios, comparando con otras formulaciones que requieren el almacenamiento de parte o toda la historia tensional y permite, por lo tanto, analizar de forma eficiente sistemas estructurales complejos.

2.3. Fluencia a altos niveles de tensión

La hipótesis de proporcionalidad entre tensión instántanea y deformación por fluencia puede considerarse correcta hasta un nivel de tensión aproximadamente del 40 por 100 de la resistencia del hormigón $f_{c,j}$ en el instante de la carga. Para niveles mayores de tensión la fluencia deja de ser proporcional a aquélla, aumentando en mayor proporción que la tensión. Para tener en cuenta este efecto no lineal se utiliza el concepto de tensión equivalente o eficaz, entendiéndose por tal la tensión que, según un criterio lineal produciría el mismo efecto que la tensión real. La tensión eficaz σ_e se obtiene multiplicando la tensión real por un factor amplificador cuya expresión viene dada por las ecuaciones:

$$\begin{aligned} \sigma_e &= \sigma && \text{si} && \sigma \leqslant r_1 \,.\, f_c \\ \sigma_e &= c_1\,\sigma + c_2\,f_c && \text{si} && r_1 \,.\, f_c \leqslant \sigma < f_c \\ \sigma_e &= r_2\,\sigma && \text{si} && \sigma = f_c \end{aligned} \tag{18}$$

donde r_1 es la relación tensión/resistencia hasta la cual la deformación por fluencia es proporcional a la tensión y r_2 es el factor amplificador cuando la tensión iguala a la resistencia f_c. Con los valores de r_1 y r_2 conocidos, los parámetros c_1 y c_2 pueden ser obtenidos mediante las ecuaciones siguientes:

$$c_1 = \frac{r_2 - r_1}{1 - r_1} \qquad c_2 = r_1 \, (1 - c_1) \tag{19}$$

La figura 3 muestra la relación entre la tensión equivalente σ_e y la real. Según Becker y Bresler (3) valores usuales para los parámetros de las expresiones anteriores son $r_1 = 0{,}35$ y $r_2 = 1{,}865$.

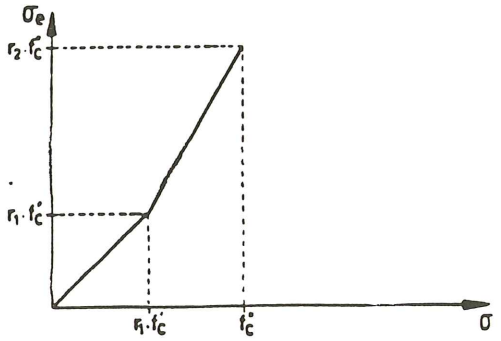


Fig. 3. Tensión eficaz σ_e en función de la tensión real para fluencia no lineal.

2.4. Determinación de los parámetros que definen la función de fluencia

Para caracterizar la función de fluencia adoptada en este estudio se necesitan los siguientes parámetros:

m — Número de términos de la serie.
$a_i(\tau)$ — Coeficientes de envejecimiento, función de la edad (τ).
λ_i — Coeficientes de retardo temporal.

El número de términos de la serie m depende, en principio, del espaciamiento de los escalones de tiempo y de la evolución de la fluencia en el tiempo. Los estudios realizados (4) concluyen que, en general, con tres términos (m = 3) se ajusta con suficiente aproximación a los resultados experimentales. Los mismos estudios, basados en los trabajos de Fröberg (5) demuestran que para los coeficientes λ_i se puede adoptar los valores $\lambda_i = 10^{-i}$, i = 1, 2, 3.

Entonces, para un valor dado de la edad en el instante de la carga τ y de la temperatura T necesita determinarse el valor de los parámetros $a_i(\tau)$, i = 1,2,3.

La obtención de tales parámetros puede realizarse mediante un ajuste por mínimos cuadrados a resultados procedentes de la experimentación o de curvas o expresiones empíricas tales como los proporcionados por las normativas (7, 8, 9 y 10).

En el primer caso se debe seguir el siguiente procedimiento: De los resultados experimentales se escogen una serie de valores discretos de la fluencia $\phi(t_0, t_i - t_0, T_0)$ correspondientes a una edad τ_0, a una temperatura T_0 y medidas en n instantes $t_1, t_2 \ldots t_n$. De esta forma se tiene un sistema simultáneo de ecuaciones

$$\begin{bmatrix} 1-e^{-\lambda_1 (t_1-\tau_0)} & 1-e^{-\lambda_2 (t_1-\tau_0)} & 1-e^{-\lambda_m (t_1-\tau_0)} \\ , & & \\ , & & \\ , & & \\ 1-e^{-\lambda_1 (t_n-\tau_0)} & 1-e^{-\lambda_2 (t_n-\tau_0)} & 1-e^{-\lambda_m (t_n-\tau_0)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1(\tau_0) \\ \\ \\ a_m(\tau_0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi(\tau_0, t_1-t_0, T_0) \\ \\ \\ \phi(\tau_0, t_n-t_0, T_0) \end{bmatrix} \quad (20)$$

$\underset{\sim}{A}_{n \times m}$ $\qquad$ $a_{m \times 1}$ $\qquad$ $c_{n \times 1}$

Se aplica el método de los mínimos cuadrados para resolver este sistema sobredeterminado y obtener valores de $a_1(\tau_0)$

$$\underset{m \times n}{A^T} \times \underset{n \times m}{A} \times \underset{m \times 1}{a} = \underset{m \times n}{A^T} \times \underset{n \times 1}{C}$$

$$\underset{m \times m}{(A^T \times A)} \times \underset{m \times 1}{a} = \underset{m \times 1}{(A^T \times C)}$$

$$\underset{m \times 1}{a} = \underset{m \times m}{(A^T \times A)^{-1}} \times \underset{m \times 1}{(A^T \times C)}$$

(21)

Para otra edad τ_j se plantea el sistema correspondiente seleccionando los resultados convenientes de la experimentación, y así tantas veces como instantes de carga.

Si no se dispone de resultados experimentales se pueden utilizar curvas de la normativa (por ejemplo la española EH-82 cuya expresión analítica aproximada fue ajustada por F. del Pozo (11)). De esta forma lo que se haría sería evaluar la fluencia $\phi(t, t-\tau)$ a partir de dichas expresiones y entonces, mediante un ajuste por mínimos cuadrados obtener los parámetros $a_i(\tau)$.

Aunque parezca un proceso redundante (ajustar una serie de Dirichlet a una función analítica ya existente) conviene recalcar que la clave de la formulación para el análisis en el tiempo es, precisamente, la utilización de una serie de Dirichlet como función de fluencia.

2.5. Deformaciones de retracción, envejecimiento y térmicas

La retracción es una deformación atensional de contracción del hormigón muy ligada a fenómenos físico-químicos relacionados con el agua, que en parte hidrata los componentes del cemento y en parte queda libre dentro de la masa. La retracción se manifiesta fundamentalmente durante el tiempo de fraguado y primer endurecimiento y en su cuantía y evolución en el tiempo influyen la composición del hormigón, la forma y tamaño de la pieza, la temperatura ambiente y el tiempo transcurrido desde la puesta en obra según una curva creciente asintótica. Para la evaluación de la retracción, aparte de los posibles resultados experimentales, existen curvas proporcionadas por las normativas y de relativamente fácil expresión analítica.

Para tener en cuenta la influencia de variación en el tiempo de las propiedades mecánicas del hormigón se utiliza el concepto de deformación por envejecimiento, la cual se define como la disminución en la deformación mecánica en el tiempo debida al envejecimiento

del hormigón. Para obtener el incremento de deformación por envejecimiento entre los escalones de tiempo t_{n-1} y t_n, ($\Delta \epsilon_n^a$), suponiendo que la tensión permanece constante y de valor σ_{n-1}, se procede así:

$$\Delta \epsilon_n^a = g_{n-1}(\sigma_{n-1}) - g_n(\sigma_n) \tag{22}$$

donde los subíndices n-1 y n representan escalones de tiempo y la función g es una función dependiente del tiempo para el cálculo de la deformación mecánica en términos de la tensión. Esta función puede expresarse así:

$$g(\sigma) = \epsilon^m = \frac{\sigma}{E_i} \qquad \text{en tracción} \tag{23}$$

$$g(\sigma) = \epsilon^m = \epsilon_0 (1 - \sqrt{1 - \sigma/f_{cd}}) \qquad \text{en compresión} \tag{24}$$

Las estructuras de hormigón están sometidas a cambios de temperatura durante su vida útil. Las tensiones inducidas por estas variaciones térmicas en estructuras hiperestáticas son a menudo importantes y pueden dañar las estructuras, por lo cual conviene incorporarlas al análisis como acciones a considerar.

La deformación térmica uniaxial puede expresarse así:

$$\epsilon^t = \alpha (T - T_0) = \alpha \Delta T \tag{25}$$

donde α es el coeficiente de dilatación térmica, el cual se considera independiente de la temperatura.

T_0 es la temperatura de referencia.
T es la temperatura en el instante considerado.

3. RELAJACION DEL ACERO DE PRETENSADO

La relajación de un acero se define como la pérdida de tensión en el tiempo cuando aquél está sometido a una deformación constante. La curva que representa el valor de la tensión a lo largo del tiempo, en un ensayo de relajación pura, puede ser aproximada por la siguiente expresión analítica según Magura, Sozen y Siess (14):

$$\frac{f_s}{f_{si}} = 1 - \frac{\log t}{10}\left(\frac{f_{si}}{f_y} - 0{,}55\right); \quad \frac{f_{si}}{f_y} \geqslant 0{,}55 \tag{26}$$

donde:

f_s es la tensión en el instante t
f_{si} es la tensión inicial
f_y es el límite elástico convencional
t es el tiempo en horas desde el tesado.

Esta expresión fue desarrollada en la condición de deformación constante. En la realidad, el acero de pretensado sufre variaciones en su estado de deformación, debidas por ejemplo a la fluencia y retracción del hormigón entre otras causas. Esta interacción debe ser tenida en cuenta para evaluar de una manera correcta los efectos estructurales de la relajación.

De entre los posibles procedimientos para tener en cuenta este fenómeno se ha utilizado el propuesto por Hernández y Gamble (15).

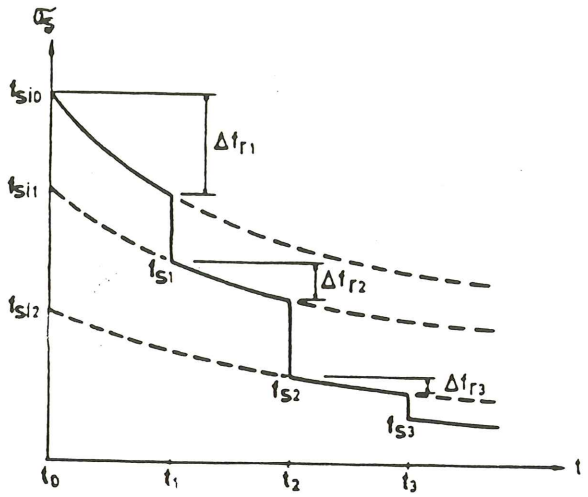


Fig. 4. Cálculo de la relajación de tensiones.

Considérese la figura 4. Sea f_{si_0} el valor de la tensión inicial aplicada en el instante t_0. En el instante t_1, además de la pérdida de tensión por relajación Δfr_1, la tensión disminuye hasta f_{s_1} debido a otras causas. Mediante la ecuación 26 es posible calcular una tensión inicial ficticia f_{si1} de tal forma que dicha tensión, aplicada en el instante t_0 se relajaría hasta f_{s_1} para el instante t_1. Entonces, utilizando esta tensión inicial ficticia f_{si1} es posible calcular la pérdida por relajación Δf_{r_2} correspondiente al intervalo t_1 a t_2. La pérdida Δf_{r_3} se calcularía similarmente tras obtener la tensión inicial ficticia f_{si_2} que se relajase hasta f_{s_2} en el instante t_2. Continuando este procedimiento, el valor de la relajación total en el instante t_n viene dado por:

$$f_{rn} = \sum_{i=1}^{n} \Delta f_{ri} \qquad (27)$$

4. ANALISIS ESTRUCTURAL EN EL TIEMPO

En los apartados anteriores hemos hablado del comportamiento de los materiales en el tiempo y del tratamiento matemático utilizado. Ahora bien, ¿cómo se articula este comportamiento con el análisis estructural? A ello vamos a tratar de responder en este apartado.

El modelo de análisis en el tiempo que se describe es aplicable a estructuras de cualquier forma, ya sean unidimensionales (pórticos) o bien placas, láminas, etc., siendo especialmente apto cuando se utiliza el método de los elementos finitos como método de análisis estructural.

La estructura se discretiza en una serie de elementos interconectados por nodos. Para considerar la variación de propiedades en un elemento de unos puntos a otros, se realiza una discretización del espesor de la estructura (en capas para placas, láminas y vigas sometidas a flexión recta, o en filamentos cuando puede haber flexión esviada) (figura 5). Cada capa o fibra, que es la unidad de superficie o volumen en el proceso de integración, se considera sometida a una tensión uniforme en su pequeño espesor.

Para la obtención de los efectos estructurales de las deformaciones no mecánicas del hormigón, conocidas a nivel fibra, se utiliza el concepto de deformación inicial (16). A través de este concepto y mediante la aplicación del principio de los trabajos virtuales, las deformaciones no mecánicas se transforman en un sistema de fuerzas exteriores ficticias equivalentes que producirían el mismo estado de deformaciones en el elemento.

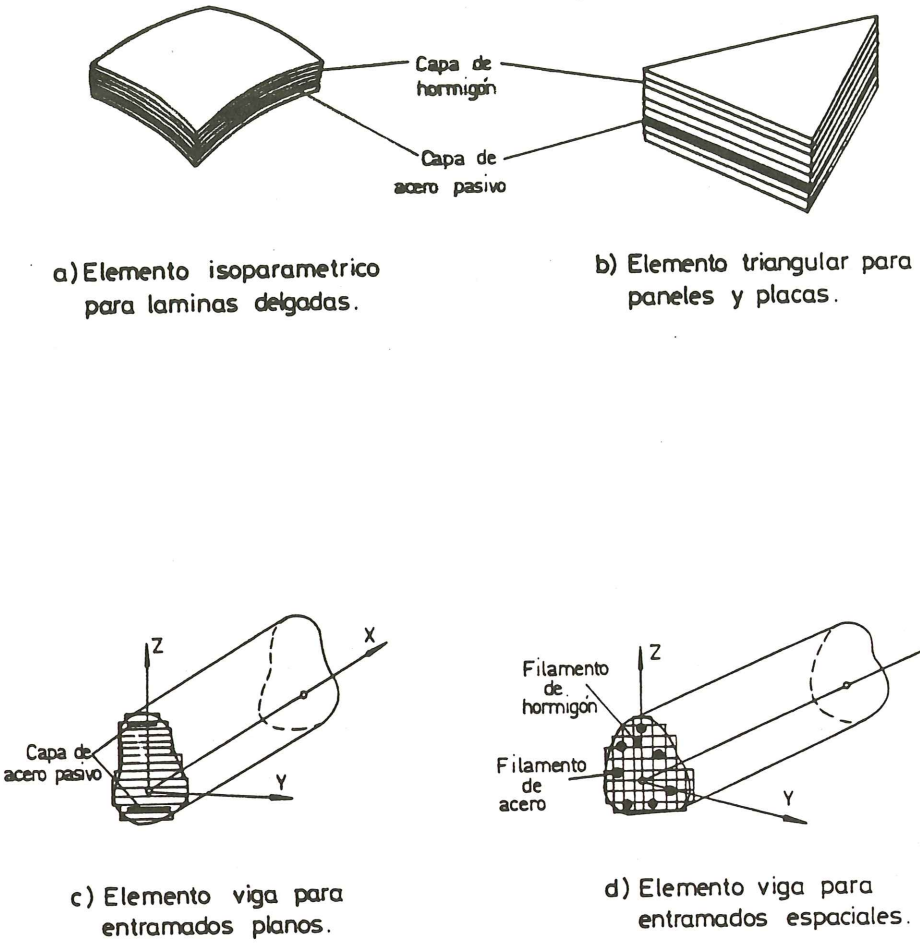


Fig. 5. Discretización de diversos tipos de elementos finitos de hormigón armado y pretensado.

El vector de fuerzas no mecánicas ΔR_n^{nm} producido en el intervalo de tiempo t_{n-1} a t_n por las deformaciones no mecánicas $\Delta \epsilon_n^{nm}$ es:

$$\underset{\sim}{\Delta R_n^{nm}} = \iiint_V \underset{\sim}{B^T} \cdot \underset{\sim}{D} \cdot \Delta \epsilon_n^{nm} \cdot dV \tag{28}$$

donde:

$\underset{\sim}{B^T}$ Es la matriz que relaciona las deformaciones con los desplazamientos (depende de las funciones de forma).

$\underset{\sim}{D}$ Es la matriz constitutiva del material que variará de unos puntos a otros en función del nivel de tensiones.

Este vector $\Delta \underset{\sim}{R_n^{nm}}$, junto con las cargas directamente aplicadas a la estructura en el instante t_n, $\underset{\sim}{\Delta R_n^{ext}}$, constituye el sistema de fuerzas exteriores actuantes en el escalón de tiempo t_n:

$$\underset{\sim}{\Delta R_n} = \underset{\sim}{\Delta R_n^{ext}} + \underset{\sim}{\Delta R_n^{nm}} \tag{29}$$

Como efecto de estas cargas, y mediante el análisis estructural, se obtienen los incrementos de los desplazamientos y de deformaciones de cada punto.

$$\Delta \underset{\sim}{R}_n = \underset{\sim}{K}_T \cdot \Delta \underset{\sim}{\delta}_n$$
$$\Delta \epsilon_n = \underset{\sim}{B} \cdot \Delta \underset{\sim}{\delta}_n$$

donde:

$\underset{\sim}{K}_T$ es la matriz de rigidez tangente de la estructura, en el instante t_n.

$\Delta \underset{\sim}{\delta}_n$ es el incremento de desplazamientos nodales bajo la acción de las cargas $\Delta \underset{\sim}{R}n$ aplicadas en el instante t_n.

$\Delta \epsilon_n$ es el incremento de deformaciones totales en un punto de la estructura, producido por la actuación de las cargas $\Delta \underset{\sim}{R}_n$.

Conocida $\Delta \epsilon_n$, y siguiendo el proceso descrito en el apartado 2.1 se obtiene la deformación total acumulada ϵ_n en el instante t_n, la deformación mecánica ϵ_n^m y de ahí la tensión σ_n en cada punto.

El efecto estructural de la relajación se incorpora modificando el vector de cargas equivalentes de pretensado para cada escalón de tiempo.

Dicho vector, que depende de la tensión del cable en cada punto, se verá modificado lógicamente si, debido a la relajación, se pierde tensión. El procedimiento utilizado para la obtención del vector de cargas equivalentes de pretensado viene descrito en las referencias 12 y 17. La variación de tensión de cada tramo del cable de pretensado, debido al efecto de la relajación, combinado con otras acciones (retracción, fluencia, cargas exteriores) se obtiene por el procedimiento descrito en el apartado 3 de este artículo.

Para la aplicación de este procedimiento paso a paso en el tiempo se hace la hipótesis de que las cargas exteriores se aplican sólo en los escalones de tiempo siendo, por tanto, constante la tensión en cada punto de la estructura durante cada intervalo.

El procedimiento de análisis en el tiempo puede ir combinado con un proceso incremental de análisis no lineal, iterativo o mixto ya que las deformaciones en el tiempo producidas en un intervalo se transforman en cargas exteriores que se aplican sobre la estructura al final de dicho intervalo y, por tanto, estamos ante un proceso de análisis instantáneo. Dicha carga total puede entonces aplicarse por escalones o en su totalidad, según la estrategia a seguir.

Las propiedades del hormigón varían con el tiempo, por lo cual es conveniente rehacer la matriz de rigidez estructural en cada escalón de tiempo. Por otra parte el nivel de cargas puede modificar la rigidez estructural debido a fenómenos como la fisuración y otras no linealidades. Todo ello se tiene en cuenta también a la hora de estudiar los efectos en el tiempo tanto en la obtención de la matriz tangente $\underset{\sim}{K}_T$ como en el cálculo del vector de fuerzas no mecánicas a través de la matriz del material $\underset{\sim}{D}$.

5. EJEMPLOS NUMERICOS

5.1. Deformación por fluencia de una probeta

El objeto de este ejemplo es mostrar el nivel de aproximación con que la función de fluencia utilizada en este trabajo puede ajustarse a un conjunto de datos experimentales o analíticos.

En este caso se trata de simular un ensayo de carga mantenida sobre una serie de probetas prismáticas de hormigón de sección cuadrada de 0.25 cm^2 y longitud 100 cm, cargadas a diversas edades. La resistencia característica del hormigón a los 28 días es $f_{c,28}$ = 250 Kp/cm^2 y el módulo de deformación longitudinal $E_{c,28}$ = 300.400 Kp/cm^2. Las condiciones de humedad y temperatura ambiente consideradas son las de tipo medio.

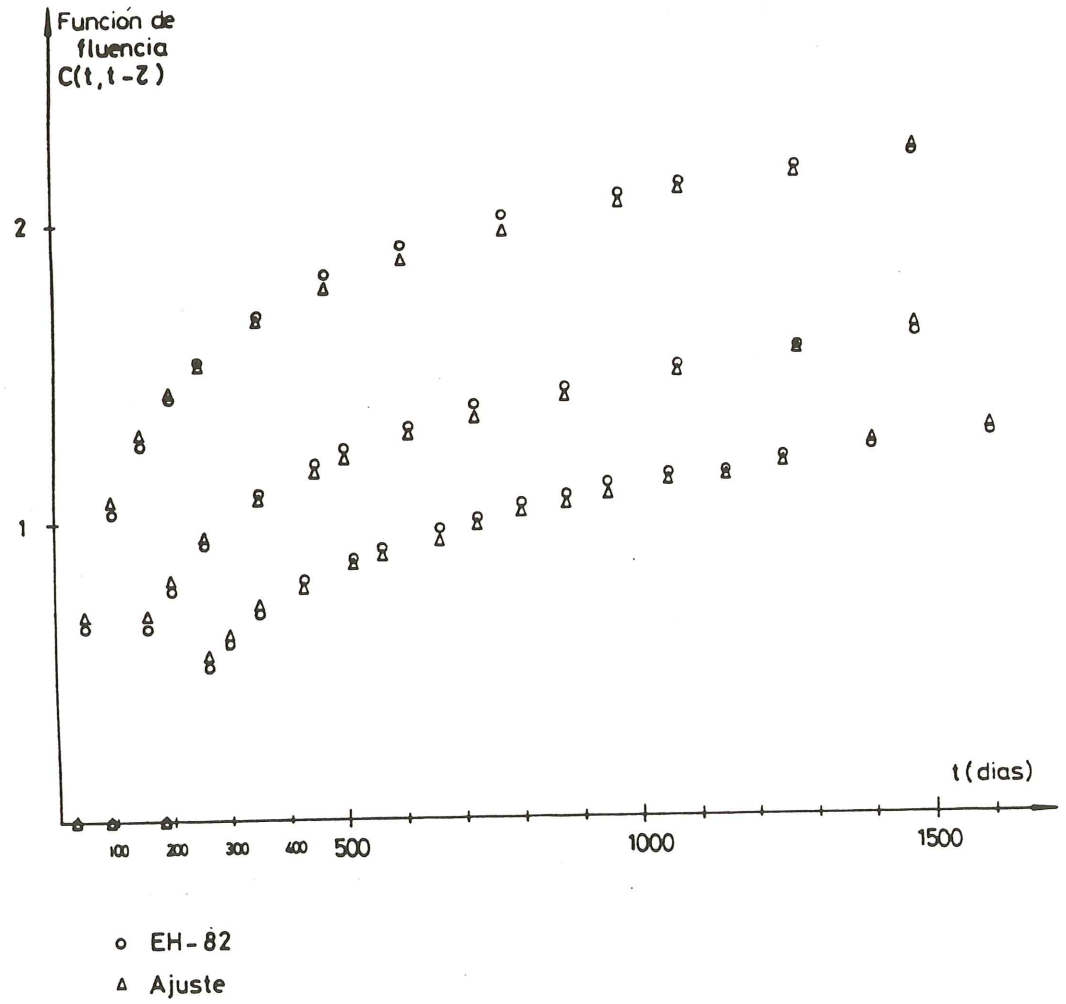


Fig. 6. Comparación de los valores de la función de fluencia obtenidos según la EH-82 y ajustando una serie de Dirichlet.

La figura 6 muestra el valor de la función de fluencia para diversos tiempos de medida t, cuando la probeta ha sido cargada a distintas edades, dando lugar a diferentes curvas. En cada caso se presentan las curvas proporcionadas por la normativa española EH-82 y las proporcionadas por la función de fluencia obtenidà tras ajustar a estos datos empíricos una serie de Dirichlet. Como puede observarse la precisión del ajuste es excelente excepto para pequeñas edades donde se cometen errores algo mayores. Ello es debido a que, quizás, sea necesario utilizar un número de términos superior a tres en estos casos para la serie de Dirichlet, dada la importante variación de la deformación en el tiempo.

En la tabla 1 se muestran los valores de los coeficientes $a_i(\tau)$, i = 1, 2,3, para cada instante de carga τ(en este caso τ_1 = 28 días, τ_2 = 90 días y τ_3 = 180 días).

TABLA 1

Valores de los coeficientes a_i (τ)

Edad de carga τ (días)	a_1 (τ)	a_2 (τ)	a_3 (τ)
28	0,558	0,8701	1,0587
90	0,3619	0,5224	0,9952
180	0,3025	0,3195	0,8812

5.2. Viga pretensada con armaduras postesas adherentes. Ensayos de Backendridge y Bugg (18,4)

De entre los treinta vigas postesadas ensayadas por Beckendridge y Bugg (18) bajo carga constante durante ocho años, analizaremos aquí una de ellas correspondiente a la serie de vigas con armadura adherente. Esta estructura fue analizada numéricamente por Kang (4) siguiendo el mismo procedimiento de análisis en el tiempo que el aquí descrito, aunque utilizando un elemento finito diferente, lo que puede explicar la ligera disparidad encontrada en los resultados.

La estructura analizada consiste en una viga de 42 pies (12.80 m) de longitud, biapoyada entre dos apoyos distantes 40 pies (12.19 m). La sección transversal de la viga es en doble T, macizandose hasta convertirse en una sección rectangular a 60.9 cm del apoyo.

El pretensado consiste en dos cables de acero de alta resistencia de 1,125 pulgadas (28,57 mm) de diámetro cada uno. Las características geométricas de la estructura analizada se muestran en la figura 7. Por simetría se analiza sólo media viga, dividiéndola en 10 elementos de diversas longitudes. Todas las secciones (rectangulares o en I) se dividen en 20 capas iguales de hormigón. Las 8 barras N^{o} 3 (Diámetro = 3/8 pulgadas = 9,525 mm) que constituyen el armado de la viga se modelizan en tres capas de acero pasivo. Los dos tendones de pretensado tienen un perfil curvo cerca de la región de apoyo y son rectos con excentricidad constante en el resto de la viga. Cada tendón se divide en 10 segmentos de pretensado. La numeración de los segmentos del primer tendón coincide con los elementos en los que están embebidos, y los del segundo van del 11 al 20, empezando por el extremo apoyado.

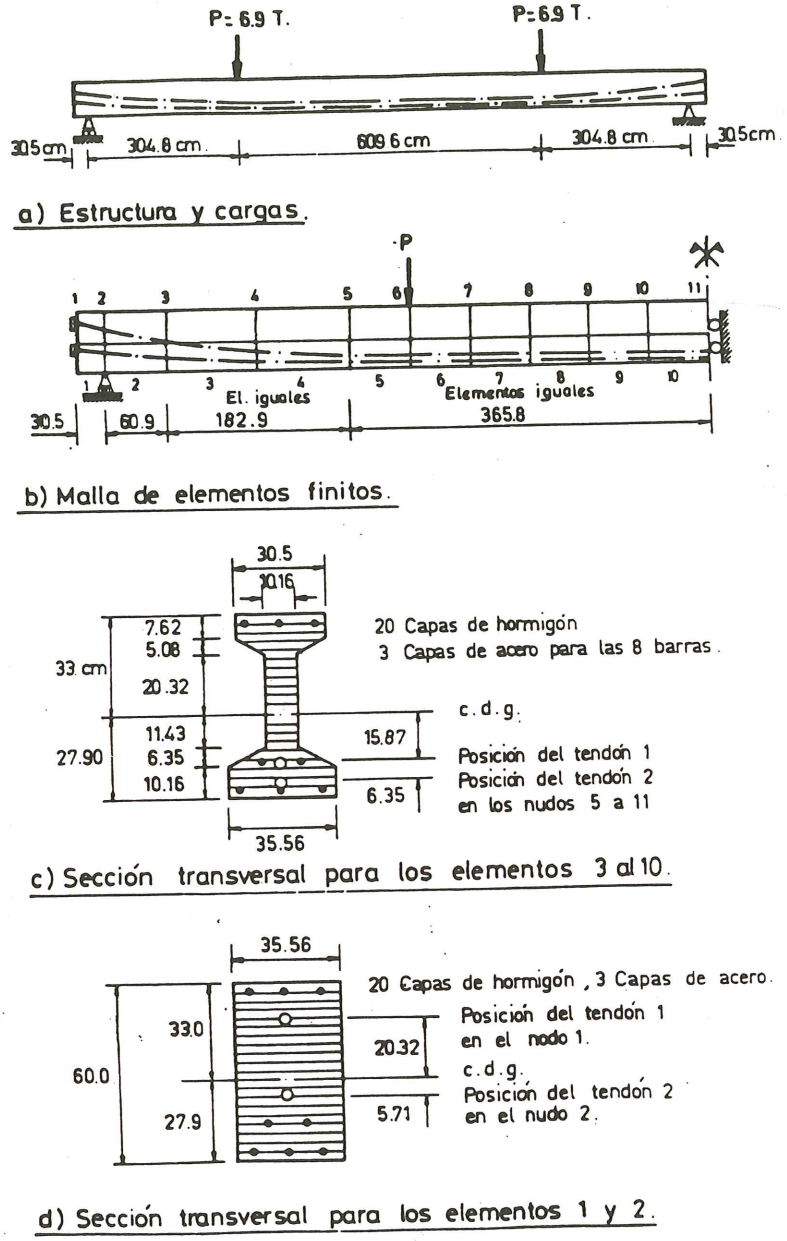


Fig. 7. Viga analizada. Ensayo de Breckenridge y Bugg.

Las propiedades del material utilizadas en el análisis se presentan en la figura 8. La variación de la resistencia a compresión y el módulo de deformación del hormigón fueron medidas en el ensayo. La resistencia a tracción se ha supuesto para el análisis.

Como no se dispone de los datos experimentales de la fluencia del hormigón, éstos se han obtenido a partir de las condiciones del ensayo utilizando las expresiones proporcionadas por la ACI (10). Las condiciones utilizadas son: Humedad 73 por 100, espesor mínimo de la pieza = 101.6 mm. Los valores de los coeficientes $a_i(\tau)$ correspondientes a las diversas edades del hormigón vienen expresados en la figura 8. La retracción se ha simulado mediante una función hiperbólica, siendo el valor asintótico adoptado, el obtenido experimentalmente para 3 años.

a) HORMIGON

Escalón de tiempo	t	$E_{cj}\cdot10^{-5}$ (Kp/cm²)	f_{cj} (Kp/cm²)	f_{c,t_j} (Kp/cm²)
1	0	2.37	358	42.2
2	7 D	2.41	386	44.3
3	14 D	2.46	407	45.0
4	21 D	2.48	422	46.4
5	1 M	2.50	428	46.6
6	2 M	2.52	443	47.1
7	4 M	2.55	450	47.8
8	8 M	2.63	485	49.2
9	1 A	2.67	500	49.9
10	2 A	2.72	513	50.6
11	3 A	2.77	520	51.3
12	5 A	2.90	534	52.0
13	7 A	2.99	548	52.7

t = tiempo transcurrido desde el tesado de la armadura postesa, realizado a los 8 días de la fabricación de la viga.

Coeficientes de fluencia a_i (1/Kp/cm²) para τ_0 = 8 días

$a_1 = 3.876 \times 10^{-6}$ $a_2 = 3.7272 \times 10^{-6}$ $a_3 = 2.3314 \times 10^{-6}$

Para $\tau \neq \tau_0$ se utiliza la expresión (Kang (4)):

$$a_i(\tau) = a_i(\tau_0) \cdot \frac{E(\tau_0)}{E(\tau)} \left(\frac{\tau}{\tau_0}\right)^{-0.118}, \quad i = 1,2,3$$

Retracción $\varepsilon^s(\tau) = \frac{\tau}{35 + \tau} \varepsilon^{su}$ $\varepsilon^{su} = 3.66 \times 10^{-4}$

b) ACERO PASIVO

f_y = 3163,5 Kp/cm² E_{su} = 0.16 ;

E_{s_1} = 2.04 × 10⁶ Kp/cm² E_{s_2} = 7.10³ Kp/cm²

Area de la capa (cm²)	Distancia al c.d.g (cm.)
2.13	28.7
1.42	-15.9
2.13	-23.6

c) ACERO DE PRETENSADO

Area de cada tendón = 6.413 cm²

Fuerza de pretensado P_0 = 44.678T. (σ_{p_0} = 6.967 Kp/cm²)

Coeficientes de rozamiento μ = 0.2 k = 0.001 rad/m.

f_y = 9.139 Kp/cm² (para relajación)

Puntos de la curva tensión-deformación

σ(Kp/cm²)	E	E(Kp/cm²)
7.750	0.0045	1.722 × 10⁶
9.159	0.006	9.393 × 10⁵
10.264	0.05	2.511 × 10⁵

La viga fue postesada a los ocho días después de su fabricación. El valor inicial de la fuerza de pretensado para cada tendón fue de 98,5 x 10^3 libras (44.68 Toneladas). El peso propio total de la viga es de 4.29 Toneladas. A los 14 días después de tensar los cables se aplicó la sobrecarga, consistente en dos fuerzas puntuales de P = 6.89 T aplicadas a 1/4 de la luz cada una.

El análisis se ha realizado hasta los 7 años después del tesado, utilizando 13 escalones de tiempo. Se han considerado 2 hipótesis de carga: sin sobrecarga exterior (OP) y con la sobrecarga antes mencionada (1. OP).

TABLA 2

Flecha en el centro del vano a lo largo del tiempo

Escalón de tiempo	t	Sin sobrecarga (cm.)	Con sobrecarga (cm.)
1	0	1,78	1,78
2	7 D	2,39	2,39
3	14 D	2,62	2,62
			–0,07
4	21 D	2,72	–1,07
5	1 M	2,79	–1,65
6	2 M	2,92	–2,23
7	4 M	3,05	–2,59
8	8 M	3,17	–2,92
9	1 A	3,20	–3,10
10	2 A	3,30	–3,27
11	3 A	3,32	–3,40
12	5 A	3,37	–3,50
13	7 A	3,40	–3,58

En la tabla 2 se resumen los resultados del análisis en términos de flecha en el centro del vano. La comparación de estos resultados con los experimentales se muestra en la figura 9. Sin la sobrecarga, la relación entre la flecha instantánea y la diferida a 7 años es de 1.96 en el experimento y 1.91 en el análisis.

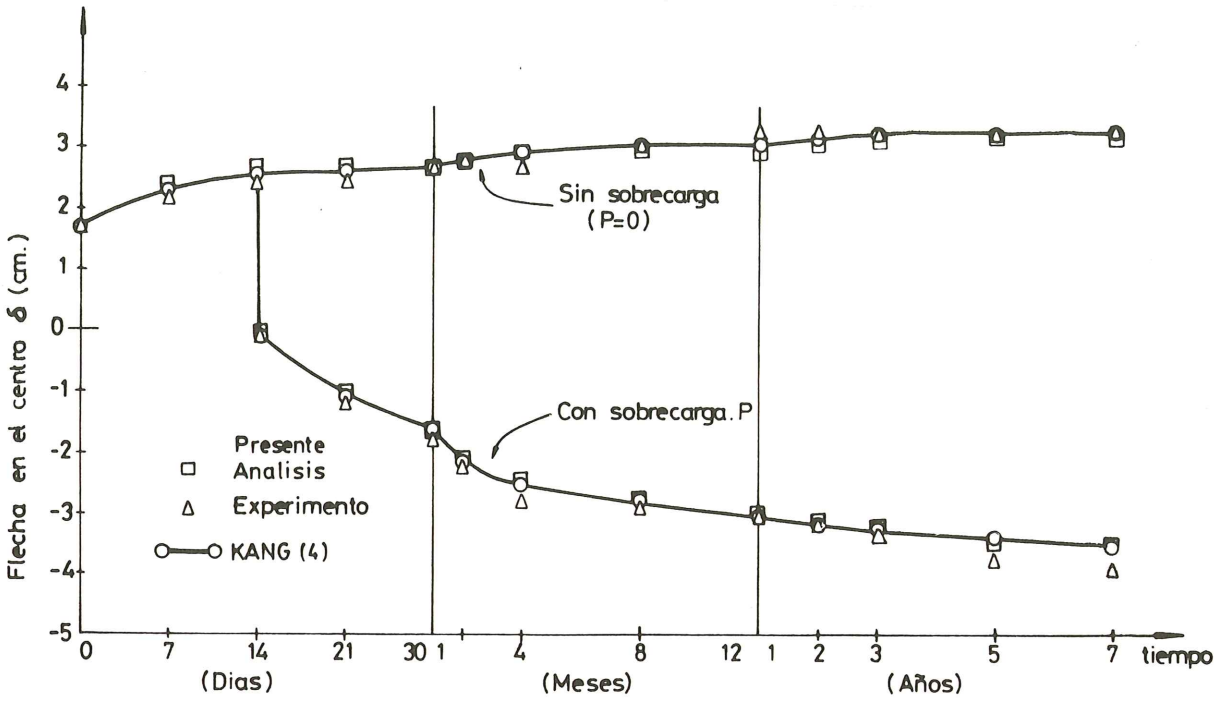


Fig. 9. Flecha en el centro a lo largo del tiempo. Comparación con resultados experimentales y numéricos.

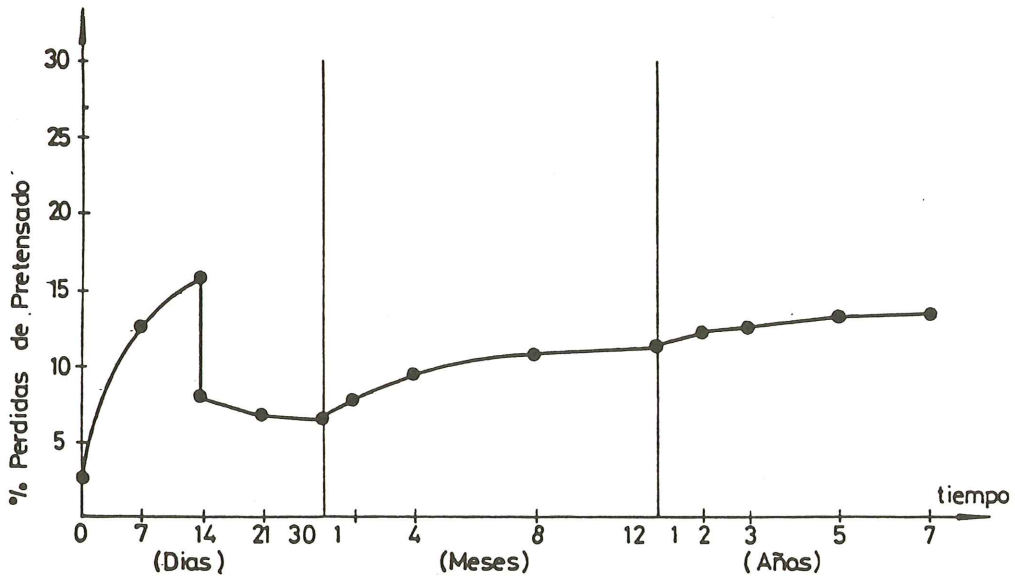


Fig. 10. Pérdidas de pretensado en el segmento 20 (tendón 2, elemento 10) actuando la sobrecarga.

En la figura 10 se muestra la pérdida de pretensado con el tiempo en el segmento 20 para el caso de sobrecarga = 1.OP. Se ha tenido en cuenta las pérdidas por rozamiento, utilizando los valores $\mu = 0.2$; $k = 2.5 \times 10^{-5}$ rad/pulgada $\cong 0.001$ rad/m.

Puede observarse que, debido a la aplicación de la sobrecarga a los 7 días hay un aumento de tensión en dicho segmento ya que se alarga debido a la flexión. El porcentaje final de pérdida de pretensado es del 13,8 por 100.

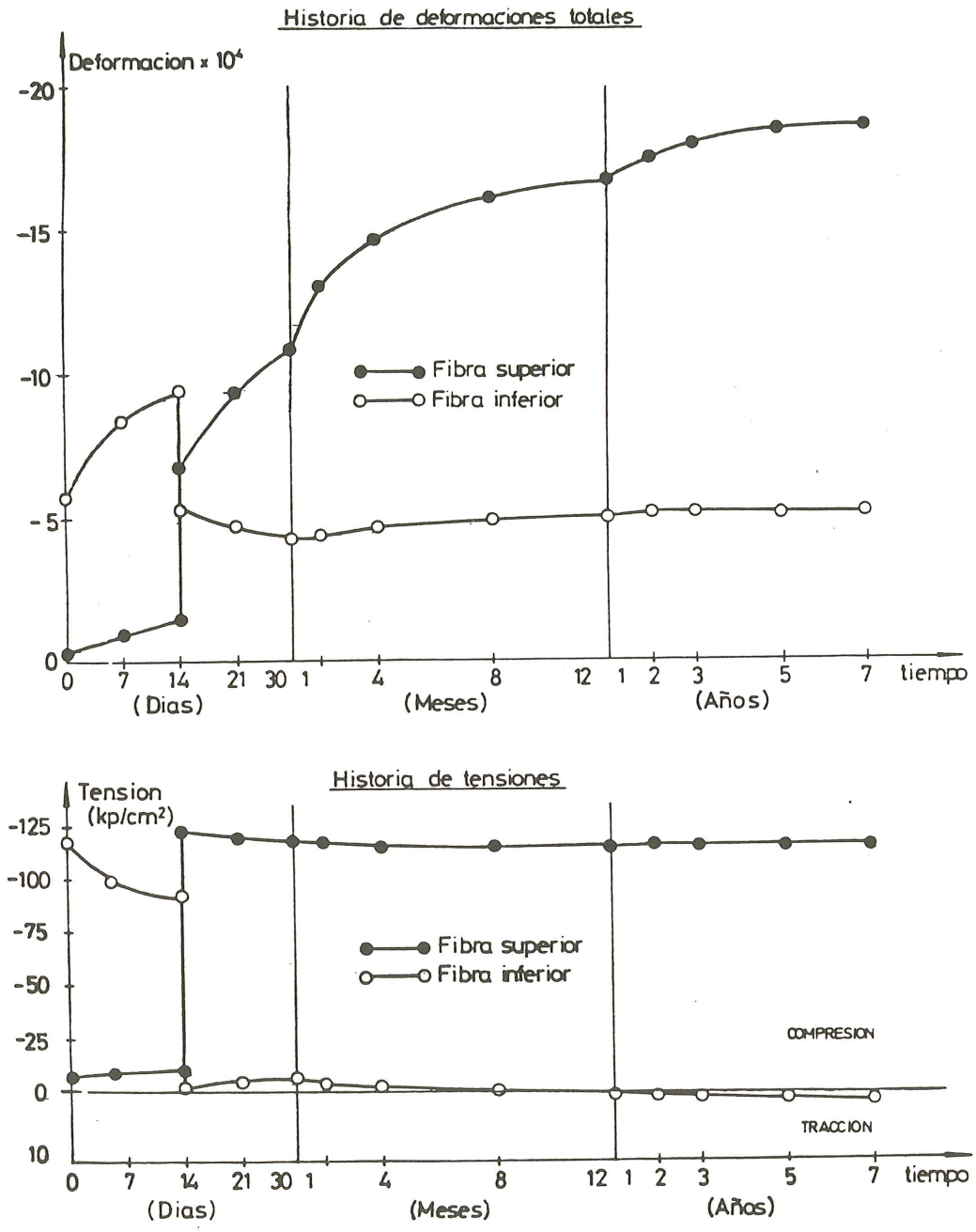


Fig. 11. Historia de deformaciones totales y tensiones en el centro del vano actuando la sobrecarga.

También se representa la historia de tensiones y deformaciones de las fibras superior e inferior en el centro de la luz para el caso de actuación de la sobrecarga. (Figura 11).

Cuando se aplica la sobrecarga, la flexión producida aumenta la deformación de compresión y la tensión en la fibra superior y disminuye las de la fibra inferior. Posteriormente las deformaciones aumentan con su mismo signo debido a la retracción y la fluencia. La deformación de la fibra superior sufre un considerable aumento, mientras que en la fibra inferior este aumento es prácticamente despreciable.

6. CONSIDERACIONES ADICIONALES. CAMPO DE APLICACION

El procedimiento numérico presentado para el análisis en el tiempo utiliza para modelar el comportamiento reológico del hormigón la función de fluencia. Por tanto este tratamiento es idóneo para el estudio de estructuras isostáticas e hiperestáticas, con o sin fisuración, sometidas a acciones directas (cargas). Sin embargo, cuando una estructura hiperestática está sometida a una deformación impuesta permanente y tiene lugar la fluencia, estamos ante un caso de relajación puesto que las deformaciones totales son constantes y lo que varía es el nivel de tensiones a lo largo del tiempo. En este caso el procedimiento basado en la función de fluencia sigue siendo válido, si bien el nivel de aproximación puede ser deficiente si se mantiene la hipótesis relativa al carácter constante de las tensiones a lo largo de un intervalo de tiempo. Para mantener esta hipótesis debería utilizarse un gran número de escalones de tiempo, con lo cual el procedimiento resulta antieconómico. Una buena solución, apuntada por Bazant (13) es la de considerar que el nivel de tensiones varia linealmente dentro de un intervalo de tiempo, con lo cual reduce enormemente el error cometido.

Una correcta formulación de este tipo de problemas es importante en casos en los que aparezcan asientos del terreno a lo largo del tiempo o bien en pilas de puentes empotradas a la cimentación y al dintel en las que debido a variaciones térmicas, fluencia y otras razones la pila se ve sometida a desplazamientos impuestos a lo largo del tiempo.

7. CONCLUSIONES

Se ha presentado un procedimiento numérico eficiente para el análisis en el tiempo de estructuras de hormigón armado y pretensado que tiene en cuenta la historia de cargas y temperaturas y los efectos estructurales de la retracción y fluencia del hormigón y la relajación del acero de pretensado.

La función de fluencia utilizada permite realizar el análisis paso a paso en el tiempo sin necesidad de almacenar toda la historia tensional en cada punto sino sólo algunas variables correspondientes al último escalón de carga.

La función de fluencia, consistente en una serie de Dirichlet se ha ajustado a la curva de desarrollo real de la fluencia del hormigón proporcionada por la Normativa Española, a través del procedimiento de mínimos cuadrados.

Se ha estudiado numéricamente el comportamiento en el tiempo de una estructura, comparando con resultados experimentales. De estos resultados y otros no presentados en esta comunicación puede concluirse que el método de análisis presentado puede predecir con buena aproximación el comportamiento en el tiempo de estructuras de hormigón pretensado sometidas a cargas a lo largo de su vida útil.

REFERENCIAS

1. MURCIA, J. "Estudio analítico en el tiempo de estructuras de hormigón armado y pretensado por retracción y fluencia. Monografía n° 363. Instituto Eduardo Torroja de la Construcción y del Cemento. Madrid, Diciembre 1980.
2. KABIR, A.F. "Nonlinear Analysis of Reinforced Concrete Panels, Slabs and Shells for Time-Dependent Effects". Ph. D. Dissertation. Division of Structural Engineering and Structural Mechanics. University of California at Berkeley. Diciembre 1976.
3. BECKER, J. y BRESLER, B. "FIRES-RC, A computer program for the Fire Response of Structures–Reinforced Concrete Frames". Report N°. UCB FRG 74-3. University of California, Berkeley, Agosto 1974.
4. KANG, Y. J. "Nonlinear Geometric, Material and Time Dependent Analysis of Reinforced and Prestressed Concrete Frames". Ph. D. Dissertation. Division of Structural Engineering and Structural Mechanics. University of California at Berkeley. Enero 1977.
5. FRÖBERG, C.E. "Introduction to Numerical Analysis". Addison Wesley Publishing Company. 1969.
6. SCORDELIS, A.C. "Analytical Models for Nonlinear Material, Geometric and Time Dependent Effects". Proceedings of the International Symposium in Nonlinearity and Continuity in Prestressed Concrete. University of Waterloo. Waterloo, Ontario, Canadá, Julio. 1983.
7. M.O.P.U. "EH-82. Instrucción para el proyecto y la ejecución de obras de hormigón en masa o armado". Comisión Permanente del Hormigón. Madrid. 1982.
8. M.O.P.U. "EP-80. Instrucción para el proyecto y la ejecución de obras de hormigón pretensado". Comisión permanente del Hormigón. Madrid. 1980.
9. COMITE EURO-INTERNATIONAL DU BETON. (C.E.B.). Bulletin d'Information n° 136 "Manuel de Calcul. Effects structuraux du fluage et des déformations differées". Julio. 1980.
10. ACI Committee 209. "Prediction of Creep, Shrinkage and Temperature Effects in Concrete Structures". Artículo SP27-3 en ACI Special Publication SP-27 "Designing for Effects of Creep, Shrinkage, Temperature in concrete Structures". Abril 1970.
11. DEL POZO, F. "Expresiones analíticas para evaluar la fluencia y retracción de acuerdo con la instrucción EH-80". Hormigón y Acero n° 144. X Asamblea ATEP. Noviembre 1981.
12. MARI, A., CHAN, E.C. y SCORDELIS, A.C. "Nonlinear Geometric, Material and Time Dependent Analysis of Three Dimensional Reinforced and Prestressed Concrete Frames". Proceedings Numerical Methods for Nonlinear Problems. Volumen 2. Ed. C. Taylor–E. Huston–D.R.J. Owen–E. Oñate. Barcelona. Abril 1984.
13. BAZANT, Z.P. y WITTMANN, F.H. "Creep and Shrinkage in Concrete Structures". John Wiley & Sons. 1982.
14. MAGURA, D.D., SOZEN, M.A. y SIESS, C.P. "A study of Stress Relaxation in Prestressing Reinforcement". PCI Journal. Vol. 9. N° 2. Abril 1964.
15. HERNANDEZ, H.D. y GAMBLE, W.L. "Time-Dependent Prestress Losses in Pretensioned Concrete Construction". Structural Research Series N° 417, Civil Engineering Studies, University of Illinois, Urbana, Mayo. 1975.
16. ZIENCKIEWICZ, O.C. "El método de los elementos finitos". Ed. Reverté, S.A., Barcelona. 1980.
17. MARI, A. "Aplicación de los Elementos Finitos al Análisis no lineal de pórticos tridimensionales de hormigón armado y pretensado". Comunicación XI Asamblea de la ATEP. Santander. Septiembre. 1984.
18. BRECKENRIDGE, R.A. y BUGG, S.L. "Effects of long time loads on Prestressed Concrete Beams". P.C.I. Jorunal. Diciembre 1964.
19. ZIENCKIEWICZ, O.C., WATSON, M. "Some Creep Effects in Stress Analysis with Particular Reference to Concrete Pressure Vessels". Nuclear Engineering and Design. 4, 406-412. 1966.

21.25.1.02.1986

SMOPyC'86

OP

UNICO SALON INTERNACIONAL EN ESPAÑA DE MAQUINARIA PARA OBRAS PUBLICAS Y CONSTRUCCION.

Dirección y Oficinas: PALACIO FERIAL
● Teléfono 976 / 35 81 50* ● Télex 58 185 FEMU E
● Apartado de Correos, 108 - E-50080. ZARAGOZA

SU PROXIMA CITA...

ZARAGOZA'86

Estudio del comportamiento de la estructura del edificio de control de la Central Nuclear de Ascó. Grupo II

(*) Antonio Aguado de Cea
(*) Antonio Marí Bernat
(**) Enrique Mirambell Arrizabalaga

1. INTRODUCCION

El avance experimentado durante las últimas décadas en el cálculo de estructuras, debido, en gran medida, a la aparición y desarrollo de los ordenadores digitales y, por otra parte, a la profundización en el conocimiento del comportamiento de los materiales, ha dado lugar al desarrollo de nuevos métodos de análisis no lineal (ANL) de estructuras tratando de simular, de una forma realista, el comportamiento estructural de éstas, en cualquier situación.

Diversas pueden ser las clasificaciones a realizar con los métodos de ANL (AGUADO, MURCIA (3), CAUVIN (11), COHN (15), etc.). Para un mejor encuadre de la presente comunicación, los métodos de ANL se han clasificado según tres grandes grupos, los cuales vienen recogidos, de forma esquemática, en la tabla 1. Estos son:

- Métodos simplificados (MS): En ellos se extrapola la teoría de cálculo plástico al análisis de estructuras de hormigón, concentrando rotaciones en las secciones críticas. En general, se utilizan diagramas momento rotación bilineales o trilineales.
- Métodos a nivel macroscópico (MMA): A partir de la teoría de cálculo matricial clásico, se desarrollan nuevos métodos que contemplan las características no lineales de los materiales. Estas vienen definidas, en general, en los tramos en los que puede dividirse cada barra, por diagramas momento - curvatura a nivel sección.
- Métodos a nivel microscópico (MMI): Utilizan normalmente la técnica de los elementos finitos, discretizando las barras de la estructura en elementos. Trabajan con diagramas tensión - deformación de los materiales y la respuesta estructural viene marcada por funciones de interpolación definidas previamente.

Los métodos encuadrados en el grupo MS son, históricamente, los primeros en desarrollarse. La utilización de tales métodos en el dimensionamiento de elementos sencillos puede ser adecuada, por ejemplo, en el dimensionamiento de forjados (Reglas BAEL 80 (8)). No obstante, su empleo en el análisis no resulta, en general, muy recomendable.

(*) Dr. Ingeniero de Caminos. Profesor Agregado
(**) Ingeniero de Caminos. Profesor Contratado.

Cátedra de Hormigón. E.T.S. Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos. Universidad Politécnica de Cataluña

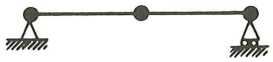
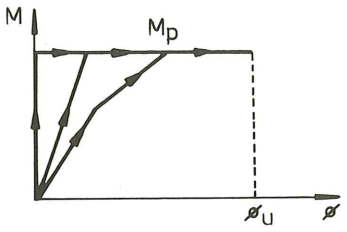
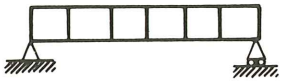
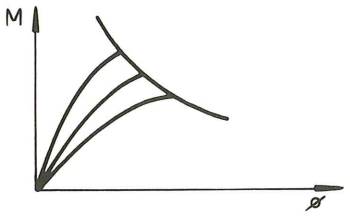
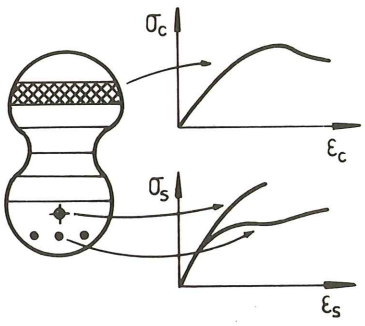
TIPO DE METODO	MODELO ELEMENTO ESTRUCTURAL	MODELO COMPORTAMIENTO MATERIAL
METODOS SIMPLIFICADOS (MS)		
METODOS A NIVEL MACROSCOPICO (MMA)		
METODOS A NIVEL MICROSCOPICO (MMI)		

Tabla N.º 1.- Clasificación de los métodos de ANL según el nivel de análisis.

Los métodos englobados en los grupos MMA y MMI permiten reflejar el comportamiento de la estructura con gran precisión. El empleo de los mismos en diseño, aún en desarrollo, puede hacerse a través de un proceso iterativo diseño - análisis o bien, mediante la inclusión de hipótesis derivadas de estudios paramétricos de las numerosas variables que influyen en el comportamiento y respuesta de las estructuras de hormigón.

En los últimos años, se han desarrollado en la Cátedra de Hormigón de la Escuela de Caminos de Barcelona diversos métodos de ANL que se encuadran en los grupos MMA y MMI, trabajando, en la actualidad, en su adaptación al diseño de estructuras de hormigón. Así, AGUADO, MURCIA, MARI (2), (19), CAROL, MURCIA (10), MIRAMBELL, MARI, AGUADO (23), han desarrollado métodos englobados en el grupo MMA, mientras que, por otra parte, MARI, CHAN, SCORDELIS (20) han trabajado en línea del grupo MMI.

En el marco definido, la presente comunicación tiene por objeto dar a conocer la aplicación del análisis no lineal al estudio del comportamiento de una estructura real de hormigón armado. En dicho estudio se ha utilizado un método de análisis encuadrado en el grupo de métodos a nivel macroscópico.

2. ANTECEDENTES Y DESCRIPCION DE LA ESTRUCTURA

La estructura objeto de estudio es la estructura interior del Edificio de Control de la Central Nuclear de Ascó, Grupo II. La misma está constituída por una estructura espacial de tipo reticular, formada por un entramado de pilares y vigas sobre las que se empotra una losa contínua de hormigón armado de 30 cm de espesor que constituye el forjado. La geometría, en planta, es rectangular (figura 1) y de análogas características en las cuatro alturas que conforman el edificio (8.1 m de altura de pilares en la primera planta y 7.5 m en las tres restantes). Estas losas están delimitadas en su contorno exterior por un muro perimetral de hormigón armado.

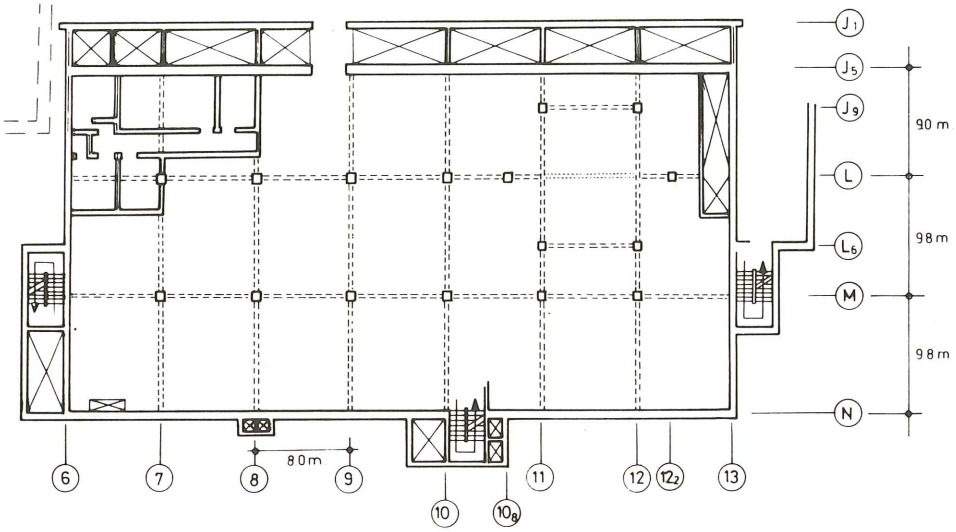


Fig. 1.- Geometría en planta de la estructura

La cimentación está constituída por zapatas aisladas para cada pilar interior y por zapatas contínuas para los muros perimetrales.

La estructura se asienta sobre un terreno constituído, principalmente, por margas expansivas. Ello dió lugar a que, al realizar las operaciones de excavación, se produjesen levantamientos en el terreno, los cuales fueron superiores a los previstos inicialmente en el proyecto.

La decisión de continuar la construcción del citado edificio vino acompañada de numerosos estudios que tenían como finalidad el contrastar y verificar las condiciones reales de la estructura con las condiciones de proyecto.

El cálculo lineal de la estructura interior frente a las distintas acciones, incluída la debida a los desplazamientos previstos del terreno, da lugar a esfuerzos de elevada magnitud y poco acordes con la realidad (el análisis no contemplaba las características no lineales de los materiales ni la pérdida de rigidez de las secciones debida a fisuración). Ello motivó la necesidad de llevar a cabo un análisis no lineal de la estructura para estudiar el comportamiento de ésta en cualquier situación.

Puesto que se trata del análisis de una estructura ya construída, éste se ha planteado partiendo de unas hipótesis lo más próximas a la realidad (características reales de los materiales, determinación de las cargas existentes, etc.).

3. BASES DE CALCULO

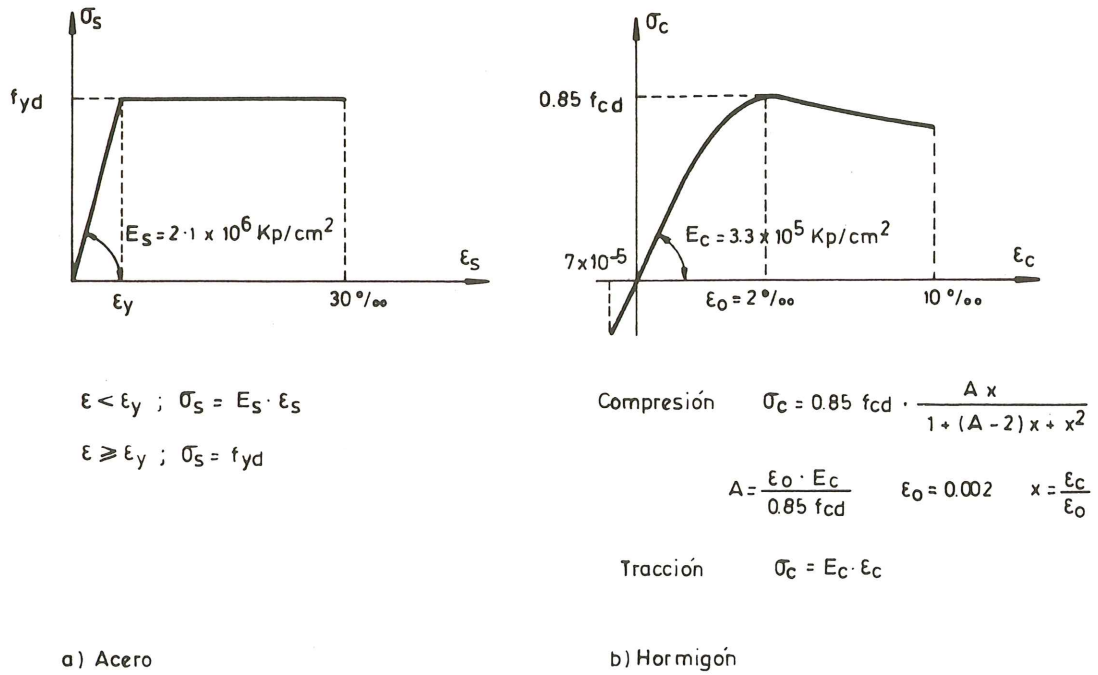
Características de los materiales y coeficientes de seguridad

La existencia de un programa de Garantía de Calidad, tanto en proyecto como en obra, ha permitido disponer, en distintas etapas (proyecto, construcción y posteriores), de datos suficientes referentes a los materiales que ha posibilitado la definición de unas características reales de los mismos cara al análisis.

Se ha considerado una resistencia característica del acero de $f_{yk} = 4.775$ kp/cm^2 . Esta se ha obtenido de una población de 2.376 muestras ensayadas en los laboratorios del I.E.T. C.C. y del L.C.E.M. y en los laboratorios de Dirección de Obra (17). Para el cálculo se ha adoptado un diagrama σ - ϵ bilineal con rama plástica horizontal y un valor de la deformación última de $\epsilon_{su} = 3$ por 100.

La resistencia característica del hormigón se tomó a los 90 días y su valor fue de $f_{ck_{90}} = 367.5$ kp/cm^2 . Su determinación se ha basado en los valores obtenidos de probetas ensayadas durante la ejecución de la obra así como en los resultados derivados de ensayos de probetas en idénticas condiciones realizados con posterioridad en los laboratorios de Dirección de Obra (17).

El diagrama tensión-deformación del hormigón utilizado en el análisis es el propuesto por SARGIN (25) (véase figura 2), el cual considera la contribución de la armadura transversal a la mejora en las condiciones de ductilidad de los elementos estructurales de hormigón. El valor de la deformación última del hormigón a considerar en el cálculo ha sido $\epsilon_{cu} = 1$ por 100.



$\varepsilon < \varepsilon_y$; $\sigma_s = E_s \cdot \varepsilon_s$

$\varepsilon \geq \varepsilon_y$; $\sigma_s = f_{yd}$

Compresión $\quad \sigma_c = 0.85\, f_{cd} \cdot \dfrac{A\,x}{1 + (A-2)\,x + x^2}$

$A = \dfrac{\varepsilon_o \cdot E_c}{0.85\, f_{cd}} \qquad \varepsilon_o = 0.002 \qquad x = \dfrac{\varepsilon_c}{\varepsilon_o}$

Tracción $\quad \sigma_c = E_c \cdot \varepsilon_c$

a) Acero

b) Hormigón

Fig. 2. Diagramas tensión-deformación de los materiales.

El módulo de elasticidad adoptado para el hormigón se ha obtenido según lo expuesto en el Código – Modelo CEB – FIP (14) resultando un valor de $E_c = 330.000$ kp/cm^2 , valor que, posteriormente, fue corroborado por los resultados obtenidos experimentalmente a partir de ensayos de probetas fabricadas con la misma dosificación que la inicial.

Los coeficientes de minoración de resistencias de los materiales adoptados en el análisis de la estructura han sido, para el acero y hormigón respectivamente:

$$\gamma_s = 1.10 \qquad \gamma_c = 1.35$$

Los mismos se han justificado de acuerdo con las directrices marcadas por el CEB en (12) y a la luz de los resultados experimentales y procedimiento constructivo. En nuestra opinión, valores inferiores a los señalados pueden resultar de difícil e incierta justificación.

Acciones

De las numerosas combinaciones de acciones que pueden presentarse en la estructura señaladas por el Código ASME (7), se consideró a propuesta de los profesores POPOV y BERTERO (17), que la combinación de acciones más desfavorable para la comprobación frente a los estados límites últimos venía dada por:

$$1.1\ D + 1.1\ L + H + E_{SSE}$$

En este caso, la diferencia entre estados límites últimos y de servicio es pequeña, debido a que sólo representa un 10 por 100 del valor de la carga permanente y sobrecarga. Los esfuerzos que se obtienen en ambos casos son muy parecidos diferenciándose algo más en los resultados correspondientes a la deformada de la estructura.

En dicha combinación de acciones, la definición de las cargas permanentes (D) se hizo después de una campaña de mediciones sobre la estructura: espesores, pesos de equipos, etc. La carga viva (L) que se consideró, fue una carga repartida de 50 kp/m^2 en las zonas no ocupadas de la planta. Como acción sísmica se tomó la correspondiente al Sismo de Parada Segura de la planta (S.S.E.), reduciendo las cargas dinámicas a unas estáticas. Los datos fueron aportados por la O.I.P. en (17).

Para la definición de los levantamientos del terreno se realizaron unas previsiones de los mismos al final de la vida útil de la estructura (40 años). Estas previsiones, apoyadas en un soporte experimental, fueron llevadas a cabo por los consultores M. Mcllure y A. Serrano. No se ha dispuesto de la evolución de los levantamientos en el tiempo.

Los levantamientos diferenciales del terreno así como la respuesta de la estructura ante los mismos, produce unas rotaciones en las zapatas que han de tenerse en cuenta en el cálculo. La determinación del valor de estas rotaciones fue realizado por la Oficina de Ingeniería Principal (OIP) en (18).

Idealización de la estructura

La mayoría de los métodos incluídos en el grupo MMA, antes visto, idealizan la estructura por medio de barras, pudiendo dividirse cada una de ellas en distintos tramos que representan las diferentes condiciones de armado, geometría, etc. existentes en las mismas.

Tal como puede verse en la figura 1, la estructura reticular interior del Edificio de Control presenta una gran uniformidad de distribución de pilares en planta. Por otro lado, los momentos torsores que pueden aparecer, en especial para unos esfuerzos flectores elevados son pequeños.

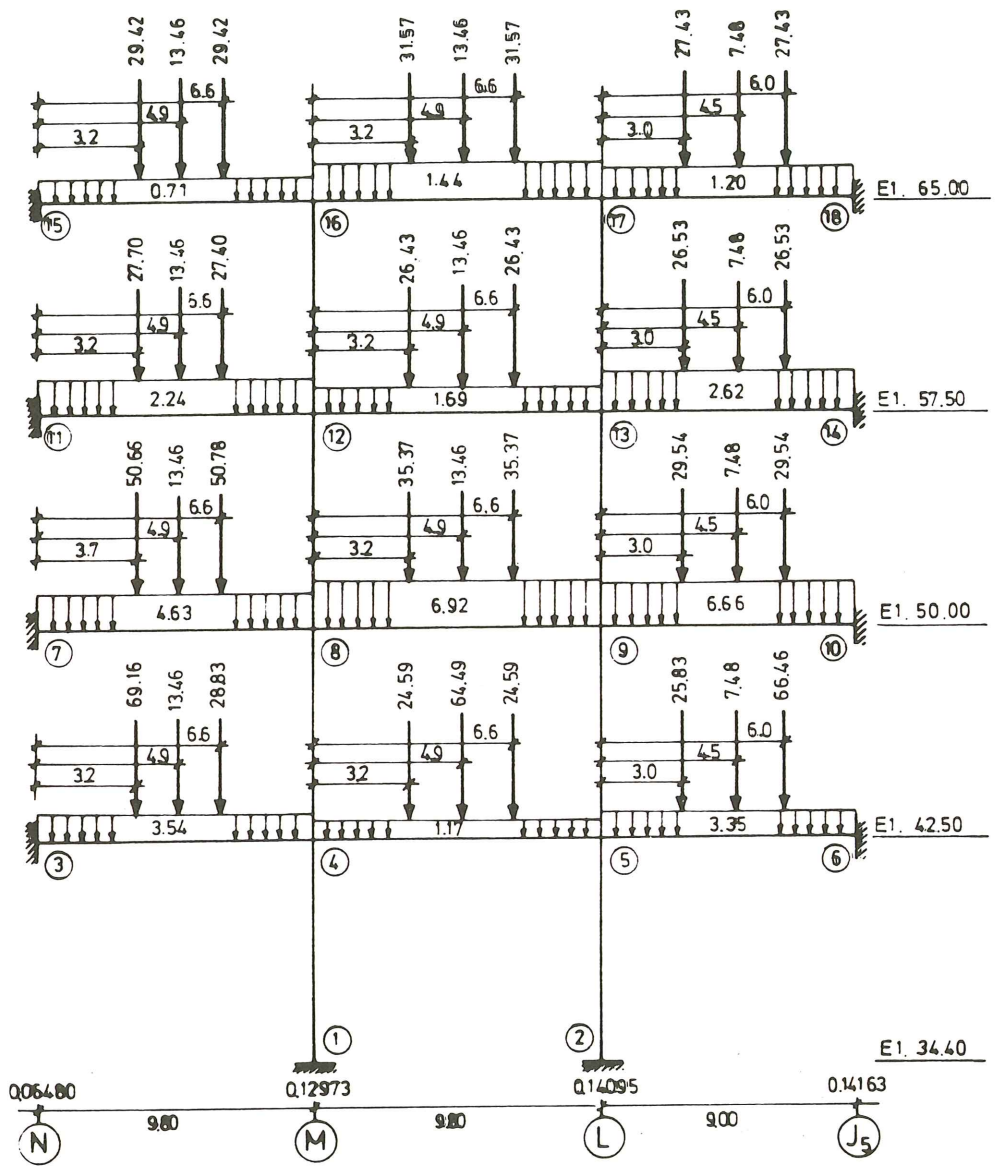


Fig. 3. Idealización de la estructura y de las acciones. (Carga en T y T/m y desplazamientos impuestos en m).

Estas razones, a las que hay que añadir otras inherentes a la implementación de los métodos del grupo MMA en los distintos programas de ordenador, llevaron a realizar la hipótesis de considerar la estructura espacial dividida en distintos pórticos planos: seis en sentido transversal y dos en el longitudinal. Un esquema de un pórtico transversal se presenta en la figura 3.

Debido al trabajo conjunto viga-losa apoyado en un diseño y construcción monolíticos, las secciones transversales de las vigas de la estructura consideradas en el análisis fueron secciones en T (véase figura 4).

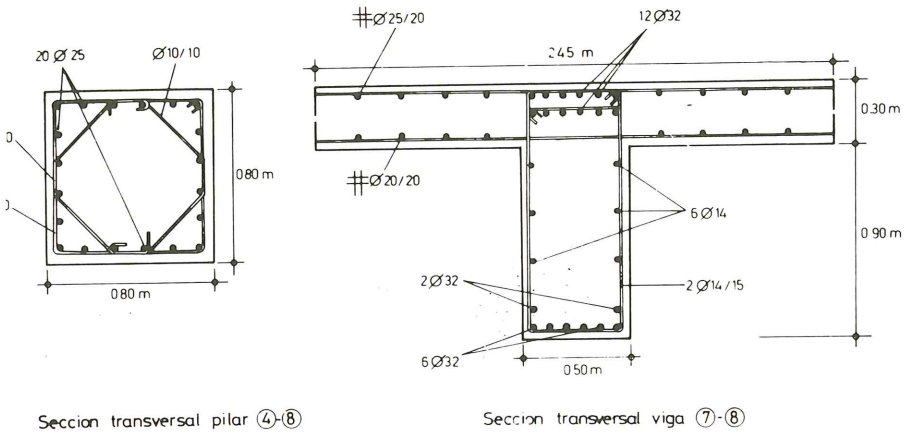


Fig. 4.- Secciones transversales genéricas del pórtico analizado

La determinación del valor de los anchos eficaces de cada una de las vigas se hizo de acuerdo con los trabajos realizados por Schroder (26), recogidos en (13). Hay que destacar que la formulación allí expuesta permite determinar anchos eficaces tanto para momentos positivos como para momentos negativos. Recordemos que la mayoría de la bibliografía y normativas vigentes tratan muy veladamente la forma de obtener anchos eficaces en secciones en T sometidas a momentos negativos.

Los pilares se han tomado con su dimensión real (véase figura 4) habiéndose comprobado, con posterioridad al cálculo de cada pórtico plano, el comportamiento de los mismos frente a la flexocompresión esviada. Esta comprobación se hizo, en primera instancia, de acuerdo con la EH-82 (16) para con posterioridad incidir en otros aspectos en detalle tal como se comenta en el apartado 6.

Por último, hay que señalar que si bien la idealización de cada pórtico (figura 3) se hace a través de las directrices de cada barra, hay que tener presente que dadas las dimensiones de vigas y pilares (una definición completa de los mismos puede verse en (17)), los puntos de intersección que constituyen los nudos tienen unas dimensiones importantes a tener en cuenta en el análisis.

Diagramas Momentos - Curvaturas

El método utilizado en este estudio y la mayoría de los métodos incluídos en el grupo MMA toman los diagramas Momento-Curvatura como dato de partida para el cálculo en los cuales se introducen las características no lineales del material a nivel sección.

La obtención, de acuerdo con las hipótesis usuales (adherencia perfecta hormigón - acero, deformación plana de secciones, etc.) se ha hecho mediante los distintos programas existentes en la Cátedra de Hormigón de la Escuela de Ingenieros de Caminos de Barcelona.

Para la definición de diagramas M - C correspondientes a secciones de pilares se precisa fijar un valor a priori del axil actuante. Para ello cada pilar se ve solicitado por un esfuerzo axil proveniente de un reparto estático de carga teniendo en cuenta las diferentes condiciones de borde. Dicho valor del esfuerzo axil se ve afectado por un factor de corrección que considera la respuesta no lineal de la estructura frente a la superficie de levantamiento experimentada por el terreno. El disponer de determinados criterios generales para poder cuantificar dicho factor necesita, en nuestra opinión, una más profunda investigación.

4. METODO DE CALCULO

Tal como se ha comentado con anterioridad, el método de cálculo se engloba dentro del grupo de métodos a nivel macroscópico y es aplicable a la resolución de estructuras porticadas de hormigón armado y hormigón pretensado constituídas por elementos rectos (5), (6).

Esencialmente el método se basa en el tratamiento de una estructura de hormigón como una estructura de características lineales pero de inercia variable. Cada elemento estructural (viga o columna) se divide en una serie de tramos cortos, los cuales poseen una rigidez a flexión constante en su longitud. La rigidez a flexión de las secciones, debido a los efectos de no linealidad de los materiales, depende del nivel de esfuerzos que las solicita; por ello es posible tratar las barras que conforman la estructura como piezas de rigidez variable a lo largo de su longitud.

La obtención de la matriz de rigidez y otros detalles relativos al proceso de cálculo pueden consultarse en la referencia (23); no obstante, se presenta a continuación un breve resumen del método empleado y de la estrategia numérica a utilizar.

Dado que el problema es no lineal, lo cual se refleja en el análisis mediante la ecuación matricial

$$\{P\} = |K(P)| \cdot \{\delta\}$$

donde $\{P\}$ es el vector de fuerzas exteriores, $|K(P)|$ es la matriz de rigidez secante de la estructura y $\{\delta\}$ el vector de desplazamientos, es preciso para llegar a una solución que satisfaga las condiciones de equilibrio, compatibilidad y de los materiales, iterar o bien dividir la carga total P en pequeñísimos escalones de carga ΔP; éste último ha sido el procedimiento seguido en este estudio llegándose a la ecuación

$$\{\Delta P\} = |K_T\ (P)|\ \{\Delta\ \delta\}$$

donde K_T (P) es la matriz de rigidez tangente correspondiente al nivel de esfuerzos actuante (véase figura 5).

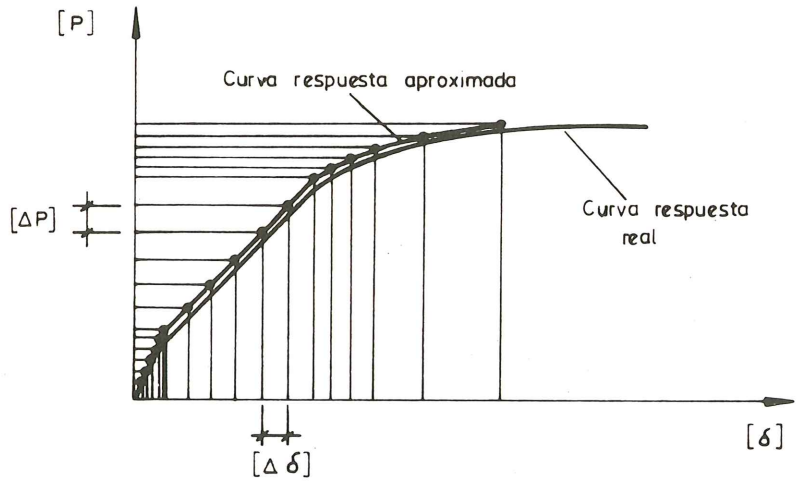


Fig. 5.- Métedo incremental tangente.
Estrategia numérica.

Como ya se ha dicho anteriormente, el tratamiento estructural es el clásico para una pieza de inercia variable. La clave del análisis consiste, pues, en la determinación de la rigidez seccional de cada uno de los pequeños tramos en que se ha dividido el elemento (viga o columna), de acuerdo con el nivel de solicitación. Dicha rigidez puede obtenerse, de una forma compacta, a partir del diagrama momento curvatura de cada uno de los tramos, calculado previamente.

El esquema del proceso de cálculo es el siguiente:

i) Se divide la carga total P en una serie de escalones de carga ΔP.

ii) Para un cierto escalón de carga i se conocen los esfuerzos y desplazamientos totales acumulados hasta el escalón i-1. Se calcula la matriz de rigidez tangente K_{T_i} para cada elemento estructural, función directa de los esfuerzos i-1 que solicitan cada sección. Se lleva a cabo la transformación a coordenadas globales y se realiza el ensamblaje de la matriz estructural. Para el primer escalón de carga se adopta la rigidez elástica lineal.

iii) Se resuelve el sistema $\{(\Delta P)_t\} = | K_{T_i}(P) | \{(\Delta \delta)_i\}$ y se obtienen los incrementos de esfuerzos y desplazamientos en cada sección.

iv) Se acumulan los esfuerzos y deformaciones obtenidos en el escalón i a los ya previamente conocidos correspondientes a los totales acumulados en el escalón i-1. Si no se han acabado todos los escalones de carga se procede de nuevo a llevar a cabo el paso ii.

Una vez obtenidos los esfuerzos y desplazamientos en extremos de barras es posible obtener la deformada de cada uno de los elementos estructurales integrando la conocida ecuación diferencial

$$y''(x) = c(x)$$

donde y"(x) es la flecha en una sección genérica x y c(x) es la curvatura existente en dicha sección genérica x correspondiente al nivel final de esfuerzos que solicita dicha sección. En el caso de que la respuesta seccional venga caracterizada por su correspondiente diagrama momento-curvatura, la curvatura c(x) se obtendrá en función de la forma de dicho diagrama y del momento flector actuante.

Al utilizar un método incremental tangente sin iteraciones, la curva respuesta M-C obtenida paso a paso para una sección determinada puede "desviarse" algo de la verdadera curva respuesta M-C de dicha sección en casos de alta no linealidad (véase figura 5). Ello puede introducir en el cálculo de la deformada de los diferentes elementos estructurales pequeños errores en cuanto que existe una cierta incompatibilidad entre las deformaciones obtenidas y las leyes de esfuerzos existentes. Dicho problema, para altos niveles de solicitación, puede obviarse o paliarse casi en su totalidad mediante la adecuada elección del proceso incremental y utilizando un número suficiente de escalones de carga; el utilizar esta estrategia numérica consigue evitar los problemas de convergencia que podrían presentarse en un proceso iterativo en análogas circunstancias.

Por último, es interesante señalar aquí que el método expuesto de análisis no lineal posee una gran simplicidad conceptual y requiere poca cantidad de memoria y poco tiempo de ordenador comparado con otros métodos de ANL. Ello hace posible el analizar estructuras porticadas relativamente complejas con pequeños ordenadores. Los resultados obtenidos mediante este método han sido comparados con resultados derivados de otros métodos no lineales y de ensayos experimentales pudiéndose observar una gran concordancia entre ellos (5), (6).

5. ANALISIS DE LOS RESULTADOS

Estados límites

Los resultados del cálculo no lineal de los distintos pórticos en los que se ha desglosado la estructura pueden verse en las referencias (17) y (18). Estos valores que representan las solicitaciones de cálculo, deben compararse con la respuesta estructural ante cada uno de los estados límites.

Con el ánimo de no hacer muy prolija esta exposición, hemos preferido presentar aquí el estudio frente al estado límite último de agotamiento, pudiéndose ver el estudio frente a otros estados límites en las referencias anteriormente citadas.

Cabe en primer lugar hacerse las siguientes preguntas: ¿Cómo definirse cada estado límite en ANL?. ¿De acuerdo con la normativa EH-82?. ¿Según otras normativas, criterios o resultados experimentales?

Las respuestas a las mismas habría que matizarlas para cada uno de los estados límites. Con respecto al e.l.u de agotamiento que nos ocupa y en un estudio del comportamiento de la estructura, en nuestra opinión, no es necesario atenerse a los criterios definidos por la normativa EH-82. La consideración de una mayor ductilidad en los diagramas tensión-deformación de los materiales (confinamiento lateral, resultados experimentales, etc.), tiene su reflejo, a nivel sección, en unos valores mayores de las curvaturas últimas de los diagramas momento-curvatura correspondientes.

En este caso se alcanza el estado límite último de agotamiento cuando en una zona del entorno de la sección más solicitada (longitud de la zona $\simeq$ canto de la viga) se supera una determinada rotación última. Para dicha rotación se ha tomado, de acuerdo con la opinión de los profesores Popov y Bertero, un valor de 0.05 radianes. Por consiguiente, la verificación del estado límite último de agotamiento frente a solicitaciones normales se realizará comparando el valor de la rotación asociada al esfuerzo obtenido según el cálculo no lineal con el valor de la rotación última anteriormente definida.

Respuestas a las preguntas antes enunciadas, en línea a la dada para e.l.u. de agotamiento frente a solicitaciones normales, pueden realizarse para los restantes estados límites. Así para el e.l.u de agotamiento frente a solicitaciones tangenciales se ha tomado como respuesta seccional la propuesta por MECA en (22), en línea de lo expuesto por A.C.I. en (1). En ella se tiene en cuenta la cuantía de armadura longitudinal en la contribución del hormigón para absorber esfuerzos cortantes. Hay que señalar que en la comprobación de este e.l.u. se ha tomado la sección rectangular comprendida entre cercos sin considerar la contribución de la losa.

La interacción flexión-cortante para los distintos niveles de solicitaciones y en especial para situaciones próximas a roturas, ha sido estudiada evaluándose, según (24), el incremento de tensión en la armadura principal de tracción.

Por otro lado, se han determinado las variaciones de esfuerzos debidas a la consideración de la deformación por cortante, resultando las mismas muy pequeñas (menos del 2,5 por 100). Los resultados de estos estudios pueden verse con detalle en (17).

Análisis de los resultados de uno de los pórticos de la Estructura

A continuación se presentan los resultados del análisis no lineal del pórtico transversal correspondiente a la alineación n° 9 (véase figura 3). En dicha figura se muestra el estado de cargas y de desplazamientos impuestos que actúa sobre la estructura.

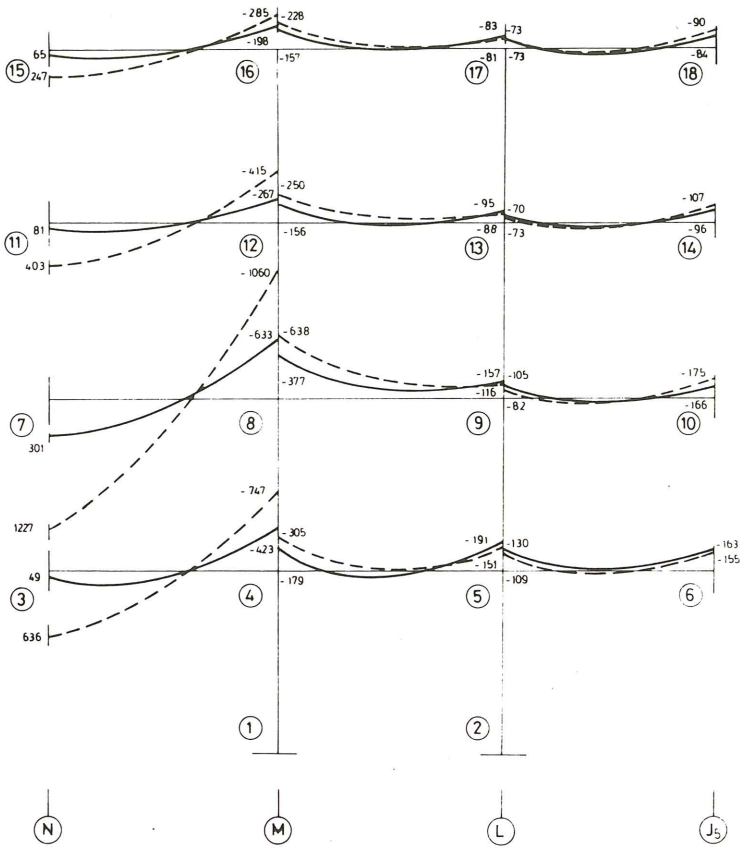


Fig. 6.- Resultados del análisis lineal y no lineal del pórtico analizado (En vigas). L= línea discontínua NL= línea contínua.

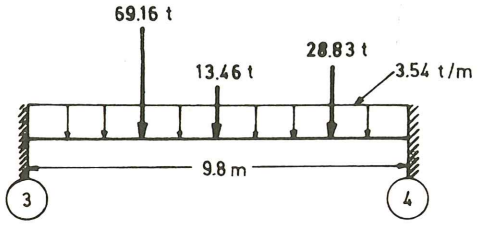
La figura 6 muestra la distribución de momentos flectores obtenida, para dicho pórtico, mediante un análisis lineal (línea discontínua) y un análisis no lineal basado en el método de cálculo expuesto anteriormente (línea contínua). Debido a la alta rigidez a flexión de las vigas (secciones transversales en T con cantos cercanos a 1.20 m, anchos de alma de 0.50 m, anchos eficaces de 2.30 m y rigideces a flexión sin fisurar de 3.3×10^5 T m^2), los momentos originados por los desplazamientos impuestos, según un cálculo lineal, son elevados superando en algunas secciones los momentos últimos correspondientes. Este efecto es incluso más acusado en las vigas situadas entre las alineaciones N y M, ya que entre éstas los desplazamientos diferenciales son de gran magnitud.

Los resultados de ambos análisis, lineal y no lineal, muestran no solamente diferencias cuantitativas sino también cualitativas debido a la diferente forma en la que la no linealidad del material afecta al comportamiento estructural, dependiendo del tipo de acción que incide sobre la estructura.

Para diferenciar mejor la respuesta estructural no lineal bajo cargas aplicadas y bajo la acción de desplazamientos impuestos, se ha estudiado separadamente la viga 3 - 4 (figura 3). Se ha considerado la viga empotrada en ambos extremos y ha sido sometida a las cargas y desplazamientos que se observan en la figura 7. Esta subestructura ha sido analizada bajo la actuación de tres diferentes estados de carga.

1. Cargas aplicadas.
2. Desplazamientos impuestos.
3. Cargas aplicadas y desplazamientos impuestos.

Para cada estado de carga se han realizado ambos análisis, lineal y no lineal.



NODO	U	V	θ
3	0.0	0.0648	0.0
4	0.0	0.12204	0.0

Fig. 7.- Acciones en la subestructura analizada.

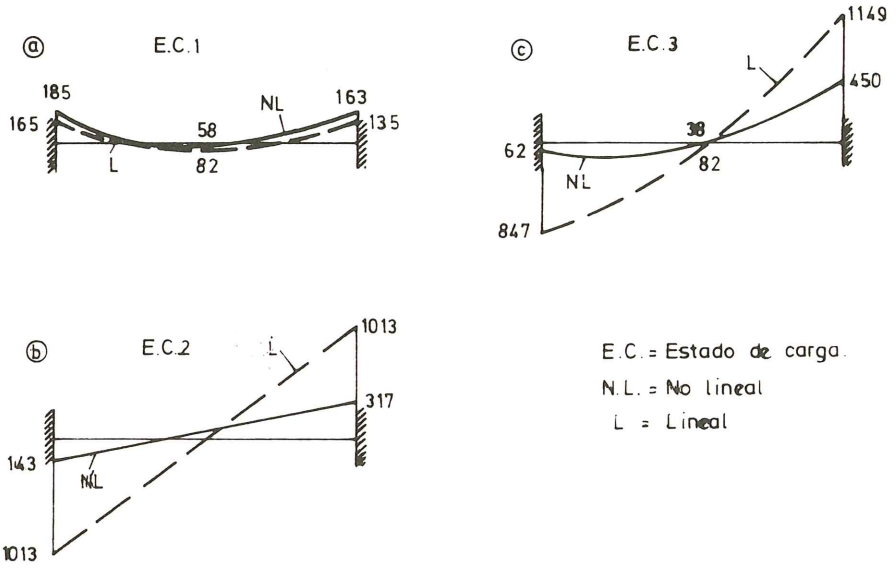


Fig. 8.- Momentos flectores para los estados de carga.

Las figuras 8. a, b y c muestran la ley de momentos flectores a lo largo de la viga para cada estado de carga. Es de remarcar la gran diferencia existente entre la distribución de momentos flectores obtenida mediante un cálculo no lineal y la obtenida mediante un cálculo lineal para los estados de carga 1 y 2. En el primer caso, el momento flector positivo en centro vano obtenido mediante un cálculo no lineal disminuye, con respecto a su valor elástico lineal, en un 29 por 100 y en los empotramientos, los momentos flectores negativos aumentan en un 20 por 100 aproximadamente, observándose en conjunto una traslación de la ley de momentos flectores hacia la zona de momentos negativos. En el caso de carga 2, además de existir una cierta redistribución de esfuerzos debida, principalmente, a la respuesta no simétrica bajo momentos de signo contrario, tiene lugar una importante disipación de energía interna, como puede verse en la figura 8. b, en la cual el momento flector en el nodo 3 decrece en un 86 por 100 de su valor con respecto al obtenido según un cálculo elástico lineal. La figura 8.c muestra la ley de momentos flectores de la viga, sometida ésta al estado conjunto de cargas y desplazamientos. Los momentos flectores en el empotramiento 3 originados por los dos primeros estados de carga son de signo contrario y debido a ello y a la diferente forma de cómo afecta la no linealidad del material a ambos casos, el momento resultante en 3 para el estado de carga 3, según un cálculo no lineal, decrece, con respecto a su valor elástico lineal, en un alto porcentaje (en este caso, 92 por 100).

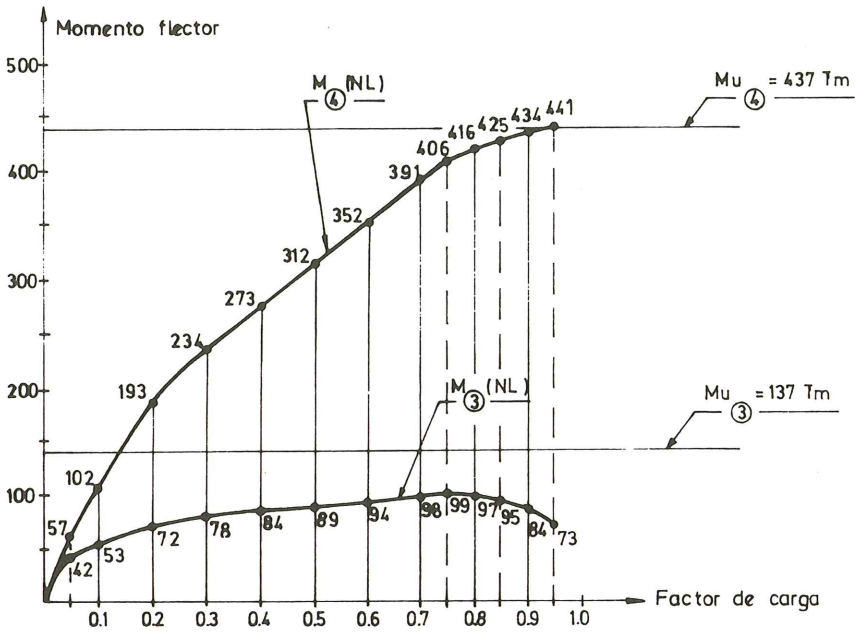


Fig. 9.- Evolución de los momentos flectores en las secciones 3 y 4 para el estado de carga 3.

La figura 9 muestra la evolución de los momentos flectores en ambos extremos de la viga al ir aumentando las cargas y desplazamientos que solicitan la subestructura en el estado de cargas 3. Es interesante señalar el hecho de que, a partir de un cierto valor del factor de carga, el momento flector en el nodo 3 disminuye; ello es debido a los fenómenos no lineales de redistribución y disipación de energía interna acumulada por la pieza comentados anteriormente.

6. OTROS ESTUDIOS DE INTERES EN EL ANALSIS DE LA ESTRUCTURA

En este apartado se presentan dos estudios, recogidos en las referencias (17), (18), relativos al comportamiento y respuesta estructural de pilares cuando éstos se encuentran sometidos a flexocompresión esviada y al fenómeno de fluencia y sus efectos sobre el comportamiento de la estructura a lo largo del tiempo.

Flexocompresión esviada en pilares

Para el análisis de la estructura ésta se desglosó en pórticos longitudinales y transversales. El diagrama momento-curvatura de los pilares fue obtenido en flexocompresión recta considerando como axil actuante la suma de los axiles procedentes de los pórticos concurrentes en cada pilar. Sin embargo, al ser la estructura de tipo espacial, es obvio que los pilares se encuentran sometidos a flexocompresión esviada debiéndose evaluar, por consiguiente, la respuesta seccional de los mismos bajo la actuación de un axil N y de un par de momentos M_y, M_z actuantes en los dos planos principales de inercia. Ello se hizo mediante dos estudios particulares.

1) Obtención del diagrama momento-curvatura M_z - C_z bajo la actuación de un axil exterior N constante y para distintos valores de M_y.

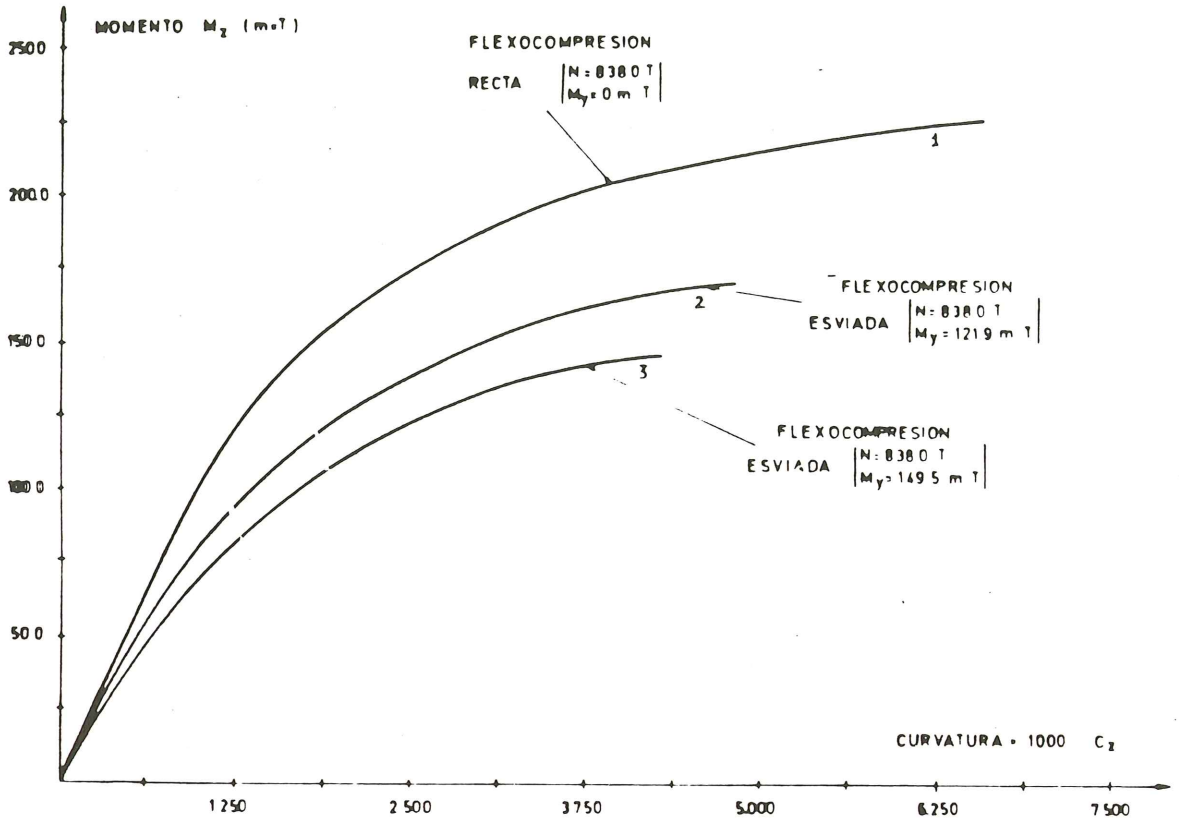


Fig. 10.- Diagramas M_Z - C_Z para los distintos valores de M_Y y axil N constante.

En la figura 10 se muestran los resultados relativos a este estudio y correspondientes al pilar 9-M, 2ª elevación (su sección transversal puede verse en la figura 4), el cual era uno de los más solicitados de la estructura. En dicha figura se observa que los diagramas M_z - C_z correspondientes a diversos valores de M_y son interiores al definido en flexocompresión recta, lo cual se traduce, en consecuencia, en una menor rigidez de la sección. La utilización de tales diagramas en el análisis estructural conduciría a los siguientes resultados. Por un lado, los pilares absorberían menos esfuerzos (momentos flectores menores que los obtenidos en flexocompresión recta) y, por otro, serían las vigas concurrentes en los nudos las que absorberían mayores esfuerzos. Ahora bien, de estas vigas, aquéllas en las que se presentase plastificación de uno de los materiales no sufrirían prácticamente incremento de esfuerzos, siendo éste absorbido por las vigas menos solicitadas.

2) Estudio de la evolución hasta rotura de la sección bajo la actuación de un axil N constante y un par de momentos actuantes M_y , M_z que van incrementándose en una relación $\alpha = M_y/M_z$ que es conocida y se obtiene de los resultados del cálculo de los pórticos transversal y longitudinal que concurren en el pilar a analizar.

Este planteamiento, más realista, permite seguir la evolución de los esfuerzos M_y y M_z y obtener el par de momentos M_{yu} , M_{zu} que agotan la sección.

La figura 11 presenta los resultados obtenidos por el pilar analizado anteriormente observándose que los momentos últimos M_{yu} = 162 T. m, M_{zu} = 133 T.m son mayores que los momentos actuantes derivados del análisis global de cada uno de los pórticos (M_y = 150 T.m, M_z = 122 T.m).

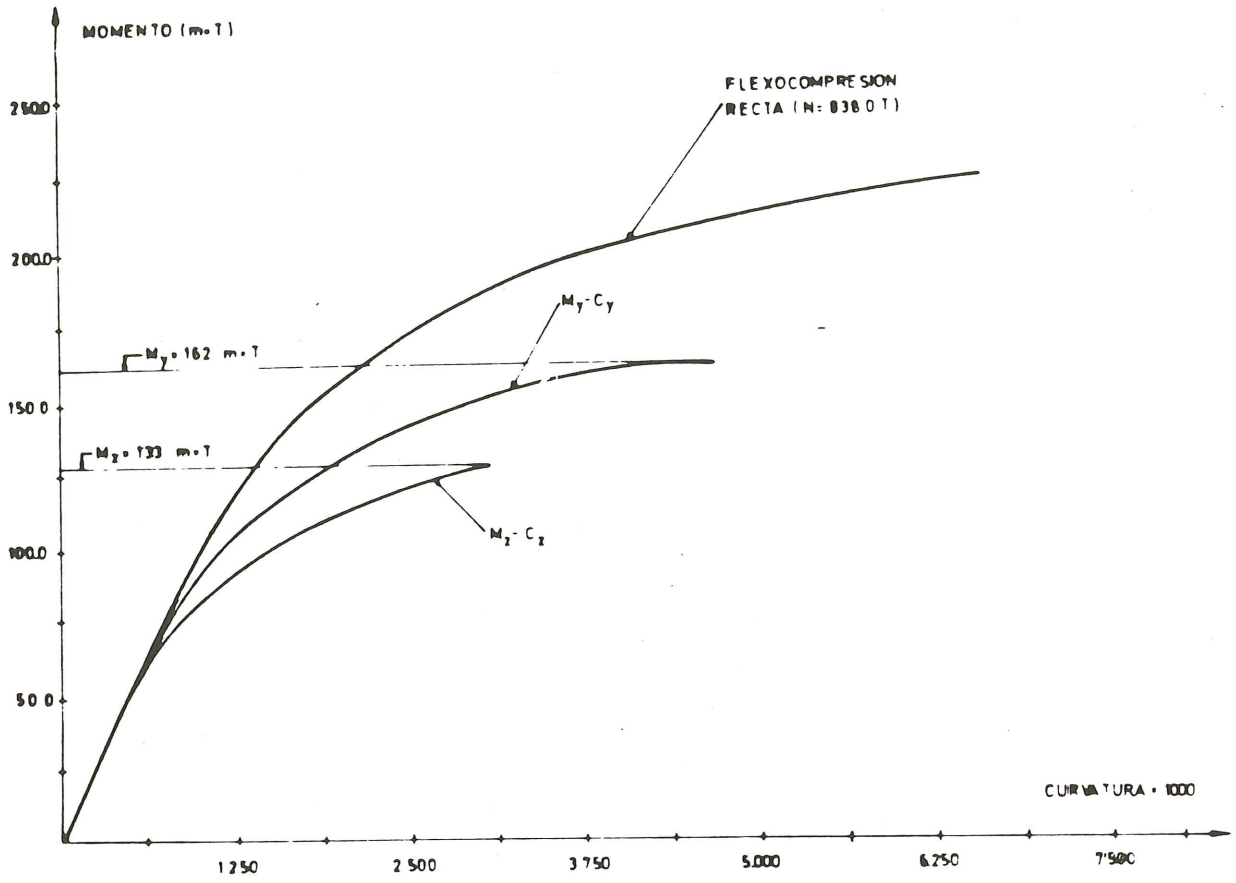


Fig. 11.- Evolución hasta alcanzar agotamiento manteniendo axil constante e incrementando proporcionalmente ambos momentos M_Y y M_Z.

En resumen, la consideración de diagrama M - C en flexocompresión recta da como resultado mayores esfuerzos en pilares que los que se obtendrían al calcular la estructura con diagramas M - C en pilares, solicitados éstos por flexocompresión esviada.

Por último, hay que subrayar que un procedimiento más preciso de análisis que considerara la estructura como espacial incrementando las acciones con su historia real (y considerando, por lo tanto, los efectos estructurales de la fluencia) se traduciría en un nivel menor de solicitación de los pilares que el obtenido mediante la asimilación de la estructura espacial a pórticos planos.

Consideración de la fluencia

Como es bien sabido, una estructura hiperestática sometida a desplazamientos impuestos, modifica el nivel de esfuerzos y la deformada de la misma en el tiempo, debido a la fluencia del hormigón. Estas variaciones se producen, normalmente, en el sentido de una disipación de esfuerzos y de un aumento de la deformación. Por ello, en el estudio de la estructura de referencia se estimó oportuno evaluar con cierta precisión el efecto de la fluencia sobre la misma.

Los métodos a nivel macroscópico (MMA) abordan, en general, el tema de la fluencia de forma aproximada en dos direcciones. Por un lado, en lo referente a la respuesta seccional, se toma un diagramá momento-curvatura homotético en el que se considera el coeficien-

te de fluencia ϕ, mientras que, por otro lado, para la determinación de las solicitaciones de cálculo se toma un único valor del módulo de elasticidad frente a las distintas acciones.

En el cálculo no lineal de la estructura del Edificio de Control, considerando fluencia, se tomó para el hormigón un módulo de elasticidad diferido igual a 2/3 del módulo instantáneo (recordemos que la mayor parte de las acciones tiene un carácter permanente). Hay que tener en cuenta que al no haber dispuesto de la evolución de los levantamientos del terreno en el tiempo, los cálculos se han realizado para la hipótesis más desfavorable, a presentarse al final de la vida útil de la estructura (40 años).

Los resultados que se obtuvieron en este estudio (18), mostraron una reducción de esfuerzos en las secciones más solicitadas mientras que las rotaciones aumentaron en pequeña medida, manteniéndose inferiores a las rotaciones últimas.

Con respecto a la forma de abordar el problema en los métodos MMI se muestra una panorámica general en la referencia (9). En esta línea, Marí y Carrascón (21) presentan en la misma Sesión de Trabajo una comunicación en la que se utilizó un modelo eficiente para el análisis en el tiempo.

7. RESUMEN Y CONCLUSIONES

Se ha presentado la aplicación de un método de análisis no lineal para el material a una estructura real de hormigón armado sometida a diversos tipos de acciones (directas e indirectas) a lo largo de su vida útil.

El método de cálculo utilizado, basado en conceptos clásicos de análisis lineal, se ha mostrado muy eficiente y económico para el análisis no lineal de estructuras de barras por la escasa discretización y por ser fácilmente adaptable a un programa standard de análisis lineal.

Los valores de los desplazamientos y distribución de esfuerzos obtenidos en el análisis no lineal difieren sensiblemente de los procedentes de un cálculo elástico, llegándose a porcentajes de variación de esfuerzos muy elevados por disipaciones y redistribuciones.

En conclusión cabe decir que los resultados de este análisis no lineal conducen a un valor de las acciones que producen colapso muy superior al deducido de las teorías lineales.

La ductilidad seccional conferida por el confinamiento de la armadura transversal y la consideración de unas deformaciones últimas elevadas por el hormigón y acero, basadas en resultados experimentales, ha jugado un papel importante en la capacidad de redistribución de esfuerzos.

Se han estudiado los efectos del carácter espacial de la estructura (flexocompresión esviada en los pilares) y de la fluencia, debido al carácter permanente de las acciones, demostrando la validez de las hipótesis adoptadas.

8. BIBLIOGRAFIA

1. A.C.I. *"Building Code Requirements for Reinforced Concrete ACI 318-83 and Commentaries"*. American Concrete Institute. Detroit, 1983.
2. AGUADO, A. *"Estudio del análisis no lineal de estructuras de hormigón mediante superposición de problemas lineales en deformaciones"*. Tesis doctoral. Universidad Politécnica de Barcelona. Febrero 1980.

3. AGUADO, A. y MURCIA, J. *"Análisis no lineal de estructuras a partir de casos lineales en deformaciones impuestas"*. Rev. Hormigón y Acero n° 136. Madrid. 3er trimestre 1980.

4. AGUADO, A. y MURCIA, J. *"Aplicación del método de las deformaciones impuestas para analizar el comportamiento no lineal de estructuras hiperestáticas de hormigón"*. Rev. Hormigón y Acero n° 137. Madrid. 4° trimestre 1980.

5. AGUADO, A. MURCIA, J. y MARI, A. "Nonlinear analysis of concrete structures by the imposed deformations method comparison with experimental results". *Colloquium on Advanced Mechanics of Reinforced Concrete.* 1981. Organizado por IABSE, ASCE, CEB, RILEM.

6. AGUADO, A. APARICIO, A.C., MIRAMBELL, E. y MURCIA, J. "Nonlinear Behaviour of Statically Indeterminate Prestressed Concrete Structures". *International Symposium Nonlinearity and Continuity in Prestressed Concrete.* ACI, ASCE, CEB, CPCI, CSCE, FIP, IABSE, PCI. 4-6 Julio 1983. Waterloo. Canadá.

7. ASME – American Society of Mechanical Engineers. *"Code for concrete reactor vessels and containments"*. Boiler and Pressure Vessel Code, Section III-Division 2. 1980.

8. B.A.E.L. *"Règles Techniques de conception et de calcul des ouvrages et constructions en Béton Armé suivant la méthode des Etats - Limites"*. Règles B.A.E.L. 80. Ed. Eyrolles. 1980.

9. BAZANT, Z.P. (Chairman). Report on Time Dependent effects "State-of-the-art". Finite Element Analysis of Reinforced Concrete. ASCE. 1982.

10. CAROL, I. y MURCIA, J. "Transfer moments method for nonlinear analysis of frames: Application to reinforced concrete structures". *International Conference on Computer-Aided Analysis and Design of Reinforced Concrete Structures.* 17 th-21st. September 1984. Split. Yugoslavia.

11. CAUVIN, A. "Computer Program: Idealization of Constitutive Laws Lecture 8". *CEB. Course "Nonlinear Analysis and Design of Reinforced Concrete and Prestressed Structures.* Pavia. Septiembre 1981. Ed. CEB/Universitá Degli Studi di Pavia/Institut Für Bautechnik. Berlin. pp 137-158.

12. CEB. *Manuel "Sécurité des Structures"*. Bulletin d'Information Nos. 127-128. Diciembre 1979/ Enero 1980. París.

13. CEB/FIP. *Manual on Bending and Compression - Design under Axial Action Effects at the Ultimate Limit State.* Rd. Construction Press. London 1982. Editado también como CEB Bulletin d'Information n° 135. Mayo 1980.

14. CEB/FIP. *Código Modelo para el cálculo de estructuras de hormigón. 1978.* Ed. Instituto Eduardo Torroja. Madrid 1981.

15. COHN, M.Z. "Continuity in Prestressed Concrete. Theme 4: Survey". *NATO-ARW. "Partial Prestressing: From Theory to Practice"*. París. Junio 18-22, 1984.

16. COMISION PERMANENTE DEL HORMIGON. *"Instrucción para el proyecto y la ejecución de obras de hormigón en masa o armado. EH-82"*. Comisión Permanente del Hormigón. Ministerio de Obras Públicas. Madrid 1982.

17. I.C.E.C. *"Informe relativo al comportamiento de la estructura del Edificio de Control de la Central Nuclear de Ascó. Grupo II frente a los levantamientos del terreno. Previsiones de los Dres. M. McLure y A. Serrano"*. Octubre 1982. Institut Catalá d'Enginyeria Civil.

18. I.C.E.C. *"Informe complementario sobre el comportamiento del Edificio de Control de la Central Nuclear de Ascó. Grupo II"*. Febrero 1984. Institut Catalá d'Enginyeria Civil.

19. MARI, A. *"Análisis de estructuras de hormigón armado y pretensado en teoría de segundo orden"*. Tesis doctoral. E.T.S.I.C.C.P. Universidad Politécnica de Barcelona. Marzo. 1981.

20. MARI, A., CHAN, E.C., SCORDELIS, A.C. "Nonlinear material, geometric and time dependent analysis of 3-D reinforced and prestressed concrete frames". *IV International Conference on Numerical Method for Nonlinear Problems.* 13-17 Abril 1984. Barcelona.

21. MARI, A., y CARRASCON. "Estudio del comportamiento en el tiempo de estructuras de hormigón pretensado. *XI Asamblea Plenaria A.T.E.P.* 24-28 Septiembre. Santander.

22. MECA, S. *"Método técnico para el análisis del comportamiento de elementos de hormigón, con armadura transversal, sometidos a esfuerzos cortantes y de flexión combinados con consideración especial del engranamiento en la fisura"*. Tesis doctoral presentada el 5 de Mayo de 1982 en la E.T.S. Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos de Barcelona.

23. MIRAMBELL, E., MARI, A. y AGUADO, A. "A simple method for Nonlinear Analysis of Concrete Structures. Application to a real case". *II International Conference on Numerical Methods for Nonlinear Problems.* 13-17 Abril 1984. Barcelona.

24. PARK, R. y PAULAY, T. *"Estructuras de concreto reforzado"*. Ed. Limusa. México. 1978.

25. SARGIN, M. *"Stress-Strain relationship for concrete and the analysis of structural concrete sections"*. Ed. M. Z. Cohn. University of Waterloo. 1972.

26. SCHRODER, S and STRITZKE, J. "Neue Untersuchungen zur mitwirkenden Breite von Plattenbalken". *Blauplanung-Bautechnick* 32 Heft 4. April 1978 pp 176-180.

6as Jornadas Técnicas de Soldadura

La Asociación Española para el Desarrollo de la Soldadura (ADESOL) nos informa que está organizando, para los días 11, 12 y 13 de marzo de 1986 sus 6as Jornadas Técnicas de Soldadura.

Estas Jornadas se celebran cada dos años y su objetivo es reunir a todas las personas interesadas en la técnica de la soldadura para intercambiar conocimientos y experiencias.

Los interesados en presentar alguna comunicación deberán tener en cuenta lo siguiente:

- El tema es de libre elección.
- La duración prevista para su exposición es de 30 minutos. A continuación habrá coloquio.
- El texto completo del trabajo (en original y una copia) deberá enviarse antes del 15 de diciembre de 1985.
- Los autores de las comunicaciones deberán indicar los medios audiovisuales que necesitan utilizar para la exposición de su trabajo.

Además de las comunicaciones, podrán presentarse también películas. Los interesados deberán ponerse en contacto con ADESOL, antes del 10 de febrero de 1986 para informar sobre los detalles de la película que deseen proyectar.

El importe de las cuotas de inscripción en estas Jornadas se ha establecido en 12.000,– ptas. para los Miembros de ADESOL y 15.000,– para los no Miembros.

Para todo lo relacionado con estas Jornadas, los interesados deberán dirigirse a:

Asociación Española para el Desarrollo de la Soldadura

Príncipe de Vergara, 74 - 1.º
Tfno. 411 03 70
28006 MADRID

Comentarios a las recomendaciones de la F.I.P. sobre ensayos estáticos de anclajes pasivos en hormigón pretensado

Antonio Aguado de Cea (*)
Elena Blanco Díaz (**)

1. INTRODUCCION

El tema de la aceptación y aplicación de sistemas de pretensado con armaduras postesas recogido en las normativas tiene una vida relativamente corta.

The British Standard Institution ha trabajado en esta línea disponiendo de unas especificaciones BS 4447 - 1969 (2) posteriormente revisadas en 1973 en las que el anclaje por adherencia no está contemplado.

La F.I.P. publica, por primera vez en 1972 unas recomendaciones (5); las cuales sufrieron pocas pero sustanciosas variaciones en la edición de 1975 publicadas como un apéndice de las Guías de Buena Práctica (6).

La misma F.I.P. ha editado en 1981 unas nuevas recomendaciones (7) en las que se han introducido distintas modificaciones sobre los criterios de aceptación de los ensayos. No obstante siguen existiendo diversas lagunas en el tema de Anclaje por Adherencia expuestos en la citada publicación.

Por último cabe señalar que en España no existe una normativa explícita sobre este tema.

(*) Dr. Ingeniero de Caminos. Profesor Agregado. Cátedra de Hormigón.

(**) Ingeniero de Caminos. Profesora Contratada. Cátedra de Estructuras. E.T.S. de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos de la Universidad Politécnica de Cataluña.

En la presente comunicación se profundiza en los *ensayos estáticos de carga de sistemas de pretensado con anclajes por adherencia.* En la misma se hace un análisis crítico de algunos puntos de las actuales recomendaciones, proponiéndose distintas alternativas a los mismos. En especial se ha incidido en la definición y forma de ejecución de la probeta.

Hay que citar, que la parte experimental a la que se alude en esta comunicación ha sido realizada por la empresa C.T.T. en la que los autores, han actuado como supervisores por parte del I.C.E.C. y cuyos resultados están recogidos en (8).

2. RECOMENDACIONES DE LA F.I.P.

En las recomendaciones de la F.I.P. de 1981 se toman unas probetas prismáticas análogas a las consideradas para los *ensayos estáticos de carga en sistemas de pretensado con anclajes mecánicos.*

Las características del hormigón utilizado en las probetas referido a: materiales, dosificación, compactación y resistencia debe reproducir lo más fielmente posible, las características reales que se presenten en la obra.

Para simular las condiciones reales de obra, la probeta se hormigonará en posición horizontal. El efecto de las diferentes características en altura debido a parcial segregación en el hormigón fresco, se simula según las citadas recomendaciones, por medio de un bloque adicional de hormigón por debajo de la probeta que se hormigona al mismo tiempo, debiendo con posterioridad ser separado antes del ensayo.

Dichas recomendaciones no aportan datos sotre la forma de separar los dos bloques, si bien el Prof. ROSTASY en (11) (Presidente del Grupo de Trabajo que preparó estas normas), sugiere hacerlo mediante la extracción de testigos que creasen una línea de rotura o mediante corte directo Fig. 1.

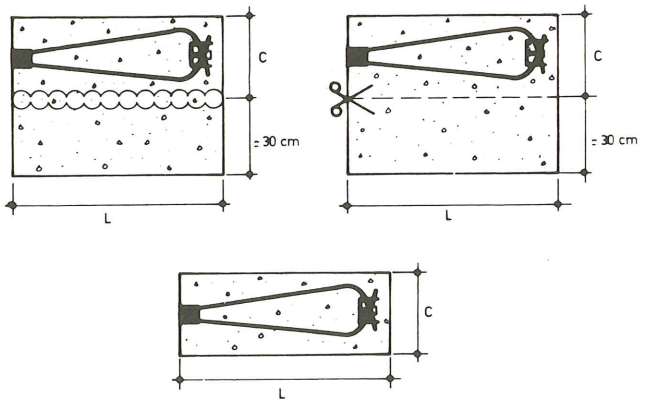


Fig. 1. Distintas alternativas para separar el bloque adicional de la probeta según el Prof. Rostasy (11). a) Extracción de testigos. b) Corte mediante sierra.

3. ANALISIS DE LOS RESULTADOS EXPERIMENTALES

La parte experimental de la presente comunicación, se ha desarrollado sobre anclajes ciegos en "X" 12/0.5" (12 cordones de 0.5") marca Stronghold. Véase Fig. 2.

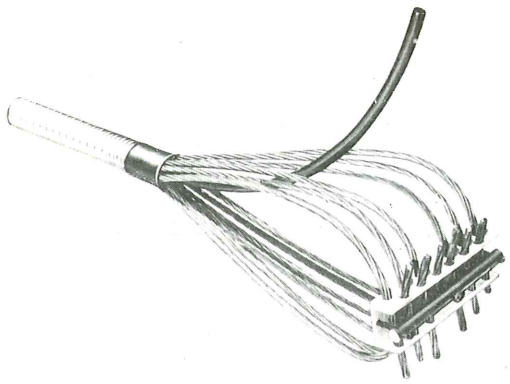


Fig. 2. Anclaje ciego en "X" (12 cordones de 1/2 pulgada) Marca Stronghold.

Tanto el número de las probetas ensayadas como las dimensiones de las mismas, Fig. 3, respondieron a las recomendaciones de la F.I.P. 1981. No obstante, se han introducido ampliaciones y modificaciones a las citadas normativas en los siguientes puntos que se justifican a continuación:

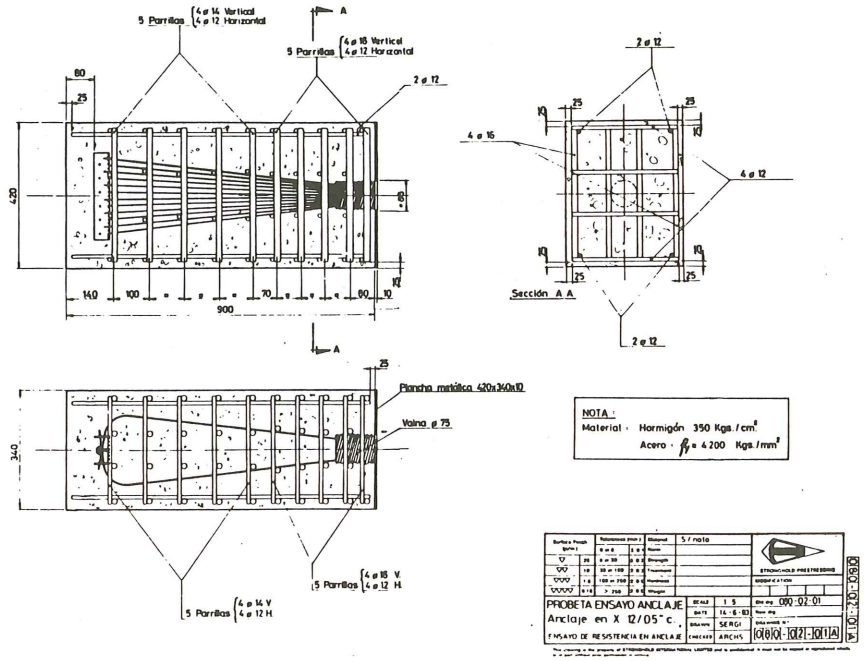


Fig. 3. Características geométricas de la probeta.

- Armadura transversal: La distribución y cuantía de la armadura transversal dispuesta responde a los criterios establecidos por Leonhardt (9) para este tipo de anclajes, (Figs. 4 y 5).
- La cara de apoyo entre la probeta y el banco de pruebas, Fig. 6, está formada por una chapa metálica de ~ 6 mm de espesor, con el objeto de producir una transmisión uniforme de compresiones, evitando las fisuras por aplastamiento localizado del hormigón en el caso de que dicha cara de apoyo estuviese constituída por una superficie irregular. En esta línea se incluye la opinión del Prof. ROSTASY (11).
- La probeta se hormigona sin el bloque adicional propuesto por las Recomendaciones. No se incluye el bloque adicional de hormigón por estimar que existen otras formas más económicas de cumplir la función para la que está proyectado. A continuación se hace un análisis justificativo de este punto.

El bloque adicional tiene por misión simular las condiciones reales en obra con respecto a la variación de calidad del hormigón en altura (segregación). Ahora bien si este efecto es

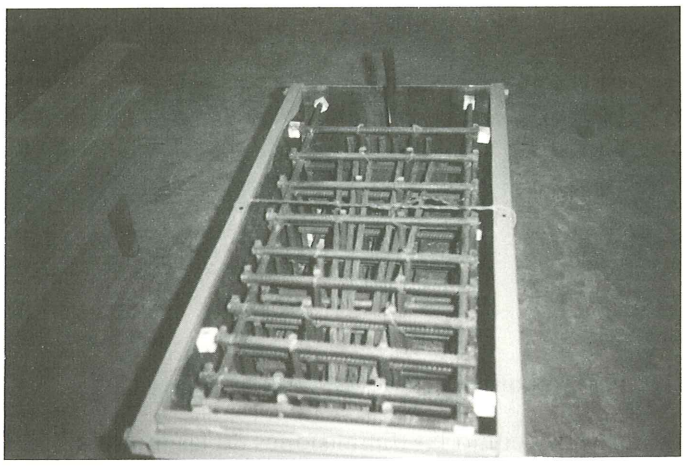


Fig. 4.

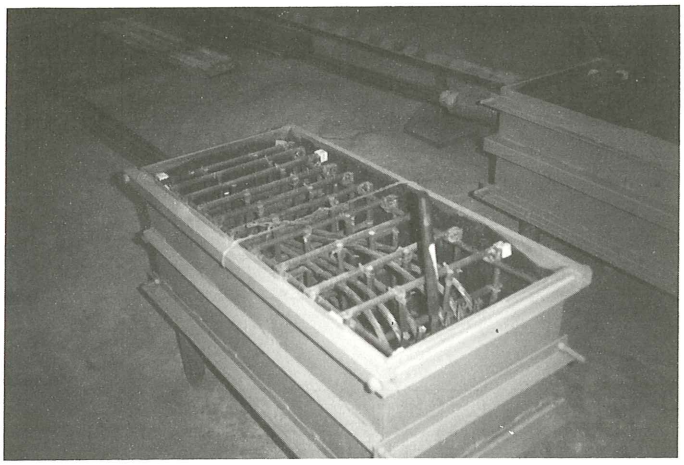


Fig. 5.

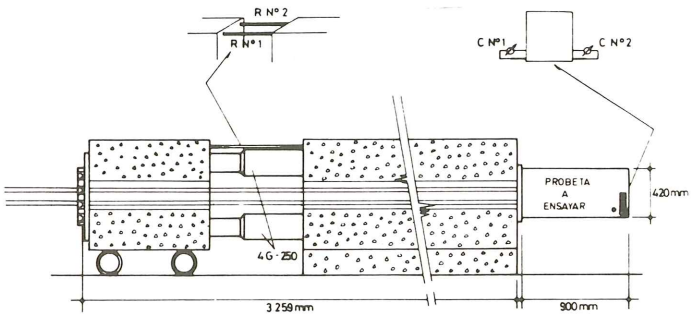


Fig. 6. Bancada de ensayo con probeta.

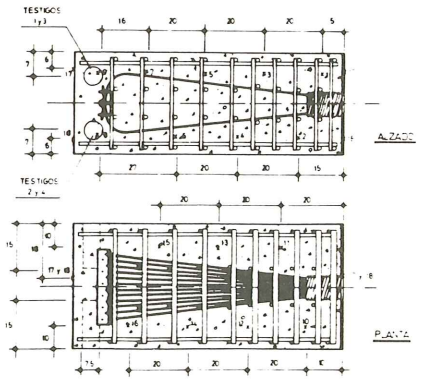


Fig. 7. Posición de los testigos extraídos y puntos de aplicación ultrasonidos.

bien conocido por todos, hay que hacer notar que las variaciones debidas a los 30 cms del bloque adicional serán pequeñas y pueden venir encubiertas por las variaciones debidas a otras causas. (P. ej.: Existencia de armadura, etc.).

Por esta razón, en las 3 probetas empleadas en el ensayo, se han realizado una serie de estudios por Métodos de Ultrasonidos y de Extracción de Testigos, con objeto de analizar la variación de las características del hormigón en la altura de las probetas.

Las dimensiones de los testigos extraídos fueron ϕ 7,5 x 14,8. El refrentado se hizo mediante corte por sierra. La edad del hormigón en el momento de la rotura era de 120 días, habiéndose llevado a cabo la misma de acuerdo con la norma UNE 7240, en una prensa tipo AMSLER del Laboratorio de Ensayo de Materiales del Ayuntamiento de Barcelona. La resistencia del hormigón obtenida en probeta 15 x 30 a los 28 días dió una resistencia media $\sigma_{cm} = 450{,}33$ Kp/cm² y una desviación $\delta = 25{,}23$ Kp/cm² .

Los resultados de la rotura de los testigos se presentan en la tabla 1. La situación de cada testigo dentro de las probetas está definida en la fig. 7.

TABLA 1

Resultados rotura por compresión de los testigos de hormigón. (A.A.: Armadura activa; A.P.: Armadura pasiva)

Probeta	Testigo	Carga rotura (T)	Tensión rotura (Kg/cm²)	Observaciones
1	1 sup.	21.200	479	Existe arm. pasiva
	2 inf.	25.700	581	A.P. y 2 A.A.
	3 sup.	22.100	500	A.P.
	4 inf.	–	–	
2	1 sup.	–	–	
	2 inf.	22.300	504	A.P. y A.A.
	3 sup.	29.800	674	A.P. y A.A.
	4 inf.	22.400	507	A.P.
3	1 sup.	29.900	676	A.P.
	2 inf.	–	–	
	3 sup.	24.100	545	A.P.
	4 inf.	28.400	642	A.P.

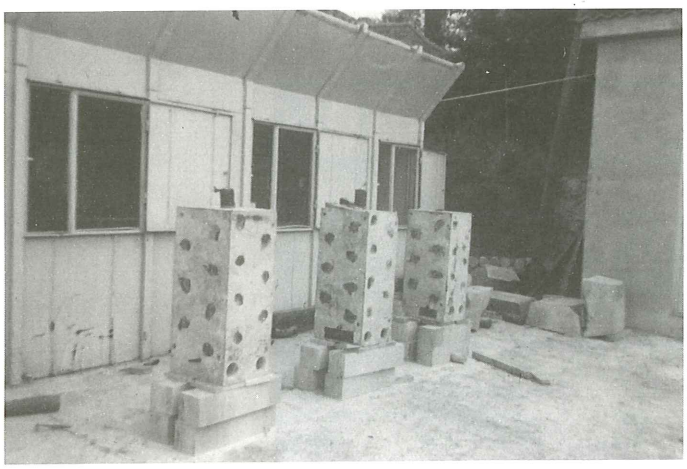


Fig. 8.

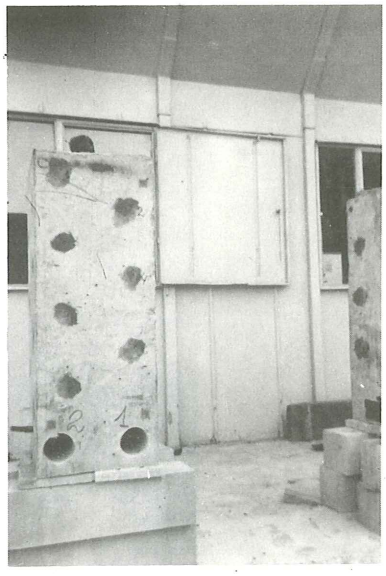


Fig. 9.

La exploración con ultrasonidos se ha realizado con un equipo PUNDIT en los puntos y direcciones señalados en la fig. 7. Los resultados expresados en velocidades (km/seg.) se presentan en la tabla 2.

TABLA 2

Resultados ensayo con ultrasonidos.
Tiempo en microsegundos. Velocidad en Km/seg.

Punto	Probeta					
	Nº 1		Nº 2		Nº 3	
	Tiempo	Velocidad	Tiempo	Velocidad	Tiempo	Velocidad
1	91,3	4,60	93,6	4,48	91,7	4,58
2	89,3	4,70	91,2	4,60	90,6	4,63
3	89,5	4,69	95,5	4,39	90,2	4,65
4	83,1	5,05	95,5	4,39	94,1	4,46
5	92,3	4,55	94,7	4,43	93,9	4,47
6	93,4	4,49	96,2	4,36	92,3	4,55
7	92,7	4,53	93,7	4,48	93,5	4,49
8	95,4	4,40	95,7	4,38	95,2	4,41
9	95,1	4,41	–	–	94,8	4,43
10	76,0	4,17	78,1	4,35	77,2	4,40
11	77,2	4,40	79,2	4,29	77,8	4,37
12	74,2	4,58	76,6	4,43	77,5	4,38
13	76,4	4,45	78,5	4,33	77,7	4,37
14	77,5	4,38	77,3	4,39	78,6	4,32
15	79,1	4,29	79,5	4,27	79,1	4,29
16	80,1	4,24	78,8	4,31	78,9	4,30
17	202,0	4,45	204,0	4,41	204,0	4,41
18	204,0	4,41	207,0	4,34	207,0	4,34

El análisis de los resultados obtenidos en la rotura de los testigos no permiten deducir ninguna ley de variaciones de resistencia en altura ya que la dispersión de resultados es grande.

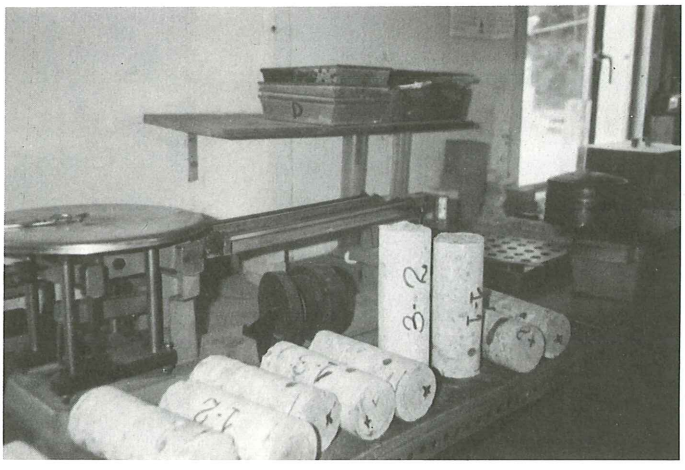


Fig. 10.

De los resultados obtenidos con ultrasonido, se observa, tal como cabía esperar, una velocidad de propagación mayor en los puntos inferiores que en los situados en la parte superior de una misma zona en vertical; si bien la diferencia de velocidad de propagación es pequeña, del orden del 2 por 100.

Por otro lado, si analizamos puntos en una misma horizontal también se obtienen diferencias de velocidad de propagación que son del orden del 4 por 100.

De todo ello podríamos concluir que si bien es cierto que existe una diferencia de resistencia en la parte inferior con respecto a la superior de la probeta en una misma zona, la existencia de armadura transversal y el efecto de compactación, llevarían a asumir que nos encontramos con una distribución uniforme de características resistentes.

Las distintas soluciones ya comentadas que pueden considerarse para la separación del bloque adicional de la probeta tienen un coste económico muy elevado P. ej.: Si la separación se realiza mediante la extracción de testigos 10 x 20 por las dos caras, serían necesarios 18 testigos para cada una de las probetas ensayadas. Estimando un coste por cada testigo de 15.000,– Pta., se obtiene un importe de 270.000,–Pta/probetas que para el conjunto de las tres probetas significa más del 200 por 100 del coste de todo el ensayo.

Así pues, tanto razones de tipo técnico (poca variación de la resistencia del hormigón en altura de la probeta), como razones de tipo económico (elevado coste de la separación de los dos bloques), llevan a la conclusión de que debe eliminarse el bloque adicional especificado en dichas Recomendaciones.

4. SOLUCION ALTERNATIVA

Como solución alternativa proponemos para cubrir los objetivos señalados la siguiente:

"Utilizar una probeta sin bloque adicional con las características exigidas en las Recomendaciones F.I.P. 1981 pero con una resistencia del hormigón inferior a la exigida en proyecto".

Puesto que el bloque adicional está incluido para simular la variación de las características adherentes con la altura, y que por otro lado, como es bien sabido por todos la adherencia tiene una relación directa con la resistencia y viceversa, cabe esperar que una resistencia menor de hormigón utilizado en la probeta simularía de forma satisfactoria esta variación de la adherencia.

Desde el punto de vista de cuantificar la nueva resistencia del hormigón a exigir en la probeta, podría realizarse una investigación futura que la definiera de manera más precisa. Sin embargo, en nuestra opinión, el orden de magnitud de la resistencia de la probeta será del 95 por 100 de la exigida en el proyecto del anclaje.

Este orden de magnitud viene apoyado por la opinión de NEVILLE en (10), el cual expresa que para valores altos de la resistencia (del orden de la exigida en estos ensayos) una variación en la misma implica una pequeña variación de las condiciones adherentes. Valores cuantitativos de esta variación de las tensiones tangenciales se recogen asímismo en el Código Modelo del CEB-FIP de 1978 (4).

CONCLUSIONES

De todo lo anteriormente expuesto se concluye lo siguiente:

– Las normativas internacionales (BS 4447 – y Recomendaciones FIP) presentan, diversas lagunas en lo que repecta al ensayo y aprobación de sistemas de pretensado por adherencia.

– Como resultado de las experiencias realizadas se recomienda una ejecución cuidadosa de las probetas colocando una placa metálica en el frente de aplicación de la carga que permita una distribución uniforme de tensiones.

– El bloque adicional recomendado por la FIP debe, en nuestra opinión, ser eliminado. Como solución alternativa se propone la ejecución de las probetas sin el citado bloque, con un hormigón de resistencia igual al 95 por 100 de la especificada por el fabricante del anclaje.

AGRADECIMIENTOS

Queremos expresar nuestro agradecimiento a D. Juan B. RIPOLL de la empresa C.T.T. por facilitar las probetas utilizadas en los ensayos de los anclajes pasivos en "X" de tipo Stronghold para su posterior estudio de las características resistentes.

Asimismo, queremos agradecer al Ayuntamiento de Barcelona en la persona de D. Juan CASANOVAS, Director del Laboratorio de Ensayo de Materiales, toda la ayuda prestada en los ensayos con ultrasonidos y extracción y rotura de testigos. Sin dicha ayuda, este estudio no hubiese podido contar con la justificación experimental de las hipótesis realizadas.

5. BIBLIOGRAFIA

1. BENATOV, B. y LUCEA, I. *"Estudio de la correlación entre los resultados de los ensayos esclerométricos, ultrasonidos y de compresión de probetas de hormigón"*. Asociación de Investigación de la Construcción. Madrid, 1982.
2. B.S.I. *BS 4447: "Specification for the performance of prestressing anchorages for post-tensioned construction"*. Ed. British Standards Institution. London, 1973.
3. BUNGEY, J.H. *"The Testing of Concrete in Structures"*. Ed. Survey University Press. New York, 1982.
4. CEB-FIP *"Código Modelo CEB-FIP para estructuras de hormigón"*. Versión castellana editada por el I.E.T. Madrid 1982.
5. F.I.P. *"Recommendations for acceptance and application of posttensioning systems"*. Ed. FIP by the Cement and Concrete Association. U.K. 1972.
6. F.I.P. *"Guides to good practice; Practical Construction"*. Ed. FIP by the Cement and Concrete Association. U.K. 1975.
7. F.I.P. *"Recommendations for acceptance and application of posttensioning systems"*. Ed. FIP by the Cement and Concrete Association. U.K. 1981.
8. I.C.E.C. *"Ensayos estáticos y de transferencia de anclajes ciegos en "X" 12/0.5"*. Informe del Institut Catalá d'Enginyería Civil para el Centro de Trabajos Técnicos, S.A. Barcelona, Julio 1984.
9. LEONHARDT, F. *"Hormigón Pretensado. Proyecto y Construcción"*. I.E.T. Madrid 1977.
10. NEVILLE, A.M. *"Properties of Concrete"*. Third Edition. Ed. Pitman. London. 1981. pp. 303-307.
11. ROSTASY, F.S. *Comunicación personal* por carta en fecha 28-02-1984.

Repercusión de la redistribución de esfuerzos por fluencia en la capacidad portante última de los puentes de hormigón pretensado construidos por voladizos sucesivos

ANGEL C. APARICIO, JUAN R. CASAS
Dpto. de Estructuras
E.T.S. Ingenieros de Caminos. Barcelona

1. INTRODUCCION

Es bien conocida de todos Vdes. la técnica de construcción de puentes por avance en voladizo. En la parte superior de la figura 1 se esquematiza uno de los casos más sencillos de construcción, por este procedimiento, de un puente de dos vanos simétricos. Partiendo de la pila central se va ejecutando el dintel por dovelas sucesivas que se van haciendo resistentes mediante un pretensado dispuesto próximo a la cara superior del dintel, finalizando la construcción cuando se hormigona la última dovela –realmente un diafragma– directamente sobre los apoyos en estribos.

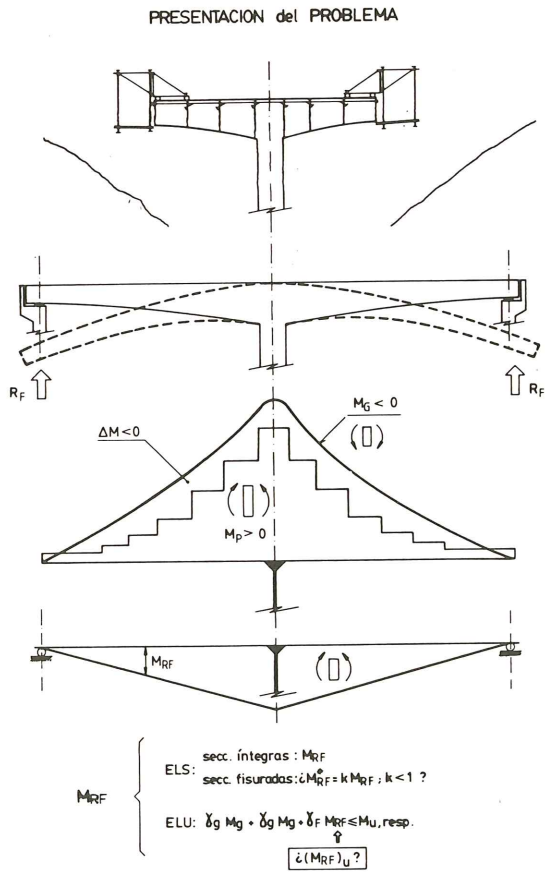


Figura 1. Origen de los esfuerzos de adaptación por fluencia, M_{RF}, y problemática de su consideración en la verificación de los distintos estados límites.

En la parte intermedia de la figura 1, se representa, de una manera simplificada y esquemática, las leyes de momentos de peso propio y de pretensado superior existentes al finalizar la construcción. Debido a que el pretensado ejerce también un axil sobre las secciones, que compensará parte de las tracciones originadas por los momentos debidos a las cargas exteriores, ocurre que los momentos flectores de peso propio son superiores, en valor absoluto, a los momentos de pretensado, por lo que en casi todas las secciones va a existir un momento flector negativo, suma del debido al peso propio del dintel, (negativo), y del originado por el pretensado, (positivo). Este momento flector negativo existente en cada sección originará, en cada una de ellas, curvaturas negativas que provocarán flechas descendentes en los extremos de la ménsula. Si hemos ido construyendo el dintel con las contraflechas adecuadas, llegaremos a los estribos con la rasante correcta, pero, debido a la fluencia del hormigón, las curvaturas existentes a lo largo del dintel, cuando el puente se ha terminado de construir, se incrementarán en el tiempo y tenderían a aumentar el descenso de los extremos de las ménsulas. Como esto ya no es posible, debido a la existencia de los apoyos extremos, se originará en éstos una reacción de sentido ascendente, creciente con el tiempo, que compatibilice, en cada instante, los incrementos de flecha en el caso de ménsulas libres con las condiciones modificadas de vinculación.

Esta reacción R_F, produce sobre el dintel una ley de momentos flectores positivos, como la dibujada en la parte inferior de la figura 1, creciente con el tiempo, hasta llegar a un máximo cuando acabe el proceso de fluencia. A este fenómeno suele denominársele adaptación por fluencia, o redistribución de esfuerzos por fluencia, y se desarrolla, a lo largo del tiempo –como ya hemos indicado–, con un comportamiento lineal del material y en ausencia de fisuración de las secciones en el caso de un puente pretensado. Para su evaluación puede utilizarse un modelo de análisis paso a paso en el tiempo o bien, puede acotarse mediante un método aproximado como el de Rüsch-Jungwirht.

De cara a la verificación de los estados límites, está claro que, en la verificación de los estados límites de servicio, si todas las secciones de la estructura están íntegras, debe considerarse el valor del momento de redistribución por fluencia M_{RF}, obtenido según cualquiera de los métodos arriba indicados. Pero, si existe en este nivel de solicitación alguna sección fisurada, –lo que puede suceder si se dimensiona un pretensado inferior PARCIAL–, es lógico pensar que el momento a considerar en la verificación pueda ser uno más pequeño, M^*_{RF}, que el deducido de un cálculo donde todas las secciones se han considerado íntegras.

En cuanto a la verificación del estado límite último de resistencia frente a solicitaciones normales, está claro que, si las secciones de hormigón del dintel tuvieran un comportamiento plástico perfecto, el momento originado por la redistribución de esfuerzos por fluencia no modificaría la carga última, –al igual que cualquier otra acción indirecta–, ya que, al prescindir de las condiciones de compatibilidad de movimientos, que se dan por supuestas, en las condiciones de equilibrio se elimina el momento originado por la redistribución de esfuerzos por fluencia. En efecto, escribiendo las condiciones de equilibrio para un tramo central de una viga continua, en el estado límite último, tendríamos:

$$M_{apoyo} \equiv -M_1\ (\gamma\, G) - M'_1\ (\gamma\, Q) + M(DI) \geqslant -\ |(Mu, resp)_{apoyo}|$$

$$M_{vano} \equiv M_2 (\gamma\, G) + M'_2\ (\gamma\, Q) + M(DI) \leqslant (Mu, resp)_{vano}$$

Restando la primera de la segunda:

$$M_1\ (\gamma\, G) + M_2\ (\gamma\, G) + M'_1\ (\gamma\, Q) + M'_2\ (\gamma\, Q) \leqslant\ |(Mu, resp)_{ap}| + (Mu, resp)_{vano}$$

o sea,

$$\text{Momento isostático } (\gamma\, G + \gamma\, Q) \leqslant\ |(Mu, resp)_{apoyo}| + (Mu, resp)_{vano}$$

El problema, en nuestros puentes de hormigón, reside en que los materiales reales tienen una deformación última limitada, por lo que las hipótesis de la teoría de la plasticidad no son válidas, y es preciso verificar, en el estado límite-último, las condiciones de compatibilidad, lo que sólo puede hacerse mediante un análisis no lineal.

Ahora bien, en puentes de estas características, diseñados con criterios normales en cuanto a esbelteces, pretensado, etc., cabe preguntarse cuál será el grado de "disipación" del momento originado por la redistribución de esfuerzos por fluencia en fase elástica, en las proximidades de la rotura de la primera sección, de cara a utilizar los valores elásticos de los momentos en la verificación del estado límite último de resistencia frente a rotura por flexión. Esto es lo que se plantea en la parte inferior de la figura 1 y lo que trata de contestar esta comunicación.

2. METODOLOGIA UTILIZADA PARA EL ESTUDIO DEL PROBLEMA

Como ya mencionamos anteriormente, la única metodología rigurosa, desde un punto de vista teórico, que existe para hallar la carga última de una estructura de hormigón es la realización de un análisis no lineal que simule su evolución hasta la rotura a medida que crece la carga exterior. Como una formulación analítica compacta es totalmente imposible, recurrimos a efectuar un pequeño estudio paramétrico planteado de la siguiente manera:

2.1. Definición del puente estudiado

Los casos estudiados tienen como tipología base un puente continuo de tres vanos, de canto variable, proyectado para ser construído por voladizos sucesivos. El vano central tiene 150 m de luz y los vanos laterales 75 m. Su morfología longitudinal queda caracterizada por la sección en clave que tiene 3,60 metros de canto, y la sección de apoyo sobre pilas con un canto de 8.40 metros, realizándose una variación continua de canto entre ambas según una parábola de segundo grado. Su sección transversal es un cajón monocelular de 12.30 m de anchura de plataforma. La figura n° 2 nos muestra las semisecciones en centro-luz y sobre eje de apoyo en pila, indicándose, además, los espesores de almas y forjados.

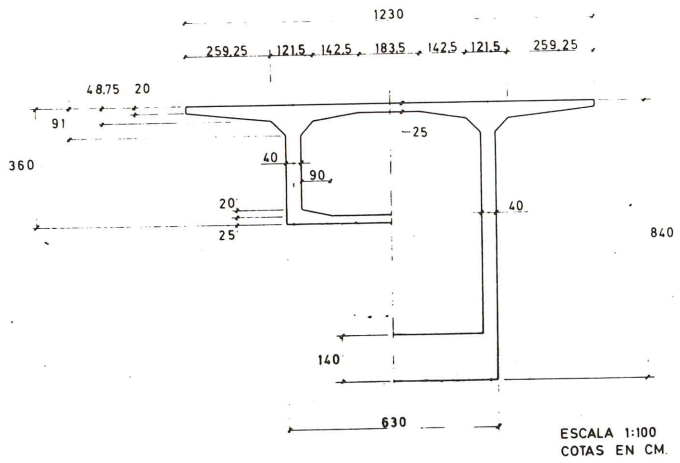


Figura 2. Semisecciones transversales en clave y en apoyos sobre pilas.

Este puente corresponde al estudiado por el Dr. Alonso Cobo en el ejemplo n° 2 de su tesis doctoral (1). Allí se desarrollaron diversos estudios sobre la influencia que los diversos parámetros reológicos, mecánicos y ambientales ejercen en el comportamiento a largo plazo de los dinteles de puentes de tramo recto construídos por avance en voladizo. Disponíamos, así, de diversos casos dónde se había evaluado la situación tenso-deformacional del estado permanente, cuyo conocimiento es obligatoriamente necesario para evaluar con rigor la respuesta de la estructura ante acciones instantáneas que actúan con posterioridad. De este modo, aprovechábamos un volumen de trabajo ya realizado muy importante y podíamos centrarnos, con más detenimiento, en el estudio de la evolución hasta rotura, considerando un mayor número de casos.

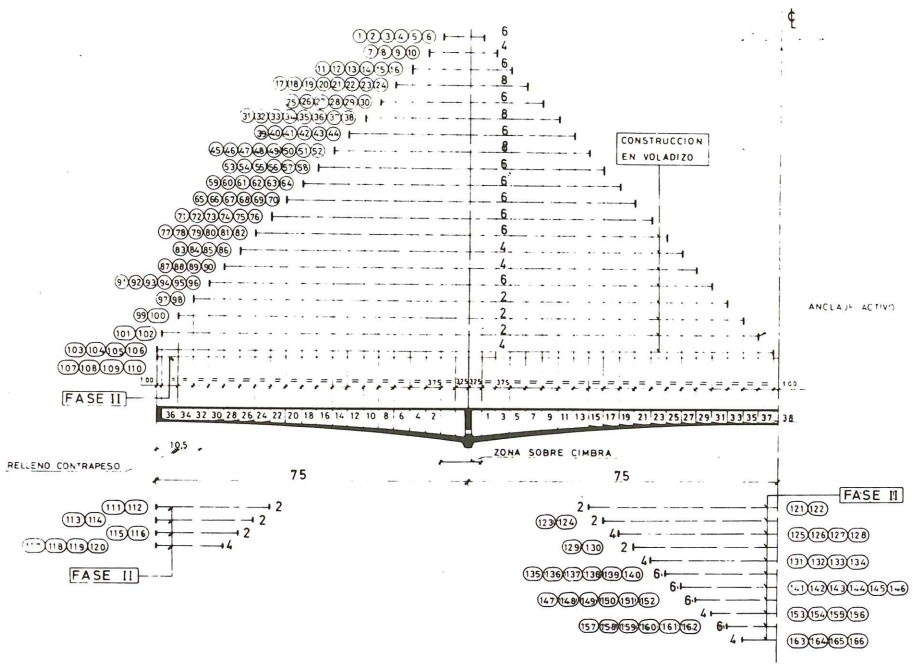


Figura 3. Semisección longitudinal y definición general del pretensado, del puente considerado en el estudio paramétrico.

En cuanto al pretensado, está formado por tres familias de tensones: (Fig. 3)

a) Un pretensado superior compuesto por los tendones números 1 a 106, tesados durante construcción, y los 107 a 110 tesados cuando la estructura es continua.

b) Un pretensado inferior en vanos laterales formado por los tendones números 111 a 120.

c) Un pretensado inferior en vano central, o pretensado de continuidad, con un número de tendones, variable en cada caso, que oscila entre 46 unidades como máximo y 28 como mínimo. Todos los tendones son iguales y están compuestos por doce cordones de media pulgada (12 ϕ 0.5").

En las figuras (4), (5), (6), (7) y (8) aparecen más detalles relativos a la disposición del pretensado.

Los diferentes criterios de dimensionamiento utilizados para definir cada pretensado están ampliamente descritos en (1), por lo que aquí vamos a recoger sólo un resumen.

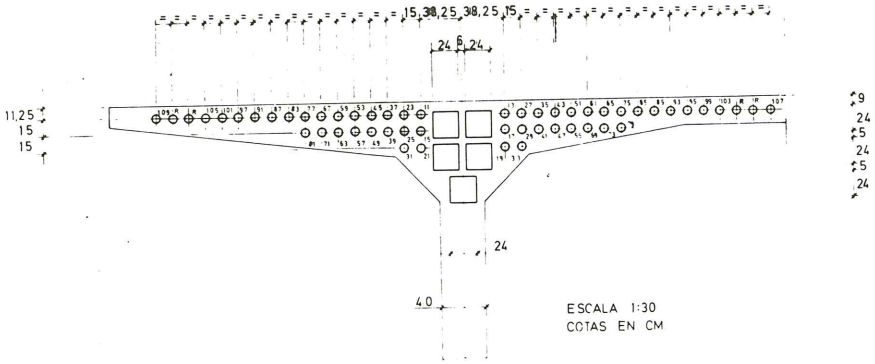


Figura 4. Semisección transversal del pretensado superior por la primera dovela.

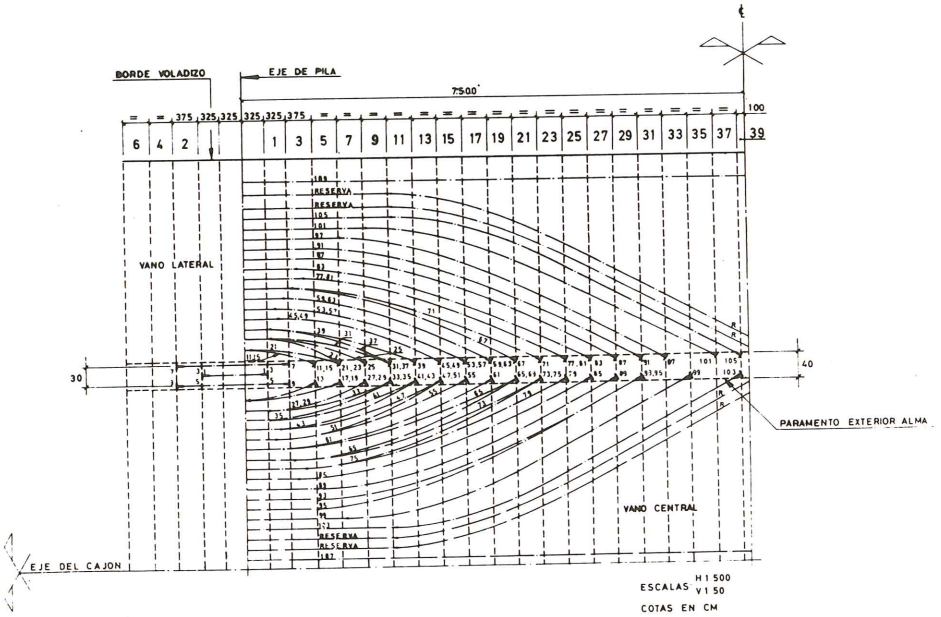


Figura 5. Semiplanta del pretensado superior.

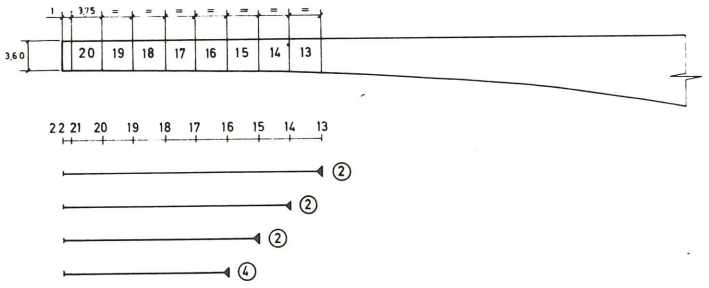


Figura 6. Pretensado inferior del vano lateral.

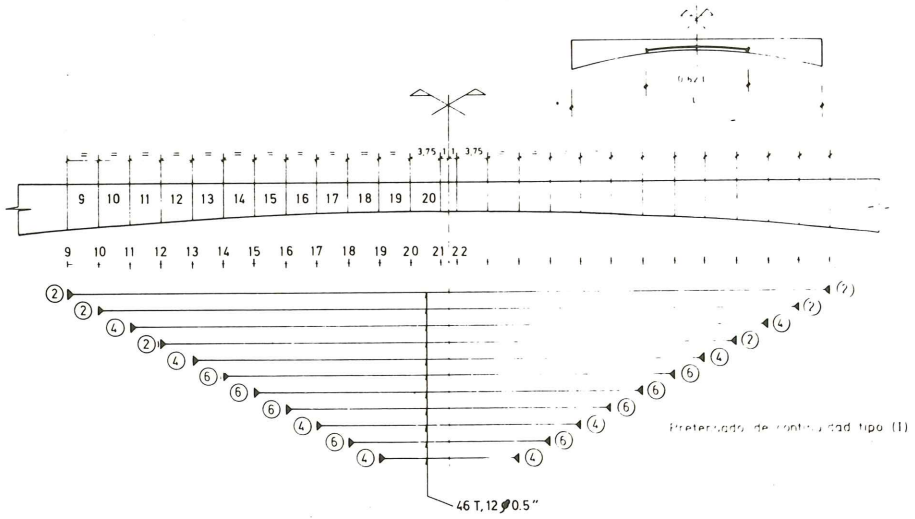


Figura 7. Pretensado inferior del vano central en las estructuras E-1 y E-2. (Pretensado de continuidad "TOTAL", o Clase I).

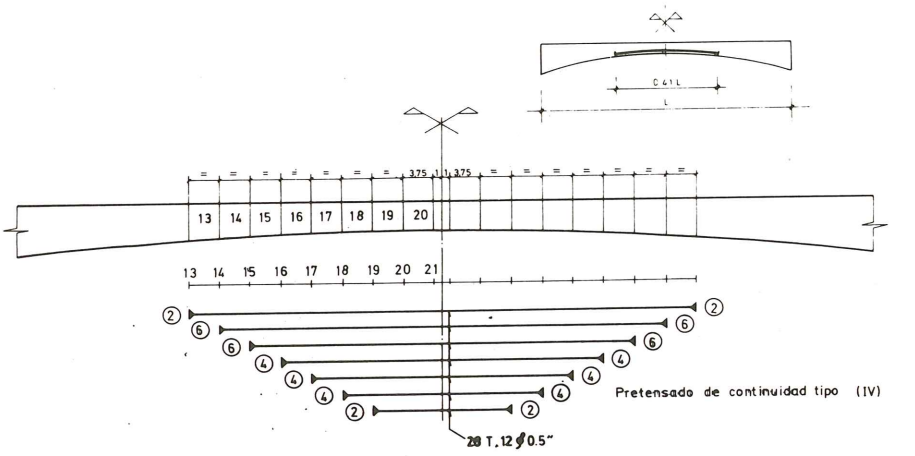


Figura 8. Pretensado inferior del vano central en las estructuras E-3 y E-4. (Pretensado de continuidad "PARCIAL", o Clase III).

El pretensado superior y el inferior de vanos laterales fue dimensionado de modo que no haya descompresión bajo las condiciones pésimas de servicio que se tuvieron en cuenta a la hora del proyecto.

En cuanto al pretensado de continuidad en vano central se estudiaron cuatro variantes del mismo según las solicitaciones y criterios de dimensionamiento utilizados.

El pretensado denominado tipo I se dimensionó a partir de un cálculo elástico teniendo en cuenta un gradiente térmico de 5° centígrados y un momento de adaptación por fluencia estimado según recomendaciones al respecto. Se utilizó la Instrucción EP-80, adoptando un coeficiente $\gamma_p = 0{,}9$ cuando el efecto del pretensado es favorable y un valor $\gamma_p = 1{,}1$ cuando es desfavorable. El dimensionamiento se efectuó en clase I, ausencia total de tracciones en la situación más desfavorable. El resultado fue la colocación de 46 tendones de 12 ϕ 0,5".

El pretensado tipo II se dimensionó tomando $\gamma_p = 1$ en todos los casos. El resultado fue 40 tendones del mismo tipo anterior.

En el dimensionamiento del pretensado tipo III se tuvo en cuenta la existencia de un momento de adaptación por fluencia; pero se consideró un gradiente térmico nulo y también $\gamma_p = 1$. Son necesarios en este caso 36 tendones.

Para el pretensado tipo IV se consideró también la no existencia de gradiente térmico junto con un momento de adaptación por fluencia de sólo un 60 por 100 del que realmente se tenía que considerar. También en este caso se tomó $\gamma_p = 1$. Como resultado del cálculo tenemos 28 tendones.

La escala de pretensados de continuidad, que va de I a IV, se calculó con un desconocimiento gradualmente mayor de los efectos físicos reales que se producen en este tipo de puentes.

En resumen, puede decirse que el pretensado tipo I corresponde a un dimensionamiento hecho en clase I, mientras que el pretensado tipo IV corresponde a un dimensionamiento que tuviera en cuenta los mismos efectos que se han tenido en cuenta en el primer caso, pero realizado en clase III. Es por este motivo por el cual se ha procesado únicamente estos dos casos extremos que son los más significativos. Por ello, de ahora en adelante, hablaremos únicamente del pretensado de continuidad dimensionado en clase I, o pretensado total, y del pretensado de continuidad dimensionado en clase III o pretensado parcial.

La disposición y cuantía de los pretensados de continuidad que hemos denominado tipo I y tipo IV vienen indicados respectivamente en las figuras 7 y 8.

2.2. Casos considerados

Para cada uno de los dos tipos básicos de pretensado de continuidad que hemos definido en el punto anterior, hemos realizado un estudio de la evolución hasta la rotura partiendo de dos situaciones distintas en el tiempo.

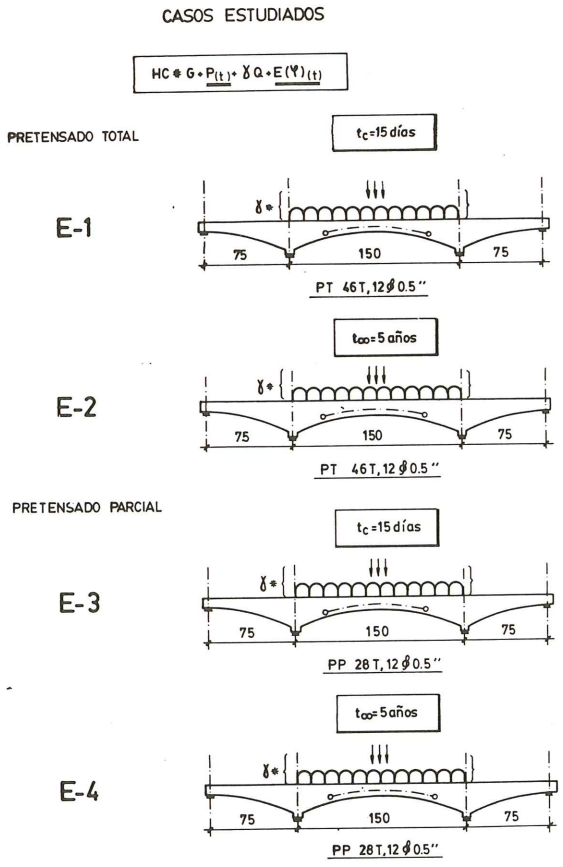


Fig. 9. Definición de los casos estudiados.

a) Comenzando el proceso de simulación a partir de un instante t=15 días, y que es aquél en el que la situación tenso-deformacional de la estructura viene definida por el instante en el tiempo en que se acaba de ejecutar la dovela de cierre en clave, se han puesto en tensión todos los tendones de continuidad y se ha colocado la superestructura, y, por tanto, apenas habrá existido redistribución de esfuerzos por fluencia.

b) Comenzando el proceso de simulación de la rotura en el instante correspondiente a t=5 años, en el cual, el estado tenso-deformacional de la estructura –curvaturas y momentos– habrá sido modificado por la redistribución de esfuerzos en el tiempo y las pérdidas de pretensado.

De este modo quedan bien definidos los cuatro casos que hemos procesado (Fig. 9).

1° Caso, que denominaremos E-1, y que corresponde al pretensado de continuidad dimensionado en clase I, en el que la simulación de la rotura, por cargas instantáneas crecientes, se inicia a partir del estado tenso-deformacional existente en el instante t=15 días.

2° Caso E-2, que corresponde al mismo pretensado, pero en el que el proceso de simulación hasta rotura se inicia a los cinco años de cerrada la clave, existiendo, por tanto, un estado tenso-deformacional modificado por la reología.

3° Caso E-3, análogo al caso E-1, pero con pretensado de continuidad dimensionado en clase III. Comienzo de simulación de la rotura en t=15 días.

4° Caso E-4, definido por el pretensado del caso E-3 y por el estado tenso-deformacional correspondiente a un tiempo transcurrido de 5 años.

Estudiando la diferencia de comportamiento hasta la rotura entre los casos E-1 y E-2 por un lado, y E-3 y E-4 por otro, podremos ver la influencia que la redistribución de esfuerzos en el tiempo tiene sobre la capacidad portante última de estructuras reales de esta tipología.

Antes de seguir adelante, es preciso hacer algunas puntualizaciones adicionales:

a) Se ha considerado que a los 5 años los efectos de la fluencia se han desarrollado ya en su totalidad.

b) El valor del momento de adaptación por fluencia depende sólo, a efectos prácticos, del peso propio y del pretensado superior tesado en fase de construcción (1). Aunque existe una redistribución de esfuerzos debidos a la carga permanente –por la distinta edad de las dovelas– y al distinto entorpecimiento a la deformación creado por la cuantía variable de pretensado de continuidad, es insignificante a efectos prácticos (1). Por ello, el momento de adaptación por fluencia es prácticamente idéntico en ambas estructuras, E-2 y E-4.

c) Sin embargo, no es posible evaluar, de una manera aislada, la influencia en la carga última del momento de adaptación por fluencia. Por la manera de proceder, –que es la única posible–, al simular la evolución hasta rotura de cada estructura a partir de dos tiempos origen distintos, tenemos en cuenta, no sólo el momento de adaptación por fluencia, sino también la variación del momento hiperestático debido a las pérdidas diferidas de los distintos pretensados. Por ello, en rigor, deberíamos hablar en este estudio de la influencia de los fenómenos reológicos en la capacidad portante última de este tipo de puentes.

2.3. Técnica de análisis seguida en la simulación del proceso de evolución hasta la rotura

Para el estudio de la evolución hasta la rotura se ha seguido el modelo de análisis no lineal descrito en (2) y (3), modificando la escritura de las condiciones de compatibilidad de giros de modo conveniente para que el estado tenso-deformacional inicial, a partir del cual se simula la rotura, sea coincidente con el obtenido por el procedimiento de construcción por voladizos sucesivos y la modificación originada, en su caso, por la redistribución de esfuerzos por fluencia, en fase elástica, y la variación del hiperestático debido a las pérdidas de pretensado.

Dada la tipología del ejemplo, la rotura se simula, a partir del estado inicial correspondiente, (definido por los valores característicos del peso propio, pretensado, carga permanente y efectos reológicos), incrementando la sobrecarga característica de puentes de carretera situada en el vano central, mediante un coeficiente multiplicador γ, creciente desde un valor nulo, hasta alcanzarse la rotura de la primera sección.

3. RESULTADOS DEL ANALISIS NO LINEAL

3.1. Capacidad portante última

En la tabla 1 se presentan los resultados finales del análisis no lineal de las cuatro estructuras consideradas, comparándolos con los que podrían deducirse de un análisis elástico y lineal. En la parte inferior de la misma tabla se recogen, igualmente, los resultados obtenidos en el caso en el que, además de la actuación de la sobrecarga, existe también un gradiente térmico, entre fibras superior e inferior del tablero, de $10^{o}C$.

TABLA 1

		E-1	E-2	E-3	E-4
		Pretensado total t = 15 días	**Pretensado total t = 5 años**	**Pretensado parc. t = 15 días**	**Pretensado parc. t = 5 años**
HIPOTESIS DE CARGA # 1 $G+P_{(t)}+\gamma^{*}Q+E_{\varphi(t)}$	A.L.	Sección 1-4 $\gamma_u = 3{,}02$	Sección 1-5 $\gamma_u = 3{,}01$	Sección 2-5 $\gamma_u = 2{,}275$	Sección 2-6 $\gamma_u = 2{,}05$
	A.N.L.	Sección 1-4 $\gamma_u = 3{,}05$	Sección 1-5 $\gamma_u = 3{,}05$	Sección 2-5 $\gamma_u = 2{,}265$	Sección $\gamma_u = 2{,}50$
HIPOTESIS DE CARGA # 2 Hip # 1 + ($\Delta T = 10^{o}C$)	A.L.	Sección 2-5 $\gamma_u = 2{,}875$	Sección 2-6 $\gamma_u = 2{,}89$	Sección 2-5 $\gamma_u = 1{,}825$	Sección 2-6 $\gamma_u = 1{,}55$
	A.N.L.	Sección 1-4 $\gamma_u = 3{,}08$	Sección 1-5 $\gamma_u = 3{,}05$	Sección 2-6 $\gamma_u = 2{,}465$	Sección 1-4 $\gamma_u = 2{,}45$

De la observación detallada de la tabla mencionada, podemos deducir:

1° La repercusión de la redistribución de esfuerzos por fluencia en la capacidad portante última de este tipo de puentes es nula (comparación entre las columnas 1ª y 2ª, y 3ª y 4ª). En efecto, el valor del coeficiente γ para el que se agota la estructura E-1 es 3.05, idéntico al obtenido para la E-2. Incluso para la hipótesis de carga considerada, la estructura E-4 tiene mayor capacidad portante que la E-3.

2° La actuación de un gradiente térmico de 10°C apenas modifica la capacidad portante última de este tipo de estructuras. Esto se explica, cualitativamente muy bien, al considerar que, en estados avanzados de carga, con respuestas seccionales de curvaturas importantes, el incremento de la curvatura impuesta por el gradiente térmico es despreciable frente a las curvaturas permitidas por las deformaciones últimas de los materiales.

3° De los 8 casos analizados, en 7 de ellos el coeficiente γ deducido del análisis no lineal es mayor que el hallado mediante un cálculo lineal. Sólo en el caso de la estructura E-3 (pretensado clase III para t=15 d) y en la hipótesis de carga n° 1, se da un mayor coeficiente de amplificación en el cálculo lineal (γ = 2,275) que en el cálculo no lineal (γ = 2,265), siendo ambos prácticamente coincidentes.

4° Puede apreciarse también la casi coincidencia, para la hipótesis de carga 1, única que aquí estamos considerando, entre los coeficientes γ deducidos del cálculo lineal y los deducidos de un cálculo no lineal, excepto en el caso E-4.

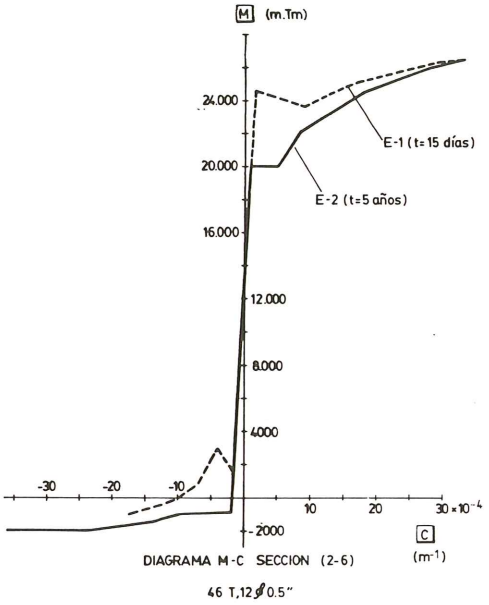


Figura 10. Diagramas Momento-Curvatura de la sección (2-6) de las estructuras E-1 y E-2. Nótese la pequeña diferencia que existe entre el momento de fisuración y el último respuesta, en la estructura E-1, en la que aún no se han producido las pérdidas diferidas de pretensado.

La interpretación de esto es sencilla para los casos de las estructuras E-1 y E-3 que, como veremos más adelante, tienen un comportamiento casi lineal hasta llegar a la rotura, debido a la pequeña diferencia existente entre los momentos de fisuración, –que son muy altos, al no haberse producido aún las pérdidas de pretensado y a haberse considerado en este estudio la resistencia a flexotracción del hormigón–, y los momentos últimos respuesta (Fig. 10). Para el caso de la estructura E-2, la interpretación es más casuística y debe hacerse siguiendo la evolución de su comportamiento hasta rotura según el apartado siguiente. En el caso de la estructura E-4, que recordemos que es la dimensionada con un pretensado de continuidad parcial y cuya simulación hasta la rotura se inicia transcurridos los cinco años, ocurre lo que podría intuirse a primera vista –pero que no siempre es verdad–: las secciones con más capacidad de respuesta –en este caso las de los vanos laterales cuyo pretensado superior está dimensionado en clase I– "acuden en ayuda" de las más solicitadas y con menos capacidad de respuesta, –en este caso la sección central del vano de gran luz, la que además de resultar la más solicitada en esta hipótesis de carga, tiene su pretensado dimensionado en clase III.

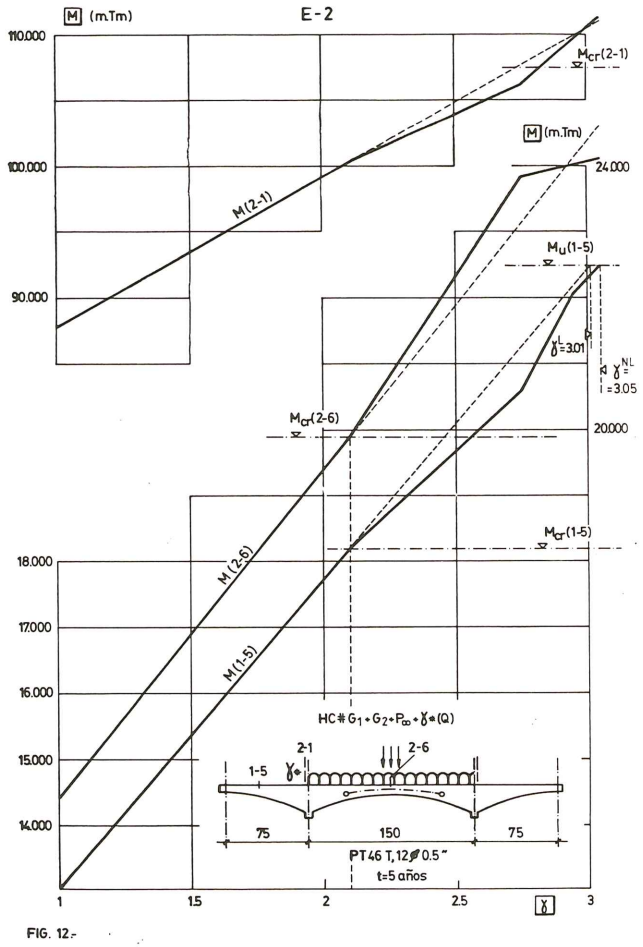


FIG. 12.-

Figura 11. Estructura E-1. Evolución de los momentos flectores en las secciones indicadas, según un análisis no lineal, conforme se incrementa la sobrecarga en el vano de gran luz mediante el factor γ. Nótese la linealidad de la respuesta.

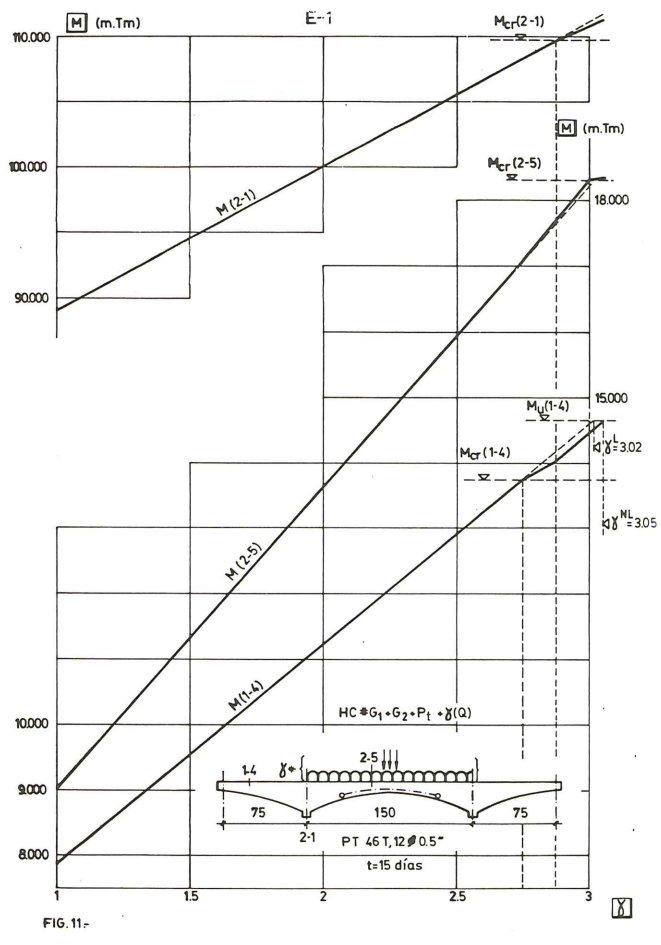


FIG. 11.-

Figura 12. Estructura E-2. Evolución de los momentos flectores en las secciones indicadas, según un análisis no lineal, conforme se incrementa la sobrecarga mediante el factor γ. Como el pretensado inferior del vano central es importante, la primera sección que se fisura es la (1-5) del vano lateral.

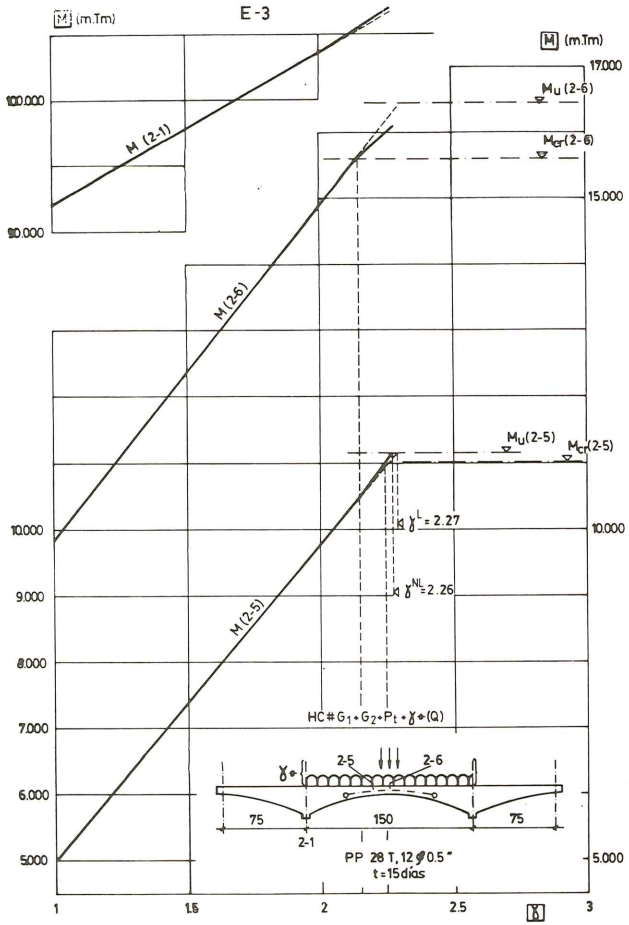


FIG. 13 -

Figura 13. Estructura E-3. Evolución de los momentos en las secciones indicadas, según un análisis no lineal, conforme se incrementa la sobrecarga en el vano de gran luz mediante el factor γ. Nótese, de nuevo, la linealidad de la respuesta, al estar muy próximos los momentos de fisuración y último respuesta, de las secciones de vano.

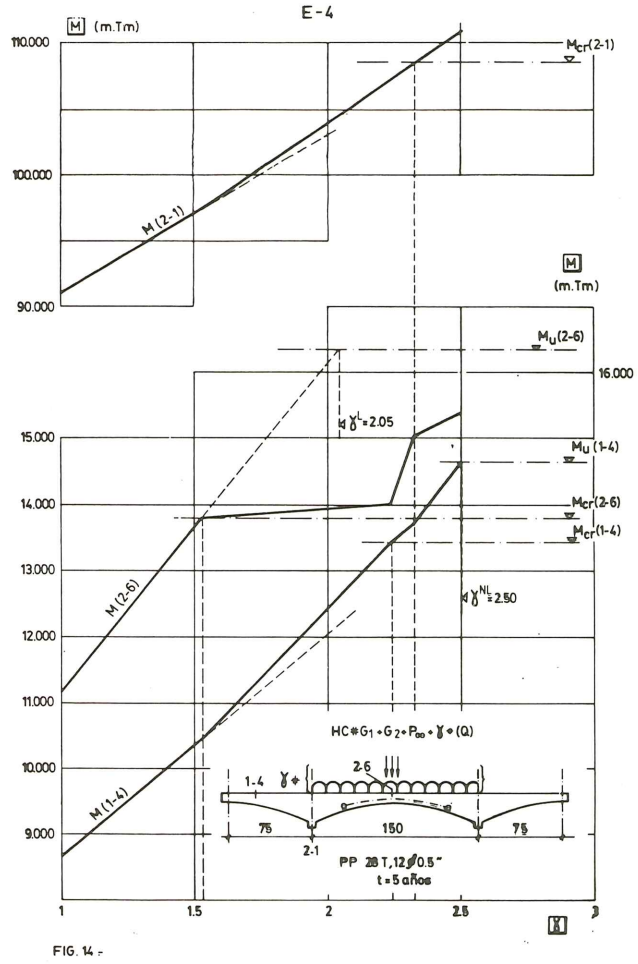


FIG. 14 -

Figura 14. Estructura E-4. Evolución de los momentos flectores en las secciones indicadas, según un análisis no lineal, conforme crece la sobrecarga. Al haberse dimensionado un pretensado de continuidad "parcial", se produce, tras la fisuración de la sección (2-6), una redistribución de momentos de carácter ascendente que incrementa la carga última del puente.

3.2. Evolución hasta la rotura

En las figuras (11), (12), (13) y (14), se representa la evolución de los momentos flectores, en las secciones más características de cada estructura, a medida que se incrementa la sobrecarga actuante en el vano central de la misma mediante el coeficiente γ.

Hemos tomado como secciones más representativas:

- La sección de apoyo sobre pila, (2-1).
- La sección de centro luz del vano intermedio, (2-6).
- Una sección representativa del vano lateral, normalmente la situada al 30 por 100 de luz, contada la distancia desde el estribo, (sección 1-4).
- Aquellas secciones en las que se produce la rotura en cada caso.

Debemos comentar que, en estas figuras, se han tomado varias escalas, para poder representar el momento en las secciones de apoyo y de vano. Además, en las escalas en las que aparecen conjuntamente representadas secciones de vanos laterales y de vano central, se entiende que el momento que en ellas aparece es negativo para las secciones del vano lateral, y positivo para las del vano central. En dichas figuras aparecen señalados, también, los momentos de fisuración y momentos últimos de las secciones representadas.

De la observación de las figuras mencionadas, podemos deducir:

1° El comportamiento lineal, hasta casi la rotura de la primera sección, en los casos de las estructuras E-1 y E-3, esto es, de aquellas estructuras en las que la simulación hasta la rotura se realiza antes de que se hayan producido las pérdidas diferidas del pretensado de continuidad y los efectos de la redistribución por fluencia. Este comportamiento lineal hasta niveles tan avanzados de la solicitación es debido, como ya mencionamos anteriormente, a la poca diferencia existente entre los momentos de fisuración y últimos que poseen, en estas circunstancias, las secciones de vano (Fig. 10).

2° La redistribución de esfuerzos, primero descendente a partir de $\gamma = 2.10$ y luego ascendente para $\gamma > 2.75$ que ocurre en la estructura E-2. Denominamos redistribución de momentos flectores descendente a aquella redistribución en la que el momento flector de las secciones de apoyo crece, cuando se incrementa la carga, de un modo menos elevado que lo que determinaría el cálculo elástico, incrementándose por tanto, más deprisa, los momentos de vano. Es decir, para un valor dado de γ, la ley de momentos flectores totales ha descendido respecto a la predicha por el cálculo elástico.

3° La relativa complejidad de comportamiento de la estructura E-4, en la que para $\gamma \simeq 1.55$ se fisura la sección central de puente, (2-6), creciendo con mayor pendiente el momento flector sobre la sección de apoyo (2-1), y, consecuentemente, también en todo el vano lateral descargado, hasta que, debido a esta causa, se fisura la sección 1-4 para $\gamma \simeq 2.23$. A partir de entonces, el vano lateral pierde rigidez, empotra menos al vano central, y los momentos flectores en la sección (2-6) crecen rápidamente con el incremento de la carga. Para $\gamma \simeq 2{,}33$ se fisura la sección de apoyo (2-1) y se extiende la fisuración sobre el vano central (no representado en la figura), alcanzándose la rotura para $\gamma = 2.50$, ocurriendo en la sección 1-4 del vano lateral, y existiendo, aún, margen suficiente en el vano central. Debe observarse, cómo con un comportamiento lineal, la rotura se alcanzaría, para esta hipótesis de carga, en la sección 2-6, para un valor del coeficiente γ, que amplifica la sobrecarga, de 2.05. La estructura es capaz de soportar más carga que la predicha por el cálculo elástico debido a la

redistribución de momentos flectores de carácter ascendente que comienza a originarse con la fisuración de la sección 2-6.

3.3. Evolución del momento redistribuído en el tiempo con el incremento de la sobrecarga

En la figura 15 se representa la evolución del momento flector en la sección centro luz del vano central conforme se incrementan las sobrecargas mediante el factor γ, y esto para las cuatro estructuras estudiadas, E-1 a E-4.

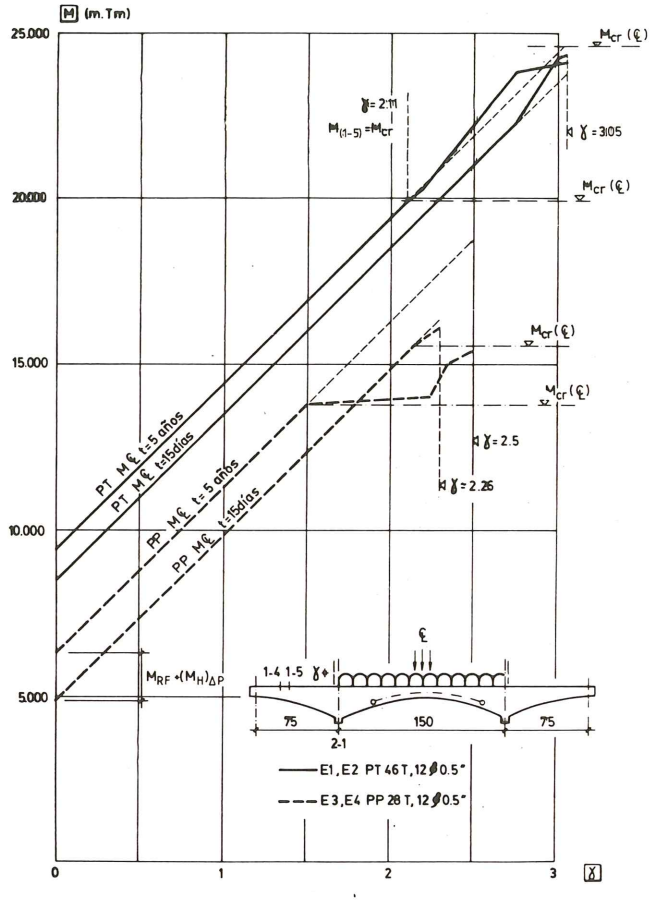


Figura 15. Comparación entre las distintas evoluciones del momento flector en la sección (2-6), para cada uno de los casos, conforme crece la sobrecarga.

Imputando el efecto a la causa que lo produce, la diferencia de la evolución de los momentos en esta sección (2-6) según crece la sobrecarga, entre las estructuras cuya simulación hasta rotura se efectúa en el instante t=5 años (estructuras E-2 y E-4) y las que su simulación hasta rotura se realiza transcurridos tan sólo 15 días, (estructuras E-1 y E-3), representa la "evolución" con el incremento de carga de los momentos redistribuídos en el tiempo, esto es, de los debidos a la adaptación por fluencia y a la variación de los hiperestáticos de pretensado producida por las pérdidas diferidas.

En el caso del puente con pretensado parcial de continuidad, –estructuras E-3 y E-4– se observa cómo a partir de la fisuración de la sección central (2-6), el momento flector debido a la redistribución por fluencia y a la variación del hiperestático de pretensado se disipa rápidamente, llegando a tomar, con la definición convencional que hemos dado para su evolución, un valor negativo. Esto no quiere decir otra cosa más que la estructura E-4 tiene una

capacidad de redistribución de esfuerzos que es superior, en valor, al momento redistribuído en el tiempo.

Sin embargo, en el caso de puente proyectado con un pretensado de continuidad total, –clase I–, sucede que la "disipación" del esfuerzo que estamos comentando sólo ocurre en las proximidades de la rotura. En efecto, observamos que, a partir de la fisuración de la primera sección, como ésta es la 1-5 (Fig. 12) y, por ello, la redistribución de momentos es descendente como ya hemos comentado, el momento en (2-6) crece con mayor pendiente que la deducida del cálculo elástico, por lo que no puede hablarse de "disipación" del esfuerzo de adaptación, sino de todo lo contrario, de un "incremento" de éste a partir de fisuración.

4. CONCLUSIONES

La evolución de la respuesta resistente conforme crece la sobrecarga simulando el comportamiento no lineal de los materiales y la fisuración de las secciones la hemos expuesto detenidamente en el punto anterior, y las conclusiones de este trabajo, que parecen tener validez general, las hemos ido detallando paso a paso, en esta comunicación, y las hemos englobado en (4).

Con respecto al problema enunciado en el título, y planteado en la introducción, podemos concluir:

1° La repercusión de los efectos debidos a la redistribución por fluencia, sobre la capacidad portante última de este tipo de puentes, parecer ser nula. O dicho de otra manera, en la verificación del estado límite último de resistencia frente a solicitaciones normales a partir de los esfuerzos deducidos de un cálculo elástico, puede prescindirse de considerar en el momento de diseño, Md, los efectos originados por la adaptación por fluencia.

2° Con vistas a la verificación de los estados límites de servicio, está claro que, si no existe fisuración en ninguna sección, el momento de adaptación por fluencia debe ser considerado. Aunque es evidente después de lo dicho en la introducción, y a lo largo del trabajo, una manera de disminuir su valor consiste en aumentar la cantidad de pretensado superior, disminuyendo así el momento flector negativo, no compesado, de peso propio y pretensado, que es el origen fundamental del fenómeno.

3° Si para el nivel de carga en el que se verifiquen los estados límites de servicio ha ocurrido ya la fisuración de la sección para la que es crítica el momento de adaptación por fluencia, puede aplicarse el criterio de tomar para él un valor algo más reducido del valor elástico, obtenido según las directrices expuestas en (4).

Sin embargo, si para ese nivel de cargas de servicio en el que se efectúa la verificación, ha ocurrido la fisuración de alguna sección o secciones de los vanos no directamente cargados y se mantienen íntegras las secciones de los vanos cargados, este trabajo demuestra que el momento flector redistribuído por fisuración puede ser incluso más alto que el de adaptación por fluencia calculado elásticamente, no pudiéndose hablar en estos casos de "disipación" tras fisuración, ni aplicar por ello el criterio indicado en (4).

5. AGRADECIMIENTO

Los autores desean expresar su gratitud al profesor D. Carlos Alonso Cobo, por su gentileza de haberles suministrado los resultados de los distintos análisis en el tiempo, (realiza-

dos para el puente aquí descrito mediante un método paso a paso, basado en un comportamiento visco-elástico de los materiales y considerando secciones no fisuradas), y que hemos utilizado como datos de partida necesarios para el estudio de la evolución hasta la rotura aquí expuesto.

6. REFERENCIAS

(1) ALONSO, C.– "Estudio de la influencia que los diversos parámetros reológicos, mecánicos y ambientales ejercen en el comportamiento a largo plazo de los dinteles de puente construídos por avance en voladizo".– Tesis Doctoral. Universidad de Santander, 1982.

(2) APARICIO, A.C.– "Estudio de la evolución hasta la rotura por solicitaciones normales de tableros continuos de puente de hormigón armado o pretensado".– Tesis Doctoral. Universidad de Santander, 1980.

(3) APARICIO, A.C.– "Sobre la conveniencia de limitar, por consideraciones de ductilidad, la cuantía máxima de armadura de flexión de vigas continuas de hormigón armado y pretensado".– Hormigón y Acero n. 144. 3er trimestre, 1982. Págs. 41-82.

(4) APARICIO, A.C.– "Recomendaciones prácticas para la verificación de los estados límites relativos a flexión de puentes continuos de hormigón pretensado".– XI Asamblea de la ATEP. Sesión I, Santander, 1984. Hormigón y Acero n. 154, 1er trimestre, 1985. Págs. 77-96.

(5) CASAS, J.R.– "Influencia del gradiente térmico y de la redistribución de esfuerzos por fluencia impedida en la capacidad portante última de los puentes construídos por voladizos sucesivos". Tesina de Especialidad dirigida por el primer firmante de este artículo.– E.T.S. Ing. de Caminos, Barcelona, 1983.

* * *

Concurso Convocado por el Prestressed Concrete Institute (P.C.I.)

El Prestressed Concrete Institute nos remite, para su difusión, el anuncio de un Concurso, convocado para el presente año 1985, con el objeto de premiar trabajos encaminados a promover el desarrollo de nuevos materiales, productos, procesos de fabricación, métodos constructivos, diseños, etc., que puedan dar lugar a importantes avances en la tecnología relativa a la prefabricación de elementos y estructuras de hormigón pretensado.

Los trabajos pueden ser presentados por Empresas, Organismos o personas individuales, no siendo requisito necesario pertenecer al P.C.I.

Para este Concurso se ha establecido un primer premio dotado con 2.000,– dólares. Se concederán también varias menciones honoríficas.

Salvo indicación en contrario de los autores, el P.C.I. se reserva el derecho de incluir en sus publicaciones los trabajos que reciba, aunque no hayan sido premiados.

Para todo lo relacionado con este Concurso los interesados deberán dirigirse a:

PRESTRESSED CONCRETE INSTITUTE
201 North Wells Street
Chicago, Illinois 60606 (USA)
(312) 346-4071

La fatiga en vigas de hormigón pretensado

A. Páez
Dr. Ing. de Caminos, Canales y Puertos

NOTACION UTILIZADA

A = Area. Sección.
A_c = Sección de hormigón.
A_p = Sección de la armadura de pretensado.
A_s = $A'_s + A''_s$ = Sección de la armadura pasiva.
A'_s = Sección de acero en el borde más comprimido.
A''_s = Sección de acero en el borde menos comprimido.
D = Daño acumulado.
E_c = Módulo de elasticidad del hormigón.
E_s = Módulo de elasticidad del acero.
H_z = Celeridad de la oscilación en términos de frecuencia.
M = Suma de Miner. Momento flector.
M_a = $M_M - M_m$ = Amplitud de la variación del momento flector.
M_M = Momento máximo.
M_m = Momento mínimo.
M_s = Momento de servicio.
M_o = Momento de descompresión. Momento que produce una tensión nula en el intradós del hormigón.
M_1 = Momento estático mínimo.
M_2 = Momento mínimo de variación.
M_3 = Momento máximo de variación.
M_4 = Momento límite de agotamiento bajo carga estática.
M_{4f} = Momento ficticio de agotamiento impuesto por la fatiga.
N = Número de ciclos que producen la rotura con amplitud de oscilación constante.

Q = Carga aplicada.

f_c = Resistencia del hormigón en el ensayo estático.

f_{c28} = Resistencia del hormigón a los 28 días de edad.

f_{cm} = Resistencia media del hormigón.

f_j = Resistencia del hormigón a los j días.

f_p = Carga unitaria de rotura del acero de pretensado.

f_{py} = Límite elástico convencional de la armadura de pretensado.

f_y = Límite elástico convencional de la armadura pasiva.

m = Momento relativo.

n = Número de ciclos.

n_i = Número de ciclos de amplitud a_i.

n_r = Número real de ciclos.

n_t = Número teórico de ciclos.

$\alpha_M = \sigma_M : f$ = Tensión relativa máxima.

$\alpha_m = \sigma_m : f$ = Tensión relativa mínima.

$\beta_e = E_s : E_c$ = Coeficiente de equivalencia.

γ_f = Coeficiente de seguridad multiplicador de solicitaciones.

σ_a = Amplitud de la oscilación tensional = $\sigma_M - \sigma_m$.

σ_c = Tensión de compresión en el hormigón.

σ_M = Valor máximo de la oscilación tensional.

σ_m = Valor mínimo de la variación tensional.

σ_p = Tensión de la armadura de pretensado.

σ_{pi} = Tensión de la armadura de pretensado bajo la acción del momento M_i.

σ_{po} = Tensión de la armadura activa bajo el momento M_o.

σ_{p3} = Tensión de la armadura activa bajo el momento M_3.

χ = Función de α_M y de α_m.

$$\zeta_m = \frac{\sigma_m}{\sigma_M}$$

1. GENERALIDADES

Salvo en contados casos, las piezas de hormigón armado o pretensado, sean vigas, columnas, placas o zapatas, se encuentran sometidas a flexiones variables entre ciertos límites a causa de la acción eventual de las sobrecargas. Debido a esta fluctuación, el material que las constituye, hormigón y acero, se encuentra sometido a unos esfuerzos que oscilan, bien entre dos límites extremos de tracción, bien entre dos esfuerzos ambos de compresión, o bien entre un esfuerzo de tracción y otro de compresión.

Esta posible variación de los esfuerzos, en forma de ciclos oscilantes, repetidos, o alternados, fatiga el material, produciendo una rotura prematura bajo esfuerzos inferiores a su capacidad resistente en el ensayo estático convencional.

Esta reducción de sus características mecánicas, depende principalmente del número de ciclos aplicados y de la amplitud de la oscilación. Cuando esta última es pequeña, o cuando,

siendo grande, el número de ciclos que la pieza ha de soportar no es demasiado elevado, la pérdida de resistencia carece de importancia y el fenómeno de la fatiga pasa desapercibido.

El tema no es nuevo, porque nada más antiguo que los fenómenos de durabilidad vinculados al paso del tiempo. Si hoy no podemos admirar la belleza del coloso de Rodas es porque sus constructores no supieron imprimir a la obra el carácter de permanencia que aquel gigante con piés de barro exigía. Si el tema recaba ahora nuestra atención se debe a que cada día exigimos más al material compuesto por hormigón y acero. En un principio se limitó a resistir la acción del agua y del sol. Más tarde tuvo que soportar el fuego de un incendio y los efectos de las heladas. Antaño tuvo que resistir cargas y almacenar líquidos. Hoy le pedimos que supere los embates de las olas cuando construimos plataformas en alta mar.

A lo largo de este estudio, se entiende por esfuerzos o momentos alternados los ciclos de carga capaces de crear unas tensiones en el material variables entre un valor máximo σ_M y uno mínimo σ_m, uno de compresión y otro de tracción.

Se aplica la denominación de esfuerzos oscilantes a todo ciclo conducente a una variación tensional entre un límite superior y un límite inferior ambos de compresión o ambos de tracción.

Se define como esfuerzos repetidos, el caso particular de ciclos oscilantes en el que el límite inferior es igual a cero.

2. LA FATIGA EN EL HORMIGON COMPRIMIDO

Las cargas debidas al viento, a la acción del oleaje, a los terremotos y al paso de los vehículos, inducen, en las estructuras de hormigón que las soportan, unas variaciones tensionales en el tiempo, difícilmente previsibles porque imprevisible es el propio historiograma de las cargas con sus oscilaciones cambiantes. Con independencia de los fenómenos dinámicos que dicha variación de cargas puede generar, lo cierto es que tanto unas como otras, tanto las tensiones como las cargas que las originan, sólo pueden ser estimadas como unos valores aleatorios de caprichosa evolución en el lapso que se considera (fig. 1).

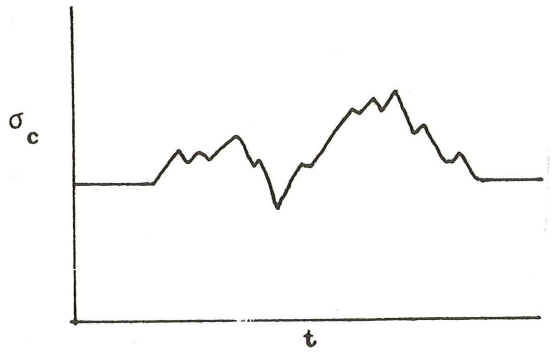


Fig. 1.

Una primera expresión del fenómeno de la fatiga consiste en someter al material a unos ciclos senoidales de carga, de amplitud σ_a constante (fig. 2), o bien unos procesos oscilantes de carga linealmente variables (fig. 3). La razón de este ensayo consiste en que deja definido el historiograma por la tensión máxima σ_M, por la tensión mínima $\sigma_m = \sigma_M - \sigma_a$, y por la frecuencia o celeridad de los ciclos.

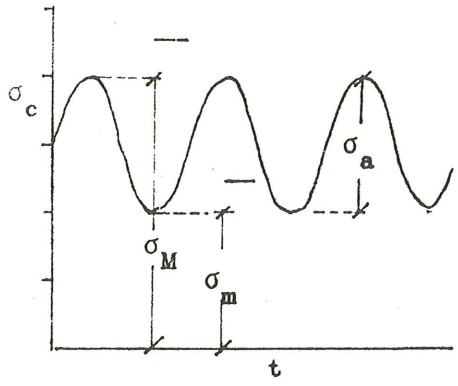


Fig. 2.

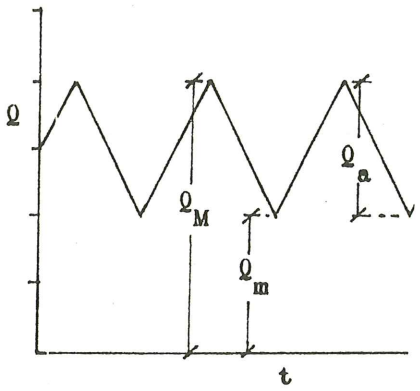


Fig. 3.

El diagrama de Wöhler (fig. 4), no es más que un primer intento para vincular el número de ciclos resistido con la carga o tensión máxima aplicada cuando la mínima es ζ_m veces la máxima:

$$\zeta_m = \frac{\sigma_m}{\sigma_M}$$

admitiendo para ello que la celeridad con que se aplican los ciclos es de secundaria importancia.

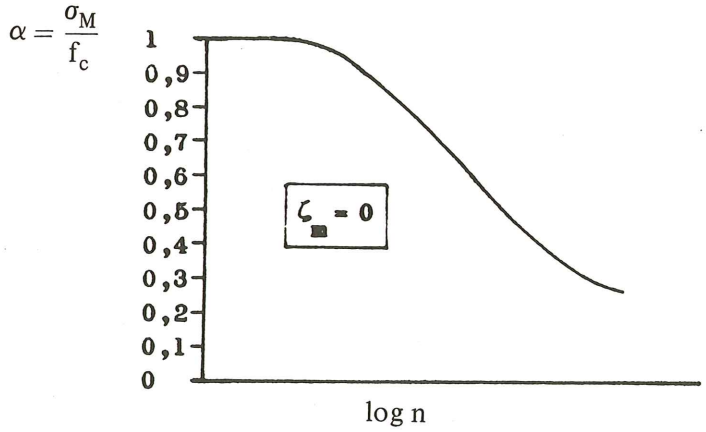


Fig. 4.

La relación

$$\frac{f_c - \sigma_M}{f_c} = 1 - \alpha$$

siendo:

$$\alpha = \frac{\sigma_M}{f_c}$$

expresa el tanto por uno de pérdida sufrida. En estas expresiones f_c representa la resistencia o capacidad de carga en el ensayo estático.

Como en todo ensayo, estático o de fatiga, la propia heterogeneidad del hormigón hace que los resultados presenten una inevitable dispersión, dispersión que se acentúa cuando se

mezclan series de probetas de distinta resistencia y más aún si la celeridad de los ciclos es diferente.

Con la finalidad de analizar la influencia de los siguientes parámetros:

a) Relación $\zeta_m = \sigma_m : \sigma_M$,
b) Edad del hormigón en el momento del ensayo,
c) Calidad del hormigón en términos de resistencia f_c en el ensayo estático,
d) Celeridad de la oscilación,
e) Humedad del ambiente (condiciones del curado),

la Universidad de Delft, en colaboración con el Instituto TNO, ha realizado recientemente una serie de ensayos sobre probetas cilíndricas de 15 cm de diámetro y 15 cm de altura, rotas por compresión al cabo de n ciclos de amplitud constante (referencia 14). A tal efecto, y con dos calidades distintas de hormigón (f_{cm} = 45 MPa y f_{cm} = 30 MPa), se fabricaron las siguientes series:

Serie	*Resistencia en el ensayo estático*	*Curado humedad relativa*	*Edad del hormigón en el ensayo*	*Frecuencia de los ciclos*	*Número de ensayos de la serie*
A	f_{cm} = 45 MPa	100%	28 días	6 Hz	60
B	45 MPa	50 a 65%	28 días	6 Hz	21
C	30 MPa	100%	28 días	6 Hz	38
D	45 MPa	100%	6 meses	6 Hz	38
E	45 MPa	100%	1 año	6 Hz	46
F	45 MPa	100%	28 días	0,7 Hz	41
G	45 MPa	100%	28 días	6 Hz	86
					330

Los ensayos se desarrollaron con valores de $\alpha = \sigma_M : f_{cm}$ iguales a 0,95 – 0,90 – 0,85 – 0,80 – ... descendiendo hasta valores para los cuales el número de ciclos necesarios para alcanzar la rotura superasen los 3 millones (log n = 6,477), y para cinco relaciones $\zeta_m = \sigma_m : \sigma_M$ iguales a 0 – 0,2 – 0,4 – 0,6 – 0,8.

En las figuras 5, 6 y 7, aparecen representados los diagramas de Wöhler obtenidos a partir de la serie G por ser la más extensa. En ordenadas aparece el valor de α y en abscisas el logaritmo del número de ciclos resistidos por la probeta cuyas tensiones máximas y mínimas fueron:

$$\sigma_M = \alpha f_c \qquad \sigma_m = \zeta_m \sigma_M$$

La figura 5 corresponde al caso de $\zeta_m = 0$, la figura 6 al caso de $\zeta_m = 0{,}4$, y la figura 7 al caso en que $\zeta_m = 0{,}8$. La línea gruesa representa el valor medio obtenido, y las líneas de trazo los valores de la dispersión. Fabricadas las probetas en el laboratorio con el mayor esmero, la dispersión unitaria de las probetas testigo ensayadas bajo carga estática fue de $c_\sigma = 0{,}03$ valor que, como puede comprobarse, es muy similar al deducido en los ensayos de fatiga.

Según se deduce de la figura 5, un hormigón de 45 MPa de resistencia en el ensayo tipificado de compresión estática, ensayado a los 28 días, curado en agua, sometido a ciclos de fatiga repetidos ($\sigma_m = 0$), con una celeridad de 6 Hz, da para:

$$\begin{aligned} \alpha &= 0{,}9 \;,, \log n = 2{,}1 \\ \alpha &= 0{,}7 \;,, \log n = 3{,}3 \\ \alpha &= 0{,}5 \;,, \log n = 5{,}3 \end{aligned} \qquad (1)$$

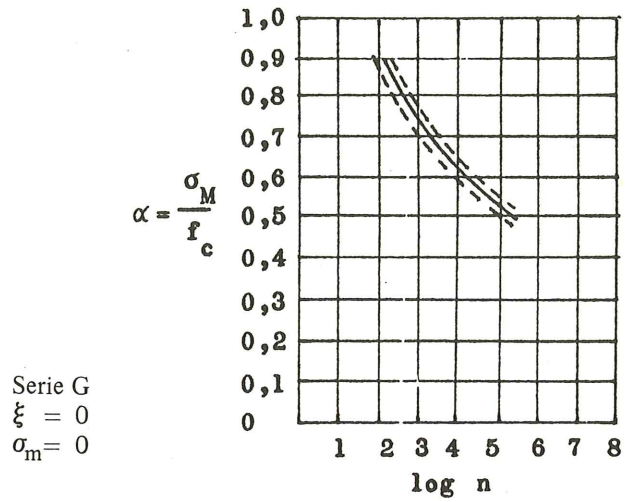


Fig. 5.

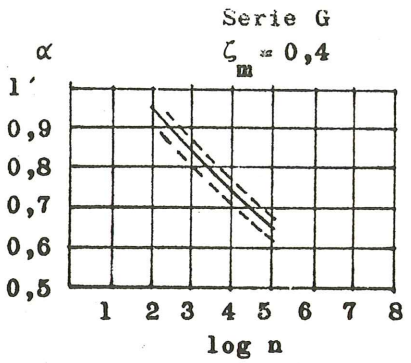


Fig. 6.

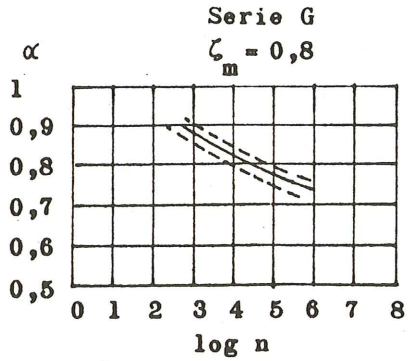


Fig. 7.

valores que son susceptibles de quedar representados por la expresión:

$$\alpha = \frac{\sigma_M}{f_c} = \frac{4{,}8}{2{,}7 + \log n} - 0{,}1 \qquad (2)$$

válida para los valores de n mayores que 100 y siempre que $\zeta_m = 0$.

Si la tensión mínima en vez de ser $\sigma_m = 0$ es $\sigma_m = \zeta_m \sigma_M$, la amplitud de la oscilación es tanto menor cuanto mayor es ζ_m, con lo cual el material resiste un mayor número n de ciclos al ser menor la fatiga impuesta en cada oscilación. De los resultados experimentales resumidos en las figuras 5, 6 y 7, se deduce que:

$$\begin{aligned} \text{Si } \zeta_m &= 0 \quad \text{y } n = 10^5 ; \ \alpha = 0{,}52 \\ \zeta_m &= 0{,}4 \quad n = 10^5 ; \ \alpha = 0{,}66 \\ \zeta_m &= 0{,}8 \quad n = 10^5 ; \ \alpha = 0{,}78 \end{aligned} \qquad (3)$$

Estos datos, tomados de la serie G, muestran el comportamiento del hormigón cuando las probetas se ensayan a los 28 días de edad después de un curado en agua. Si el ensayo se realiza al cabo de un año, los resultados son otros, aunque no sustancialmente distintos. Analizando los resultados de la serie E se deduce:

$$\begin{aligned} \zeta_m &= 0 \quad ,, n = 10^{5,45} ; \alpha = 0,52 \\ \zeta_m &= 0,4 ,, n = 10^{5,45} ; \alpha = 0,69 \\ \zeta_m &= 0,8 ,, n = 10^{5,45} ; \alpha = 0,79 \end{aligned} \tag{4}$$

La serie A, por otra parte, conduce a los siguientes valores:

$$\begin{aligned} \zeta_m &= 0 \quad ,, n = 10^6 ; \quad \alpha = 0,52 \\ \zeta_m &= 0,2 ,, n = 10^6 ; \quad \alpha = 0,61 \\ \zeta_m &= 0,4 ,, n = 10^6 ; \quad \alpha = 0,70 \\ \zeta_m &= 0,6 ,, n = 10^6 ; \quad \alpha = 0,76 \\ \zeta_m &= 0,8 ,, n = 10^6 ; \quad \alpha = 0,82 \end{aligned} \tag{5}$$

Compensando las distintas series con la ponderación del número de ensayos que cada una comprende, se deduce, después de promediar:

$$\begin{aligned} \zeta_m &= 0 \quad ,, n = 10^5 ; \alpha = 0,52 \\ \zeta_m &= 0,2 ,, n = 10^5 ; \alpha = 0,585 \\ \zeta_m &= 0,4 ,, n = 10^5 ; \alpha = 0,65 \\ \zeta_m &= 0,6 ,, n = 10^5 ; \alpha = 0,715 \\ \zeta_m &= 0,8 ,, n = 10^5 ; \alpha = 0,78 \\ \zeta_m &= 1 \quad ,, n = 10^5 ; \alpha = 0,845 \end{aligned} \tag{6}$$

que permite escribir la ley general:

$$\alpha = \frac{\sigma_M}{f_c} = \left(\frac{4,8}{2,7 + \log n} - 0,1\right)\left(1 + \frac{\sigma_m}{1,6\,\sigma_M}\right) \tag{7}$$

o bien:

$$\alpha = \frac{\sigma_M}{f_c} = \left(\frac{3}{2,7 + \log n} - 0,0625\right)(1,6 + \zeta_m) \tag{8}$$

En un principio puede parecer un contrasentido el hecho de que extrapolando los resultados (6) a $\zeta_m = 1$, se obtenga un valor de $\alpha = 0,845$ cuando lo lógico sería que siendo $\sigma_m = \sigma_M$ al desaparecer el concepto de ciclos de carga resultase $\alpha = 1$, cualquiera que sea el número de ciclos n inexistentes, ya que hemos transformado el ensayo de fatiga en un ensayo estático al desaparecer la oscilación. La razón de este contrasentido estriba en el hecho de que siendo los valores (3), (4) y (5) unos resultados experimentales,el desarrollo de los ciclos comporta la necesidad de mantener la pieza cargada durante un cierto tiempo, transformándose insensiblemente, y a medida que ζ_m se acerca a la unidad, el ensayo de fatiga en un ensayo de cansancio. Obsérvese que la pérdida teórica correspondiente a $\zeta_m = 1$, es decir $\sigma_M = \sigma_m$, es de $\alpha = 0,845$ lo cual supone una pérdida del 15,5% de su resistencia inicial cuando el número teórico de ciclos oscila entre 10^5 y 10^6, pérdida en consonancia con las registradas para el caso de cargas mantenidas en ensayos de larga duración. Este aspecto del problema ha sido comentado por Award y Hilsdorf (referencia 2).

A estos efectos de pérdidas por el cansancio de las cargas reiteradas, parece que la edad del hormigón (variable b) puede influir en los resultados. Para analizar este extremo será necesario comparar la serie A (ensayos a los 28 días), con la serie D (ensayos a la edad de 6 meses) y con la serie E (ensayos al cabo de un año), todas ellas realizadas a igualdad de restantes condiciones en la Universidad de Delft. Para log n = 6,4 los valores de α obtenidos como valores medios son:

Valores de α para resistir $10^{6,4}$ ciclos

Valores de ζ_m	Ensayos a los		
	28 días	6 meses	1 año
0	0,50	0,46	0,45
0,2	0,60	0,55	0,54
0,4	0,70	0,68	0,66
0,6	0,76	0,75	0,70
0,8	0,80	–	0,74

(9)

Tomando las tres primeras filas de datos como cifras más significativas, se deduce que, comparados con el ensayo a 28 días, los valores de α a los 6 meses y al año son:

$$\alpha_{180} = \frac{1,69}{1,8}\,\alpha_{28} \;,, \quad \alpha_{365} = \frac{1,65}{1,8}\,\alpha_{28}$$

de donde se deduce que si j es la edad del hormigón en días, el coeficiente de corrección respecto a los ensayos a los 28 días debe ser:

$$\frac{j + 140}{1,14\,j + 136} \tag{10}$$

y la expresión de α comprensiva de los tres primeros parámetros es:

$$\alpha_{11} = \frac{\sigma_M}{f_{cj}} = \left(\frac{3}{2,7 + \log n} - 0,0625\right)(1,6 + \zeta_m)\,\frac{j + 140}{1,14\,j + 136} \tag{11}$$

En esta expresión f_{cj} significa la resistencia estática del hormigón a la edad del ensayo. Salvo en el campo experimental, este dato no lo maneja el proyectista por desconocer la fecha en la cual se produce el proceso de cargas reiteradas. Corrigiendo de nuevo este factor para dar entrada a la resistencia tipo, y dado que:

$$f_{cj} = \frac{1,29\,j + 8}{j + 16} f_{c28}$$

resulta que, en conjunto:

$$\frac{1,29\,j + \delta}{j + 16}\,\frac{j + 140}{1,14\,j + 136} = \frac{1,15\,j}{j + 4} \tag{12}$$

Luego:

$$\alpha_{13} = \frac{\sigma_M}{f_{c28}} = \left(\frac{3}{2,7 + \log n} - 0,0625\right)(1,6 + \zeta_m)\,\frac{1,15\,j}{j + 4} \tag{13}$$

Obsérvese que el factor (12), aún siendo correcto, envuelve una previsión futura de crecimiento de resistencia del hormigón con la edad que, en general, no se considera en el cálculo estático. Estimándose un lapso mínimo de cinco meses desde el hormigonado hasta el instante en que la estructura está sometida a un crítico ciclo de cargas repetidas ($j_{mín} = 150$), se deduce:

$$\alpha_{14} = \frac{\sigma_M}{f_{c28}} = \left(\frac{3,4}{2,7 + \log n} - 0,07\right)(1,6 + \zeta_m) \tag{14}$$

La calidad del hormigón también influye en la capacidad de resistencia de unos ciclos de cargas. Cuanto más baja es la resistencia menor es el número de ciclos resistidos para una tensión absoluta, pero mayor para una misma tensión relativa, lo cual equivale a la afirmación de que la resistencia estática disminuye proporcionalmente más que la resistencia a la fatiga.

Los ensayos de la serie C, con un hormigón de 30 MPa de resistencia en el ensayo normalizado, conducen a los siguientes valores de α para $n = 10^{6,5}$ ciclos:

$$\begin{array}{llllll} n = 10^{6,5} \;,, \zeta_m = 0{,}00 & 0{,}20 & 0{,}40 & 0{,}60 & 0{,}80 \\ f_{cm} = 30 \;,, \alpha = 0{,}50 & 0{,}63 & 0{,}71 & 0{,}79 & 0{,}87 \end{array} \qquad (15)$$

mientras que, para un hormigón de 45 MPa se obtiene:

$$\begin{array}{llllll} n = 10^{6,5} \;,, \zeta_m = 0{,}00 & 0{,}20 & 0{,}40 & 0{,}60 & 0{,}80 \\ f_{cm} = 45 \;,, \alpha = 0{,}42 & 0{,}47 & 0{,}53 & 0{,}58 & 0{,}63 \end{array} \qquad (16)$$

El coeficiente de paso es, escribiendo f_c en MPa:

$$\frac{60}{15 + f_c} \qquad (17)$$

con lo cual la expresión (14) puede generalizarse en la forma:

$$\alpha_{18} = \frac{\sigma_M}{f_{c28}} = \left(\frac{3{,}4}{2{,}7 + \log n} - 0{,}07\right)(1{,}6 + \zeta_m)\frac{60}{15 + f_{c28}} \qquad (18)$$

La velocidad en la aplicación de los ciclos sólo parece afectar a los procesos de alto valor de la tensión máxima σ_M (ref. 9). Probablemente es esta la razón por la cual la influencia de esta variable está sometida a juicios contradictorios. En base a los ensayos realizados por Awad (ref. 2), el valor de α puede escribirse en la forma más general:

$$\alpha_c = \frac{\sigma_M}{f_{c28}} = \left(\frac{3{,}4}{k_f + \log n} - 0{,}07\right)(1{,}6 + \zeta_m)\frac{60}{15 + f_{c28}} \qquad (19)$$

siendo:

$$k_f = \frac{60}{16 + H_z} \;,, \; \sigma_M = \alpha_c \, f_{c28} \;,, \; \sigma_m = \zeta_m \, \sigma_M \qquad (20)$$

expresiones en las cuales H_z representa la celeridad de la oscilación en términos de frecuencia (períodos por segundo) y f_{c28} la resistencia del hormigón en el ensayo tipificado a los 28 días de edad, expresada en MPa.

El efecto del curado y de la humedad del ambiente lo estudian Raithby y Hilsdorf (ref. 11 y 7) sobre probetas ensayadas a flexión, y Van Leeuwen con probetas sometidas a compresión (ref. 14). La numerosa serie de ensayos desarrollados por la Universidad de Delft abona en favor de la tesis mantenida por Van Leeuwen en el sentido de que las alteraciones observadas se deben a la diferente calidad de los hormigones que, partiendo de unas mismas dosificaciones, alcanzan diferentes resistencias por sus distintas condiciones de curado. Basta con introducir el parámetro significativo de la resistencia para que los resultados se vuelvan concordantes con la ley general. En definitiva, la expresión (19) representa con suficiente aproximación el comportamiento de un hormigón de f_c MPa de resistencia a los 28 días de edad cuando se le somete a n ciclos de cargas oscilantes de amplitud constante $\sigma_a = \sigma_M - \sigma_m$ cuando la relación entre la mínima y la máxima tensión es ζ_m, y la velocidad en la aplicación de los ciclos es de H_z períodos por segundo.

3. ANALISIS DE LA FATIGA EN LAS ARMADURAS PASIVAS

Desde hace más de diez años se vienen desarrollando series de ensayos destinados a determinar el comportamiento de las barras corrugadas. Salvo en casos determinados, estos ensayos tienen como objetivo principal el análisis paramétrico de las siguientes variables:

1° Influencia de la amplitud de la oscilación.

2° Influencia del nivel mínimo, incluido el caso de una ligera alternancia por el paso de tracción a compresión.

3° Influencia del diámetro de las barras.

4° Influencia en la calidad del acero.

5° Influencia del tamaño de la vigueta ensayada.

Como se desprende del simple enunciado de la última variable, una gran parte de estos ensayos se vienen realizando sobre viguetas de hormigón, la mayor parte de las veces de sección en T, sometidas a esfuerzos oscilantes de flexión, y cuya cuantía de armaduras se dispone en la proporción adecuada para que sea esta la que falle y no la cabeza de hormigón comprimido. Simultáneamente a estos ensayos, se desarrollan otros sobre barras desnudas sometidas a ciclos de tracción variable entre dos valores extremos para detectar el origen y desarrollo de las fisuras que aparecen en las propias barras, sean corrugadas, lisas o mecanizadas. La primera serie tiene la ventaja de comprender el complejo desarrollo de los fenómenos de adherencia hormigón-acero, mientras que la segunda permite valorar el efecto de la entalladura que supone la presencia de los resaltos transversales y oblícuos en las barras corrugadas.

En los casos esporádicos en los que la rotura de la vigueta se produce por destrucción de la cabeza de hormigón, se recupera la armadura, continuándose el ensayo por tracción simple sobre las barras fatigadas por los ciclos precedentes hasta alcanzar la rotura. Si una probeta no se rompe pasados los 5 millones de ciclos, se procede en general, a la rotura de la barra por incremento de la carga en un ensayo estático para determinar el márgen de resistencia o reserva de su capacidad mecánica.

Con el fín de deducir la posible existencia de zonas privilegiadas en donde se inicia la fisuración de prerrotura, todas las barras se colocaron en la misma posición dentro de los moldes, haciendo coincidir los dos resaltos longitudinales o nervios con el plano vertical de simetría de la pieza y barra. En la mayor parte de los casos pudieron distinguirse dos zonas perfectamente diferenciadas en la sección de rotura de la barra. La zona afectada por la progresiva fisuración por fatiga, presenta un aspecto en forma de media luna con apariencia mate y esmerilada. El resto de la fractura ofrece el matiz de una superficie áspera, como la ocasionada por la rotura en el ensayo estático, con rugosidades afiladas de apariencia cristalina. Estas dos zonas aparecen más nítidamente diferenciadas en las barras de 420 y 500 MPa de límite elástico que en las de calidad inferior (280 MPa).

El análisis de los resultados experimentales, conduce a una compleja labor de síntesis. La variable que ejerce una influencia predominante sobre el número de ciclos que la armadura puede resistir, es la amplitud de la oscilación expresada como diferencia entre la tensión máxima y la mínima:

$$\sigma_a = \sigma_M - \sigma_m \qquad (21)$$

hasta el punto de que, dentro de ciertos límites, basta con que esa diferencia sea menor de 170 MPa para que el número de ciclos resistidos tienda hacia infinito (límite de endurancia), cualesquiera que sean los valores que condicionan la diferencia. Este valor desciende a 150

MPa cuando se le considera como el fractíl por debajo del cual solo existe un 5 por 100 de resultados.

Para amplitudes σ_a mayores que este límite de endurancia, el número n de ciclos previsibles se reduce conforme aumenta la amplitud, de tal modo que:

$$\log n = 6{,}969 - 0{,}00545\ (\sigma_M - \sigma_m) \tag{22}$$

o bien en términos del fractil del 5 por 100:

$$\log n = 6{,}61 - 0{,}00545\ \sigma_a \tag{23}$$

Conviene precisar que las máximas tensiones aplicadas en las distintas series de ensayos fueron inferiores a los 400 MPa, es decir inferiores al 95 por 100 del límite elástico en el ensayo estático. Nada se sabe sobre el comportamiento de estas armaduras bajo tensiones más elevadas, y lo único que cabe conjeturar es que puesto que la variación del promedio de los resultados entre series que teniendo la misma amplitud σ_a tienen distintas σ_M y σ_m, es muy pequeña, no parece que el efecto de las tensiones más próximas al límite elástico puedan originar prematuras roturas por fatiga. No obstante, la observación sobre el hecho de que las máximas tensiones ensayadas no alcanzaron los 400 MPa, obliga a establecer la corrección que más adelante se determina.

Igualando el valor de σ_a a 150 MPa en la ecuación (23), se deduce que la citada ecuación es solo válida para valores de n comprendidos entre 20.000 y 620.000 ciclos. Para valores de σ_a inferiores a 150 el número de ciclos resistidos es tan alto que puede identificarse con el límite de endurancia.

Pero la conclusión más importante que se deduce de la aplicación de las fórmulas (22) y (23), ambas expresadas en MPa, es su absoluta y radical independencia con la calidad del acero, venga esta última representada por la resistencia de la barra en el ensayo estático o por su límite elástico convencional. Contrariamente a lo que le ocurre al hormigón, el acero no parece perder una fracción de su resistencia estática, sino que la fisura que se origina en la barra pasado un cierto número de ciclos, progresa con la repetición de los mismos, reduciendo la sección eficazmente resistente hasta que la sección efectiva no puede ya soportar la carga aplicada, y esta progresión es tanto más rápida cuanto más elevada sea la calidad del acero.

Este fenómeno, aparentemente paradójico, se debe a la circunstancia de que los aceros de alta calidad, bien sea por su mayor contenido de carbono o de manganeso, son aceros duros, con escaso alargamiento de rotura y, como tales, muy sensibles a todos los efectos de una entalladura. Por extraña coincidencia, esta acritud, medible en el ensayo de resiliencia, hace que la simple presencia de los resaltos propios de las barras corrugadas, ejerza tal influencia como entalla, que el aumento de resistencia conseguido en base a su composición química, quede compensado por su sensibilidad a los fenómenos de entalladura. Una prueba evidente de la influencia nociva de los resaltos es que basta con ensayar barras lisas, o mejor aun mecanizadas, para que, anulado el efecto de entalla, la resistencia a la fatiga en tracción oscilante sobre barras desnudas sea prácticamente proporcional a la calidad del acero medida en el ensayo estático.

Una detenida observación metalográfica de las barras permite descubrir una zona de descarburación y oxidación en la superficie. Esta descarburación, debida a la oxidación de los bordes de los granos, se desarrolla en la superficie de la palanquilla durante su permanencia en el horno de recalentamiento. Al alargarse la palanquilla con el paso por los sucesivos

trenes de laminación, la superficie descarburada continúa siendo la misma. Un minucioso análisis químico a diversas profundidades muestra que la citada alteración cesa a una distancia de 0,5 mm de la superficie, pero que, en esa profundidad, la descarburación es tanto mayor cuanto más se acerca a la superficie. Una barra cuyo núcleo posee un contenido del 0,36 por 100 de carbono, puede tener un 0,30 por 100 a 0,3 mm de profundidad, un 0,25 por 100 a 0,1 mm, y un 0,20 por 100 de carbono en la propia superficie. Mediante el adecuado ensayo de microdureza Knoop, se observa una estrecha correlación entre sus resultados y el contenido de carbono deducido por vía química. Esta reducción en el contenido de carbono de la zona anular próxima a la superficie, hace que no solo la dureza, sino también la resistencia efectiva sea inferior en el perímetro que en el núcleo. Esta circunstancia explica tanto el aumento de resistencia de las barras mecanizadas como el hecho de que la fisuración por fatiga se inicie en la zona cortical de la barra y progrese en forma de media luna, bordeando el núcleo central más resistente.

Otro tanto ocurre con las barras cuya mejora en las características mecánicas se consigue mediante el estirado y retorcido en frío. Dado que este proceso reduce el alargamiento de rotura, se produce la misma acritud. Los ensayos efectuados sobre estas barras no muestran, a igualdad de restantes condiciones, ninguna superioridad respecto a las barras de dureza natural.

Los ensayos comparativos entre barras desnudas sometidas a tracción oscilante y armaduras en vigas sujetas a ciclos de flexión, muestran que estas últimas resisten más que las primeras. A título de orientación se indica que, a igualdad de ciclos resistidos por unas y otras, las armaduras embebidas en el hormigón de las vigas soportan una amplitud de oscilación 14 MPa más alta. Una posible justificación de esta diferencia acusada se basa en el hecho de que la posterior rotura de una barra solo puede producirse en las secciones donde el hormigón se ha previamente fisurado. Fuera de estas secciones, el hormigón colabora con la armadura en la retención de los esfuerzos de tracción. Entre los labios de la grieta, la armadura también resiste más que la barra desnuda por un efecto de tritracción que se desarrolla en su entorno, fenómeno típico que se registra en los ensayos estáticos sobre vigas con armaduras muy infracríticas y que se denomina con el nombre genérico de hiperresistencia de las vigas con baja cuantía de acero.

La apertura de una grieta en el hormigón de una viga armada, implica así un punto singular donde puede producirse la rotura de la barra por fatiga. De un modo inverso puede decirse que si en un punto determinado la armadura alcanza su límite elástico, allí deberá producirse una grieta en el hormigón, o por lo menos un menor distanciamiento de fisuras. En consecuencia, todo parece indicar la imposibilidad de que una armadura pueda resistir un elevado número de ciclos de carga si la tensión mínima σ_m se aproxima al límite elástico de la barra.

Analizando cuidadosamente los resultados experimentales de las series ensayadas, se aprecia una ligera tendencia a disminuir los límites de endurancia cuando, manteniéndose constante la amplitud de la oscilación, aumenta la tensión mínima σ_m. Este análisis, sugiere la conveniencia de sustituir el límite de endurancia establecido como $\sigma_a = 150$ MPa, por la expresión más apropiada:

$$n = \infty \quad \sigma_a = 190 \left(1 - \frac{\sigma_m}{f_y}\right) \tag{24}$$

representativa del hecho de que el 95 por 100 de las armaduras sujetas a una oscilación $\sigma_a = \sigma_M - \sigma_m$ menor que la indicada en la fórmula (24) resistirán sin romperse un número indefinido de ciclos de carga.

Del mismo modo, y según se desprende del estudio que hace J.M. Hanson y T. Helgarson (ref. 4) se deduce que la ecuación (23) queda mejor representada por la expresión:

$$n = (1 - \frac{\sigma_m}{f_y})\ 10^{6,74-0,00545\ \sigma_a} \qquad (25)$$

en donde n es el número de ciclos que puede resistir una armadura sometida a una amplitud de tensiones:

$$\sigma_a = \sigma_M - \sigma_m > 190\ (1 - \frac{\sigma_m}{f_y}) \qquad (26)$$

Tanto la fórmula (25) como la desigualdad (26), están expresadas en MPa. Conceptualmente ambas representaciones del fenómeno se refieren a los respectivos valores característicos definidos por el fractíl del 95 por 100.

Resulta conveniente destacar la circunstancia de que la resistencia de las barras corrugadas resulta considerablemente mermada en los ensayos de fatiga a consecuencia de los resaltos o rugosidades de la superficie, así como por el proceso de descarburación registrado en la corteza, hasta el punto de que, en términos de tensión absoluta, los mismos o parecidos ciclos resisten las barras de 280 MPa de límite elástico que las de 420 MPa o las de 500 MPa. La oxidación que ordinariamente presentan las superficies de las barras, así como la presencia habitual de una cascarilla de laminación, no ejercen apreciable influencia en los ensayos de fatiga.

En cuanto al resto de las variables puede decirse que el diámetro de las barras tiene una influencia muy pequeña. El carácter aleatorio y errátil de los resultados experimentales y la variable eficacia de la adherencia, impiden una formulación estimativa de la influencia de esta variable.

Tampoco el tamaño de la vigueta parece influir en los resultados, al menos en los ensayos con bajas cuantías de armadura.

Con la salvedad de unas pocas barras cuya rotura se inició en el borde de las marcas de identificación del fabricante, el resto se inició siempre en el arranque de alguno de los resaltos transversales y con preferencia en aquellos en los que el encuentro del resalto con el núcleo de la barra está menos suavizado.

La resistencia del hormigón no parece intervenir en el resultado final. Todo cambio en su módulo de elasticidad únicamente afecta al correspondiente nivel de tensiones.

No se ha observado reducción alguna en la resistencia a fatiga, sino más bien un ligero aumento, en las vigas que ensayadas durante 5 millones de ciclos sin romperse, se sometieron posteriormente a ciclos más amplios de fatiga. La capacidad de carga en el ensayo estático de tales series, resultó también mayor que la resistencia de vigas análogas no previamente cargadas.

4. FENOMENOS DE FATIGA EN LAS ARMADURAS ACTIVAS

Salvo en casos muy especiales, y a menos que se ensayen cuantías muy bajas de armaduras, la rotura de una viga en el ensayo estático de flexión sucede por agotamiento resistente del hormigón con mayor o menor participación del esfuerzo cortante. En ocasiones, cuando este último esfuerzo predomina sobre la flexión, la rotura puede producirse, bien sea por desgarramiento o bien por deslizamiento de las armaduras por falta de adherencia en el insuficiente anclaje. La rotura de las fibras metálicas en un ensayo de flexión, denota una excesiva fragilidad del acero, razón por la que se limita esa fragilidad mediante la exigencia de un mínimo alargamiento de rotura para las barras y alambres.

Contrariamente, la forma más corriente de rotura de una viga sometida a la flexión creada por la aplicación de repetidos ciclos de carga es la debida a la rotura de la armadura activa, si se trata de una viga pretensada, o pasiva en el caso del hormigón armado. Una viga que en el ensayo estático de flexión se rompe por aplastamiento del hormigón, puede fallar por rotura de la armadura después de la aplicación de miles o millones de ciclos.

Uno y otro ensayo aparecen empíricamente vinculados por la fisuración producida por el ensayo estático. Una viga, sometida a un proceso de cargas repetidas que originan en el acero de pretensado unas tensiones oscilantes entre el 70 por 100 y el 40 por 100 de la resistencia f_{pu} de la armadura activa, se rompe a los:

$$n = 12000\ w^{-1,74} \tag{27}$$

ciclos de carga, siendo w la anchura máxima de grieta, expresada en milímetros a la altura del baricentro de la armadura activa, que en el ensayo estático aparece bajo la acción de una carga capaz de originar en el acero la tensión de 0,7 f_{pu}.

Esta fórmula empírica deducida por Abeles a través de los ensayos realizados en la Universidad de Duke (ref. 1), confirma el hecho de que una viga pretensada resiste infinitos ciclos de fatiga mientras el hormigón, por estar comprimido (clase I) no se fisura.

Cuando una viga no está proyectada en clase I para las cargas de servicio (pretensado parcial), se fisura bajo la acción de estas cargas. En estas condiciones, cada ciclo supone una acumulación de daño que origina el agotamiento resistente de las armaduras activas entre los labios de la grieta abierta. El análisis de este fenómeno se complica por la intervención de la armadura pasiva, generalmente de un tipo de acero distinto al de la activa tanto en su capacidad resistente como en sus características de adherencia. Mientras la armadura activa suele estar formada por un paquete de alambres lisos de fino diámetro y alta resistencia, la pasiva suele estar constituida por un conjunto de barras corrugadas de mayor adherencia pero de mayor diámetro y más sensible a la fatiga por la presencia de los resaltos longitudinales y oblícuos.

No hay ninguna duda de que el número de ciclos resistidos por la armadura depende fundamentalmente de la amplitud de la oscilación tensional $\sigma_a = \sigma_M - \sigma_m$. La objeción está en si tanto las armaduras activas como las pasivas resisten el mismo número de ciclos cuando, a igualdad de σ_a, aumentan σ_M y σ_m en la misma cantidad para mantener la misma diferencia. De acuerdo con el principio postulado por Goodman, se supone la existencia de una relación lineal entre la amplitud de la oscilación y el valor de la tensión mínima:

$$\sigma_a = K(f_u - \sigma_m)$$

Este criterio de Goodman no se ajusta a los resultados de los ensayos sobre barras corrugadas. Sin embargo en el caso de las armaduras activas, compuestas generalmente por alambres lisos de fino diámetro, la ausencia de resaltos concede al acero unas facultades para resistir los fenómenos de fatiga que hacen que la hipótesis de Goodman pueda reconsiderarse si bien con ciertas modificaciones tales como las propuestas por Eckberg, Ros, Boga y Bennet.

El propio comportamiento de las armaduras pasivas sufre esenciales modificaciones en el caso de las piezas pretensadas, ya que en ellas la tensión mínima puede estar asociada a una ligera compresión, mientras que la máxima está limitada a los alargamientos compatibles con las deformaciones impuestas a las armaduras activas. Salvo casos especiales puede decirse que, como norma general, las armaduras de pretensado deben fallar por fatiga antes que las pasivas aunque aquellas estén compuestas por paquetes de alambres lisos y éstas por barras corrugadas.

Los ensayos de fatiga efectuados sobre cables desnudos formados por un paquete de alambres lisos de 1600 a 1700 MPa de carga de rotura, muestran una cierta uniformidad en sus resultados. Warner y Hulsbos (ref. 15), sobre un total de 120 cables de 11 mm de diámetro, compuestos por 7 alambres de 1750 MPa de resistencia, encontraron que el número de ciclos resistidos en valor medio es:

$$\log n = 5{,}52 + \frac{0{,}0143}{\chi_1} - 4{,}86\,\chi_1 \tag{28}$$

válido para los valores de χ_1 :

$$\chi_1 = \alpha_M - 0{,}8\,\alpha_m - 0{,}23 \tag{29}$$

comprendidos entre 0 y 0,15 así como para los valores de α_m :

$$\alpha_m = \frac{\sigma_m}{f_p}$$

comprendidos entre 0,4 y 0,6 y en donde:

$$\alpha_M = \frac{\sigma_M}{f_p} \tag{30}$$

siendo σ_M y σ_m las tensiones máxima y mínima, y f_p = 1750 MPa la tensión de rotura del alambre en el ensayo estático tipificado.

Frente a la expresión (28), formulada en términos de tensiones relativas en contraste con las obtenidas anteriormente para las armaduras pasivas, Hilms y Ekberg (ref. 6) estiman que el fenómeno de la fatiga queda mejor representado por:

$$\alpha_M - \alpha_m = (16{,}4 - 11{,}5\,\alpha_m)\,n^{-0{,}32} \tag{31a}$$

siempre que n esté comprendido entre 40.000 y 400.000, y por:

$$\alpha_M = \alpha_m + (1{,}155 - 0{,}78\,\alpha_m)\,n^{-0{,}1154} \tag{31b}$$

para los valores de n superiores a 400.000. Según los autores estas expresiones solo son válidas para valores de α_m comprendidos entre 0,4 y 0,6.

Un tercer estudio, realizado por Tide y Van Horn (ref. 13), sobre 140 cables de 12,7 mm de diámetro compuestos por 7 alambres de 1900 MPa de resistencia suministrados por cinco fabricantes distintos, proponen la fórmula:

$$\log n = 6{,}356 - 13{,}73\,\chi_2 + 30{,}3\,\chi_2^2 \tag{32}$$

siendo ahora:

$$\chi_2 = \alpha_M - 1{,}05\,\alpha_m - 0{,}08 \tag{32a}$$

válida para todo valor de χ_2 comprendido entre 0 y 0,2 y con las limitaciones anteriormente establecidas para α_m .

Como puede comprobarse, las tres fórmulas (28), (31) y (32), son muy coincidentes y expresan la importancia del papel desarrollado por la tensión mínima relativa α_m .

Cuando en lugar de ensayarse los alambres bajo la fatiga producida por una tracción oscilante, se ensayan vigas pretensadas sometidas a ciclos repetidos de flexión, surge la duda de

si estos ciclos deben modularse para producir una determinada oscilación tensional en la armadura, o si nos debemos limitar a producir una variación en las cargas $Q_M > Q > Q_m$ equivalente a una oscilación de momentos en la sección considerada como crítica, oscilación comprendida entre un valor máximo M_M y uno mínimo M_m.

En el primer caso, cuando se modulan las cargas a lo largo del ensayo de tal modo que las armaduras activas estén sometidas a la tracción oscilante de:

$$\sigma_M > \sigma_p > \sigma_m$$

los resultados, como término medio, no varían sustancialmente de los deducidos en los ensayos sobre cables desnudos. Tanto en el caso de vigas con armaduras ancladas por adherencia, como en el caso de cables envainados dentro de unos conductos cuidadosamente rellenos por la perfecta inyección de una papilla de cemento de apropiada calidad, el número de ciclos resistidos fué mayor, como en el caso de las armaduras pasivas y por análogas circunstancias. Contrariamente, el número de ciclos resistidos es menor en el caso de cables envainados defectuosamente inyectados con una papilla de escasa adherencia. La curvatura de los cables, la cambiante flecha de la viga, y la fricción entre mortero y alambres en el desarrollo de cada ciclo, hacen que las armaduras se deterioren y se abran amplias grietas en el hormigón como clara expresión de una adherencia no lograda.

En función de estos resultados podría intentarse una correlación entre los ensayos de tracción y de flexión, aunque fuera arriesgando algún criterio para valorar la efectividad de la adherencia, pero antes de plantear esta dependencia conviene analizar las perturbaciones producidas por la sucesión de ciclos de flexión oscilante.

La alteración del diagrama de tensión-deformación bajo la acción de ciclos repetidos de carga, supone una nueva perturbación origen de una redistribución tensional fuertemente influida por todo el cortejo de deformaciones remanentes que acompaña a todo proceso de carga y descarga. Si a una viga de hormigón pretensado se la somete a ciclos de carga comprendidos entre un valor máximo Q_M y uno mínimo Q_m, aparecen en el acero de pretensado unas tensiones variables entre σ_M y σ_m. A medida que se repiten los ciclos, se aprecia un ligero pero gradual incremento de la flecha, incremento que, aún siendo pequeño, es tanto mayor cuanto mayor es la amplitud de la oscilación tensional. En el supuesto de que la flexión aplicada produce fisuras en el hormigón, cada fisura es el efecto de un microscópico deslizamiento de la armadura, cuyo desarrollo implica una fricción entre los alambres y el material envolvente contrario a todo proceso rigurosamente reversible. Esta acumulación de deslizamientos obliga a una redistribución tensional. A medida que se repiten los ciclos de carga mantenidos entre dos límites fijos, uno máximo y otro mínimo, la fibra neutra se eleva gradualmente como consecuencia de las deformaciones remanentes acumuladas, el módulo de elasticidad del hormigón cambia con la reiteración de los ciclos, y el brazo mecánico se incrementa con la ascendente progresión de las fisuras. Manteniéndose constantes los momentos de oscilación en cada sección, las tensiones σ_M y σ_m disminuyen aumentando progresivamente la amplitud:

$$\sigma_a = \sigma_M - \sigma_m$$

como consecuencia de la fricción y de la cambiante posición de la fibra neutra.

Como ejemplo ilustrativo de esta variación de las tensiones, se reproducen en la tabla adjunta los valores para ellas deducidos en el curso de los ensayos efectuados, omitiendo en beneficio de la brevedad el método seguido para su deducción (ref. 1)

TABLA I

Viga número	Medición parcial	Evolución de las tensiones		Capacidad teórica de ciclos	Ciclos resistidos reales
		σ_m (MPa)	σ_M (MPa)		
B 4	1	1.080	1.476	202.600	
	2	1.079	1.446	255.835	
	3	1.030	1.446	188.582	
	4	980	1.428	164.374	168.300
D 7	1	1.036	1.410	261.183	
	2	1.037	1.410	268.654	
	3	1.037	1.400	284.772	
	4	1.000	1.400	226.065	223.800
A 5	1	1.046	1.700	44.703	
	2	1.045	1.700	44.552	
	3	947	1.697	34.624	
	4	701	1.690	21.532	24.200
B 3	1	1.054	1.642	61.636	
	2	1.054	1.635	63.816	
	3	1.054	1.635	63.816	
	4	1.030	1.628	61.000	
	5	1.004	1.629	55.626	
	6	816	1.629	33.382	57.700
C 3	1	1.094	1.538	138.553	
	2	1.089	1.510	163.789	
	3	1.085	1.503	169.486	
	4	1.034	1.488	143.462	
	5	908	1.442	107.203	
	6	704	1.374	72.320	165.300

La capacidad teórica de los ciclos que debería resistir la pieza en base a las tensiones σ_m y σ_M detectadas en el curso del ensayo, ha sido calculada en base a la aplicación de la fórmula (31). Como puede observarse la variación tensional sufrida por el acero de pretensado es mucho más acusada en sus valores mínimos que en los máximos, aún cuando ambos tiendan a disminuir. En todo caso, la variación experimentada en las tensiones máximas y mínimas es lo suficientemente importante como para requerir una corrección de las fórmulas, unos criterios de aplicación y, al menos, unos comentarios orientativos.

Lo primero que se considera necesario reseñar es el hecho de que, desde un punto de vista mecánico, un ensayo sobre una barra desnuda, estático o dinámico, presupone la aplicación de un esfuerzo de tracción sobre los terminales, con lo cual la tensión instantánea es igual en todos los puntos de la barra. Por el contrario, en un ensayo de flexión simple, las armaduras situadas en la viga están, en cada instante, sometidas a una tensión que varía de un punto a otro no solo en función de la ley de momentos, sino también de la posición de las fisuras si las hubiere y de la mayor o menor adherencia entre las fibras metálicas y el hor-

migón o mortero que las envuelve. Si a estas influencias se le suman los efectos de las deformaciones lentas, de retracción y remanentes, se comprende que el ensayo de flexión bajo cargas oscilantes genera unas tensiones en la armadura que, aparte de variar de punto a punto, también evolucionan a medida que se suceden los ciclos aplicados.

Experimentalmente se comprueba que una armadura, dispuesta en una viga de hormigón de alta calidad y buena adherencia, resiste un mayor número de ciclos que una barra desnuda. Como puede observarse en la anterior tabla I, la armadura de la viga A 5 que en el primer ciclo de carga estuvo sometida a una tensión máxima de 1700 MPa y a una mínima de 1046 MPa, experimenta unas mayores oscilaciones tensionales a medida que se desarrolla el ensayo, llegando a fluctuar finalmente entre el valor máximo de 1690 MPa y el mínimo de 700 MPa, incremento de amplitud que determina la prematura rotura de los alambres de pretensado a los 24 200 ciclos, prácticamente la mitad de los 44 700 en un principio previsibles. Este deficiente comportamiento se advirtió durante la aplicación del primer ciclo de carga al observarse una separación media entre las fisuras de 25 cm cuando en el resto de las vigas de la misma serie esta separación estaba comprendida entre los 15 y los 18 cm. Tal vez la distancia entre fisuras es el índice más adecuado para valorar la eficacia de la adherencia.

Frente a esta situación real solo cabe aceptar el hecho de que la adherencia es un factor que, siendo de imprecisa estimación, determina una redistribución de tensiones a lo largo de la armadura, difícil de valorar. Aún suponiendo que conociéramos esa redistribución, ignoramos si debemos introducir en las fórmulas teóricas (28), (32) ó (31) los valores iniciales de σ_M y σ_m, los finales o los medios, ya que los resultados que se deducen son muy diferentes (véase columna 5ª de la Tabla I). En estas condiciones parece que la única solución posible consiste en reconocer la aleatoriedad del fenómeno y ensayar un análisis estadístico que induzca a la introducción de unos términos correctivos de las fórmulas establecidas para las barras desnudas.

En la Tabla II se resumen los resultados obtenidos en el ensayo de 23 vigas pretensadas sometidas a ciclos de cargas de amplitud constante, realizados por Abeles en la Universidad de Duke (ref. 1). Para facilitar la representación cuantitativa del fenómeno, se han ordenado los diferentes ensayos según los valores crecientes de la amplitud de la oscilación $\sigma_M - \sigma_m$. A tal efecto, en las columnas tercera y cuarta, se indican los valores relativos de $\alpha_M - \alpha_m$ y de α_m, siendo ahora:

$$\alpha_M = \frac{\sigma_M}{f_p} \quad ,, \quad \alpha_m = \frac{\sigma_m}{f_p}$$

entendiéndose por f_p la resistencia de la armadura activa en el ensayo estático convencional, y por σ_M y σ_m las tensiones máximas y mínimas que se registran en dicha armadura como consecuencia de la primera aplicación de los momentos máximos M_M y mínimos M_m. Alineados con estos datos aparecen la denominación de la viga y el número de ciclos de amplitud constante N_r resistidos.

De las seis series ensayadas, todas ellas de sección rectangular, las vigas F tienen 10 cm de ancho y 23 cm de canto. Las A son de 15 x 30,5 cm y las B, C, D y E de 15 x 25,4 cm. La armadura en tracción varía de unas series a otras. La serie A está pretensada con cuatro cables de 6,3 mm de diámetro formados por siete alambres, anclados por adherencia, sin armadura pasiva en tracción, igual que la B. La serie D tiene seis cables en lugar de cuatro. La C es igual que la D, con la diferencia de que dos de los 6 cables no están pretensados, actuando como armadura pasiva en el borde de tracción. La armadura de la serie E está formada por dos capas de cuatro cables, los cuatro inferiores pretensados y de los cuatro superiores, dos pretensados y los otros dos no. La serie F está pretensada con tres cables del mismo tamaño que los anteriores.

TABLA II

Ensayo	Viga	$\alpha_M - \alpha_m$	α_m	Ciclos N_r resistidos
1	B-1	0,048	0,563	2.517.500 ?
2	E-3	0,101	0,595	756.000
3	E-2	0,102	0,596	2.048.000
4	E-5	0,107	0,598	956.000
5	E-4	0,157	0,615	285.700
6	E-1	0,171	0,598	307.600
7	C-4	0,172	0,545	387.400
8	D-7	0,190	0,526	223.800
9	D-4	0,199	0,509	207.500
10	B-4	0,201	0,549	168.300
11	B-6	0,215	0,537	144.000
12	A-3	0,216	0,551	114.800
13	C-1	0,223	0,538	161.800
14	C-3	0,225	0,556	165.300
15	B-3	0,295	0,535	57.700
16	B-5	0,311	0,524	48.300
17	D-5	0,321	0,482	53.800
18	D-6	0,330	0,473	41.400
19	A-5	0,333	0,531	24.200
20	A-6	0,349	0,521	21.300
21	A-7	0,424	0,541	11.500
22	F-2	0,490	0,302	16.100
23	F-4	0,492	0,325	17.700

La viga B-1 (ensayo 1), sometida a una amplitud muy débil, se rompió después de más de 2,5 millones de ciclos. Su resultado, sin embargo, ofrece muchas dudas respecto a su validez debido a ciertas irregularidades acaecidas durante el ensayo.

Los ensayos 2, 3 y 4, correspondientes a las vigas E-5, E-2 y E-3, en todo similares, muestran una notable dispersión en sus resultados que varían desde 756.000 a 2.048.000 ciclos cuando deberían ser muy similares. Esta circunstancia expresa claramente la indeterminación de los ciclos resistidos cuando, debido al carácter asintótico del fenómeno, la amplitud se acerca al límite de endurancia. Igual particularidad se observó en el comportamiento de las armaduras pasivas.

Como puede observarse, el número de ciclos resistidos es tanto menor cuanto mayor es la amplitud de la oscilación o diferencia $\alpha_M - \alpha_m$. La serie C ofrece, en todas sus vigas, un comportamiento superior al que comparativamente cabría esperar, probablemente debido a unas buenas condiciones de adherencia del hormigón con las armaduras, al revés de lo que le ocurre a la viga B-5. El resultado de la viga A-7 es lógico ya que comparada con las F-2 y F-4 está sometida a una amplitud similar pero a unas tensiones más altas.

La variable α_m aparece como una tensión relativa que, por pertenecer a un estado de prefisuración, depende principalmente de la tensión inicial de pretensado. La otra variable, la α_M, varía con el momento máximo M_M que por suponerse mayor que el momento de descompresión M_o implica un estado de fisuración, con lo cual la tensión relativa α_M queda vinculada a la posición de la fibra neutra a través de la ley de compatibilidad de deformaciones.

En estas condiciones, la valoración anticipada del número de ciclos que una viga puede resistir, envuelve la estimación previa de la amplitud $\alpha_M - \alpha_m$. La dificultad de este problema consiste en que esta diferencia no es una cantidad fija sino que ambas tensiones relativas evolucionan a medida que los ciclos se desarrollan según pudo apreciarse en los registros consignados en la Tabla I.

5. SUCESION DE CICLOS DE DISTINTA AMPLITUD

El análisis de la realidad experimental nos conduce al conocimiento, siquiera aproximado, de la resistencia a la fatiga de la pieza, armada o pretensada, bajo la acción de ciclos de cargas. Las fórmulas establecidas pretenden valorar la incidencia de los factores implicados, tales como la resistencia del hormigón y del acero, la evolución del régimen tensional durante el proceso de carga, la fluencia, las deformaciones remanentes y la adherencia de las fibras metálicas con el hormigón o papilla de cemento que las envuelve. Para desarrollar este análisis ha sido necesario seleccionar variables y restringir los ensayos al caso de que las cargas aplicadas a un cierto ritmo sobre la pieza, oscilan entre un valor máximo y otro mínimo con la monotonía de una amplitud constante. La realidad es, sin embargo, aleatoria en su intensidad y errátil en su frecuencia, sucediéndose ciclos de distinta amplitud con múltiples paradas, picos, resonancias y amortiguamientos.

Para abordar esta riqueza de matices comencemos por suponer que una viga de hormigón pretensado está sometida a la flexión producida por la aplicación de unas cargas puntuales y fijas, y que estas cargas Q oscilan entre un valor máximo $Q_{M\,1}$ y un valor mínimo $Q_{m\,1}$. Sea N_1 el número de ciclos resistidos por esa viga, número que depende de los valores máximo y mínimo aplicados, de tal modo que si en lugar de actuar las cargas citadas se aplicaran otras comprendidas entre $Q_{M\,2}$ y $Q_{m\,2}$ el número de ciclos resistidos sería N_2 en lugar de N_1.

Cada ciclo que se desarrolla produce un cierto daño; un daño que podríamos valorar aproximadamente como el 1 : N del daño total que es la rotura. Dado que todos los ciclos de una misma serie son de igual amplitud, podremos suponer que cada uno de los ciclos producen un daño unitario:

$$\frac{1}{N_j}$$

o bien admitir que, afectando a la viga de un modo diverso según su ordenación dentro del conjunto de los ciclos, el ciclo iésimo produce un daño:

$$\frac{\beta_{ij}}{N_j} \tag{34}$$

siendo β una función:

$$\beta_{ij} = F\left(\frac{n_i}{N_j}\right) \tag{35}$$

que depende exclusivamente del orden donde está situado el ciclo n_i de referencia dentro del conjunto de los N_j ciclos. En consecuencia el ciclo n_i produce el daño:

$$D_{i1} = \frac{\beta_{i1}}{N_1} \tag{36}$$

y si dentro de la serie 2 consideramos un ciclo n_m tal que:

$$\frac{n_m}{N_2} = \frac{n_i}{N_1} \tag{36}$$

ese ciclo produce un daño:

$$D_{m\,2} = \frac{\beta_{m\,2}}{N_2} = \frac{\beta_{i1}}{N_2} \tag{37}$$

luego:

$$D_{m\,2} = \frac{\beta_{i1}}{N_2} = \frac{N_1}{N_2} D_{i1} \tag{38}$$

En consecuencia, si una viga resiste:

N_1 ciclos de cargas variables entre $Q_{M\,1}$ y $Q_{m\,1}$
o bien N_2 ciclos de cargas variables entre $Q_{M\,2}$ y $Q_{m\,2}$
o bien N_3 ciclos de cargas variables entre $Q_{M\,3}$ y $Q_{m\,3}$

la misma viga es capaz de resistir:

n_1 ciclos de cargas variables entre Q_{M1} y Q_{m1}
seguidas de n_2 ciclos de cargas variables entre Q_{M2} y Q_{m2}
seguidas de n_3 ciclos de cargas variables entre Q_{M3} y Q_{m3}

a condición de que:

$$n_1 + \frac{N_1}{N_2} n_2 + \frac{N_1}{N_3} n_3 + \ldots < N_1$$

es decir siempre que:

$$\frac{n_1}{N_1} + \frac{n_2}{N_2} + \frac{n_3}{N_3} + \ldots < 1 \tag{39}$$

que justifica la Regla de Miner (ref. 16) y la posibilidad de permutar el orden en la aplicación de bloques de ciclos sin alterar el resultado.

A la misma conclusión se llega si dividimos en un cierto número de partes iguales, cinco por ejemplo, el número de ciclos resistidos. Sean:

$$n_{a1} + n_{b1} + n_{c1} + n_{d1} + n_{e1} = N_1$$

los cinco bloques de ciclos iguales:

$$n_{a1} = n_{b1} = n_{c1} = n_{d1} = n_{e1} = 0{,}2\ N_1 \tag{40}$$

en que, imaginariamente, hemos descompuesto el total de N_1 ciclos de cargas comprendidas entre $Q_{M\,1}$ y $Q_{m\,1}$. Análogamente:

$$\begin{aligned}
n_{a\,2} &= n_{b\,2} = n_{c\,2} = n_{d\,2} = n_{e\,2} = 0{,}2\ N_2 \\
n_{a\,3} &= n_{b\,3} = n_{c\,3} = n_{d\,3} = n_{e\,3} = 0{,}2\ N_3 \\
n_{a\,4} &= n_{b\,4} = n_{c\,4} = n_{d\,4} = n_{e\,4} = 0{,}2\ N_4 \\
n_{a\,5} &= n_{b\,5} = n_{c\,5} = n_{d\,5} = n_{e\,5} = 0{,}2\ N_5
\end{aligned} \tag{41}$$

Por su ordenación dentro del conjunto, todos los ciclos n_a, producen el mismo daño unitario, así como todos los n_b, todos los n_c, todos los n_d y todos los n_e. En consecuencia, si la viga en cuestión está capacitada para resistir el conjunto de ciclos:

$$
\begin{array}{llll}
n_{a1} + n_{b1} + n_{c1} + n_{d1} + n_{e1} = N_1 & \text{de cargas} & Q_{M1} > Q > Q_{m1} \\
n_{a2} + n_{b2} + n_{c2} + n_{d2} + n_{e2} = N_2 & \text{de cargas} & Q_{M2} > Q > Q_{m2} \\
n_{a3} + n_{b3} + n_{c3} + n_{d3} + n_{e3} = N_3 & \text{de cargas} & Q_{M3} > Q > Q_{m3} \\
n_{a4} + n_{b4} + n_{c4} + n_{d4} + n_{e4} = N_4 & \text{de cargas} & Q_{M4} > Q > Q_{m4} \\
n_{a5} + n_{b5} + n_{c5} + n_{d5} + n_{e5} = N_5 & \text{de cargas} & Q_{M5} > Q > Q_{m5}
\end{array} \qquad (42)
$$

también está capacitada para resistir las combinaciones de ciclos:

$$n_{a1} + n_{b2} + n_{c3} + n_{d4} + n_{e5} = 0{,}2\,(N_1 + N_2 + N_3 + N_4 + N_5) \qquad (43)$$

de diversa amplitud, así como los:

$$n_{a5} + n_{b4} + n_{c3} + n_{d2} + n_{e1} = 0{,}2\,(N_1 + N_2 + N_3 + N_4 + N_5) \qquad (44)$$

o los:

$$n_{a1} + n_{b1} + n_{c2} + n_{d2} + n_{e3} = 0{,}2\,(2\,N_1 + 2\,N_2 + N_3)$$

correspondientes a tomar un bloque de cada columna (42) más las transformaciones debidas a las igualdades (40) y (41). Las series (43) y (44) muestran la legítima posibilidad de alterar el orden de los bloques de ciclos, sin modificar la capacidad resistente.

El estudio experimental más profundo realizado hasta la fecha para justificar la Regla de Miner, es el desarrollado por J. Van Leeuwen y A.J.M. Siemes (ref. 14) en la Universidad de Delft. Desgraciadamente las probetas ensayadas eran cilindros de hormigón en masa sometidos a compresión, con lo cual los resultados son solo parcialmente válidos. Entre los diferentes ensayos realizados figuran series enteras formadas por bloques de oscilaciones cuyo orden se modifica. Dada la inevitable dispersión de los resultados, cada serie, en todo idéntica, se repite siete veces para asociar a cada serie la dispersión medida en términos de error cuadrático medio del logaritmo del número total de ciclos resistidos, dispersión que resulta ser igual a la dispersión de la suma de Miner representada por el primer miembro de la desigualdad (39).

Examinando con detenimiento las características de las series ensayadas, se observa que la serie H está compuesta por un primer bloque de n_1 ciclos de tensiones variables entre un valor máximo σ_{M1} y un mínimo σ_{m1}, seguida de un segundo bloque de n_2 ciclos continuado hasta la rotura, de tensiones variables entre σ_{M2} y σ_{m2}. Sean N_1 y N_2 los promedios de los ciclos necesarios para producir la rotura cuando las tensiones varían monótonamente entre σ_{M1} y σ_{m1} y entre σ_{M2} y σ_{m2} respectivamente. La suma de Miner:

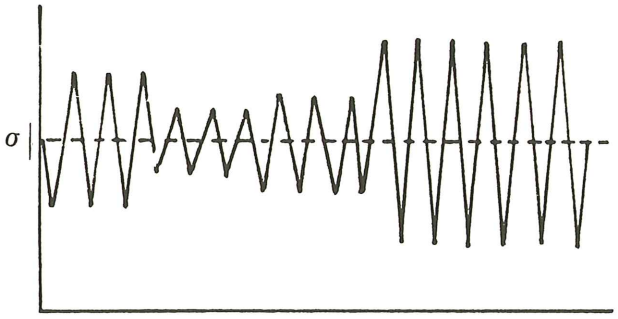
$$M = \frac{n_1}{N_1} + \frac{n_2}{N_2}$$

resulta, en los sucesivos ensayos, una serie de valores M_i que gozan de la propiedad de que el log M_i es una distribución estadística sensiblemente gaussiana o normal cuya dispersión es, en esta serie H, de 0,37.

Si ahora se ensaya una segunda serie I de probetas de un hormigón de calidad similar, sometidas a bloques de ciclos de carga de la forma indicada en la figura 8, se observa que los valores de:

$$\log M = \log \left[\Sigma \frac{n_i}{N_i} \right]$$

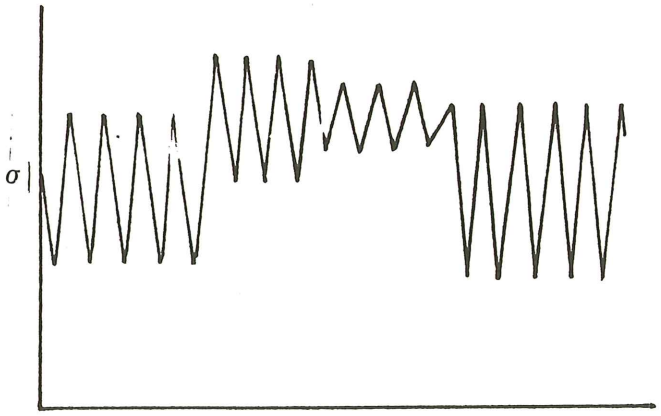
presentan una dispersión de 0,347, es decir inferior a la anterior formada por solo dos bloques, a pesar de que ahora los bloques se permutan en el orden de un ensayo a otro.



Número de ciclos

Fig. 8.

No deja de ser sorprendente el hecho de que la serie J, presenta una dispersión tan solo de 0,308 cuando está formada por bloques distintos no solo en amplitud y en número de ensayos sino que, además, el valor medio de la tensión en cada bloque de ciclos varía de uno a otro (fig. 9), a diferencia con la I. La dispersión del conjunto de las series H, I y J es de 0,346.



Número de ciclos

Fig. 9.

Con independencia del alto valor de la dispersión de los log M, lo más interesante es que, como puede comprobarse, la permutación de los ciclos, efectuada en las series I y J, no aumenta la dispersión de los resultados, sino que la reduce ligeramente, circunstancia que implica una independencia de los resultados con el orden de sucesión de los bloques de ciclos. Las series K a 0, tienen el interés de representar ciclos de errátil variación, (fig. 10), en donde las amplitudes de cada ciclo se distribuyen de un modo más o menos ordenado.

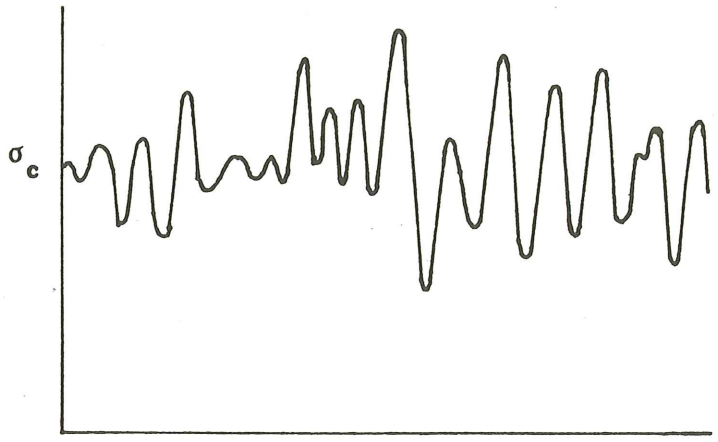


Fig. 10.

Las series experimentadas por Van Leeuwen parecen desmentir toda dependencia del daño causado por un ciclo con la cronología o situación relativa del ciclo respecto al conjunto de cargas aplicadas. El hecho de que las deformaciones y flechas se acentúen en los ciclos finales nada presupone respecto a una mayor incidencia de los últimos ciclos en la destrucción final.

Aún cuando estos ensayos de compresión sobre probetas no armadas tienen el interés que supone una hasta ahora inédita investigación sobre las distintas modalidades que presenta el fenómeno de la fatiga con toda la infinidad de sus matices, lo cierto es que sus conclusiones están desvalorizadas por omitir la compleja influencia de la armadura en el problema de la flexión, razón por la cual no queda más remedio que el de intentar comprobar, en los pocos ensayos disponibles, la aplicabilidad de los criterios que se sugieren a través de lo que podría denominarse experimentación paralela de Van Leeuwen.

Para ello seleccionamos, entre los escasos datos disponibles, los resultados de los ensayos efectuados por Abeles, (ref. 1), sobre viguetas de sección rectangular de 23 cm de canto total, 15 cm de anchura y 4,20 m de luz entre apoyos. Estas vigas, ensayadas primeramente a flexión bajo ciclos de carga de amplitud constante hasta alcanzarse la rotura, se ensayaron después a la acción de tres bloques sucesivos de amplitud constante en cada bloque para comprobar la fiabilidad de la Regla de Miner. Un superficial análisis muestra que la realización de los ensayos previos, conduce a unos resultados que vienen afectados por la dispersión debida al hecho de que la viga que resistió N_1 ciclos de carga comprendidos entre $Q_{M\,1}$ y $Q_{m\,1}$ no puede ser la misma, por haberse roto, que aquella que soportó N_2 ciclos de cargas variables entre $Q_{M\,2}$ y $Q_{m\,2}$.

La primera de las vigas ensayadas de la serie B-7, se rompió después de 2.517.000 ciclos de cargas oscilantes entre 13,8 KN y 25,35 KN. La segunda de la misma serie, solo resistió un total de 156.000 ciclos de cargas comprendidas entre 13,8 KN y 35,14 KN. La tercera únicamente soportó 54.000 ciclos de cargas mínimas de 13,8 KN y máximas de 40,48 KN. La cuarta viga de la misma serie, fué sometida a un primer bloque de un millón de ciclos de cargas oscilantes entre 13,8 KN y 25,35 KN, seguido de un segundo bloque de 81.500 ciclos de cargas comprendidas entre 13,8 KN y 35,14 KN, terminado el cual, sin haberse producido la rotura, se hizo variar la carga entre 13,8 KN y 40,48 KN, continuando sin descanso este tercer bloque de amplitud constante hasta el fallo total de la viga, circunstancia que se produjo al aplicarse 10.700 ciclos.

Si se aplican las fórmulas (31) a los tres primeros ensayos, se deducen tres valores distintos de la carga Q_e representativa de la carga de rotura en el ensayo estático. La no coincidencia de esta carga se interpreta como un efecto de la heterogénea capacidad resistente de esas tres vigas. Promediando estos valores para eliminar el efecto de la dispersión, se deduce, mediante la aplicación de las citadas fórmulas, que la viga B-7 debería haber resistido 5.106.400 ciclos de cargas comprendidas entre 13,8 KN y 25,35 KN; 133.600 ciclos de cargas variables entre 13,8 y 35,14 KN en vez de 156.000, y, finalmente 66.500 ciclos entre 13,8 y 40,48 KN en vez de 54.000. Dado el carácter tendido de las curvas cargas-ciclos, estas diferencias numéricas, aparentemente grandes, solo significan pequeñas variaciones en la magnitud de la carga estática Q_e.

Aceptando estos valores como representativos de unas homogéneas capacidades de resistencia, se las compara con el único ensayo, el cuarto, en el cual se aplican sucesivamente a una misma viga, tres bloques de ciclos con las amplitudes precedentes. La suma de Miner conduce a:

$$M = \frac{1.000.000}{5.106.400} + \frac{81.500}{133.600} + \frac{10.700}{66.500} = 0,97$$

muy próximo a la unidad. El ideal hubiera sido haber podido disponer de un quinto ensayo con 10.700 ciclos de cargas comprendidas entre 13,8 y 40,48 KN, seguida de un segundo bloque de 81.500 ciclos de cargas variables entre 13,8 y 35,14 KN y, finalmente, un tercer bloque hasta rotura de cargas entre 13,8 y 25,35 KN, es decir, una sucesión de bloques en orden cronológico inverso.

No disponiéndose de estos resultados, se aplica un análogo criterio a la serie de vigas C-6, muy similares a las anteriores, pero con dos cables no pretensados adicionales. Los primeros ensayos, llevados hasta rotura por fatiga bajo cargas variables entre dos límites fijos, condujeron a los siguientes resultados:

391.000 ciclos de cargas variables entre 13,8 y 35,14 KN
163.600 ciclos de cargas variables entre 13,8 y 40,48 KN

Sometida la tercera viga a un millón de ciclos de cargas variables entre 13,8 KN y 25,35 KN, seguidos de 261.000 ciclos entre 13,8 KN y 35,14 KN, se rompió después de 36.400 ciclos adicionales de cargas comprendidas entre 13,8 KN y 40,48 KN. Promediando los resultados previos resulta que si la carga de rotura estática fuera de 88 KN, los resultados que se hubieran obtenido en los ensayos de bloque único serían:

58.500.000 ciclos de cargas variables entre 13,8 KN y 25,35 KN
375.000 ciclos de cargas variables entre 13,8 KN y 35,14 KN
186.500 ciclos de cargas variables entre 13,8 KN y 40,48 KN

con lo cual la suma de daños acumulados sería:

$$M = \frac{1.000.000}{58.500.000} + \frac{261.000}{375.000} + \frac{36.400}{186.500} = 0,92$$

Obsérvese que de esta serie no disponemos del resultado experimental directo sobre el primer bloque, probablemente por su dilatada extensión.

El ensayo C-7 es particularmente interesante por ser el único en el que se altera el orden de los tres bloques reduciéndolo a dos. La viga C-7, en todo análoga a la C-6, se la somete a una primera serie de 261.000 ciclos de cargas variables entre 13,8 kn y 35,14 KN, y no produciéndose lógicamente la rotura, se continúa el ensayo haciendo variar las cargas monó-

tonamente entre 13,8 y 40,48 KN hasta que la viga se rompe al llegar a los 44.800 ciclos. Aplicando los criterios y valores de la serie análoga C-6 se deduce una suma de Miner:

$$M = \frac{261.000}{375.000} + \frac{44.800}{186.500} = 0,70 + 0,24 = 0,94$$

De las series D, dotadas de una armadura pasiva de dos cables y una armadura activa de seis cables, disponemos de 2 ensayos. La viga D-1 fué primeramente sometida a un millón de ciclos de cargas comprendidas entre 20 KN y 35,6 KN, seguidas de 144.000 ciclos variables entre 20 KN y 49 KN, alcanzándose la rotura después de 28.900 ciclos de cargas oscilantes entre 20 KN y 56,5 KN. La viga D-2 fué igualmente cargada con 1.000.000 de ciclos variables entre 20 KN y 35,6 KN, pero después se redujo el segundo bloque a 96.000 ciclos entre 20 KN y 49 KN. Inexplicablemente al aplicar el tercer bloque con cargas variables entre 20 KN y 56,5 KN en vez de resistir más que la anterior, solo aguanto 10.600 ciclos. Ya se comprende que este dispar resultado denuncia un fallo en la retención de las armaduras por defectuosa adherencia. No obstante se le aplican, a una y otra, los anteriores criterios, deduciéndose que, teóricamente, el número de ciclos resistidos por la viga ideal bajo la acción de las cargas variables entre los límites anteriores, supuesta una carga estática de rotura de 105 KN, debería ser de 13.260.000 ciclos para la menor amplitud, de 185.000 para la amplitud media y de 90.000 para la máxima. Bajo este supuesto, la suma de Miner en el primer caso sería:

$$M_{D1} = \frac{1.000.000}{13.260.000} + \frac{144.000}{185.000} + \frac{28.900}{90.000} = 1,17$$

y para el segundo:

$$M_{D2} = \frac{1.000.000}{13.260.000} + \frac{96.000}{185.000} + \frac{10.600}{90.000} = 0,71$$

Igual anomalía presentan los ensayos E-6 y E-7. La viga E-6, primeramente sometida a 1.000.000 de ciclos de cargas variables entre 20 y 35,6 KN, fue cargada después con 636.000 ciclos entre 20 y 49 KN, produciéndose la rotura a los 113.700 ciclos de cargas variables entre 20 y 56,5 KN. La viga E-7, inicialmente cargada con 1.000.000 de ciclos de igual amplitud, fue sometida después a 424.000 ciclos de cargas comprendidas entre 20 y 49 KN, para finalmente continuar el ensayo con ciclos de 20 a 56,5 KN de amplitud, produciéndose una temprana rotura a los 70.100 ciclos, cuando la anterior, más fatigada por el segundo bloque, soportó los 113.700 ciclos finales.

La suma de Miner, en uno y otro caso, arroja los siguientes resultados:

$$M_{E6} = \frac{1.000.000}{186.750.000} + \frac{636.000}{864.300} + \frac{113.700}{264.600} = 1,18$$

$$M_{E7} = \frac{1.000.000}{186.750.000} + \frac{424.000}{864.300} \quad \frac{70.100}{264.600} = 0,76$$

Resumiendo los resultados anteriores, se encuentra, en los distintos casos, los siguientes valores de la suma de Miner:

Viga	*Suma de Miner M*	*Logaritmo de la suma log M*
B-7	0,97	−0,013228
C-6	0,92	−0,036212
C-7	0,94	−0,026872
D-1	1,17	+0,068186
D-2	0,71	−0,148742
E-6	1,18	+0,071882
E-7	0,76	−0,119186

cuyo valor medio es:

$$M_{med} = 0{,}95 \;,, \; (\log M)_{med} = -0{,}029166$$

y cuya dispersión es:

$$s_M = 0{,}1675 \;,, \; s_{log} = 0{,}061$$

A la vista de estos resultados así como de las consideraciones teóricas precedentes, se concluye que la Regla de Miner es aplicable a los fenómenos de fatiga en vigas pretensadas sometidas a la acción de ciclos repetidos de carga, si bien la suma de los daños acumulados debe interpretarse como un valor estadístico que fluctúa alrededor de la unidad, pero que es muy sensible a cualquier defecto en la adherencia de las armaduras y muy especialmente de los tendones de pretensado.

6. FLEXION OSCILANTE EN VIGAS PRETENSADAS

Sea el caso de una viga pretensada o elemento estructural genérico sometido a la flexión producida por la acción de unas cargas oscilantes exteriores. Sean:

$$M_1 < M_2 < M_0 < M_3 < M_4 \tag{50}$$

los momentos actuantes en una determinada sección crítica, todos ellos del mismo signo. Con independencia de los márgenes de seguridad que deban adoptarse y cuyo análisis se efectuará más adelante, limitémosnos, por ahora, a reproducir los resultados experimentales que se deducen de la aplicación de $N_{2\,3}$ ciclos de carga que originan momentos oscilantes entre un mínimo M_2 y un máximo M_3. Los momentos M_1 y M_4 son momentos extremos y como tales representan un mínimo M_1 y un máximo M_4 de carácter insólito y estático. El momento M_4 representa así el momento límite de rotura estática, lo cual equivale a suponer que la viga en cuestión solo puede resistir un solo ciclo de amplitud de M_1 a M_4. El momento M_0 es el llamado momento de descompresión. Supuesto que todos los momentos en esta sección imaginaria son positivos, M_0 es el momento que origina una tensión nula ($\sigma_c = 0$) en el borde inferior de hormigón de la pieza. Si M_3 es mayor que M_0, significa que el momento M_3 produce la fisuración del hormigón de esa fibra extrema, fisuras que se cierran, en virtud del pretensado introducido, para todo momento M_2 inferior a M_0, y que, rota la resistencia en tracción del hormigón por los ciclos M_3 precedentes, se abre para todo momento superior a M_0.

Sea σ_{p2} la tensión de las armaduras activas en la sección que se considere bajo la acción del momento M_2, y σ_{c2} la tensión de compresión en el hormigón por ser $M_2 < M_o$. Suponiendo un coeficiente de equivalencia igual a β_e, y siendo σ_{po} la tensión de las armaduras de pretensado bajo el momento de descompresión M_o, se deduce que, de un modo suficientemente aproximado:

$$\sigma_{p2} = \sigma_{po} - \beta_e \sigma_{c2} \tag{51}$$

Bajo la acción del momento de agotamiento M_4, la tensión σ_{p4} alcanza valores ligeramente superiores al límite elástico convencional f_{py} de la armadura activa. Este valor de f_{py}, determinable según el cálculo convencional en el estado límite de rotura, se supone un valor conocido, bien sea mediante una estimación aproximada, o bien mediante la aplicación de la ley de compatibilidad de deformaciones. En un proceso de carga estático, la tensión σ_{p2} de la armadura bajo el momento M_2, sufre así un pequeño incremento:

$$\sigma_{po} - \sigma_{p2} = \beta_e \, \sigma_{c2} \tag{52}$$

cuando actúa el momento M_o, y un fuerte incremento de tensión:

$$\sigma_{p40} = f_{py} - \sigma_{po} \tag{53}$$

cuando se alcanza la solicitación límite de rotura M_4.

Si fuera posible admitir una proporcionalidad entre incrementos en esta fase de postfisuración, la tensión σ_{p3} sería:

$$\sigma_{p3} = \sigma_{po} + \frac{M_3 - M_o}{M_4 - M_o} (f_{py} - \sigma_{po}) \tag{54}$$

pero tal hipótesis es inverosímil ya que implica una inmovilidad de la fibra neutra incompatible con la evolución de las deformaciones, una evolución muy compleja por el cortejo de deformaciones remanentes, por los pequeños deslizamientos de la armadura en las vecindades de la grieta y por la alteración de los módulos de elasticidad en los reiterados procesos de carga y descarga.

La variación del módulo de elasticidad con la tensión relativa, la cuantía de las armaduras y la presencia de barras corrugadas en el entorno, influyen en todo el mecanismo de la deformación. La expresión simplificada:

$$\sigma_{p3} - \sigma_{po} = (1{,}5 - 110\ w) \frac{M_3 - M_o}{M_4 - M_o} \frac{M_3}{M_4} (f_{py} - \sigma_{po}) \tag{55}$$

en la cual:

$$w = \frac{A_p + 2\ A''_s}{A_c} \tag{56}$$

y en donde:

A_c = sección de hormigón
A_p = sección de la armadura activa
A''_s = sección de la armadura pasiva extendida por la flexión
f_{py} = tensión de la armadura activa bajo el momento M_4
σ_{po} = tensión de la armadura activa bajo el momento M_o
M_o = momento de descompresión. Momento que produce una tensión nula en el intradós de hormigón ($\sigma_c = 0$ en el borde de tracción bajo el momento M_3),

TABLA III

Viga nº	$\frac{M_3}{M_4}$	$\frac{M_o}{M_4}$	$\frac{\sigma_{po}}{f_{py}}$	σ_3/f_{py} Teórico	σ_3/f_{py} Real	Cociente σ_t/σ_r
Serie A	$A_c = 465\ cm^2$		$A_p = 1{,}008\ cm^2$	$A_s'' = 0$	$w = 0{,}00217$	
A-3	0,7	0,343	0,551	0,766	0,767	0,998
A-5	0,8	0,330	0,531	0,862	0,864	0,998
A-6	0,8	0,324	0,521	0,861	0,870	0,990
A-7	0,9	0,336	0,541	0,983	0,965	1,019
Serie B	$A_c = 387\ cm^2$		$A_p = 1{,}008\ cm^2$	$A_s'' = 0$	$w = 0{,}0026$	
B-1	0,52	0,360	0,563	0,632	0,611	1,034
B-4	0,7	0,351	0,549	0,755	0,750	1,007
B-6	0,7	0,344	0,537	0,750	0,752	0,997
B-3	0,8	0,344	0,535	0,849	0,830	1,023
B-5	0,8	0,351	0,524	0,844	0,835	1,011
B-7	0,7	0,351	0,549	0,755	0,785	0,962
Serie C	$A_c = 387\ cm^2$,,		$A_p = 1{,}008\ cm^2$,,	$A_s'' = 0{,}504\ cm^2$,,	$w = 0{,}0052$	
C-4	0,7	0,351	0,545	0,704	0,717	0,982
C-1	0,8	0,351	0,538	0,775	0,761	1,018
C-3	0,8	0,360	0,556	0,783	0,781	1,002
Serie D ,,	$A_c = 387\ cm^2$,,		$A_p = 1{,}512\ cm^2$,,	$A'' = 0$	$w = 0{,}0039$	
D-4	0,7	0,335	0,509	0,711	0,708	1,004
D-7	0,7	0,346	0,526	0,718	0,716	1,003
D-5	0,8	0,318	0,482	0,796	0,803	0,991
D-6	0,8	0,333	0,473	0,789	0,803	0,983
Serie E ,,	$A_c = 387\ cm^2$,,		$A_p = 1{,}512\ cm^2$,,	$A_s'' = 0{,}504$	$w = 0{,}00651$	
E-2	0,7	0,401	0,596	0,707	0,698	1,013
E-3	0,7	0,401	0,595	0,706	0,696	1,014
E-5	0,7	0,401	0,598	0,708	0,705	1,004
E-1	0,8	0,401	0,598	0,766	0,769	0,996
E-4	0,8	0,412	0,615	0,774	0,772	1,002
Serie F ,,	$A_c = 232\ cm^2$,,		$A_p = 0{,}756\ cm^2$,,	$A_s'' = 0$	$w = 0{,}00325$	
F-2	0,8	0,170	0,302	0,786	0,792	0,992
F-4	0,8	0,246	0,325	0,778	0,817	0,952

constituye una valoración suficientemente aproximada de la tensión σ_{p3}. En un análisis comparativo con los resultados experimentales deducidos por Abeles (ref. 1 tabla 3), se encuentran los valores que se transcriben en la adjunta Tabla III, cuya columna de la derecha expresa el cociente entre la tensión teóricamente deducida σ_t y la realmente registrada σ_r.

La coincidencia de los valores de la fórmula (55) con los reales es verdaderamente sorprendente. En ninguna de las 24 vigas ensayadas el error alcanza el 5 por 100. Nótese que la base de tal estimación se constituye sobre una amplitud de la oscilación expresada en términos de:

$$M_3 - M_o$$

lo cual significa que la amplitud por debajo del momento de descompresión:

$$M_0 - M_2$$

no incide en el resultado, conclusión que generaliza y refrenda el hecho de que una viga pretensada en Clase I es insensible a los fenómenos de fatiga.

Vencida esta dificultad, solo queda comprobar la aplicabilidad del valor deducido para σ_{p3}.

A primera vista parece que lo lógico sería introducir los dos valores extremos de la oscilación tensional sufrida por la armadura en las fórmulas (31) para obtener el número de ciclos presumiblemente resistido, objetivo final que se busca. Sin embargo dos reparos se oponen a este modo de proceder. El primero de ellos consiste en el hecho de que las citadas fórmulas se refieren al caso particular de ensayos sobre barras o cables desnudos, circunstancia que implica una uniformidad tensional a lo largo del cable que no se verifica en las armaduras de una viga. El segundo reparo consiste en la confrontación experimental de que ciclos de cargas de igual amplitud no conducen a una oscilación tensional permanente en las armaduras, registrándose las variaciones puestas de manifiesto en las columnas tercera y cuarta de la Tabla I.

En la Tabla IV se resume el análisis comparativo entre los ciclos de carga N_r realmente resistidos por las vigas ensayadas, y el resultado que teóricamente se deduce de la aplicación de la fórmula (55) a las expresiones:

$$\left.\begin{array}{ll} N = \left(\dfrac{6{,}78\, f_{py} - 4{,}7\, \sigma_{po}}{\sigma_{p3} - \sigma_{po}} \right)^4 & \text{si } \sigma_{p3} - \sigma_{po} \geq 0{,}2\, f_{py} \\ N = \left(\dfrac{11{,}5\, f_{py} - 7{,}8\, \sigma_{po}}{\sigma_{p3} - \sigma_{po}} \right)^{3{,}4} & \text{si } \sigma_{p3} - \sigma_{po} < 0{,}2\, f_{py} \end{array}\right\} \qquad (57)$$

inspiradas en la formulación de Hilms y Ekberg (ref. 6), convenientemente corregidas para adaptarse a los resultados experimentales y que, por consiguiente, comprenden el reajuste tensional que se opera en las armaduras a lo largo del proceso reiterado de carga. En el Apéndice A se detalla el cálculo de unas cuantas vigas ensayadas a fín de exponer la simple ordenación del método práctico.

El problema radical que se plantea es el de que, si bien las fórmulas (31) de Hilms y Ekberg representan de un modo aceptable la fatiga registrada en la armadura activa por la acción de ciclos de tracción oscilante, ahora, en el ensayo de flexión, tanto la tensión máxima como la mínima decrecen a medida que se desarrollan los ciclos. En consecuencia, o se corrige la fórmula (55) de tal modo que exprese la oscilación:

$$\sigma_{p3} - \sigma_{po}$$

media, o se modifican las fórmulas (31) para ajustarlas a unos ciclos que no evolucionan en la forma que ellas representan.

De seguirse el primer criterio, la amplitud media de la oscilación tensional que la fórmula (55) determina, debería depender del número de ciclos aplicado, un número que no es un dato sino una previsión que deseamos definir. Parece así más lógico modificar las fórmulas (31) para adaptarlas al ensayo de fatiga por flexión. Para ello, y partiendo de los resultados que se derivan de la aplicación de la fórmula (55), se corrigen las (31) hasta conseguir

que el número de ciclos N_t que resulte se ajuste al resultado experimental. Como ya se ha indicado, la aplicación de las fórmulas (57), sustitutivas de las (31), conduce a los resultados teóricos que se comparan con los reales en la Tabla IV.

TABLA IV

Viga nº	$\frac{M_3}{M_4}$	$\frac{M_o}{M_4}$	$\frac{\sigma_{po}}{f_{py}}$	$\frac{\sigma_{p3}-\sigma_{po}}{f_{py}}$	Número de ciclos Teóricos	Reales
Serie A	$A_c = 465\ cm^2$		$A_p = 1{,}008\ cm^2$		$A_s'' = 0$	$w = 0{,}00217$
A-3	0,7	0,343	0,551	0,215	144.286	114.800
A-5	0,8	0,330	0,531	0,331	28.067	24.200
A-6	0,8	0,324	0,521	0,340	26.336	21.300
A-7	0,9	0,336	0,541	0,442	8.446	11.500
Serie B	$A_c = 387\ cm^2$		$A_p = 1{,}008\ cm^2$		$A_s'' = 0$	$w = 0{,}0026$
B-1	0,52	0,360	0,563	0,069	6.982.000	?
B-4	0,7	0,351	0,549	0,206	169.900	168.300
B-6	0,7	0,344	0,537	0,213	159.400	144.000
B-3	0,8	0,344	0,535	0,314	34.050	57.700
B-5	0,8	0,351	0,549	0,320	33.129	48.300
Serie C	$A_c = 387\ cm^2$		$A_p = 1{,}008\ cm^2$		$A_s'' = 0{,}504\ cm^2$	$w = 0{,}0052$
C-4	0,7	0,351	0,545	0,159	436.700	387.400
C-1	0,8	0,351	0,538	0,237	103.546	161.800
C-3	0,8	0,360	0,556	0,227	113.530	165.300
Serie D	$A_c = 387\ cm^2$		$A_p = 1{,}512\ cm^2$		$A_s'' = 0$	$w = 0{,}0039$
D-4	0,7	0,335	0,509	0,202	220.226	207.500
D-7	0,7	0,346	0,526	0,192	246.380	223.800
D-5	0,8	0,318	0,482	0,314	42.732	53.800
D-6	0,8	0,333	0,473	0,316	43.244	41.400
Serie E	$A_c = 387\ cm^2$		$A_p = 1{,}512\ cm^2$		$A_s'' = 0{,}504\ cm^2$	$w = 0{,}00651$
E-2	0,7	0,401	0,596	0,111	1.223.200	2.048.000
E-3	0,7	0,401	0,595	0,111	1.228.000	756.000
E-5	0,7	0,401	0,598	0,110	1.251.700	956.000
E-1	0,8	0,401	0,598	0,168	296.600	307.600
E-4	0,8	0,412	0,615	0,159	334.600	285.700
Serie F	$A_c = 232\ cm^2$		$A_p = 0{,}756\ cm^2$		$A_s'' = 0$	$w = 0{,}00325$
F-2	0,8	0,170	0,302	0,484	15.047	16.100
F-4	0,8	0,246	0,325	0,453	18.074	17.700

De acuerdo con los principios establecidos, el momento M_3 es el límite superior de la oscilación y el $M_2 < M_o$ el inferior. En el caso límite de una oscilación única y extrema, el momento máximo es M_4 y el mínimo es M_1. Los momentos M_3 y M_4 tienen así el carácter de momentos límites, y como tales representan una valoración que engloba el margen de seguridad que les corresponde. Si:

$$M_{s1} < M_s < M_{s4} \tag{58}$$

$$M_{s2} < M_s < M_{s3} \tag{59}$$

representan la posible variación de los momentos previsibles de servicio, resultará que la viga habrá que dimensionarla de tal modo que, tanto bajo la acción del momento M_2 como del momento M_1 aún menor, la pieza deberá resistirlos dentro de un estado de tensiones moderadas, deducidas a través de un cálculo elástico de prefisuración.

En lo que se refiere al momento máximo M_3 pueden mantenerse dos criterios; uno de ellos es el de diseñar la viga de tal modo que:

$$M_{s3} < M_o \quad \text{(Clase I)}$$

circunstancia indicativa de que, manteniéndose los momentos de servicio dentro de los límites indicados en la desigualdad (59), el hormigón no se fisura, con lo cual la pieza queda capacitada para soportar sin peligro un número indefinido de ciclos comprendidos entre M_{s2} y M_{s3}. En teoría este planteamiento es válido siempre que, por circunstancias particulares del proyecto, pueda asegurarse que dicho momento M_{s3} no puede razonablemente ser rebasado a lo largo del período de servicio de la estructura.

Un segundo criterio, más realista y que puede suplir o complementar al anterior, consiste en admitir que, por causas indeterminadas, la amplitud de la oscilación $M_{s3} - M_o$ quede multiplicada por el coeficiente de seguridad parcial γ_f:

$$M_3 = M_o + \gamma_f (M_{s3} + M_o) = \gamma_f M_{s3} - (\gamma_f - 1) M_o \tag{60}$$

siendo el resto de los momentos que intervienen en las fórmulas anteriores:

$$M_2 = M_{s2} \quad ,, \quad M_4 = \gamma_f M_{s4} \tag{61}$$

Obsérvese que el planteamiento de la fórmula (60) implica la admisión de una hipótesis de dudosa verosimilitud: la de que los N_{o3} ciclos de cargas oscilantes entre los momentos M_3 y M_o tienen una amplitud constante. Si no fuera así, es decir, si la pieza o sección de la misma estuviera sometida a n_a ciclos de momentos variables entre M_o y M_a, seguidos de n_b ciclos de momentos variables entre M_o y M_b etc., se produciría la suma de ciclos:

$$n_a + n_b + n_c + \ldots \tag{62}$$

que por corresponder a bloques de distinta amplitud, será necesario evaluar en términos de suma de daños acumulados en la forma que se indica en el siguiente apartado.

7. CICLOS DE FLEXION DE DIFERENTE AMPLITUD

Como colofón de cuanto antecede resulta que la reiterada aplicación de ciclos de carga, capaces de generar en la sección crítica de una viga unos momentos oscilantes entre un máximo M_3 y un mínimo M_2 inferior al momento de descompresión M_o, origina unas variaciones tensionales en la armadura activa iguales a:

$$\sigma_{p3} - \sigma_{po} = (1{,}5 - 110\ w) \frac{M_3 - M_o}{M_4 - M_o} (f_{yp} - \sigma_{po}) \frac{M_3}{M_4} \tag{63}$$

que, aún cuando σ_{p3} sea inferior a la tensión de agotamiento f_{py}, del alambre, producen la rotura de la pieza al cabo de N ciclos, siendo:

$$N = \left(\frac{6{,}78\, f_{py} - 4{,}7\, \sigma_{po}}{\sigma_{p3} - \sigma_{po}} \right)^4 \quad \text{si } \sigma_{p3} - \sigma_{po} > 0{,}2\, f_{py} \tag{64}$$

o bien:

$$N = \left(\frac{11{,}5\, f_{py} - 7{,}8\, \sigma_{po}}{\sigma_{p3} - \sigma_{po}} \right)^{3{,}4} \quad \text{si } \sigma_{p3} - \sigma_{po} < 0{,}2\, f_{py}$$

siendo en estas expresiones:

$$w = \frac{A_p + 2A''_s}{A_c} \tag{65}$$

y:
A_c la sección de hormigón.
A_p la sección de la armadura activa.
A''_s la sección de armadura pasiva extendida por la flexión.
M_o el momento de descompresión ($\sigma_c = 0$ en la fibra inferior).
M_2 el momento mínimo de oscilación, inferior a M_o (fórmula 61).
M_3 el momento máximo de oscilación, definido en (60).
M_4 el momento límite bajo carga estática (61).
σ_{po} la tensión de la armadura activa bajo la acción de M_o.
σ_{p3} la tensión de la armadura activa bajo la acción de M_3.
f_{py} la tensión de la armadura activa bajo la acción de M_4.

Sea el caso general de una viga cuya sección crítica está sometida a:

$(n_1)_1$ ciclos de momentos de amplitud $M_{a1} = (M_3 - M_2)_1$ seguidos de
$(n_2)_1$ ciclos de momentos de amplitud $M_{a2} = (M_3 - M_2)_2$ seguidos de
$(n_3)_1$ ciclos de momentos de amplitud $M_{a3} = (M_3 - M_2)_3$ seguidos de
$(n_1)_2$ ciclos de momentos de amplitud $M_{a1} = (M_3 - M_2)_1$ seguidos de
$(n_3)_2$ ciclos de momentos de amplitud $M_{a3} = (M_3 - M_2)_3$ seguidos de
$(n_4)_1$ ciclos de momentos de amplitud $M_{a4} = (M_3 - M_2)_4$ seguidos de
. .
. .
. .
$(n_j)_v$ ciclos de momentos de amplitud $M_{aj} = (M_3 - M_2)_j$.

En virtud de las leyes asociativa y conmutativa de la suma de Miner, el comportamiento de esa viga es análogo al de otra idéntica sometida a la sucesiva acción de:

$n_1 = \sum_{i=1}^{t} (n_1)_i$ ciclos de momentos de amplitud M_{a1} seguidos de

$n_2 = \sum_{i=1}^{u} (n_2)_i$ ciclos de momentos de amplitud M_{a2} seguidos de

$n_3 = \sum_{i=1}^{v} (n_3)_i$ ciclos de momentos de amplitud M_{a3} seguidos de
. .
. .
. .

Ahora bien, en virtud de las fórmulas (63) y (64) el número de ciclos de amplitud M_{a1} que la viga puede resistir es N_1, el número de ciclos de amplitud M_{a2} que la viga puede resistir es N_2 y, en general, el número de ciclos de igual amplitud M_{ai} que la viga puede resistir es N_i.

El cociente:

$$\frac{n_i}{N_i} \tag{66}$$

expresa así la fracción de daño sufrido por la viga al soportar un número n_i (inferior a N_i) de ciclos de momentos de amplitud M_{ai}. Esa fracción de daño es tanto mayor cuanto mayor es el número n_i de ciclos aplicado y menor es el total N_i de ciclos que la viga puede resistir con esa amplitud. Según la Regla de Miner, la pieza podrá soportar las sucesivas series de ciclos acumulados de diversa amplitud:

$$n_1 + n_2 + n_3 + \ldots + n_j \tag{67}$$

siempre que la suma de los daños acumulados por las series que sucesivamente se aplican:

$$D = \sum_{i=1}^{j} \left(\frac{n_i}{N_i}\right) \tag{68}$$

sea inferior a la unidad. En el caso precedentemente estudiado de que todos los ciclos tuvieran la misma amplitud:

$$n_1 = N_1 \tag{69}$$

En el Apéndice B se detalla el cálculo numérico seguido para comprobar la validez de las fórmulas establecidas mediante su comparación con los resultados experimentales obtenidos por Abeles (ref. 1) al ensayar vigas pretensadas bajo la acción de sucesivos ciclos de cargas de diferente amplitud. Como allí se deduce, la aplicación de las fórmulas teóricas conduce a las siguientes sumas de daños expresados en términos de la igualdad (68):

$$\left.\begin{aligned}
&\text{Viga B-7} \quad D = \frac{1.000.000}{5.770.000} + \frac{81.500}{172.700} + \frac{10.700}{36.900} = 0{,}93 \\
&\text{Viga C-6} \quad D = \frac{1.000.000}{12.563.000} + \frac{261.000}{438.000} + \frac{36.400}{93.670} = 1{,}06 \\
&\text{Viga C-7} \quad D = \frac{261.000}{454.000} + \frac{40.400}{98.000} = 0{,}99 \\
&\text{Viga D-1} \quad D = \frac{1.000.000}{6.092.000} + \frac{144.000}{223.400} + \frac{28.900}{49.670} = 1{,}39 \\
&\text{Viga D-2} \quad D = \frac{1.000.000}{6.092.000} + \frac{96.000}{223.400} + \frac{10.600}{49.670} = 0{,}81 \\
&\text{Viga E-6} \quad D = \frac{1.000.000}{76.600.000} + \frac{636.000}{1.240.000} + \frac{113.700}{296.600} = 0{,}91
\end{aligned}\right\} \tag{70}$$

cuyo valor medio es $D_m = 1{,}01$ que expresa el notable ajuste de las fórmulas deducidas. La dispersión de los resultados alrededor de la unidad, $D_\sigma = 0{,}18$, se debe principalmente a la irreproducibilidad experimental ya que las vigas ensayadas, aún cuando tengan iguales características como la D-1 y la D-2, soportan un diferente número de ciclos por ser intrínsecamente distintas.

En las expresiones (70) el numerador corresponde al número real de ciclos aplicados, siendo el numerador del tercer término el número de ciclos que produjeron la rotura final. El denominador no es más que el número de ciclos N_i teóricamente necesario para alcanzar la rotura bajo la amplitud de oscilación aplicada en los ciclos que aparecen en el numerador.

Si en lugar de estas cifras teóricas, introducimos como denominador de las fracciones los valores experimentalmente obtenidos en ensayos precedentes, nos encontramos con los siguientes resultados:

$$\left.\begin{array}{lll}
\text{Viga B-7} & D = \dfrac{1.000.000}{2.517.000} + \dfrac{81.500}{156.000} + \dfrac{10.700}{54.000} = 0{,}91 \\
\text{Viga C-6} & D = \dfrac{1.000.000}{2.517.000} + \dfrac{261.000}{391.000} + \dfrac{36.400}{163.600} = 1{,}08 \\
\text{Viga C-7} & D = \dfrac{261.000}{391.000} + \dfrac{44.800}{163.600} = 0{,}94 \\
\text{Viga D-1} & D = \dfrac{1.000.000}{2.517.000} + \dfrac{144.000}{215.100} + \dfrac{28.900}{47.600} = 1{,}47 \\
\text{Viga D-2} & D = \dfrac{1.000.000}{2.517.000} + \dfrac{96.000}{215.100} + \dfrac{10.600}{47.600} = 0{,}79 \\
\text{Viga E-6} & D = \dfrac{1.000.000}{2.517.000} + \dfrac{636.000}{1.253.000} + \dfrac{113.700}{636.000} = 0{,}71
\end{array}\right\} \quad (71)$$

cuyo valor medio es $D_m = 0{,}98$ y cuya dispersión $D_\sigma = 0{,}247$ es un 34 por 100 mayor que la anterior como consecuencia de la doble introducción de datos experimentales con su escasa reproducibilidad.

Si en lugar de deducir la suma de Miner aceptamos que el resultado debe ser la unidad, podremos deducir el número de ciclos que teóricamente deberían conducir a la rotura. En virtud de los resultados obtenidos en (70), se deducen las siguientes distribuciones totales de ciclos:

		Ciclos teóricos	*Ciclos reales*
Viga B-7	Primer bloque	1.000.000	1.000.000
	Segundo bloque	81.500	81.500
	Tercer bloque	13.090	10.700
	Total de ciclos	1.094.590	1.092.200
Viga C-6	Primer bloque	1.000.000	1.000.000
	Segundo bloque	261.000	261.000
	Tercer bloque	30.397	36.400
	Total de ciclos	1.291.397	1.297.400
Viga C-7	Primer bloque	261.000	261.000
	Segundo bloque	41.600	40.400
	Total de ciclos	302.600	301.400

Viga D-1	Primer bloque	1.000.000	1.000.000
	Segundo bloque	144.000	144.000
	Tercer bloque	9.500	28.900
	Total de ciclos	1.153.500	1.172.900
Viga D-2	Primer bloque	1.000.000	1.000.000
	Segundo bloque	96.000	96.000
	Tercer bloque	21.190	10.600
	Total de ciclos	1.117.190	1.106.600
Viga E-6	Primer bloque	1.000.000	1.000.000
	Segundo bloque	636.000	636.000
	Tercer bloque	140.600	113.700
	Total de ciclos	1.776.000	1.749.700

resultados que reflejan un ajuste todavía mayor.

8. CONCLUSIONES

Los resultados teóricos a los cuales se llega en virtud del planteamiento anteriormente formulado, muestran un notable ajuste con los resultados experimentales hasta la fecha disponibles.

La circunstancia de que los ensayos efectuados sobre vigas pretensadas, tanto mediante la aplicación de ciclos de amplitud constante hasta alcanzar la rotura, como por la sucesiva acción de ciclos de diversa amplitud, sean muy escasos en número, proyectan una sombra de incertidumbre respecto a su total validez aún dentro del limitado campo de variación de sus numerosos parámetros.

La incertidumbre se acrecenta cuando se recuerda que todas las vigas ensayadas estaban dispuestas con una armadura pretensada antes del hormigonado de la pieza y, por tanto, anclada por adherencia. Habiéndose observado que la adherencia ejerce una notable influencia en el comportamiento de la pieza, la generalización de las fórmulas precedentes a los casos de vigas con armaduras activas alojadas en el interior de unas vainas resulta un tanto problemática, y si transitoriamente se acepta esa generalización es porque algo tenemos que admitir mientras no se efectúen los ensayos adecuados.

Otro tanto sucede con la armadura pasiva, materializada en los ensayos por cables de 7 alambres de las mismas características que la armadura activa. El alto límite elástico de estas armaduras, la ausencia de resaltos y su distinta morfología, hacen aún más dudosa la asimilación de los ensayos a los casos usuales de la construcción.

Con todas estas legítimas reservas, que no suponen objecciones al procedimiento sino al valor numérico de los coeficientes y exponentes que aparecen en las fórmulas, puede decirse que una viga es capaz de resistir

n_1 ciclos de amplitud $M_{a\,1}$, seguidos de
n_2 ciclos de amplitud $M_{a\,2}$, seguidos de

n_3 ciclos de amplitud M_{a3}, seguidos de

.

. .

. .

. . , seguidos finalmente de

n_j ciclos de amplitud M_{aj} ,

siempre que:

$$D = \sum_{i=1}^{j} \frac{n_i}{N_i} \leqslant 1 \qquad (75)$$

siendo N_i el número de ciclos, constante M_{ai}, que la viga sería capaz de soportar en un ensayo monótono hasta la rotura. Las fórmulas (57) y (55), permiten la deducción de N_i.

Si la inecuación (75) no se satisfaciera, será necesario aumentar la capacidad resistente de la viga de tal modo que pueda soportar un mayor momento límite de agotamiento estátito M_{4f} a fín de que las amplitudes relativas de las oscilaciones:

$$m_{ai} = m_{3i} - m_o = \frac{M_{3i} - M_o}{M_{4f}} \qquad (76)$$

al ser ahora más pequeñas, reduzcan la suma de daños (75) hasta hacerla inferior a la unidad.

A título de una primera aproximación, puede seguirse el criterio de que si M_4 es el momento estático de agotamiento inicialmente supuesto y que conduce a un valor de D:

$$D_4 = \sum_{i=1}^{j} \frac{n_i}{N_i}$$

superior a la unidad, el momento estático ficticio impuesto por las condiciones de fatiga M_{4f} que presumiblemente resuelve este problema es:

$$M_{4f} = D_4 \, M_4 \qquad (77)$$

Es en estas circunstancias, cuando podemos afirmar que la consideración de los fenómenos de fatiga es más exigente que la hipótesis estática de que la viga esté facultada para soportar un solo ciclo de carga variable entre un mínimo minimorum M_1 y un máximo maximorum M_4.

APENDICE A

Las vigas pretensadas a las que se hace referencia en el texto precedente se ensayaron con arreglo a la distribución de cargas representada en la figura 11. El momento máximo de rotura es, por tanto:

$$M_4 = \frac{}{8} 3{,}76^2 + 1{,}347 \, P_4$$

siendo g el peso propio de la viga ensayada y que variará de la serie A a las otras por tener diferente sección transversal.

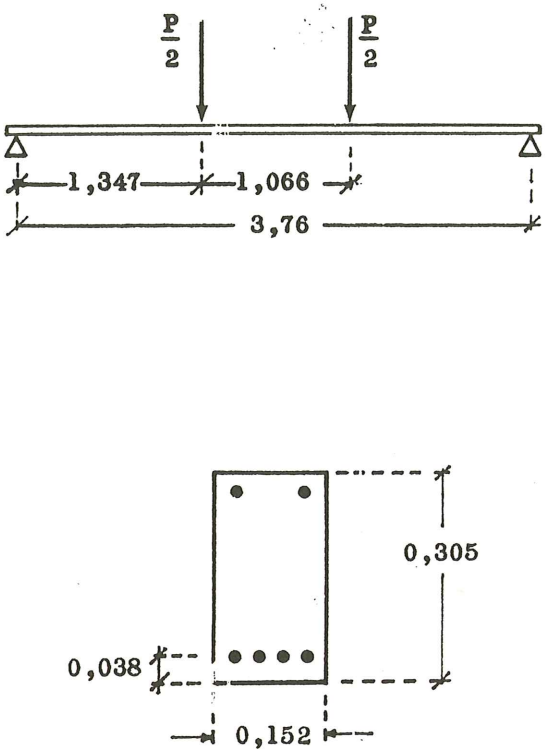


Fig. 11.

En la Tabla IV, se indican los resultados experimentales obtenidos en los ensayos de las vigas cuyas series se indican. El cálculo numérico en función de los datos que en la tabla aparecen, conducen a los siguientes resultados teóricos:

SERIE A

La serie A, como todas, es de sección rectangular. La anchura de las vigas es de 15,2 cm y su canto total de 30,5 cm. La armadura activa está formada por cuatro cables de 6,35 mm de diámetro. En consecuencia las características goemétricas de la sección son:

$$A_c = 465\ cm^2 \quad ,, \quad A_p = 1{,}008\ cm^2 \quad ,, \quad A_s'' = 0 \quad ,, \quad w = \frac{A_p + 2\,A_s''}{A_c} = 0{,}00217$$

Si, para simplificar, llamamos:

$$m_3 = \frac{M_3}{M_4} \quad ,, \quad m_2 = \frac{M_2}{M_4} \quad ,, \quad m_o = \frac{M_o}{M_4} \tag{a-1}$$

la fórmula (55) se transforma en:

$$\frac{\sigma_{p3} - \sigma_{po}}{f_{py}} = (1{,}5 - 110\ w)\,\frac{m_3 - m_o}{1 - m_o}\,m_3\,(1 - \frac{\sigma_{po}}{f_{py}}) \tag{a-2}$$

en donde M_4 es el momento de rotura en el ensayo convencional estático, M_3 el momento máximo de oscilación y M_o el momento de descompresión, siendo σ_p las tensiones de la armadura activa.

Viga A-3.

Según la fórmula (a-2) la tensión σ_{p3} es:

$$\sigma_{p3} - \sigma_{po} = (1{,}5 - 110 \times 0{,}00217)\frac{0{,}7 - 0{,}343}{1 - 0{,}343}\, 0{,}7\,(1 - 0{,}551)\, f_{py} = 0{,}215\, f_{py}$$

Aplicando la fórmula:

$$N = \left(\frac{6{,}78\, f_{py} - 4{,}7\, \sigma_{po}}{\sigma_{p3} - \sigma_{po}}\right)^4$$

se deduce:

$$N = \left(\frac{6{,}78 - 4{,}7 \times 0{,}551}{0{,}215}\right)^4 = 144.000 \text{ ciclos}$$

cuando el valor experimental es de 114.800.

Viga A-5

Siguiendo el mismo proceso numérico:

$$\sigma_{po} = 0{,}531\, f_{py}$$
$$\sigma_{p3} - \sigma_{po} = 0{,}331\, f_{py}$$

$$N = \left(\frac{6{,}78 - 4{,}7 \times 0{,}531}{0{,}331}\right)^4 = 28.000 \text{ ciclos}$$

en vez de los 24.200 ciclos resistidos por la viga A-5 en el ensayo.

Viga A-6

Análogamente:

$$\sigma_{po} = 0{,}521\, f_{py}$$
$$\sigma_{p3} - \sigma_{po} = 0{,}34\, f_{py}$$

$$N = \left(\frac{6{,}78 - 4{,}7 \times 0{,}521}{0{,}34}\right)^4 = 26.000 \text{ ciclos}$$

siendo el valor experimental de 21.300 ciclos.

Viga A-7

$$\sigma_{po} = 0{,}541\, f_{py}$$
$$\sigma_{p3} - \sigma_{po} = 0{,}442\, f_{py}$$

$$N = \left(\frac{6{,}78 - 4{,}7 \times 0{,}541}{0{,}442}\right)^4 = 8.500 \text{ ciclos}$$

cuando el valor real fue de 11.500 ciclos.

En la Tabla IV de la página 37 se resumen los valores teóricos deducidos mediante la aplicación de las anteriores fórmulas así como los valores experimentales de las series A, B, C, D, E y F ensayadas.

APENDICE B

CICLOS DE DIVERSA AMPLITUD

Con la finalidad de comprobar la validez del conjunto de fórmulas establecidas, así como su concordancia con la Regla de Miner, se comparan en este Apéndice los resultados experimentales correspondientes a las seis vigas pretensadas ensayadas por Abeles (ref. 1), con los teóricamente deducidos según el procedimiento propuesto en esta tesis.

Viga B-7

La primera de las vigas ensayadas bajo bloques de ciclos de diferente amplitud fue la viga B-7 cuyas características geométricas son:

$$A_c = 387 \text{ cm}^2 \;,,\; A_p = 1{,}008 \text{ cm}^2 \;,,\; A_s'' = 0 \;,,\; w = 0{,}0026$$

siendo las características mecánicas:

$$\frac{M_o}{M_4} = 0{,}351 \;,,\; \frac{\sigma_{po}}{f_{py}} = 0{,}549$$

El ensayo consistió en someter a esta viga a un primer bloque de:

$n_1 = 1.000.000$ de ciclos comprendidos entre $0{,}3\ M_4 < M < 0{,}52\ M_4$ seguido de
$n_2 = 81.500$ de ciclos comprendidos entre $0{,}3\ M_4 < M < 0{,}7\ M_4$ seguido de
$n_3 = 10.700$ de ciclos comprendidos entre $0{,}3\ M_4 < M < 0{,}8\ M_4$ seguido de

produciéndose la rotura en el ciclo 10.700.

De acuerdo con las fórmulas establecidas, una viga sometida al primer ciclo de cargas sufriría una variación tensional en la armadura activa de:

$$\sigma_{p3} - \sigma_{po} = (1{,}5 - 110\ w)\frac{M_3 - M_o}{M_4 - M_o}\,(f_{py} - \sigma_{po})\frac{M_3}{M_4} \qquad (55)$$

o bien:

$$\alpha_{p3} - \alpha_{po} = (1{,}5 - 110\ w)\frac{m_3 - m_o}{1 - m_o}\,(1 - \alpha_{po})\,m_3 \qquad (b\text{-}1)$$

siendo:

$$\alpha_{p3} = \frac{\sigma_{p3}}{f_{py}} \;,,\; \alpha_{po} = \frac{\sigma_{po}}{f_{py}} \;,,\; m_3 = \frac{M_3}{M_4} \;,,\; m_o = \frac{M_o}{M_4} \;,,\; w = \frac{A_p + 2\,A_s''}{A_c} \qquad (b\text{-}2)$$

luego, en este caso particular:

$$\alpha_{p3} - \alpha_{po} = (1{,}5 - 110 \times 0{,}0026)\frac{0{,}52 - 0{,}351}{1 - 0{,}351}\,0{,}52\,(1 - 0{,}549) = 0{,}0741$$

En estas condiciones, siendo el resultado anterior inferior a 0,2, el número de ciclos que previsiblemente la viga debe resistir es:

$$N_1 = \left(\frac{11{,}5 - 7{,}8\,\alpha_{po}}{\alpha_{p3} - \alpha_{po}}\right)^{3{,}4} = \left(\frac{11{,}5 - 7{,}8 \times 0{,}549}{0{,}0741}\right)^{3{,}4} = 5.770.000$$

Del mismo modo, bajo el segundo ciclo de cargas variables entre $m_3 = 0,7$ y $m_o = 0,351$, la variación tensional será:

$$\alpha_{p3} - \alpha_{po} = (1,5 - 110 \text{ x } 0,0026) \frac{0,7 - 0,351}{1 - 0,351} 0,7 (1 - 0,549) =$$

$$= 1,214 \frac{0,7 - 0,351}{0,649} 0,7 \text{ x } 0,451 = 0,206$$

siendo ahora el número de ciclos teóricamente resistidos de:

$$N_2 = \left(\frac{6,78 - 4,7 \alpha_{po}}{\alpha_{p3} - \alpha_{po}} \right)^4 = \left(\frac{6,78 - 4,7 \text{ x } 0,549}{0,206} \right)^4 = 172.700 \text{ ciclos}$$

Finalmente si la viga estuviera sometida a ciclos de carga variable entre 0,8 y 0,351 resistiría:

$$\alpha_{p3} + \alpha_{po} = 1,214 \frac{0,8 - 0,351}{0,649} 0,8 \text{ x } 0,451 = 0,303$$

$$N_3 = \left(\frac{6,78 - 4,7 \text{ x } 0,549}{0,303} \right)^4 = 36.900 \text{ ciclos}$$

y la suma de Miner sería:

$$\frac{1.000.000}{5.770.000} + \frac{81.500}{172.700} + \frac{10.700}{36.900} = 0,935$$

en vez de uno, o bien expresado en número de ciclos resistidos:

	Ciclos teóricos	*Ciclos reales*
Primer bloque	1.000.000	1.000.000
Segundo bloque	81.500	81.500
Tercer bloque	13.090	10.700
Totales	1.094.590	1.092.200

Viga C-6

Características geométricas:

$A_c = 387 \text{ cm}^2$,, $A_p = 1,008 \text{ cm}^2$,, $A_s'' = 0,504 \text{ cm}^2$,, $w = 0,0052$

Características mecánicas:

$$m_o = 0,351 \text{ ,, } \alpha_{po} = 0,512$$

Cargas aplicadas:

$n_1 = 1.000.000$ de ciclos comprendidos entre 0,3 M_4 y 0,52 M_4
$n_2 = 261.000$ de ciclos comprendidos entre 0,3 M_4 y 0,7 M_4
$n_3 = 36.400$ de ciclos comprendidos entre 0,3 M_4 y 0,8 M_4

De acuerdo con la fórmula (b-1):

$$\alpha_{31} - \alpha_{01} = (1,5 - 110 \text{ x } 0,0052) \frac{0,52 - 0,351}{1 - 0,351} 0,52 (1 - 0,512) =$$

$$= 0{,}928\,\frac{0{,}52 - 0{,}351}{0{,}649}\;0{,}52 \times 0{,}488 = 0{,}0613$$

$$N_1 = \left(\frac{11{,}5 - 7{,}8 \times 0{,}512}{0{,}0613}\right)^{3{,}4} = 12.563.000$$

$$\alpha_{32} - \alpha_{02} = 0{,}928\,\frac{0{,}7 - 0{,}351}{0{,}649}\;0{,}7 \times 0{,}488 = 0{,}17$$

$$N_2 = \left(\frac{6{,}78 - 4{,}7 \times 0{,}512}{0{,}17}\right)^{4} = 438.000 \text{ ciclos}$$

$$\alpha_{33} - \alpha_{03} = 0{,}928\,\frac{0{,}8 - 0{,}351}{0{,}649}\;0{,}8 \times 0{,}488 = 0{,}25$$

$$N_3 = \left(\frac{6{,}78 - 4{,}7 \times 0{,}512}{0{,}25}\right)^{4} = 93.670 \text{ ciclos}$$

Suma de Miner:

$$\frac{1.000.000}{12.563.000} + \frac{261.000}{438.000} + \frac{36.400}{93.670} = 1{,}06$$

en vez de la unidad. Los ciclos en total resistidos son:

	Teóricos	*Reales*
Primer bloque	1.000.000	1.000.000
Segundo bloque	261.000	261.000
Tercer bloque	30.397	36.400
Totales	1.291.397	1.297.400

Viga C-7

Características geométricas:

$A_c = 387\ cm^2$,, $A_p = 1{,}008\ cm^2$,, $A_s'' = 0{,}504\ cm^2$,, $w = 0{,}0052$

Características mecánicas:

$$m_o = 0{,}351 \;,,\; \alpha_{po} = 0{,}524$$

Cargas aplicadas:

$n_1 = 261.000$ ciclos comprendidos entre $0{,}3\ M_4$ y $0{,}7\ M_4$
$n_2 = 40.400$ ciclos comprendidos entre $0{,}3\ M_4$ y $0{,}8\ M_4$

$$\alpha_{31} - \alpha_{01} = 0{,}928\,\frac{0{,}7 - 0{,}351}{0{,}649}\;0{,}7 \times 0{,}476 = 0{,}1663$$

$$N_1 \left(\frac{6{,}78 - 4{,}7 \times 0{,}524}{0{,}1663}\right)^{4} = 454.000 \text{ ciclos}$$

$$\alpha_{32} - \alpha_{02} = 0{,}928\,\frac{0{,}8 - 0{,}351}{0{,}649}\;0{,}8\,(1 - 0{,}524) = 0{,}244$$

$$N_2 = \left(\frac{6{,}78 - 4{,}7 \times 0{,}524}{0{,}244}\right)^4 = 98.000 \text{ ciclos}$$

Suma de Miner:

$$\frac{261.000}{454.000} + \frac{40.400}{98.000} = 0{,}987$$

Ciclos resistidos	*En teoría*	*En realidad*
Primer bloque	261.000	261.000
Segundo bloque	41.600	40.400
Totales	302.600	301.400

Viga D-1

Características geométricas:

$$A_c = 387 \text{ cm}^2 \;,, \; A_p = 1{,}512 \text{ cm}^2 \;,, \; A_s'' = 0 \;,, \; w = \frac{1{,}512}{387} = 0{,}0039$$

Características mecánicas:

$$m_o = 0{,}335 \;,, \; \alpha_{po} = 0{,}51$$

Ciclos de carga:

$n_1 = 1.000.000$ ciclos entre $0{,}3\ M_4$ y $0{,}52\ M_4$
$n_2 = 144.000$ ciclos entre $0{,}3\ M_4$ y $0{,}7\ M_4$
$n_3 = 28.900$ ciclos entre $0{,}3\ M_4$ y $0{,}8\ M_4$

$$\alpha_{31} - \alpha_{01} = (1{,}5 - 110 \times 0{,}0039)\ \frac{0{,}52 - 0{,}335}{1 - 0{,}335}\ 0{,}52\ (1 - 0{,}51) =$$

$$= 1{,}071\ \frac{0{,}52 - 0{,}335}{0{,}665}\ 0{,}52 \times 0{,}49 = 0{,}076$$

$$N_1 = \left(\frac{11{,}5 - 7{,}8 \times 0{,}51}{0{,}076}\right)^{3{,}4} = 6.092.000 \text{ ciclos}$$

$$\alpha_{32} - \alpha_{01} = 1{,}071\ \frac{0{,}7 - 0{,}335}{0{,}665}\ 0{,}7 \times 0{,}49 = 0{,}2016$$

$$N_2 = \left(\frac{6{,}78 - 4{,}7 \times 0{,}51}{0{,}2016}\right)^4 = 223.400 \text{ ciclos}$$

$$\alpha_{33} - \alpha_{03} = 1{,}071\ \frac{0{,}8 - 0{,}335}{0{,}665}\ 0{,}8 \times 0{,}49 = 0{,}2936$$

$$N_3 = \left(\frac{6{,}78 - 4{,}7 \times 0{,}51}{0{,}2936}\right)^4 = 49.670 \text{ ciclos}$$

Suma de Miner:

$$\frac{1}{6{,}092} + \frac{144}{223{,}4} + \frac{28{,}9}{49{,}67} = 1{,}39$$

Ciclos resistidos	*En teoría*	*En la realidad*
Primer bloque	1.000.000	1.000.000
Segundo bloque	144.000	144.000
Tercer bloque	9.500	28.900
Totales	1.153.500	1.172.900

Viga D-2

Características geométricas:

$A_c = 387\ cm^2$,, $A_p = 1{,}512\ cm^2$,, $A_s'' = 0$,, $w = 0{,}0039$

Características mecánicas:

$$m_o = 0{,}335 \text{ ,, } \alpha_{po} = 0{,}51$$

Ciclos de carga:

$n_1 = 1.000.000$ ciclos entre 0,3 M_4 y 0,52 M_4
$n_2 = 96.000$ ciclos entre 0,3 M_4 y 0,7 M_4
$n_3 = 10.600$ ciclos entre 0,3 M_4 y 0,8 M_4

$$\alpha_{31} - \alpha_{01} = 0{,}076$$
$$N_1 = 6.092.000 \text{ ciclos}$$
$$\alpha_{32} - \alpha_{02} = 0{,}2016$$
$$N_2 = 223.400 \text{ ciclos}$$
$$\alpha_{33} - \alpha_{03} = 0{,}2936$$
$$N_3 = 49.670 \text{ ciclos}$$

Suma de Miner:

$$\frac{1.000.000}{6.092.000} + \frac{96.000}{223.400} + \frac{10.600}{49.670} = 0{,}81$$

Ciclos resistidos	*En teoría*	*En la realidad*
Primer bloque	1.000.000	1.000.000
Segundo bloque	96.000	96.000
Tercer bloque	21.190	10.600
Totales	1.117.190	1.106.600

Viga E-6

Características geométricas:

$A_c = 387\ cm^2$,, $A_p = 1{,}512\ cm^2$,, $A_s'' = 0{,}504\ cm^2$,, $w = 0{,}00651$

Características mecánicas:

$$m_o = 0{,}401 \;\;,, \;\; \alpha_{po} = 0{,}598$$

Ciclos de carga:

$n_1 = 1.000.000$ ciclos entre 0,3 M_4 y 0,52 M_4
$n_2 = 636.000$ ciclos entre 0,3 M_4 y 0,7 M_4
$n_3 = 113.700$ ciclos entre 0,3 M_4 y 0,8 M_4

$$\alpha_{31} - \alpha_{01} = (1{,}5 - 110 \times 0{,}00651)\,\frac{0{,}52 - 0{,}4}{1 - 0{,}4}\,0{,}52\,(1 - 0{,}598)$$

$$\alpha_{31} - \alpha_{01} = 0{,}7839\,\frac{0{,}52 - 0{,}4}{0{,}6}\,0{,}52 \times 0{,}402 = 0{,}0328$$

$$N_1 = \left(\frac{11{,}5 - 7{,}8 \times 0{,}598}{0{,}0328}\right)^{3{,}4} = 76.600.000 \text{ ciclos}$$

$$\alpha_{32} - \alpha_{02} = 0{,}7839\,\frac{0{,}7 - 0{,}4}{0{,}6}\,0{,}7 \times 0{,}402 = 0{,}11$$

$$N_2 = \left(\frac{6{,}8356}{0{,}11}\right)^{3{,}4} = 1.240.000 \text{ ciclos}$$

$$\alpha_{33} - \alpha_{03} = 0{,}7839\,\frac{0{,}8 - 0{,}4}{0{,}6}\,0{,}8 \times 0{,}402 = 0{,}168$$

$$N_3 = \left(\frac{6{,}8356}{0{,}168}\right)^{3{,}4} = 296.600 \text{ ciclos}$$

Suma de Miner:

$$\frac{1.000.000}{76.600.000} + \frac{636.000}{1.240.000} + \frac{113.700}{296.600} = 0{,}909$$

Ciclos resistidos	*En teoría*	*En la realidad*
Primer bloque	1.000.000	1.000.000
Segundo bloque	636.000	636.000
Tercer bloque	140.600	113.700
Totales	1.776.600	1.749.700

BIBLIOGRAFIA CONSULTADA

1. P.W. Abeles, E.I. Brown, C.H. Hu. Behavior of under-reinforced prestressed concrete beams subjected to different stress ranges. American Concrete Institute.– Special Publication 41.– 11 y 12.
2. Award M.E. y H.K. Hilsdorf. Strength and deformation characteristics of plain concrete subjected to high repeated and sustained loads. American Concrete Institute.–Abeles Symposium.–SP.41-1. 1974.

3. Comité Européen du Béton. Bulletin n° 117 – F.– Diciembre 1976.

4. J.M. Hanson, T. Helgarson. Investigation of design factors affecting fatigue strength of reinforcing bars. A.C.I.– Abeles Symposium.– S.P. 41.– 5 y 6. 1974.

5. N.M. Hawkins. Fatigue characteristics in bond and shear of reinforced concrete beams. Abeles Symposium.– American Concrete Institute.– SP. 41.– 10.– 1974.

6. J.B. Hilms, C.E. Ekberg. Statistical analysis of fatigue characteristics of under-reinforced prestressed concrete flexural members. Universidad del Estado de Iowa.– Mayo 1965.

7. H.K. Hilsdorf, C.E. Kesler. Fatigue strength of concrete under varying flexural stresses. Journal A.C.I.– Vol. 63.– Oct. 1966.

8. I.C. Jhamb, J.G. Mac Gregor. Effect of surface characteristics on fatigue strength of reinforcing steel. Abeles Symposium.– American Concrete Institute.– SP. 41 – 7 y 8. 1974.

9. C.E. Kesler. Effect of speed of testing on flexural fatigue strength of plain concrete. Highway Research Board.– Proc. 32.– 1953.

10. J.G. Mac Gregor, I.C. Jhamb, N. Nuttal. Fatigue Strength of hot-rolled deformed reinforcing bars. Proc. A.C.I. Vol. 68. págs. 169-179.– Marzo 1971.

11. K.D. Raithby, J.W. Galloway. Effects of moisture condition, age and rate of loading on fatigue of plain concrete. Abeles Symposium.– A.C.I. SP. 41 n° 2.– 1974.

12. S. Soretz. Contribution to the fatigue strength of reinforced concrete. American Concrete Institute.– SP. 41 n° 3. 1974.

13. R.H.R. Tide, D.A. Van Horn. A statistical study of the static and fatigue properties of high strength prestressing strand. Fritz Eng. Lab. Rep. 309. 2.– Universidad de Lehigh.– Junio 1966.

14. J. Van Leeuwen, A.J.M. Siemes. Miner's rule with respect to plain concrete. Heron.– Vol. 24. n° 1.– Universidad de Delft.– Institute TNO. 1979.

15. R.F. Warner, C.L. Hulsbos. Probable fatigue life of prestressed concrete flexural members. Fritz Engineering Laboratory Reports 223, 224. Universidad de Lehigh.– 1962.

16. A.M. Miner. Cumulative Damage in fatigue. Journal of Applied Mechanics. N° 12.– 1945.

EMESA-TREFILERIA, S.A

ALAMBRES Y CABLES DE ACERO

PRINCIPALES USOS FINALES:

* HORMIGON PRETENSADO:

– VIGAS.
– TUBERIAS.
– POSTES.
– TRAVIESAS FERROCARRIL.

* TRABAJOS DE POSTENSADO:

– AUTOPISTAS.
– PUENTES.
– OBRAS PUBLICAS EN GENERAL.

EMESA–TREFILERIA, S.A.
Polígono industrial de Sabón-Arteijo (LA CORUÑA)
Tels.: 60 16 00 – 60 16 90 – 60 17 00
Telex.: 86076 E M T R E.

628-0-52

Alambrones de enfriamiento controlado y aceros de pretensado

D. Peregrin Estelles
Elaborados Metálicos, S.A.

Los constantes progresos realizados en los últimos años en los trenes de laminación para aumentar sus capacidades productivas y tamaño de los rollos han llevado a la necesidad de buscar también nuevas técnicas para evacuar el calor excedente en los productos acabados.

Especial interés y complejidad han adquirido estas técnicas cuando se trata de fabricar alambrones de alto contenido en carbono que han de ser posteriormente trefilados en frío para obtener un gran número de productos con elevadas características, entre los cuales se encuentran los alambres de pretensado.

Durante muchos años, y todavía en la actualidad, en una parte importante de esta fabricación, la configuración estructural idónea para un posterior trefilado se consigue por tratamientos térmicos de patenting consistentes en transformaciones isotérmicas para las que son necesarias importantes inversiones con costos adicionales de energía, mano de obra y manutención que encarecen notablemente los productos.

Por todo ello desde hace tiempo la siderurgía viene trabajando sobre la posibilidad de suministrar los alambrones de alto contenido en carbono en condiciones de ser trefilados sin necesidad de recurrir a los tratamientos que acabamos de indicar, y aunque no creemos que ello pueda conseguirse en su totalidad sin modificaciones en los aceros, sí es cierto que los progresos han sido lo suficientemente notables para que hoy en día puedan fabricarse una gran parte de productos sin recurrir a procesos de patenting o al menos disminuyendo su número.

Los diversos procedimientos actualmente utilizados para obtener estos alambrones, exigen actuaciones en la elaboración del acero y control del enfriamiento para lograr en los productos terminados las características que hasta ahora se habían podido obtener por los sistemas convencionales, y en este sentido es necesario reconocer los esfuerzos y progresos que se están realizando por parte de los fabricantes de alambrones.

Como características principales exigidas a una materia prima destinada a la fabricación de alambres para pretensado, podríamos enumerar las siguientes:

– Ausencia de defectos superficiales.
– Estructura sorbítica uniforme.
– Ausencia de segregaciones.
– Contenido mínimo de inclusiones, su distribución y composición.

De una forma general podriamos decir que los problemas más importantes que pueden presentarse en los alambrones son los referentes a la segregación y uniformidad de la estructura perlítica, tal y como iremos viendo de las experiencias y datos recogidos a lo largo de este trabajo.

Para minimizar en todo lo posible las dificultades que ello presenta, los fabricantes han actuado sobre distintos parámetros que enumeraremos en la última parte de esta comunicación.

En los últimos años todos los trefiladores nos hemos encontrado con roturas durante el trefilado que presentan un aspecto típico conocido como "rotura en cono" o "punta de lápiz". La investigación realizada para averiguar las posibles causas que originan estas roturas han conducido a dos factores predominantes; segregaciones y ángulos en las hileras de reducción, de tal forma que la contribución de ambas en determinadas condiciones llega a hacer imposible el trefilado de algunos aceros.

La segregación, según su intensidad, hace que el contenido de carbono varie en la sección del laminado dando lugar, por así decirlo, a tener "distintos aceros" en el mismo material que por tanto van a tener distintos comportamientos frente al enfriamiento controlado de cualquiera de los sistemas actualmente utilizados. Hay que tener presente, que al utilizar aceros con contenidos en carbono próximos a la composición eutectoide, cualquier segregación puede conducir a una composición hipereutectoide que, en determinadas condiciones de enfriamiento, puede presentar cementita reticular e incluso martensita de temple.

La inspección simplemente visual de la sección longitudinal de un alambrón atacada con nital, pone de manifiesto la segregación interna existente pero no resulta tan fácil el poder llegar a determinar el nivel de la misma para establecer una escala de valores. Puede clasificarse recurriendo a la comprobación de microdurezas desde el centro a la perifería del redondo. Personalmente he podido comprobar que las diferencias pueden llegar a diferencias de 120 cifras Vickers, lo cual significa que el contenido de carbono en la zona segregada será aproximadamente un 40 por 100 más alto que la perifería. Si tenemos en cuenta que en los aceros para pretensados se utilizan contenidos de un 0,8 por 100 de C, la zona central tendrá un 1,12 por 100.

Micras del borde	*Valores HV-0,100* *Muestra 1*	*Muestra 2*
50	297	322
100	297	322
200	351	348
600	348	446
1.000	394	478
1.400	370	425
1.800	387	437
2.200	390	–
2.600	383	–
3.000	380	–

Fig. 1.

Puede verse una serie de valores de microdurezas tomados sobre secciones longitudinales de dos probetas de alambres que provienen de alambrones con fuerte segregación.

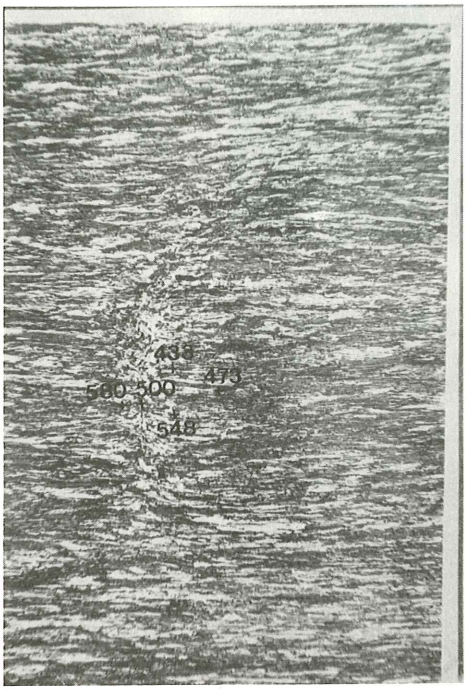


Fig. 2.

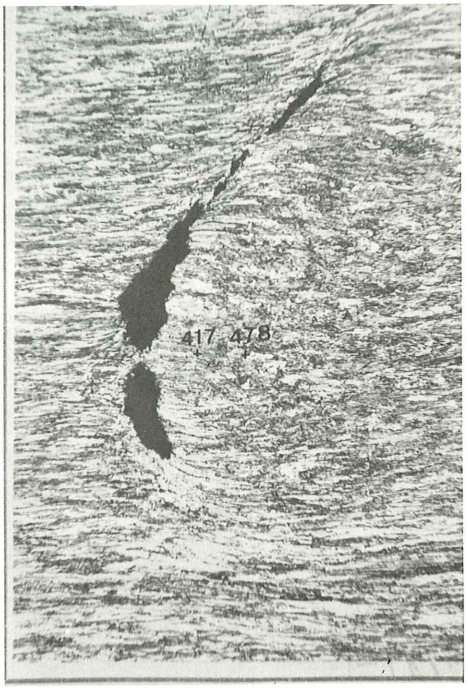


Fig. 3.

Se muestran dos micrografías (figs. 1 y 2) de probetas en alambres parcialmente trefilados en donde se observa la iniciación y progreso del "chevroning" que más adelante volveremos a contemplar.

Al no existir una frontera nítida para la segregación, ni una uniformidad constante de la misma a lo largo del alambrón, es posible superar ciertas fases de fabricación sin impedimentos pudiendo realizar sin roturas algunos o todos los pasos de trefilado y llegar a un producto acabado donde solamente el ensayo de tracción, con su característica de rotura en cono y escasa estricción, van a poner de manifiesto los defectos internos del alambre.

Todo ello hace necesario un control más severo tanto en la materia prima como en la fabricación e inspección del producto acabado y pone grandes dificultades a la fabricación de aquellos alambres a los que se les exige unas elevadas especificaciones de resistencia y ductilidad.

El nivel de parámetros segregación/enfriamiento en cuanto a inspección microscópica se refiere, puede presentar distintos aspectos en los alambrones de partida:

– Cuando es importante, es fácil encontrar en el centro del laminado zonas martensíticas que debido a su baja capacidad de deformación se quiebran bajo los efectos de tracción y alargamiento impuesto por las hileras originando los llamados "central burst" que, según su intensidad, acaban por originar contínuas roturas después de algunos pasos de trefilado.

Fig. 4.

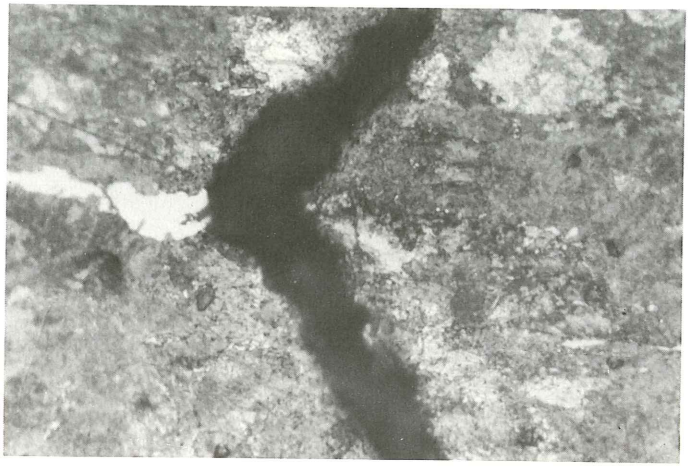


Fig. 5.

En la fig. 4 puede verse la sección longitudinal de un alambrón con segregación martensítica en el centro del mismo.

La fig. 5 es también una sección longitudinal de una probeta en una zona próxima al cuello de la estricción producida en el ensayo de tracción. Se aprecian las fisuras centrales producidas por la segregación e iniciadas por las placas de martensita.

– Cuando el grado de segregación es menor, suelen encontrarse estructuras centrales con cementita reticular que también se oponen a las deformaciones impuestas y provocan análogamente roturas intergranulares originando también el "chevroning".

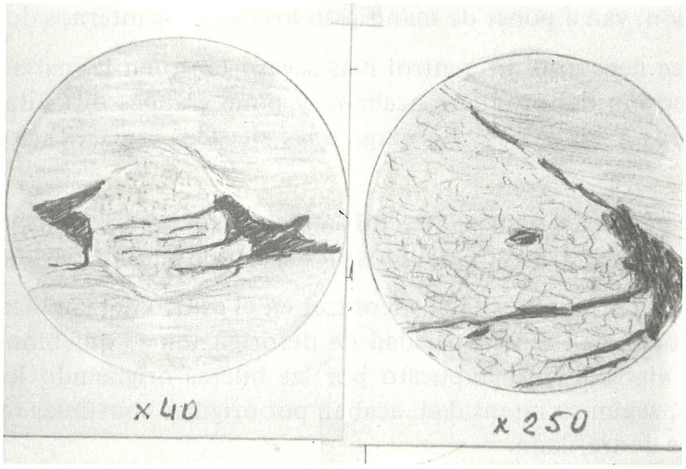


Fig. 6.

En la Fig. 6 pueden verse unos dibujos de lo que sucede en el centro de los alambres y capas adyacentes. El paso de los granos indeformados a los plásticos se hace muy pronunciadamente, iniciándose una fisuración entre ambos y posteriormente desgarros que progresan hasta dejar verdaderas zonas vacias en forma de punta de flecha.

Fig. 7.

La Fig. 7 corresponde a la zona central de un alambre con cinco pasos de trefilado donde pueden verse que los granos no han sufrido prácticamente deformación en comparación con lo que sucede en la Fig. 8 que corresponde a la misma probeta pero en la zona colindante.

Fig. 8.

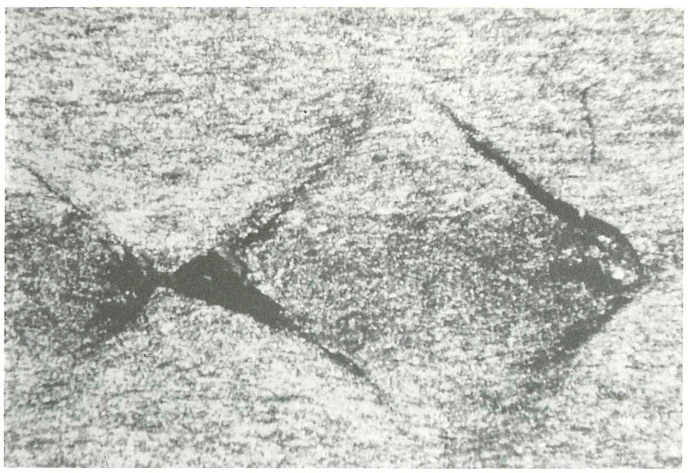


Fig. 9.

La Fig. 9 muestra ambas zonas a menor número de aumentos y pone de manifiesto como se presentan los desgarros internos.

Pero una cosa similar también puede producirse durante el trefilado de aceros con alto contenido en carbono que presentan segregación poco pronunciada si los ángulos de las hileras de reducción no conservan los valores adecuados. Sin embargo en este caso, en la inspección microscópica de las probetas se observan diferencias con respecto a las que hemos visto anteriormente.

Por un lado la sección longitudinal presenta distorsión de los granos tanto en las capas periféricas como en las centrales tal y como puede verse en las Figs. 10 y 11 y por otro, debido a la mayor homogeneidad del material, las presiones que se generan en el cono de reducción y el esfuerzo de tracción son casi exclusivamente los que provocan las roturas internas que ahora, como puede verse en la Fig. 12 se producen en punta de flecha, indicando el sentido del esfuerzo del trefilado.

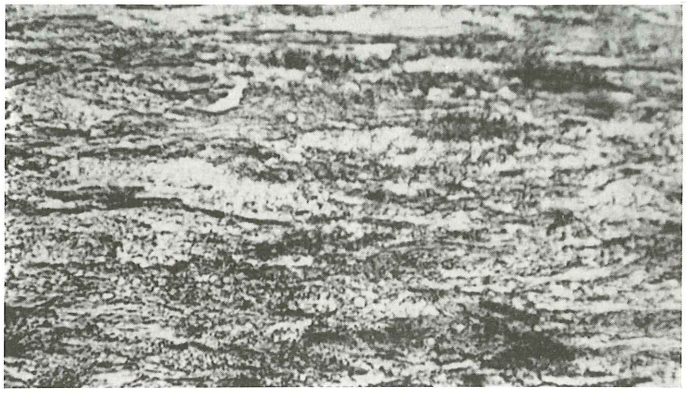


Fig. 10.

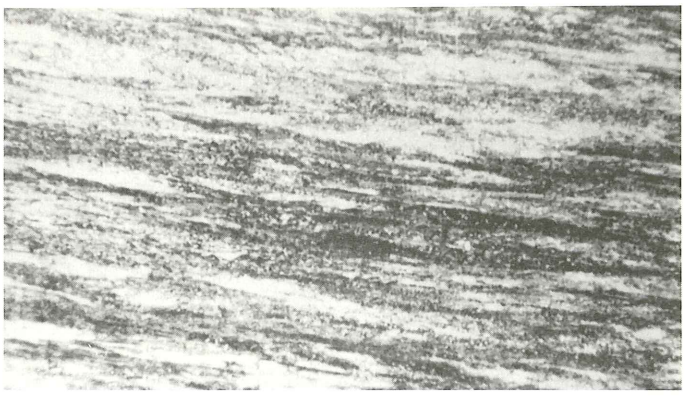


Fig. 11.

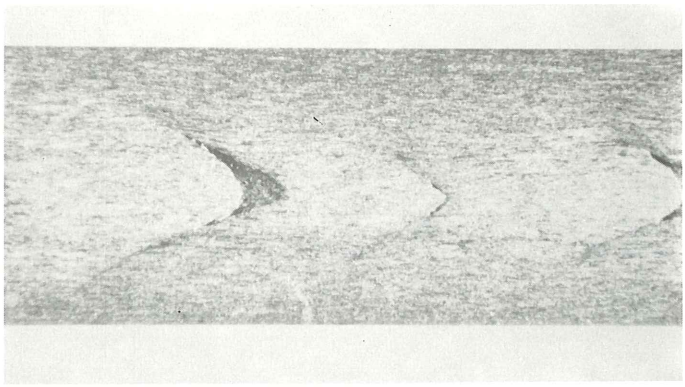


Fig. 12.

La conicidad de las hileras y las reducciones correspondientes a cada una, han sido motivo de estudio para conseguir las condiciones más favorables al trefilado, procurando conseguir, en todo lo posible, disminuir los esfuerzos de tracción elevados, la fricción, la rotura de las capas lubricantes, etc.

Si bien es cierto que los datos experimentales establecen una relación entre el esfuerzo mínimo de trefilado y los ángulos de reducción que coincide con los valores teóricos, nuestra experiencia nos dice que el mejor comportatamiento, en el caso de estos alambrones, se obtiene disminuyendo los valores de los ángulos a cifras de 8/9° siempre y cuando se utilicen lubricantes adecuados y no se deteriore la película de lubricación por exceseo de temperatura.

En cuanto a la configuración de la hilera, hay que tener en cuenta, en favor de los ángulos menores, que la lubricación hidrodinámica se ve favorecida y que la fluencia del material es más uniforme evitando, por tanto, las posibilidades de los "central burst" que originan el "chevroning".

Por otra parte se consigue también una mayor vida de la hilera, si se ha mantenido una longitud adecuada de calibrado, puesto que es posible repulir el cono de trabajo sin variar el calibre. En este sentido no parece justificada la teoría de mayor esfuerzo a mayor longitud de parte cilíndrica ya que, posiblemente, el contacto del alambre sobre esta última zona no se verifica en su totalidad debido a la fluencia del material y esfuerzo de tracción. Estudios y mediciones en este sentido así lo avalan.

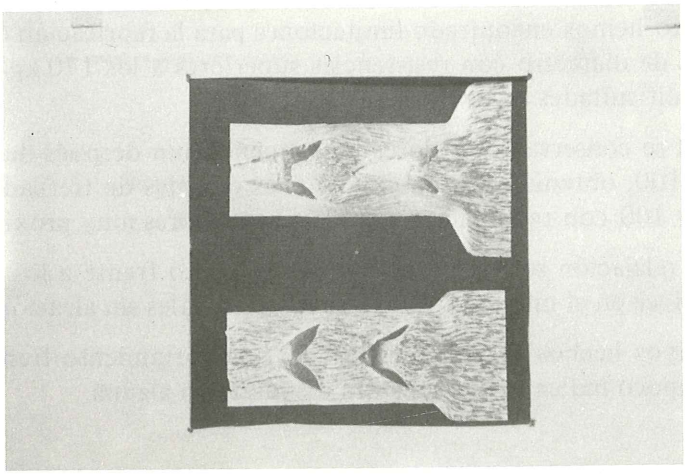


Fig. 13.

Como curiosidad a la importancia de los ángulos de reducción se puede ver en la Fig. 13 el comportamiento del aluminio extrusionado cuando se utilizan reducciones y ángulos no correctos. El fenómeno del "chevroning" es totalmente similar al que hemos mostrado en el caso de los aceros.

Otro de los temas también importantes para el trefilado de estos alambrones, muy próximos a la composición eutectoide, es la distribución, tamaño y composición de las inclusiones no metálicas. Este tema toma su mayor importancia cuando se trata de fabricar alambres de diámetros muy pequeños para los que las reducciones son muy elevadas y las secciones respecto al tamaño de las inclusiones ha disminuido considerablemente.

Pero a pesar de todos estos problemas y gracias a la colaboración que ha sido necesaria establecer entre fabricantes de alambrones y trefiladores, los avances han sido notables y hoy en día puede decirse que las nuevas técnicas son capaces de ofrecer muchos alambres con unas calidades similares a las obtenidas por los procedimientos clásicos.

Por último hacemos una ligera descripción de los parámetros sobre los que han actuado los fabricantes de alambrones con objeto de mejorar estos productos y algunas experiencias propias, utilizando nuevas técnicas de fabricación de aceros.

Importantes inversiones han sido hechas para modificar la elaboración del acero con la introducción de la metalurgia en cuchara destinada a realizar mejor afino del acero, con reducción de los elementos que pueden formar inclusiones y variar incluso su composición para obtener otras más deformables.

Un estricto control de las temperaturas de líquidos y colada para minorizar en todo lo posible los fenómenos de segregación y evitar la red de cementita que puede formarse en el enfriamiento controlado del alambrón.

Adición de microaleantes para lograr compensar las pérdidas de resistencia, al utilizar aceros menos carburados y por tanto menos sensibles a la segregación.

Y por último, la introducción de los E.M.S. en las líneas de colada contínua que parecen dar resultados muy positivos.

Por nuestra parte hemos podido comprobar que los aceros microaleados con cromo conducen a resultados francamente satisfactorios en todas las operaciones de trefilado, dando unos alambres con características análogas a los que proceden del patenting. Sin embargo hasta este momento hemos encontrado limitaciones para la fabricación de alambres superiores a 6 milimetros de diámetro con resistencias superiores a los 170 kg/mm^2, a pesar de no haber encontrado dificultades en su trefilado.

La ductilidad se conserva con valores muy buenos aun después de reducciones que alcanzan el 86 por 100, obteniéndose en condiciones óptimas de trefilado, valores de estricción de un 38 por 100 con resistencias que alcanzan valores muy próximos a 200 kg/mm^2.

En cuanto a relajación se refiere, su comportamiento frente a los procedimientos termomecánicos obedece en el mismo sentido que los materiales sin aleación.

Algunos ensayos hechos para determinar su comportamiento frente a la fragilización por hidrógeno tampoco indican que ésta sufra disminución alguna.

Aplicaciones de los hormigones de fibras de acero en estructuras pretensadas

I. Lucea
Ingeniero de Caminos

El incremento constante en el desarrollo de la tecnología de los hormigones reforzados con fibras de acero, conduce a una mayor utilización de los mismos en el campo de la ingeniería civil.

No pretendo en ésta conferencia, realizar un análisis exhaustivo teórico de todas las posibilidades, sino hacer una sucinta descripción de aquellos parámetros que más son influenciados por la presencia de las fibras de acero en el hormigón y unos comentarios que puedan servir de base a todos los técnicos para resolver posibles problemas que se les puedan presentar en la práctica.

Es por ello que voy a analizar a continuación, después de una breve introducción téorica a la forma de comportamiento de los hormigones con fibras de acero, la influencia de las mismas en piezas pretensadas en los aspectos siguientes:

- compresión
- impacto
- torsión y cortante
- fisuración y rigidez

Las investigaciones que, como veremos posteriormente, han sido llevadas a cabo sobre estos hormigones, nos permitirán hacer un análisis básico sobre su comportamiento así como, en algunos casos, una predicción sobre su posible diseño en relación con los cuatro puntos anteriores.

1. INTRODUCCION A LA TEORIA DE LOS HORMIGONES CON FIBRAS DE ACERO

Para mejor entender como se realiza el refuerzo del hormigón por las fibras de acero, es necesario analizar la curva tensión-deformación de este tipo de hormigones (figura 1). Como vemos, en su primera parte se corresponde con los hormigones en masa, con un desarrollo lineal hasta llegar al "punto de primera fisura". A continuación, se curva buscando un máximo que corresponde a la "tensión última de rotura" para después decrecer de forma suave manteniendo una tensión residual para grandes deformaciones.

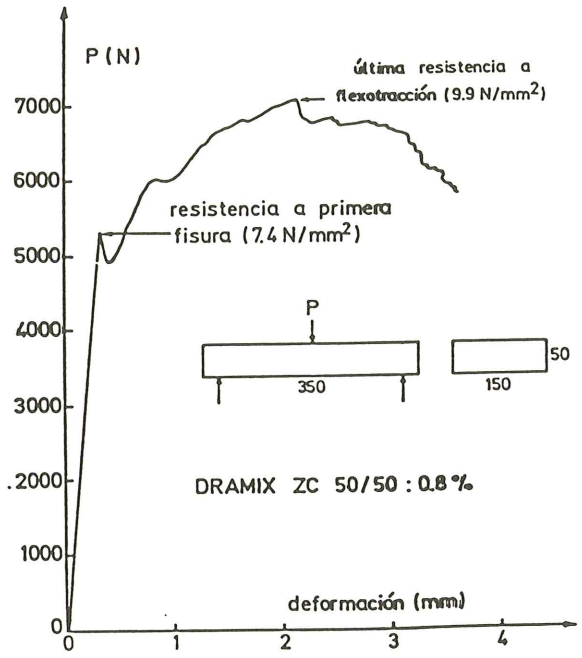


Fig. 1.

En un hormigón tradicional, al llegarse al "punto de primera fisura" se produce la rotura frágil. En el reforzado con fibras, la primera fisura tiene lugar para tensiones iguales o superiores a la máxima convencional, para luego tomar las fibras el efecto de armado por el que se alcanza la tensión máxima de rotura.

La fibra trabaja dentro del hormigón por adherencia, por lo que –al ser un acero de determinadas características mecánicas– nunca llegan a romper, produciendose una rotura dúctil por deslizamiento de las fibras de acero dentro de la masa del hormigón. Como la orientación de las fibras es en principio al azar, siempre habrá algunas que servirán de puente de unión entre los dos lados de la fisura, transmitiendose mediante ellas los esfuerzos actuan-

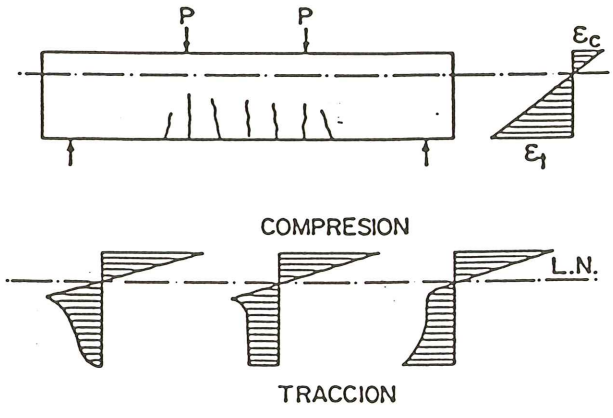


Fig. 2.

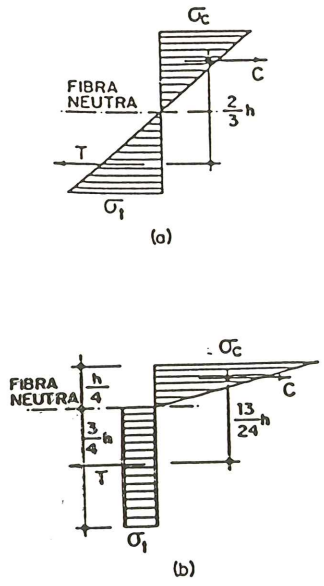


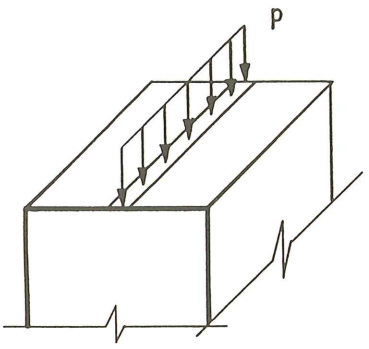
Fig. 3.

tes, lo que justifica su gran resistencia en postfisuración. Una vez sobrepasado este punto de primera fisura, la distribución de tensiones y deformaciones es la que se muestra en la figura 2, pudiendose suponer a efectos de dimensionamiento que la ley de tensiones en la zona traccionada es rectangular y triangular en la zona comprimida, con un desplazamiento de la fibra neutra hacia la zona más comprimida, que puede llegar a ser de 0,2 h, pudiendose tomar a efectos de cálculo la distancia de 0,25 h. (Figura 3).

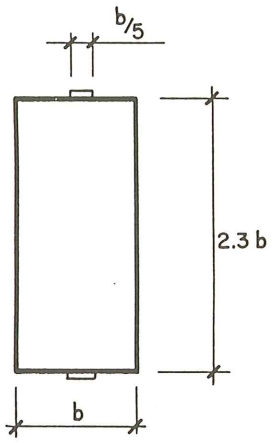
2. COMPRESION

Como sabemos, las tensiones de compresión producidas en el hormigón por los anclajes de pretensado, son muy fuertes y pueden dar lugar a una fisuración local del hormigón.

Las investigaciones realizadas con hormigones reforzados con fibras de acero, entre las que destaca la llevada a cabo por el Instituto de Ingeniería Civil de la Universidad de Lieja, llegan a las conclusiones de que es posible reemplazar una parte o la totalidad de la armadura convencional de reparto por fibras de acero, siempre que su porcentaje no sobrepase el 1 por 100, siendo su sustitución extremadamente beneficiosa desde el punto de vista de la fisuración.



ESQUEMA DE APLICACION DE CARGAS



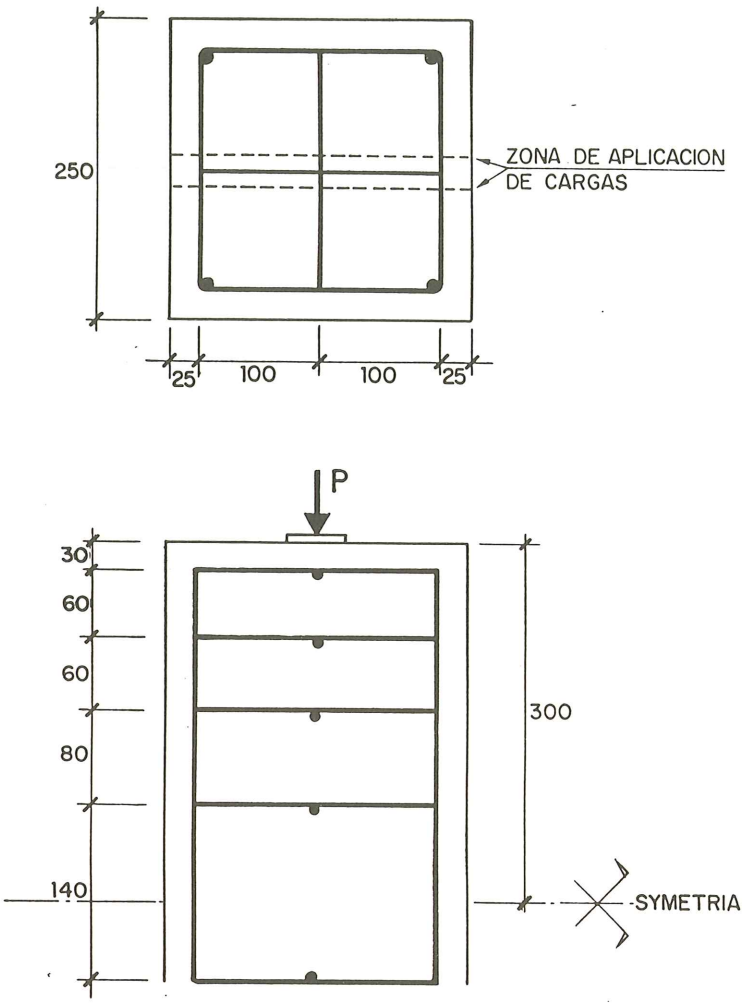
DIMENSIONES RELATIVAS DE LA PROBETA

Fig. 4.

Los ensayos llevados a cabo son ensayos de compresión centrada sobre prismas, para tratar de reproducir el estado de tensiones que existe en un bloque precomprimido. Las dimensiones de las probetas y el esquema de puesta en carga descritos en la figura 4, se basan en diversos ensayos fotoelasticos realizados en la Universidad de Lovaina con objeto de reproducir lo más exactamente posible los estados tensionales a los que se ven sometidas las piezas en la realidad.

Independientemente de las probetas de referencia realizadas en hormigón en masa, se fabricaron otras armadas convencionalmente y un tercer y cuarto grupo con refuerzo de fibras sustituyendo parcial o totalmente a dicha armadura. El esquema de la figura 5 muestra la distribución de armaduras.

La armadura principal está constituida por 4 ϕ 14 en acero corrugado, con un hormigón de 350 kg/cm^2 de resistencia a compresión.



ESQUEMA DE ZUNCHADO A 0,8 %

Fig. 5.

3. IMPACTO

Dos investigaciones sobre el Diseño de Vigas Pretensadas Reforzadas con Fibras de Acero sometidas a impacto, han sido realizadas por la Universidad de Birmingham.

Los ensayos fueron llevados a cabo sobre 57 vigas de hormigón de forma rectangular y con dos diferentes secciones transversales: 102 x 203 mm y 102 x 155 mm. Se utilizó un sólo tipo de pretensado, Diwydag de 15 mm en cada viga, con una luz libre de 1.830 mm e impactada en el centro mediante martillo para varios Indices de Pretensado.

Se define el Indice de Pretensado como:

$$IP = 100\ P_c : f_{cu}.b.d$$

siendo:

P_c = fuerza efectiva del pretensado después de las pérdidas.
f_{cu} = resistencia última a compresión.
b,d = dimensiones de la sección transversal.

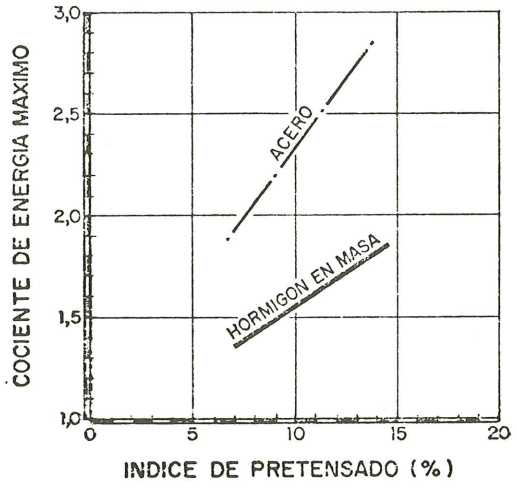


Fig. 6.

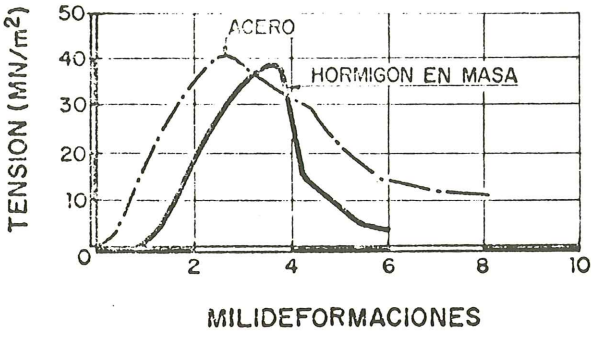


Fig. 7.

En la figura 6 se puede observar el efecto del Indice de Pretensado sobre el máximo Coeficiente de Energía, definido como el cociente de la Energía de Impacto (peso del martillo x altura de caída libre) a la Tenacidad de Referencia, que a su vez se define como el área bajo la curva carga-deflexión estática hasta el punto correspondiente a una deformación de compresión de 0,0055 (figura 7).

Las principales conclusiones derivadas de estas investigaciones, las podemos resumir en:

- Existe un gran incremento a la resistencia a daños locales y al astillamiento por impacto, explosión o choque térmico.
- Se produce un considerable incremento en todo tipo de resistencias a impacto, sobre todo en aquellos elementos totalmente pretensados, no necesitandose incluir armadura convencional de refuerzo a cortante.

  Si la resistencia a cortante bajo cargas dinámicas de impacto es adecuada, se infiere que bajo cargas estáticas similares, donde el cortante es menos crítico, dicha resistencia a cortante es más que adecuada.
- Existe un significativo incremento de la tenacidad.

4. TORSION Y CORTANTE

Diversas investigaciones han logrado dar diferentes métodos para predecir la primera fisura de torsión y la torsión última. Aquí vamos a mencionar la investigación llevada a cabo por Narayanan y Kareem.

En ella se llega primeramente a demostrar que la resistencia a tracción de un hormigón reforzado con fibras de acero es de:

$$f_t = f_{mt} \left[1 + K \left(\frac{e}{d} g d_f \right) \right];$$

en donde:

f_t = resistencia a tracción del hormigón reforzado.
f_{mt} = resistencia a tracción del hormigón en masa.

K = constante en función de la orientación de las fibras, de las características adherentes de la matriz, etc. y que es independiente del tipo de fibra, de la cantidad de fibra utilizada y de la esbeltez de las mismas.

e/d = esbeltez de la fibra.

g = porcentaje en volumen de fibras utilizadas.

d_f = factor de adherencia.

Como la torsión está directamente relacionada con la resistencia a tracción, se infiere que una ecuación similar puede ser usada para evaluar T_c (torsión a primera fisura) o T_u (torsión última), partiendo del valor T_p para un hormigón en masa. Por tanto:

$$T_c = T_p \left[1 + K_c \left(\frac{e}{d} g\, d_f\right)\right] \text{ y } T_u = T_p \left[1 + K_u \left(\frac{e}{d} g\, d_f\right)\right]$$

en donde: K_c y K_u son constantes, cuyos valores determinados en la investigación son de 0,3 y 0,42 respectivamente. Para determinar T_p, se puede suponer que;

$$T_p = 0{,}13\ x^2\ y \sqrt{f_{cup}},$$

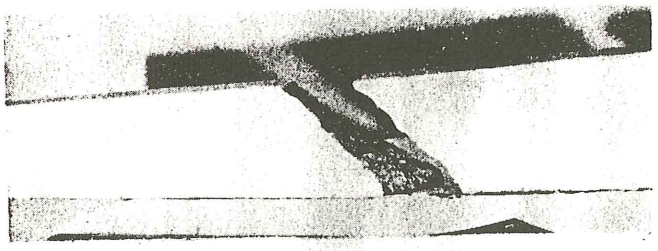
en donde:

x e y = la más pequeña y más grande dimensiones de la sección.

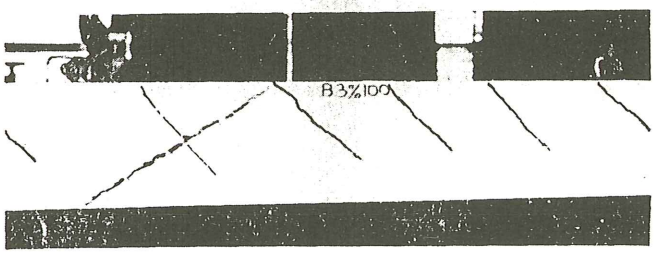
f_{cup} = resistencia última a compresión (en probeta cúbica) del hormigón en masa.

Por último y de la relación entre ambas ecuaciones, podemos observar que la reserva postfisuración, $T_u : T_c$ se incrementa con la combinación de los parámetros de la fibra: esbeltez, cantidad y adherencia.

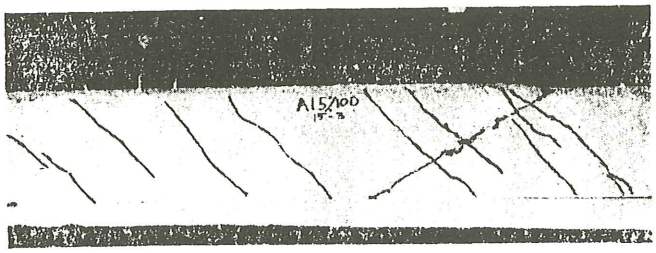
Las conclusiones principales a las que podemos llegar son:



a) Hormigón en masa



b) Mortero con fibras



c) Hormigón con fibras

Fig. 8.

1. Las vigas de hormigones reforzados con fibras de acero, sujetas a torsión, colapsan después de la formación de un cierto número de fisuras que aparecen en todos sus planos (figura 8).
2. Comparadas con vigas de hormigón en masa, aparece un incremento de la capacidad torsional del orden del 100 por 100 de la resistencia inicial.
3. Hay una muy considerable ductilidad postfisuración, que depende del tipo de fibra, contenido y esbeltez de las mismas.

En lo que a la resistencia a esfuerzo cortante se refiere y aunque todavía sin poder cuantificar de forma absoluta todas las mejoras que las fibras introducen, podemos decir:

- El aumento de resistencia a flexotracción que la presencia de las fibras provoca, favorece la colaboración de las zonas entre fisuras.
- La mejora de la adherencia de las armaduras aumenta la seguridad frente a una rotura en la zona de anclaje.
- La distribución de tensiones en puntos sometidos a cargas concentradas se verá muy facilitada por la mayor energía a la rotura de este tipo de hormigones.
- La rotura del recubrimiento por efecto dovela será controlada por las fibras.
- La componente vertical de las fuerzas de unión entre los labios de las fisuras debidas a las fibras, realizarán las mismas funciones que las armaduras transversales.
- Debido a la unión de los labios de las fisuras por las fibras, hará más difícil su desplazamiento relativo, aumentando por tanto el frotamiento.

5. FISURACION Y RIGIDEZ

La rigidez de los hormigones reforzados con fibras de acero es más alta que la que puede producir un refuerzo convencional sólo armado con barras, como se puede observar en la figura 9.

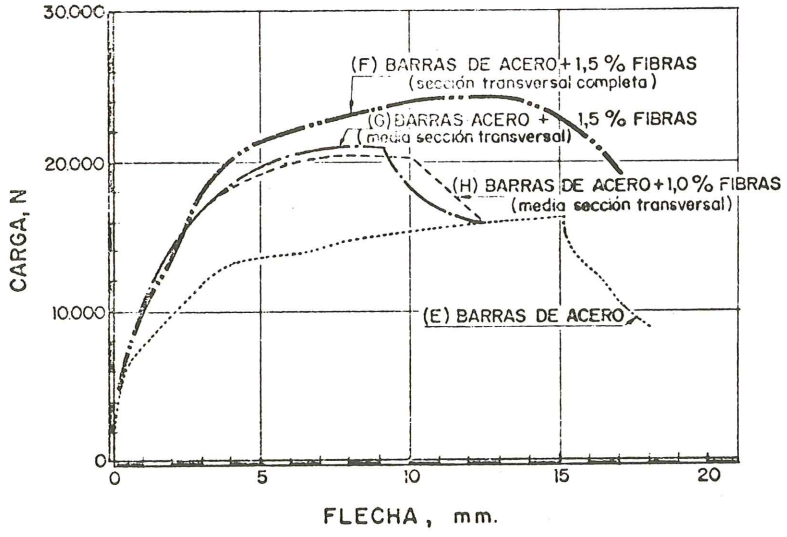


Fig. 9.

Hasta una carga cercana a los 6.000 N, las pendientes son similares para todas las muestras. A partir de ella hay reducciones en las inclinaciones. El decrecimiento en el caso del armado convencional (E) es mucho más grande que para los hormigones reforzados con fibras de acero.

En lo que respecta a la fisuración, la adición de fibras está asociada a un menor espesor de las fisuras con un incremento en su número, siendo menor la longitud de ellas. Su aparición está condicionada a las características tanto del hormigón como de las fibras, pero siempre por encima de los valores correspondientes a un hormigón en masa.

Es factible el estudiar, por ejemplo, su distanciamiento en piezas sometidas a flexión y siempre teniendo en cuenta tanto las características de las fibras y su posible orientación, como las características de la matriz.

7. CONCLUSION

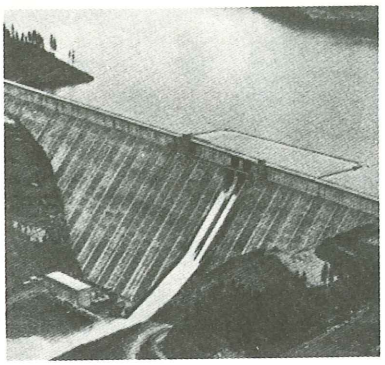
De todo lo expuesto anteriormente, podemos concluir que son muchos los campos en que los hormigones reforzados con fibras de acero pueden prestar su colaboración para resolver problemas técnicos.

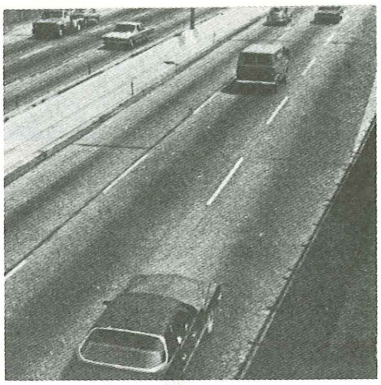
Son pocas las realizaciones que se han llevado a cabo en el campo del pretensado con hormigones reforzados con fibras de acero pero las investigaciones que se están realizando actualmente hacen que se incremente de forma rápida su utilización.

BIBLIOGRAFIA

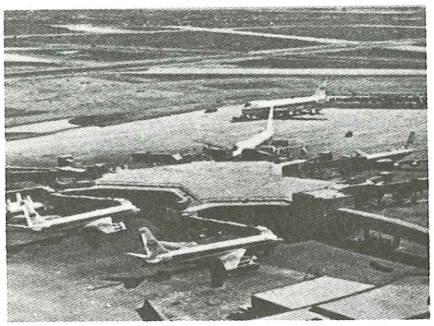
- Steel fibre reinforced concrete beams in torsion.–Cement Composits (Journal), Noviembre 1983.
- Concrete beams reinforced wiht conventional steel bars and steel fibres: propierties in static loading. Cement Composits (Journal). Agosto 1983.
- Desing of prestressed fiber reinforced beams for impact. Journal of ACI. Julio-Agosto 1981.
- Publicaciones sobre Hormigones con Fibras DRAMIX, Bekaert-España.
- Fibre cements and fiber concretes. D.J. Hannant. John Wiley and sons–1978.
- State of the Art Report. Battelle Development Inst. 1982.
- Concrete Science. Ramachandran, Feldman and Beadoin. Ed. Heyden 1981.
- Hormigones reforzados con fibras de acero. M. Fernández Canovas. Informes de la Construcción n° 342. Agosto 1982.
- SP-44 American Concrete Institute.
- Measurement of Propierties of Fiber Reinforced Concrete. ACI 544-2r 78.
- Simposyum RILEM 1975: Fiber Reinforce Cement and Concrete.
- C.E.B. Grupo 12 Assessment of Concrete Structures and Design Procedur for up-grading. 1983.
- A simple constitutive model of steel fiber reinforced concrete. Y. Tanigawa. The International Journal of Cement Composites and Lightweigh Concrete. May 1983.

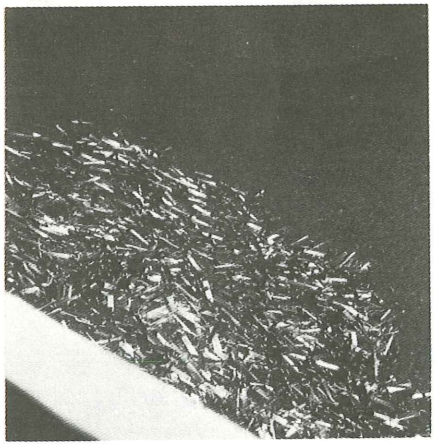
DRAMIX®
FIBRAS DE ACERO
Un nuevo refuerzo para el hormigón

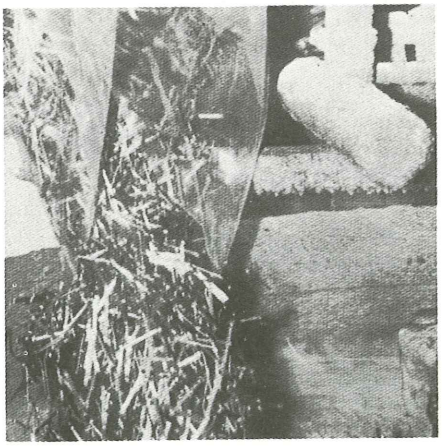


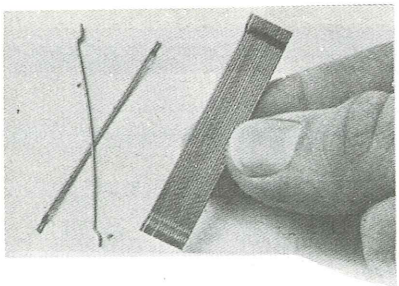


BEKAERT









Dramix de Bekaert: una de las múltiples facetas del Grupo Bekaert.

La fibra de acero DRAMIX mezclada con un hormigón normal aumenta:

Módulo de rotura: de 2 a 3 veces.

Resistencia o esfuerzo cortante: de 1,5 a 2 veces.

Resistencia a torsión: de 1,5 a 2 veces.

Absorción de energía: de 10 a 20 veces.

Resistencia a fatiga: 1,6 veces.

Las aplicaciones de la fibra de acero DRAMIX abarcan una amplia gama de la construcción en hormigón:

- Soleras industriales
- Autopistas
- Tableros de puentes
- Paneles prefabricados
- Pistas de aterrizaje y aparcamientos de aeropuertos
- Protección de muelles
- Aplicaciones militares y civiles con exigencias de resistencia muy alta al impacto
- Gunitado de túneles, etc.

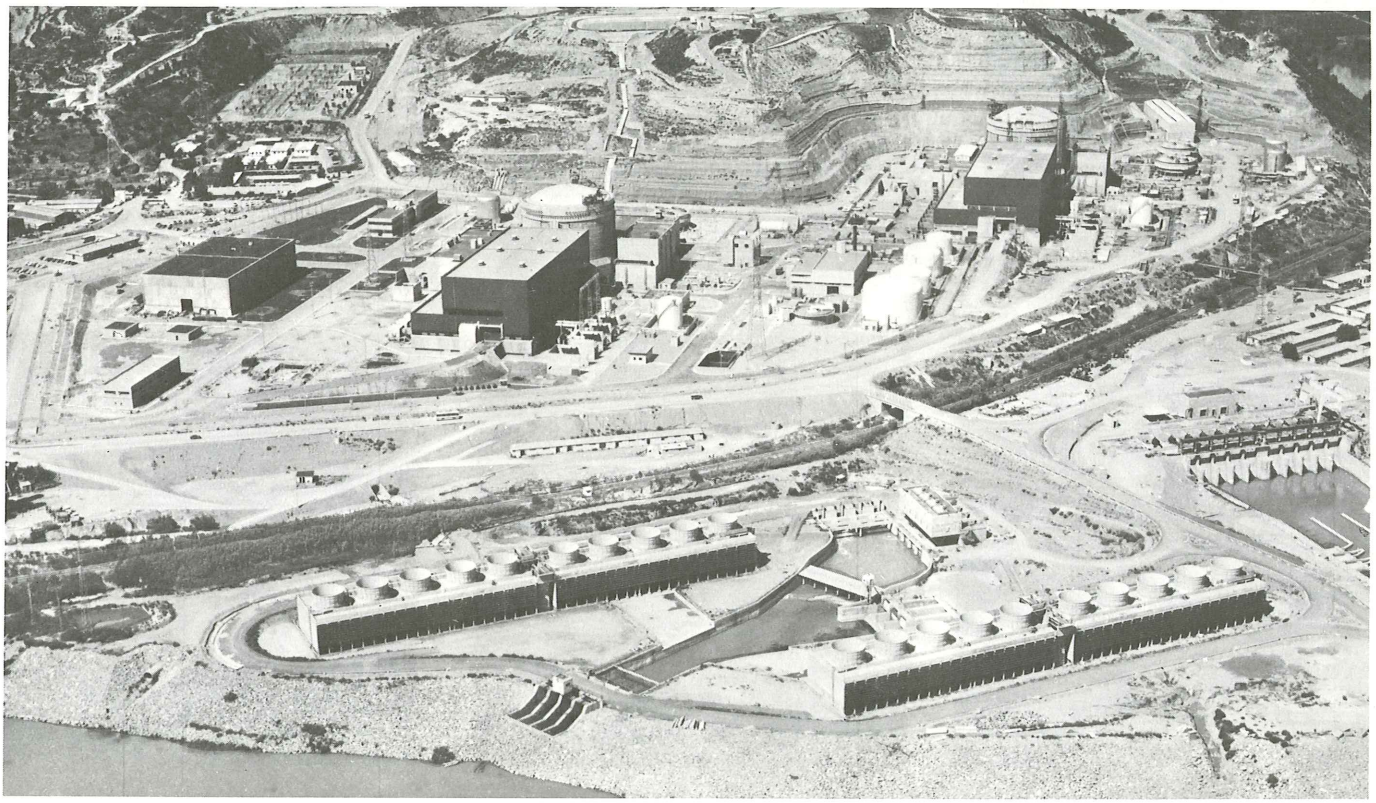
CONSULTENOS SUS PROBLEMAS Y ENVIAREMOS UN TECNICO CUALIFICADO A SU OFICINA PARA ATENDERLE

UBISA (Industrias del Ubierna, S.A.)
Polígono Ind. de Villalonquejar
BURGOS
Tfno.: 20 81 40
Télex: 39.435

UBISA (Industrias del Ubierna, S.A.)
Doctor Fleming, 32 - 7.°
MADRID-16
Tfno.: 250 52 00

BEKAERT, S.A.
Travesera de Gracia, 15-2.°-3.ª
BARCELONA-21
Tfno.: 209 87 22 - 209 83 32
209 89 43

CENTRAL NUCLEAR DE ASCÓ



ASCO I. 930 MW.

ASCO II. 930 MW.

FECSA

FUERZAS ELECTRICAS DE CATALUÑA, S.A.

EN HIDROELECTRICA DEL RIBAGORZANA, S.A.

HIDROELECTRICA DE CATALUÑA, S.A.

FUERZAS HIDROELECTRICAS DEL SEGRE, S.A.

– Se aprobaron los presupuestos de la F.I.P. para el año actual.

– Se estudió el programa para el Congreso de Nueva Delhi. Diversos problemas de organización relativos a dicho Congreso fueron estudiados y discutidos. Entre ellos cabe destacar los siguientes: Instrucciones para la presentación de Comunicaciones Posters y Películas; Designación de Ponentes para las diferentes Sesiones; Organización de la Exposición de materiales, equipos y publicaciones; Importe de los derechos de inscripción para participantes y acompañantes, y Organización de las Solemnes Sesiones de Apertura y Clausura. Como fechas definitivas para la celebración del Congreso se fijaron las del 16 al 20 de febrero de 1986.

– Se acordó solicitar a los distintos Grupos Nacionales envíen propuestas de Candidatos para la adjudicación de las Medallas de la F.I.P. que habrán de entregarse con motivo del X Congreso.

– Se confirmó que el Simposio de la F.I.P. de 1988 se celebrará en Tel-Aviv (Israel), durante los días 9 al 14 de octubre.

Finalmente, se acordó que la próxima reunión del Consejo se celebrará en Duvronick (Yugoslavia), del 7 al 9 de octubre del año actual.

Simposio Internacional sobre futura utilización de los hormigones de alta resistencia en estructuras singulares y, en particular, en estructuras marítimas

La Asociación Noruega del Hormigón, con el patrocinio de la FIP, ha programado para junio del año 1987, en Stavanger (Noruega) un Simposio Internacional para el estudio de las aplicaciones de los hormigones de alta resistencia, considerando como tales los que sobrepasan los 70 MPa en probeta cúbica de 100 mm de arista.

El objeto de este Simposio es dar a conocer los beneficios que reporta la utilización de los hormigones de alta resistencia en la construcción de puentes de gran luz, vasijas de presión, plataformas marinas y otras estructuras marítimas sometidas a los embates de las olas o a las fuertes cargas originadas por el hielo.

Los temas que serán tratados en el Simposio son:

– Propiedades físicas y mecánicas.– Transmisión de tensiones.– Ductilidad.– Resistencia a la fatiga.– Estados de tensión multiaxial.– Pretensado multiaxial.– Utilización de hormigones de resistencia superior a los 70 MPa.– Estudios comparativos, técnicos y económicos, entre las estructuras construídas con hormigón de resistencia normal y de alta resistencia.– Estudio comparativo de las normas y prescripciones incluídas en los distintos Códigos Nacionales en relación con los hormigones de alta resistencia.

Dentro del programa del Simposio está incluída una excursión a las plataformas marítimas en construcción en el Mar del Norte.

Los interesados en recibir más amplia información sobre este Simposio deberán dirigirse a:

NORWEGIAN CONCRETE ASSOCIATION
Kronprinsensgt, 17
OSLO 2 (Noruega)

Reuniones de la F.I.P. en Helsinki (Finlandia)

COMISION DE PREFABRICACION

Durante los días 14 al 16 de abril último, se celebró en Helsinki la reunión anual de la Comisión de "Prefabricación" de la F.I.P., de la cual forman parte, en representación del Grupo Nacional de España, los Señores Calavera y Piñeiro.

En la misma se pasó revista a la labor que vienen realizando los distintos Grupos de Trabajo integrados en el seno de la Comisión.

Se ha editado una nueva publicación sobre "Pilotes prefabricados de hormigón" y se están concluyendo, para su presentación en el X Congreso Internacional de la F.I.P. que habrá de celebrarse en Nueva Delhi (India) en febrero de 1986, diversos Informes sobre: "Uniones entre elementos estructurales prefabricados"; "Traviesas de hormigón pretensado"; "Cálculo y prefabricación de placas aligeradas (hollow core slabs)", y "Filosofía del proyecto de elementos estructurales prefabricados".

La Delegación española, encargada de preparar unas recomendaciones sobre los forjados constituídos a base de viguetas y bloques de entrevigado, presentó un guión del contenido del trabajo que se está redactando.

También se solicitó a la representación de España, el envío de un informe sobre la utilización de traviesas de hormigón en nuestro país, para su inclusión en la Comunicación que sobre este tema habrá de presentarse en el X Congreso.

La próxima reunión se celebrará en Nueva Delhi, coincidiendo con el X Congreso.

CONSEJO DE LA F.I.P.

Con la asistencia de veinticuatro Delegados de los distintos Grupos Nacionales integrados en la F.I.P., durante los días 27 al 30 de mayo se celebró, en Helsinki, la primera reunión del Consejo de la F.I.P., correspondiente al presente año 1986. En representación de la A.T.E.P. asistió el Sr. Piñeiro.

Entre los temas tratados cabe destacar los siguientes:

- Se informó que Singapur ha sido dado de alta como nuevo Miembro de la F.I.P.
- Publicaciones que se están preparando para su presentación en el X Congreso. Hay ya diez concluídas y otras cinco en preparación.
- Se comentaron los trabajos que vienen realizando las nueve Comisiones Técnicas que actualmente existen en el seno de la F.I.P.
- Se anunció que, posiblemente, la actual Comisión de "Aceros y Sistemas de pretensado", pasará a denominarse "Armaduras y Sistemas de pretensado" para que así queden en ella incluídos los distintos tipos de armaduras que hoy día se vienen utilizando, además de las de acero.
- Se anunció que, después del Congreso de Nueva Delhi, Mr. Crozier cesará en su cargo de Secretario Técnico de la Federación.
- Se comentó y discutió la posibilidad de trasladar la Secretaría de la F.I.P. a Lausanne (Suiza) y unificarla con la del C.E.B. Este asunto se dejó pendiente de resolución hasta una próxima reunión del Consejo.

asociación técnica
española del pretensado