

Disponible en [www.hormigonyacero.com](http://www.hormigonyacero.com)  
Hormigón y Acero, 2025  
<https://doi.org/10.33586/hya.2025.3973>

## ARTÍCULO EN AVANCE ON LINE

### **Vigas armadas de acero en planta curva sometidas a carga concentrada y esfuerzo cortante**

Enrique Mirambell, Itsaso Arrayago, Jorge Bonilla

DOI: <https://doi.org/10.33586/hya.2025.3973>

Para ser publicado en: *Hormigón y Acero*

Por favor, el presente artículo debe ser citado así:

**Mirambell, E., Arrayago, I., & Bonilla, J. (2025) Vigas armadas de acero en planta curva sometidas a carga concentrada y esfuerzo cortante, *Hormigón y Acero*.**  
<https://doi.org/10.33586/hya.2025.3973>

Este es un archivo PDF de un artículo que ha sido objeto de mejoras propuestas por dos revisores después de la aceptación, como la adición de esta página de portada y metadatos, y el formato para su legibilidad, pero todavía no es la versión definitiva del artículo. Esta versión será sometida a un trabajo editorial adicional, y una revisión más antes de ser publicado en su formato final, pero presentamos esta versión para adelantar su disponibilidad.

En el proceso editorial y de producción posterior pueden producirse pequeñas modificaciones en su contenido.

© 2025 Publicado por CINTER Divulgación Técnica para la Asociación Española de Ingeniería Estructural, ACHE

# Vigas armadas de acero en planta curva sometidas a carga concentrada y esfuerzo cortante

Enrique Mirambell <sup>(a), (\*)</sup>, Itsaso Arrayago <sup>(a)</sup>, Jorge Bonilla <sup>(a), (b)</sup>

<sup>(a)</sup> Departamento de Ingeniería Civil y Ambiental, Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos de Barcelona, Universitat Politècnica de Catalunya (UPC), España

<sup>(b)</sup> Departamento de Ingeniería Civil y Ambiental, Universidad de Brasilia (UnB), Brasil

<sup>(\*)</sup> Autor para la correspondencia. E-mail: [enrique.mirambell@upc.edu](mailto:enrique.mirambell@upc.edu)

**Resumen.** Las vigas armadas de acero en planta curva suelen utilizarse en puentes que se proyectan en zonas urbanas congestionadas, con requisitos de geometrías en planta complejas. El proyecto de puentes de vigas armadas en planta curva curvas es más complejo que el de puentes rectos, debido a las dificultades que conlleva, tanto en proyecto como en ejecución, la consideración de la curvatura en planta del puente. Las versiones actual y futura del Eurocódigo 3 para estructuras de chapa (EN 1993-1-5) no abordan el proyecto de las vigas armadas curvas de acero, especialmente en lo relativo a su comportamiento frente a cargas concentradas -patch loading- y a esfuerzo cortante; en este sentido, las reglas de cálculo proporcionadas en dicha norma sólo son aplicables a vigas rectas. Por lo tanto, las guías actuales de proyecto no cubren adecuadamente el tipo estructural de vigas armadas de acero en planta curva sometidas a carga concentrada y a esfuerzo cortante, o si acaso proporcionan sólo una guía limitada y simplificada sobre cómo calcularlas. En este artículo se presenta un estudio numérico exhaustivo de vigas armadas curvas de acero en sección doble T sometidas a carga concentrada y esfuerzo cortante, considerando la no linealidad del material y la no linealidad geométrica, así como las imperfecciones iniciales. Los modelos numéricos se desarrollan mediante el software de elementos finitos ABAQUS y se validan frente a ensayos experimentales disponibles en la literatura. A partir de la evaluación de los resultados numéricos, se proponen recomendaciones prácticas para extender la aplicabilidad de las reglas de cálculo prescritas en la próxima versión de la norma EN 1993-1-5 para vigas armadas rectas al caso de vigas armadas de acero en planta curva.

**Palabras clave:** Vigas armadas de acero en planta curva; Cargas concentradas -patch loading; Esfuerzo cortante; Carga crítica elástica de inestabilidad; Resistencia última.

**Abstract.** Curved steel plate girders are often utilized in bridges that are built in congested urban areas where complex plan alignments are required. However, the design of curved steel plate girder bridges is more complex than that of equivalent straight ones due to the difficulties associated to the simplification of the design procedures. The current and upcoming versions of Eurocode 3 for plated structures (EN 1993-1-5) do not address steel plate girders curved in plan, especially regarding their behavior against concentrated forces and shear. In that sense, the guidance provided for patch loading and shear design is only applicable to straight girders. Hence, current design guides seem not to cover curved plate girders subjected to patch loading and shear appropriately, or to provide only limited and simplified guidance on how to design them. Therefore, it is necessary to carry out more research in order to achieve a better understanding of the behavior of curved steel plate girders so that suitable design approaches can be developed. This paper presents a comprehensive numerical study on curved steel plate I-girders subjected to patch loading and shear, considering the material and geometric nonlinearities as well as initial imperfections. The numerical models are developed by means of the advanced finite element software ABAQUS and validated against experimental tests available in the literature. From the assessment of the numerical results, practical recommendations are proposed to extend the applicability of the design provisions prescribed in the next version of EN 1993-1-5 for straight steel I-girders to the case of curved steel I-girders.

**Keywords:** Steel I-girders curved in plan; Patch loading; Shear force; Elastic critical buckling load; Ultimate load.

## 1. Introducción

Las vigas armadas de chapa se utilizan habitualmente en puentes y grandes edificios, y pueden ser rectas o con curvatura en planta. En lo que se refiere a vigas curvas, la mayoría de las reglas de cálculo actuales se basan en formulaciones desarrolladas para vigas rectas, considerando en algún caso la influencia de la curvatura en planta [1-4].

El caso de carga concentrada en vigas armadas de acero, con sección transversal en doble T, es el caso de carga en el que una fuerza concentrada se impone perpendicularmente a

través del ala de la viga, provocando normalmente un fallo local del alma de la viga en las proximidades del ala cargada. El problema asociado a la existencia de dicha carga concentrada puede resolverse mediante la disposición de rigidizadores transversales, aunque para algunas situaciones de proyecto, como es el caso de las cargas móviles, ésta no suele ser una solución práctica ni económica; un ejemplo de tal situación es el lanzamiento de puentes. Una de las primeras contribuciones en este campo fueron los modelos empíricos basados en un total de 11 ensayos de carga concentrada en vigas rectas realizados por Granholm [5] en 1960. Más concretamente, Lagerqvist [6] y Lagerqvist y Johansson [7] contribuyeron significativamente a este tema desarrollando una nueva formulación de cálculo para la resistencia a carga concentrada. Johansson et al. [8] desarrollaron y presentaron las nuevas reglas de cálculo que posteriormente se introducirían en el Eurocódigo 3 [9] para estructuras de chapa, donde la formulación de cálculo para carga concentrada seguía un procedimiento similar al propuesto por Lagerqvist [6] y Lagerqvist y Johansson [7], pero con algunas modificaciones. Posteriormente, Gozzi [10] desarrolló un programa experimental de tres ensayos con diferentes longitudes de carga y modelos de elementos finitos (EF) para estudiar las vigas armadas rectas sometidas a carga concentrada. Como resultado de esta investigación, se propuso un modelo de resistencia en estado límite último, que era una modificación del trabajo presentado por Lagerqvist [6]. Más recientemente, Graciano y Johansson [11], Kuhlmann y Seitz [12], Davaine y Aribert [13], Clarin [14], Kövesdi [15], y Kövesdi et al. [16] han llevado a cabo varios estudios en los que se investiga la resistencia a carga concentrada en almas de vigas armadas de acero rigidizadas longitudinalmente. Además, Chacón et al. [17-19] desarrollaron un extenso estudio numérico y experimental y presentaron un nuevo modelo mecánico para vigas

armadas densamente rigidizadas, que condujo a una predicción satisfactoria de la capacidad de carga última de vigas armadas rectas sometidas a patch loading.

En lo que concierne al tipo estructural de vigas armadas curvas de chapa de acero, a lo largo de las últimas décadas se han realizado importantes estudios experimentales y numéricos. Basándose en los resultados de ensayos de veintisiete vigas, Nakai y Kotoguchi [20] desarrollaron un método analítico para evaluar la resistencia al pandeo lateral de vigas curvas con sección en doble T según un análisis de segundo orden, mientras que Nakai y Kitada [21] llevaron a cabo un extenso programa experimental consistente en treinta y dos vigas curvas con sección en doble T con alas compactas con el fin de determinar la resistencia última de vigas en planta curva sometidas a flexión, cortante y su interacción. Asimismo, Shanmugam et al. [22] llevaron a cabo varios ensayos en dos conjuntos de vigas curvas en doble T: un conjunto compuesto por perfiles laminados y otro dedicado a perfiles armados, en los que también se realizó un análisis no lineal por elementos finitos. Pi y Trahair [23] también desarrollaron un modelo de elementos finitos curvos capaz de realizar análisis tridimensionales no lineales y de inestabilidad de vigas con curvatura en planta, que incluía el alabeo de las secciones transversales. Además, también se llevaron a cabo diversas investigaciones experimentales y numéricas sobre vigas mixtas acero-hormigón, con curvatura en planta. En estos estudios, se utilizaron vigas con secciones transversales compactas en las que alas y almas no pandeaban elásticamente [24,25].

Pi et al. [26] desarrollaron modelos de análisis no lineal para estudiar el comportamiento de una viga armada en planta curva, mostrando un buen acuerdo con los resultados experimentales, mientras que Shanmugam et al. [2] llevaron a cabo una investigación experimental y numérica exhaustiva sobre vigas armadas curvas en planta. Como resultado de este estudio, se observó que la capacidad resistente de las vigas curvas disminuye al

aumentar el valor de la curvatura en planta. Rodríguez [27] desarrolló un extenso estudio numérico sobre vigas armadas curvas de acero con sección en doble T, sometidas a carga concentrada, alcanzándose una muy buena concordancia entre los resultados derivados de los modelos numéricos y los resultados experimentales recogidos en la literatura [2]; posteriormente se realizó un extenso estudio paramétrico compuesto por 90 modelos numéricos, que dio lugar a diversas recomendaciones para el proyecto y cálculo de vigas armadas curvas, con sección transversal en doble T [27]. Bonilla et al [4] también han presentado recientemente un estudio numérico sobre vigas armadas de acero con curvatura en planta, con sección transversal en doble T, sometidas a carga concentrada, considerando las no linealidades del material y geométrica, así como las imperfecciones iniciales. Se propusieron recomendaciones prácticas para extender la aplicabilidad de las disposiciones de cálculo de las vigas armadas rectas al caso de vigas armadas curvas, con sección transversal en doble T.

Por otra parte, en lo que concierne al comportamiento frente a esfuerzo cortante, Mirambell et al. [3] presentaron un estudio numérico en el que se investigaba el comportamiento estructural de vigas armadas curvas de acero, con sección en doble T, sometidas a cortante. Esta investigación mostró que el esfuerzo cortante crítico elástico de vigas armadas curvas de chapa de acero con sección transversal en doble T aumenta con la relación  $a/R$ , siendo  $a$  la distancia entre rigidizadores transversales y  $R$  el radio de curvatura en planta. Esta conclusión es coherente con otras investigaciones relevantes recogidas en la bibliografía [28-32]. Los autores en [3] también proporcionaron recomendaciones para la aplicabilidad de las reglas de cálculo codificadas para vigas armadas rectas al caso de vigas armadas curvas, con sección transversal en doble T. Hendy et al. [33] presentaron un amplio estudio paramétrico realizado con un modelo de elementos finitos, con el objetivo de

proponer nuevas reglas de cálculo para tableros de vigas múltiples de puentes mixtos acero-hormigón con curvatura en planta, mientras que Frankl y Linzell [34] desarrollaron estudios analíticos y numéricos para investigar los valores del coeficiente de abolladura por cortante de las vigas armada de acero, con curvatura horizontal. de chapa de acero curvadas horizontalmente, obteniendo expresiones útiles para su determinación que incluían los efectos de la curvatura horizontal.

A pesar de la considerable investigación sobre el comportamiento resistente de vigas armadas curvas de acero, con sección transversal en doble T, las versiones actual y futura de la norma EN 1993-1-5 [9,35] no ofrecen reglas de cálculo específicas para vigas armadas de chapa de acero con curvatura en planta. Y aunque la futura edición de la especificación prEN 1993-2 para puentes de acero [36] incluye cláusulas para el cálculo de vigas de acero en planta curva, no aborda específicamente la consideración de la carga concentrada y el esfuerzo cortante. Asimismo, AASHTO [37] considera la influencia de la curvatura en planta en la respuesta estructural de las vigas armadas curvas de acero, de sección transversal en doble T, pero lo hace de forma simplificada y empírica poniendo limitaciones a la separación entre arriostramientos. Estas observaciones son coherentes con las conclusiones extraídas anteriormente por otros autores [2,3,33], que han destacado sistemáticamente que las directrices y especificaciones de cálculo actuales parecen no contemplar las vigas armadas curvas sometidas a carga concentrada y esfuerzo cortante, o proporcionan únicamente una guía limitada y simplificada sobre cómo calcularlas, siendo a menudo inadecuadas o difíciles de utilizar. Esta situación conduce a un escenario en el que los ingenieros en ejercicio se ven obligados a establecer sus propias aproximaciones para el dimensionamiento y cálculo de vigas armadas curvas, utilizando reglas para vigas rectas en

muchos casos, lo que potencialmente podría conducir a una falta de coherencia en el cálculo y a diseños excesivamente conservadores.

Este artículo pretende abordar la laguna existente en las disposiciones normativas en lo que concierne al dimensionamiento y cálculo de vigas armadas de chapa de acero en planta curva, sometidas a carga concentrada y cortante. El trabajo realizado facilitará la comprensión del comportamiento de dichas estructuras frente a estas acciones y permitirá evaluar la carga última de vigas armadas curvas con sección transversal en doble T, proponiendo una serie de recomendaciones útiles para el proyecto de vigas armadas curvas. Basando el trabajo de investigación en un extenso estudio paramétrico de elementos finitos utilizando el paquete informático ABAQUS [38], se evalúa la respuesta estructural de vigas armadas curvas de sección transversal en doble T frente a carga concentrada y esfuerzo cortante y se proponen, a posteriori, recomendaciones prácticas para la aplicación de las reglas de cálculo incluidas en la próxima versión de prEN 1993-1-5 [35] para vigas armadas rectas al caso de vigas armadas de acero curvas.

<b>Notación</b>	
$a, b$	distancia entre rigidizadores transversales
$b_f$	ancho de ala
$f_y$	límite elástico
$f_{yw}$	límite elástico del alma
$f_{yf}$	límite elástico del ala
$f_{ys}$	límite elástico del rigidizador
$h_w$	altura del alma entre alas
$t_w$	espesor del alma
$t_f$	espesor del ala
$l_y$	longitud efectiva de carga
$t_s$	espesor de los rigidizadores transversales
$S_s$	longitud de apoyo rígido
$E$	módulo de Young
$f_u$	resistencia última a tracción
$F_{cr}$ or $F_{cr, EC-3}$	carga crítica elástica de inestabilidad [35]
$F_{Rd, EN1993-1-5}$	resistencia de cálculo de acuerdo con la futura versión de EN 1993-1-5 [35]
$F_{u,exp}$	carga última experimental de las vigas armadas

$F_{cr,FE}$	carga crítica elástica de inestabilidad obtenida de un análisis de autovalores
$F_{u,FE}$	carga última numérica de las vigas armadas
$R$	radio de curvatura de la viga armada en planta
$L$	longitud de vano (longitud de arco en planta)
$V_{u,EN 1993-1-5}$	resistencia a cortante de acuerdo con la futura versión de EN 1993-1-5 [35]
$V_{u,num}$	resistencia última a cortante obtenida numéricamente
$\chi_F$	factor de reducción debido a inestabilidad
$\bar{\lambda}_F$	esbeltez relativa para carga concentrada
$\chi_w$	contribución del alma a la resistencia a abolladura por cortante
$\bar{\lambda}_w$	esbeltez relativa para abolladura por cortante
$\gamma_{M1}$	coeficiente parcial para la resistencia

## 2. Simulación numérica de vigas armadas de acero

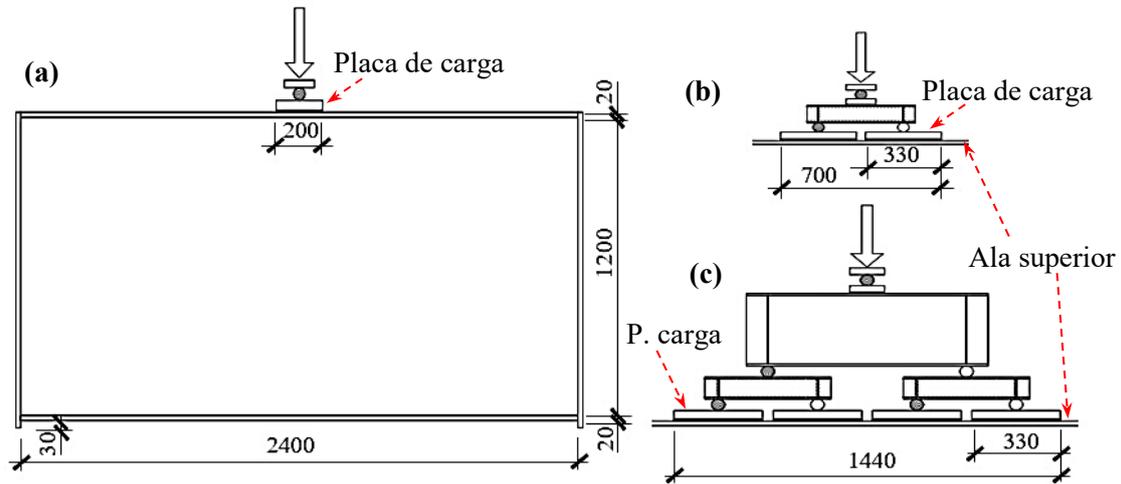
El modelo numérico para la reproducción de los ensayos de vigas armadas de chapa de acero se desarrolló utilizando el software de análisis por elementos finitos ABAQUS [38]. Para obtener resultados precisos de las simulaciones mediante los elementos finitos, en los modelos numéricos se tuvo en cuenta la geometría tridimensional de cada ensayo, así como las no linealidades relativas al material de acero y los efectos de segundo orden. La calibración y validación del modelo de elementos finitos de vigas armadas de chapa de acero sometidas a carga concentrada y esfuerzo cortante se llevó a cabo utilizando los ensayos de las vigas armadas rectas en sección en doble T descritas en Gozzi [10] y Chacón et al. [18], y los ensayos de las vigas curvas de Shanmugam et al. [2]. En las secciones siguientes se ofrece una breve descripción de estos ensayos y de las actuaciones experimentales.

## 2.1 Estudios experimentales para la calibración y validación de los modelos numéricos

### 2.1.1 Estudios experimentales de Gozzi

Gozzi [10] ensayó tres vigas armadas de chapa de acero con las mismas dimensiones de ala (ancho de ala  $b_f$  y espesor de ala  $t_f$  iguales a 450 mm y 20 mm, respectivamente) y de alma (altura de alma  $h_w$  y espesor de alma  $t_w$  iguales a 1200 mm y 6 mm, respectivamente). Los rigidizadores verticales de las secciones de apoyo presentaban las mismas dimensiones que las alas. El único parámetro que se varió en las vigas armadas ensayadas fue la longitud cargada  $S_s$ , que se supuso igual a 200 mm, 700 mm y 1440 mm; las vigas ensayadas se etiquetaron como P200, P700 y P1440 según la longitud  $S_s$ . La figura 1 muestra las dimensiones geométricas y el montaje del ensayo de las tres vigas analizadas. En los tres casos, se utilizaron placas de carga con un espesor igual a 40 mm, y se colocaron como se ilustra en la figura 1, para alcanzar las longitudes de carga  $S_s$  requeridas.

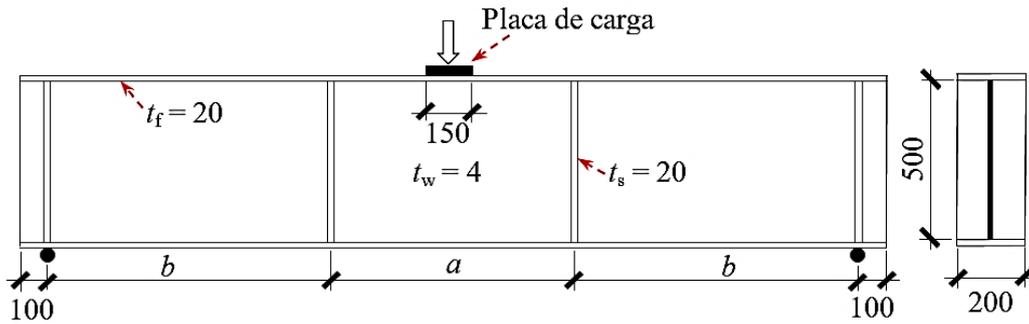
Para las tres vigas armadas se utilizó acero S355. Las propiedades del material se obtuvieron a partir de ensayos de tracción uniaxiales en las direcciones longitudinal y transversal con respecto a la dirección de laminación, tanto para las chapas de alma como para las de las alas. Los valores medios de  $f_y$  y  $f_u$  medidos a partir de los ensayos con probetas uniaxiales para el alma en la dirección longitudinal fueron de 371 MPa y 542 MPa, respectivamente. En la dirección transversal, estos valores medios fueron de 394 MPa y 543 MPa, respectivamente. Para las alas y rigidizadores, tanto en la dirección longitudinal como transversal, el valor de  $f_y$  fue de 354 MPa, y  $f_u$  fue igual a 519 MPa en la dirección longitudinal e igual a 521 MPa en la dirección transversal [10]. Las propiedades elásticas obtenidas en los ensayos fueron un módulo de Young de 185 GPa para el alma y de 200 GPa para las alas, y un coeficiente de Poisson de 0.3.



**Fig. 1.** Dimensiones geométricas y montaje experimental para las tres vigas ensayadas [10]: (a) P200, (b) P700 y (c) P1440 (dimensiones en mm)

### 2.1.2 Estudios experimentales de Chacón et al.

Del programa experimental realizado por Chacón et al. [18], se eligieron tres vigas para la validación del modelo de elementos finitos desarrollado en esta investigación. La figura 2 muestra las dimensiones geométricas y el montaje de las vigas analizadas experimentalmente, etiquetadas como 1VPL2500 ( $a = 2500$  mm y  $b = 0$  mm), 1VPL750 ( $a = 750$  mm y  $b = 875$  mm) y 2VPL2500 ( $a = 2500$  mm y  $b = 0$  mm). Todas las vigas presentaban las mismas dimensiones de ala, alma y rigidizador transversal ( $b_f$ ,  $t_f$ ,  $h_w$ ,  $t_w$  y  $t_s$  iguales a 200 mm, 20 mm, 500 mm, 4 mm y 20 mm, respectivamente), como puede apreciarse en la figura 2. Los límites elásticos  $f_{yf}$ ,  $f_{yw}$  y  $f_{ys}$  fueron, respectivamente, 454 MPa, 325 MPa y 310 MPa para las dos primeras vigas (1VPL2500 y 1VPL750). Para la viga 2VPL2500, los valores de  $f_{yf}$ ,  $f_{yw}$  y  $f_{ys}$  fueron iguales a 449 MPa, 210 MPa y 249 MPa, respectivamente. Para el módulo de Young y el coeficiente de Poisson se adoptaron los valores de 210 GPa y 0.3, respectivamente [18].



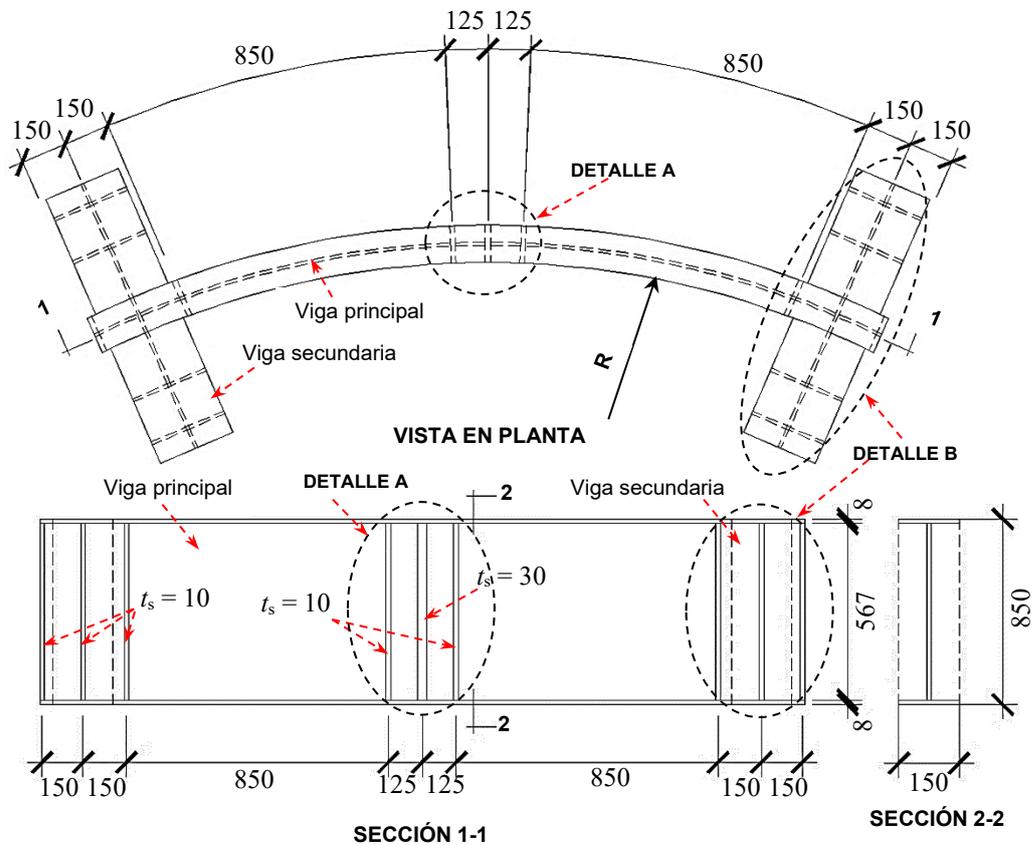
**Fig. 2.** Dimensiones geométricas y montaje experimental para las tres vigas ensayadas [18]: 1VPL2500, 1VPL750 and 2VPL2500 (dimensiones en mm)

### 2.1.3 Estudios experimentales de Shanmugam et al.

Shanmugam et al. [2] desarrollaron un extenso programa experimental que incluía diez ensayos de vigas armadas de chapa de acero en planta curva. Para la validación del modelo numérico con vigas armadas curvas que aquí se realiza, se utilizaron las vigas C15W200 y C45W200 de la citada referencia, que presentaban radios de curvatura de 8600 mm y 2870 mm, respectivamente. Todas las vigas ensayadas tenían una luz total  $L$  de 2550 mm. Para todas las vigas, el canto total se mantuvo en 583 mm, con anchos de ala superior e inferior de 150 mm (ver figura 3). Los valores medios del espesor del ala ( $t_f$ ) fueron, respectivamente, 8.32 mm y 8.2 mm para las vigas C15W200 y C45W200, mientras que los espesores medios del alma ( $t_w$ ) y de los rigidizadores transversales ( $t_s$ ) fueron, respectivamente, 2.2 mm y 10.03 mm para C15W200, y 1.95 mm y 9.20 mm para C45W200.

Los límites elásticos del acero  $f_{yw}$  y  $f_{yf}$  fueron, respectivamente, de 322 MPa y 375 MPa para la viga C15W200, y de 327 MPa y 367 MPa para la viga C45W200. Los módulos de Young del alma y del ala fueron de 216 GPa para el C15W200, y de 213 GPa y 210 GPa, respectivamente, para la viga C45W200. La simulación de estas vigas se basó en el montaje

experimental descrito en Shanmugam et al. [2], en el que las vigas secundarias se representaron mediante las condiciones de contorno adecuadas en los apoyos.

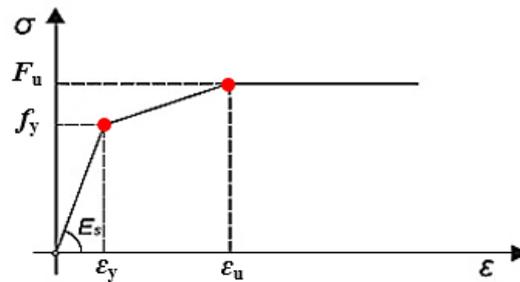


**Fig. 3.** Vista en planta y detalles de la sección transversal de las vigas ensayadas por Shanmugam et al. [2].

## 2.2 Modelización del material acero

El material acero se modelizó mediante el criterio de von Mises, utilizando la opción \*PLASTIC disponible en ABAQUS [38] para simular su comportamiento no lineal. Para representar el comportamiento del acero en el espacio de tensiones de tres dimensiones se utilizó una regla de flujo plástico asociado y endurecimiento isotrópico. Para simular con precisión este comportamiento, ABAQUS sólo requiere la curva tensión-deformación uniaxial, que se representa mediante la curva tensión-deformación trilineal mostrada en la figura 4. Las propiedades del material acero de las vigas armadas utilizadas en la calibración

de los modelos numéricos se recogen en las pertinentes referencias [2,10,18], asumiendo en todos los casos que la densidad del acero es de 7800 kg/m<sup>3</sup>. Para aquellos casos en los que los valores medidos de  $\epsilon_u$  o  $f_u$  no estuvieran recogidos en [2,10,18], se consideraron las expresiones propuestas por Yun y Gardner [39] para su determinación.



**Fig. 4.** Relación tensión-deformación adoptada para el acero.

### 2.3 Método de solución del análisis numérico

El análisis de estabilidad de vigas armadas frente a carga concentrada mediante el software ABAQUS [38] se realiza en dos etapas. En primer lugar, se lleva a cabo un análisis de autovalores para establecer los modos de inestabilidad probables y guardarlos en un archivo de resultados que se utiliza posteriormente para determinar la imperfección geométrica inicial. En la segunda etapa del análisis, se introduce la imperfección obtenida del análisis previo utilizando la opción \*IMPERFECCIÓN, y a continuación se realiza un análisis no lineal postcrítico empleando el procedimiento RIKS.

En todos los casos, la carga se introdujo de forma incremental en el ala superior de las vigas, tal como se muestra en la figura 1, utilizando incrementos pequeños, en los que la magnitud de dichos incrementos era seleccionada automáticamente por ABAQUS [38,40] basándose en la condición de convergencia numérica. En este estudio, la carga se aplicó utilizando el algoritmo RIKS modificado [38,40], que se adopta comúnmente para predecir

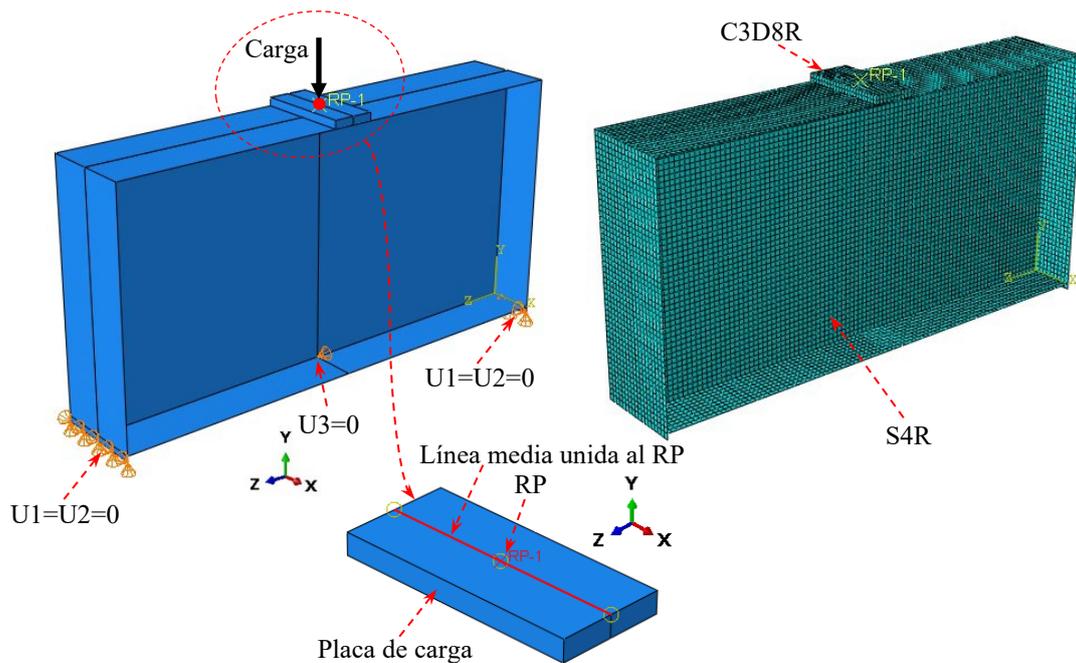
colapsos inestables y no lineales de estructuras. La base de este algoritmo es el método de Newton, en el que la solución final se obtiene como una serie de incrementos de carga con diferentes iteraciones que se realizan para obtener el equilibrio dentro de cada incremento, para lo cual ABAQUS [38,40] utiliza la longitud de arco a lo largo de la trayectoria de equilibrio estático en el espacio carga-desplazamiento. En este sentido, para capturar de forma eficiente la respuesta estructural carga-desplazamiento de inestabilidad frente a la actuación de la carga concentrada, es muy importante mantener el máximo incremento de longitud de arco pequeño durante la etapa de análisis de RIKS.

#### *2.4 Tipo de elemento finito, malla y condiciones inicial y de contorno del problema*

Para la discretización de las vigas se utilizó el elemento tipo lámina S4R disponible en la librería de elementos de ABAQUS, que ha demostrado un buen comportamiento en numerosas investigaciones previas para casos de inestabilidad similares [2,10,41]. Se realizó un análisis de sensibilidad de la malla con respecto al tamaño de los elementos de acuerdo con estudios previos [10,18], que dio como resultado la definición de una malla con una longitud de lado del elemento aproximada de 25 mm. Las placas de carga se modelaron con elementos sólidos C3D8R disponibles en ABAQUS como piezas separadas. En base a estudios numéricos previos de vigas armadas de acero sometidas a carga concentrada [10], para la simulación de los ensayos de vigas, el contacto placa de carga-ala de la viga se consideró rígido, utilizando la opción \*TIE CONSTRAINT disponible en ABAQUS. De acuerdo con lo expuesto por Gozzi [10], la carga se aplicó en un punto de referencia (RP) situado en la línea media (en la parte central de la placa de carga), tal como se muestra en la figura 5; no obstante, con el objetivo de reproducir de forma fidedigna los montajes reales de los ensayos, todos los nodos situados en la línea media se ligaron al punto de referencia, creando así una restricción de cuerpo rígido. En cuanto a las condiciones de contorno, se

restringió el movimiento en las direcciones X e Y ( $U_1=U_2=0$ ) en los apoyos de las vigas, tal como puede verse en la figura 5. Asimismo, y considerando la simetría de los ensayos, también se restringió el movimiento en la dirección Z de un nodo situado en el ala inferior, en el centro de las vigas ensayadas ( $U_3 = 0$ ), proporcionando el equilibrio requerido por el modelo numérico (ver figura 5).

Por último, se introdujeron imperfecciones geométricas iniciales como condiciones iniciales de las vigas ensayadas modelizadas. Dado que los modos de inestabilidad más bajos son los que, generalmente, proporcionan las formas de imperfección más críticas, generalmente éstas se escalan y se introducen en la geometría perfecta para crear la malla perturbada [40]. En este caso, se utilizaron los primeros modos de inestabilidad escalados a una amplitud máxima equivalente igual a la relación  $h_w/200$ , de acuerdo con las recomendaciones de prEN 1993-1-5 [35]. Debe tenerse en cuenta que la adopción de esta amplitud de imperfección equivalente supone la consideración en el análisis tanto de las imperfecciones geométricas iniciales como de las tensiones residuales, y esta metodología ha sido comúnmente adoptada en el desarrollo de modelos similares de elementos finitos en la literatura [3,10,27,42].



**Fig. 5.** Condiciones de contorno y modelo de elementos finitos de la viga ensayada P200 [10].

### 2.5 Validación del modelo de elementos finitos

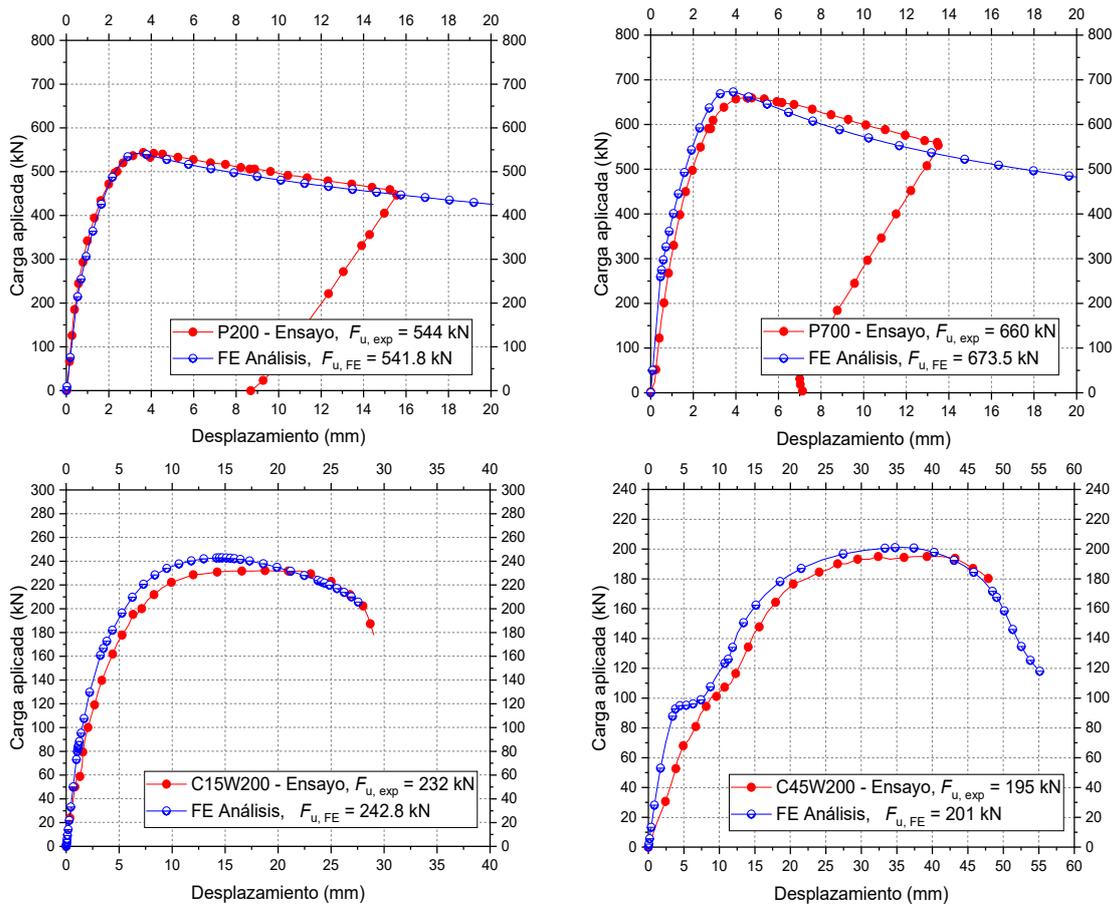
La descripción del procedimiento y de las consideraciones tenidas en cuenta en el desarrollo del modelo de elementos finitos presentado en los apartados anteriores se ha basado en la viga ensayada P200 (Gozzi [10]). Para todas las vigas utilizadas en la validación del modelo numérico desarrollado, incluyendo las vigas P700 y P1440 del mismo autor, así como las vigas 1VPL2500, 1VPL750 y 2VPL2500 de Chacón et al. [18] y las vigas curvas C15W200 y C45W200 de Shanmugam et al. [2], se han considerado hipótesis y metodologías de trabajo equivalentes. Las geometrías, las propiedades de los materiales, las configuraciones de carga y las condiciones de contorno de las vigas antes mencionadas ya se han descrito en el apartado 2.1.

La tabla 1 presenta la comparación de las capacidades resistentes obtenidas experimental ( $F_{u,exp}$ ) y numéricamente en este trabajo ( $F_{u,FE}$ ). Puede observarse que se ha conseguido una muy buena concordancia entre los resultados experimentales y numéricos para todas las

vigas ensayadas, ya que el valor medio de la relación  $F_{u,exp}/F_{u,FE}$  es de 0.976, con un coeficiente de variación (COV) correspondiente de 0.016. Además, también se ha obtenido una excelente concordancia entre las curvas carga-desplazamiento vertical obtenidas a partir de los resultados experimentales y mediante los análisis numéricos realizados para todas las vigas (ver figura 6). Las formas típicas de deformación final observadas en los ensayos y las correspondientes a los modelos numéricos desarrollados pueden observarse en la figura 7 para el caso de la viga P200 [10], en la que se aprecia una buena concordancia del modo de fallo exhibido por la viga armada de acero.

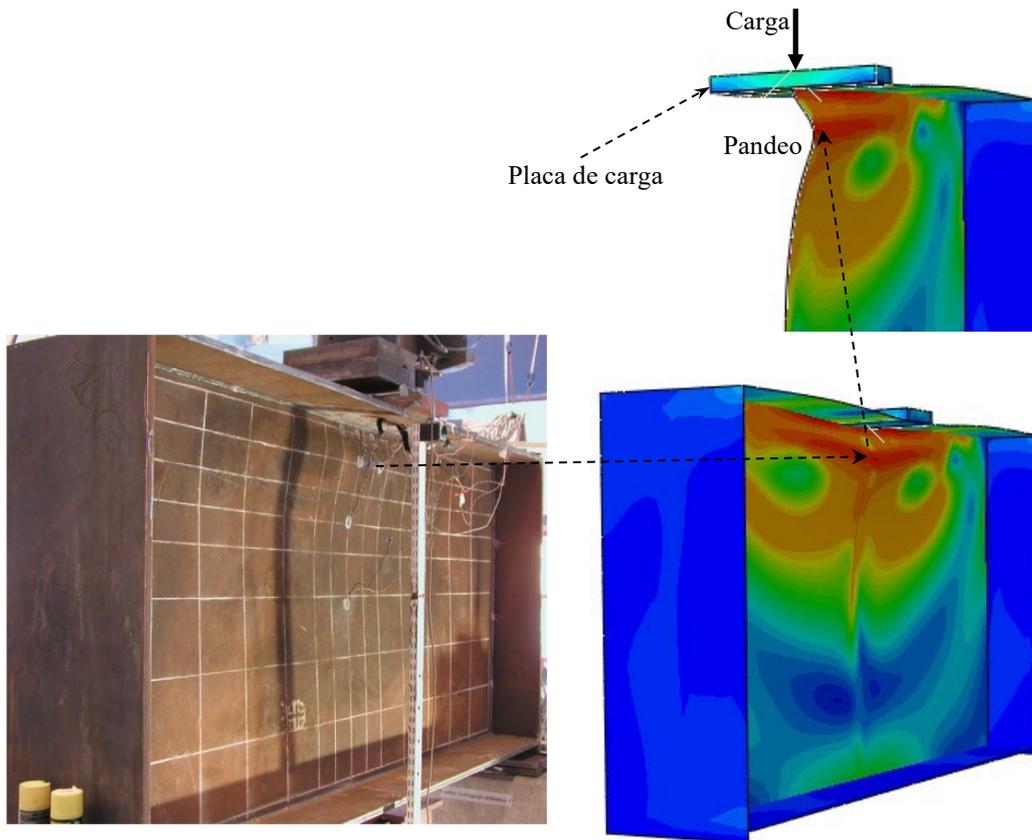
**Tabla 1.** Comparación de las cargas últimas experimentales y numéricas para la validación del modelo numérico

Ensayos por	Viga ensayada	$F_{u,exp}$ (kN)	$F_{u,FE}$ (kN)	$F_{u,exp} / F_{u,FE}$
Gozzi [10]	P200	544	541.8	1.004
	P700	660	673.5	0.980
	P1440	808	842.2	0.959
Chacón et al. [18]	1VPL2500	217	225.2	0.964
	1VPL750	252	253.4	0.994
	2VPL2500	134	136.9	0.980
Shanmugam et al. [2]	C15W200	232	242.8	0.960
	C45W200	195	201.0	0.970
			Media	0.976
			COV	0.016



**Fig. 6.** Comparación de las curvas carga-desplazamiento obtenidas experimental y numéricamente [2,10,].

En base a los análisis comparativos anteriores entre los resultados experimentales y numéricos, puede concluirse que el modelo numérico desarrollado es fiable y capaz de predecir, con precisión, el comportamiento estructural de vigas armadas de chapa de acero sometidas a carga concentrada, incluyendo las vigas con curvatura en planta.



**Fig. 7.** Comparación entre la deformada final obtenida experimentalmente [10] y la predicha por el modelo numérico, para la viga ensayada P200.

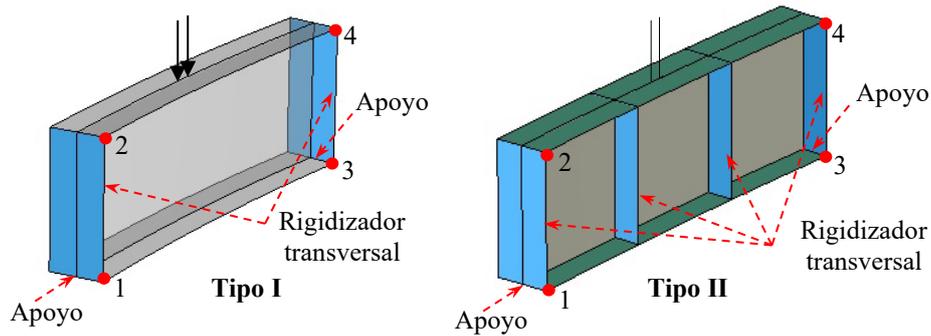
### 3. Estudio paramétrico de vigas curvas sometidas a carga concentrada

Habiendo comprobado que el modelo numérico de elementos finitos desarrollado en este estudio para simular el comportamiento de vigas armadas frente a carga concentrada es capaz de reproducir los resultados experimentales y predecir las cargas últimas con precisión, se lleva a cabo a continuación un estudio paramétrico para evaluar la influencia de varios parámetros en la resistencia última de vigas curvas de acero frente a patch loading.

#### 3.1 Prototipos de las vigas analizadas

Se investigaron dos prototipos básicos de vigas curvas de acero para el estudio paramétrico. Por una parte, se consideraron (a) vigas sin rigidizadores transversales intermedios (Tipo I),

y, por otra, (b) vigas con dos rigidizadores transversales intermedios (Tipo II), tal como se observa en la figura 8. Para considerar el efecto de los marcos transversales o arriostramientos laterales utilizados en situaciones reales como en puentes, se restringió el desplazamiento radial o lateral en los puntos identificados como 1 a 4, que se encuentran en los rigidizadores en los apoyos (ver figura 8).



**Fig. 8.** Prototipos de vigas armadas curvas investigadas en el estudio paramétrico.

### 3.2 Variables y rangos considerados en el estudio paramétrico

Para el estudio paramétrico de vigas armadas curvas de chapa de acero se adoptaron geometrías típicas, similares a las mostradas en la figura 8; en la tabla 2 se resumen los valores y rangos de las propiedades y variables que influyen en la respuesta estructural de las vigas curvas frente a carga concentrada. El estudio paramétrico comprendió un total de 252 modelos numéricos, que se dividieron en los dos tipos mencionados anteriormente (vigas de Tipo I y Tipo II) y se subdividieron en seis grupos, en los que las vigas se agruparon en función de sus propiedades geométricas. Los Grupos I, II y III están formados por vigas de Tipo I, mientras que las vigas de Tipo II se analizan en los Grupos IV, V y VI. Para cada grupo perteneciente a las vigas de Tipo I, se consideraron tres valores diferentes de la relación de aspecto  $a/h_w$  (1.0, 2.0 y 3.0), así como dos valores diferentes de la esbeltez del alma  $h_w/t_w$  (83.33 y 125 para el Grupo I, 166.67 y 208.33 para el Grupo II, y 160 y

266.67 para el Grupo III). Al mismo tiempo, se consideraron seis valores de la relación  $a/R$  para las vigas del Grupo I ( $L = a$  para los Grupos I, II y III), y cinco valores para las vigas de los Grupos II y III. Alternativamente, se consideraron sólo dos valores de la relación  $a/h_w$  (1.0 y 2.0) para cada grupo perteneciente a las vigas Tipo II, y se consideró la misma esbeltez del alma adoptada en los grupos pertenecientes a las vigas Tipo I. Se adoptaron cinco valores de la relación  $L/R$  para las vigas de los Grupos IV, V y VI ( $L = 3a$  para los Grupos IV, V y VI). Los valores de la relación  $L/R$  se movieron entre 0.0 (panel recto) y 0.6, y entre 0.0 y 1.2 (panel de alma con gran curvatura en planta) para las vigas pertenecientes a los Tipos I y II, respectivamente.

La base de datos numérica se construyó variando los siguientes parámetros: geometría del alma (altura  $h_w$  y espesor  $t_w$ ), radio de curvatura  $R$ , y distancia entre rigidizadores transversales  $a$ . Los valores se eligieron a partir de proporciones realistas encontradas típicamente en puentes de vigas armadas de acero en planta curva (ver Tabla 2). Dentro de cada grupo de vigas, la geometría de las alas (ancho  $b_f$  y espesor  $t_f$ ), así como el espesor de los rigidizadores  $t_s$ , se mantuvieron constantes, tal como se indica en la Tabla 2, mientras que se consideraron dos longitudes de carga diferentes  $S_s$ . En cuanto a las propiedades de los materiales, se utilizó en todos los casos y para todas las chapas que componen las vigas un grado de acero S355, de acuerdo con otros estudios paramétricos recogidos en la literatura [3,33]. Así, el límite elástico se fijó en 355 MPa ( $f_{yw} = f_{yf} = f_{ys} = 355$  MPa), y basándose en Yun y Gardner [39], se consideró un módulo de elasticidad de 210000 MPa.

**Tabla 2.** Conjunto de variaciones consideradas en el estudio paramétrico.

Grupo	$f_{yw}$ (MPa)	$f_{yf}$ (MPa)	$h_w$ (mm)	$a$ (mm)	$L^{(*)}$	$t_w$ (mm)	$t_f \times b_f$ (mm <sup>2</sup> )	$t_s$ (mm)	$S_s$ (mm)	$R$ (m)	Número de vigas
<b>I</b>	355	355	1000	1000, 2000, 3000	$a$	8,12	20 x 400	30	250, 500	$\infty$ , 500, 200, 100, 40, 20	72
<b>II</b>	355	355	2500	2500, 5000, 7500	$a$	12, 15	35 x 600	40	625, 1250	$\infty$ , 200, 100, 40, 20	60
<b>III</b>	355	355	4000	4000, 8000, 12000	$a$	15, 25	50 x 1000	60	1000, 2000	$\infty$ , 200, 100, 40, 20	60
Número total de simulaciones numéricas (I-III):											192
<b>IV</b>	355	355	1000	1000, 2000	$3a$	8,12	20 x 400	30	500	$\infty$ , 200, 100, 40, 20	20
<b>V</b>	355	355	2500	2500, 5000	$3a$	12, 15	35 x 600	40	1250	$\infty$ , 200, 100, 40, 20	20
<b>VI</b>	355	355	4000	4000, 8000	$3a$	15, 25	50 x 1000	60	2000	$\infty$ , 200, 100, 40, 20	20
Número total de simulaciones numéricas (IV-VI):											60
Número total de simulaciones numéricas:											252
<p><sup>(*)</sup> La longitud de vano (<math>L</math>) se define como <math>L = a</math> para los Grupos I, II y III, y <math>L = 3a</math> para los Grupos IV, V y VI. En situaciones reales, <math>L</math> puede tomarse como la distancia entre diafragmas para los Grupos IV, V y VI.</p>											

### 3.3 Bases de la modelización

La modelización por elementos finitos para el estudio paramétrico se realizó siguiendo los mismos principios utilizados en las simulaciones de los ensayos experimentales [2,10,18] para la calibración y validación de los modelos numéricos. En este apartado sólo se quiere prestar atención a tres aspectos:

- Se han tenido en cuenta las imperfecciones iniciales (como imperfección geométrica equivalente) considerando una geometría imperfecta inicial siguiendo el primer modo propio con una amplitud máxima de  $h_w/200$ , siguiendo lo expuesto en [3,10,27,42] y de acuerdo con las recomendaciones de EN 1993-1-5, Anexo C, C.5, Tabla C.2: Imperfecciones geométricas equivalentes (para paneles o subpaneles) [9].
- Tomando como referencia investigaciones previas [17,18], la carga se introdujo como una presión sobre el ala superior dentro de la longitud de carga  $S_s$ .
- El material de acero se modeló como un material elástico-perfectamente plástico de acuerdo con investigaciones previas [17,18].

### 3.4 Análisis de los resultados-patch loading-

#### 3.4.1 Vigas armadas curvas de acero en I con esbeltez baja del alma (Grupo I)

En este apartado se analizan las vigas curvas en I de acero con pequeña esbeltez del alma ( $h_w/t_w=83.3$ ), pertenecientes al Grupo I, sometidas a carga concentrada. La figura 9 muestra algunas curvas típicas carga-desplazamiento vertical para vigas de acero en I en planta curva, con pequeña esbeltez de alma, mientras que la tabla 3 muestra los parámetros geométricos más relevantes de las diferentes vigas, así como las correspondientes cargas críticas elásticas de inestabilidad ( $F_{cr,FE}$ ) y las cargas últimas ( $F_{u,FE}$ ). Las cargas críticas elásticas ( $F_{cr,FE}$ ) indicadas en la tabla se obtuvieron a partir de un análisis de autovalores, mientras que los valores de las

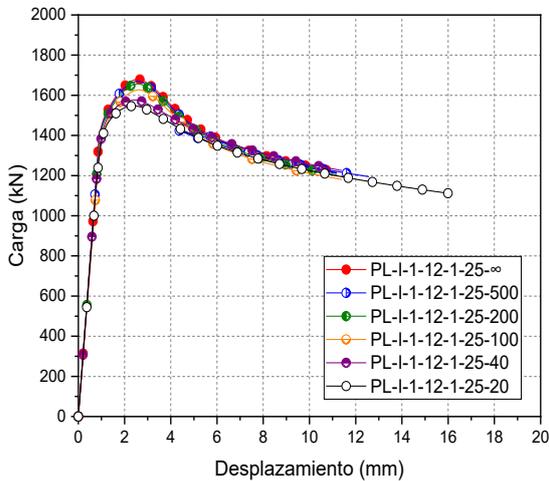
cargas últimas ( $F_{u,FE}$ ) se correspondían con los valores de las cargas pico observadas a partir de las curvas numéricas carga-desplazamiento vertical. Para estas vigas curvas con pequeña esbeltez del alma, se observa que el valor de la carga crítica elástica de inestabilidad ( $F_{cr,FE}$ ) fue mayor que la carga última correspondiente ( $F_{u,FE}$ ) (ver la tabla 3), mostrando así que no hay reserva de resistencia postcrítica. Además, a partir de los resultados mostrados en la tabla 3 y en la figura 9, se concluye que la carga última de las vigas disminuye a medida que el radio de curvatura disminuye, o cuando la curvatura en planta aumenta, y que este hecho ocurre independientemente de la relación de aspecto ( $a/h_w$ ) considerada. Del mismo modo, se aprecia que la carga última también disminuye cuando aumenta la relación  $a/h_w$  para valores iguales o similares de  $L/R$ . Esto significa que la carga última disminuye al aumentar la separación entre rigidizadores, tal y como se ha puesto de manifiesto en investigaciones previas desarrolladas en vigas rectas sometidas a carga concentrada [18]. Por otro lado, puede observarse que para un valor dado de la relación de aspecto  $a/h_w$  (ver la tabla 3) no existen grandes variaciones de la carga crítica elástica de inestabilidad y de la carga última para vigas con pequeña curvatura en planta, es decir, con  $L/R \leq 0.006$ . La disminución más significativa de la carga última con respecto al valor correspondiente para panel plano de alma, es decir con  $R = \infty$ , se observó para la viga con la mayor curvatura en planta ( $L/R = 0.15$ ) y con una relación de aspecto igual a 3.0, y la disminución observada de la resistencia fue de aproximadamente un 8%.

**Tabla 3.** Resultados numéricos para vigas curvas en I, con esbeltez baja de alma ( $h_w/t_w=83.3$  Grupo I).

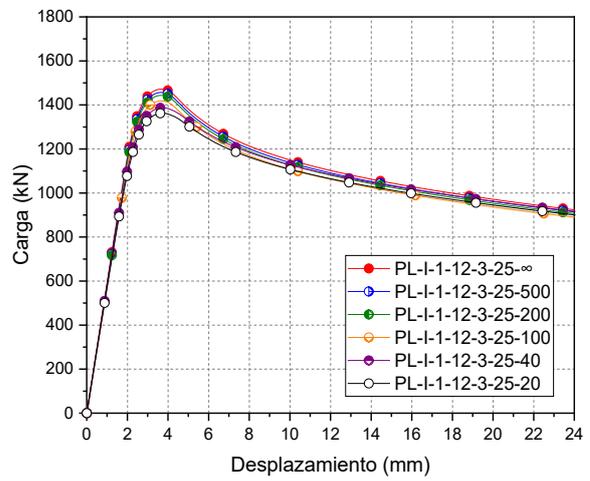
Especímen	$h_w$ (mm)	$t_w$ (mm)	$L/R$	$L^{(*)}$ (mm)	$a/h_w$	$F_{cr,FE}$ (kN)	$F_{u,FE}$ (kN)
PL-I-1-12-1-25-∞	1000	12	0	1000	1.0	3084.87	1678.78
PL-I-1-12-1-25-500			0.002			3085.09	1669.20
PL-I-1-12-1-25-200			0.005			3085.92	1657.03
PL-I-1-12-1-25-100			0.01			3087.55	1626.88
PL-I-1-12-1-25-40			0.025			3100.62	1595.95
PL-I-1-12-1-25-20			0.05			3146.68	1567.79
PL-I-1-12-2-25-∞	1000	12	0	2000	2.0	1709.01	1570.10
PL-I-1-12-2-25-500			0.004			1709.62	1553.01
PL-I-1-12-2-25-200			0.01			1712.18	1543.68
PL-I-1-12-2-25-100			0.02			1721.39	1535.74
PL-I-1-12-2-25-40			0.05			1783.16	1472.36
PL-I-1-12-2-25-20			0.1			1981.31	1455.19
PL-I-1-12-3-25-∞	1000	12	0	3000	3.0	1416.65	1471.62
PL-I-1-12-3-25-500			0.006			1416.89	1456.64
PL-I-1-12-3-25-200			0.015			1420.50	1443.60
PL-I-1-12-3-25-100			0.03			1433.38	1418.34
PL-I-1-12-3-25-40			0.075			1517.52	1387.70
PL-I-1-12-3-25-20			0.15			1755.38	1352.87

**Nota:** La designación de especímenes corresponde a PL – Número del Grupo -  $h_w$  en m -  $t_w$  en mm -  $a$  en m -  $S_s$  en cm -  $R$  en m.

(\*) En vigas pertenecientes al Tipo I no hay rigidizadores intermedios, por lo tanto  $L=a$ .



a) Grupo I,  $t_w = 12$  mm,  $a = 1$  m,  
 $S_s = 250$  mm



b) Grupo I,  $t_w = 12$  mm,  $a = 3$  m,  
 $S_s = 250$  mm

**Fig. 9.** Curvas carga-desplazamiento para vigas curvas de acero del Grupo I.

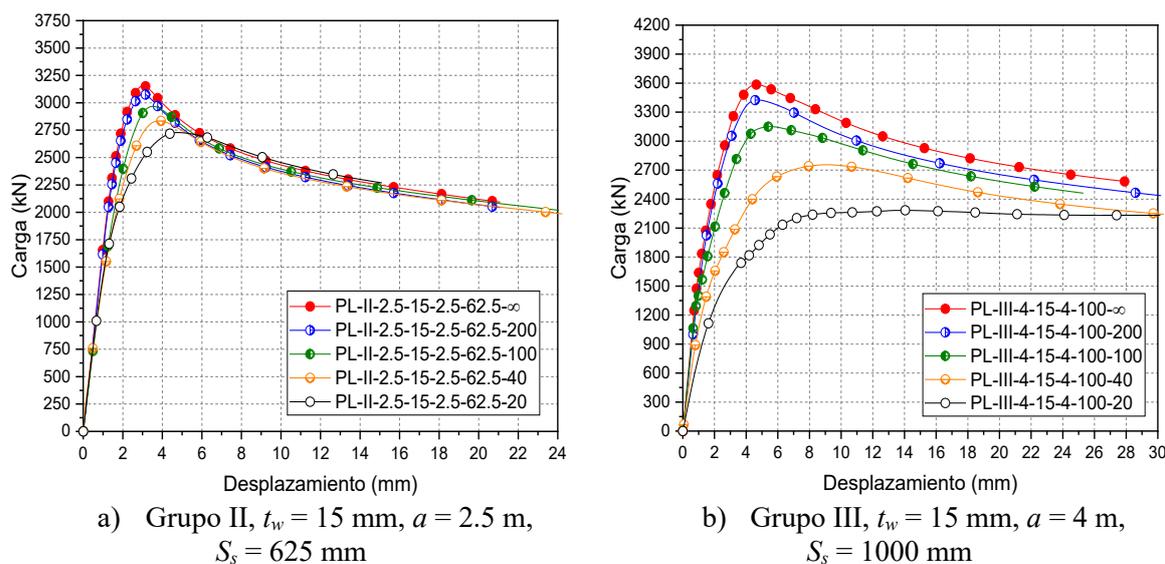
### 3.4.2 Vigas armadas curvas de acero en I con esbeltez alta y muy alta de alma (Grupos II y III)

En este apartado se analiza la respuesta a carga concentrada de vigas curvas de acero en I con esbelteces de alma alta y muy alta ( $h_w/t_w = 166.67$  y  $266.7$ ), pertenecientes a los Grupos II y III, para las que se muestran curvas típicas carga-desplazamiento vertical en la figura 10. Para las vigas con esbelteces de alma alta y muy alta, cuyos resultados se muestran en las tablas 4 y 5, respectivamente, se aprecia un aumento de la reserva de resistencia postcrítica en comparación con las vigas con esbelteces pequeñas de alma (Grupo I), ya que se observa que, en muchos casos, el valor de la carga de rotura es superior a la correspondiente carga crítica elástica de pandeo (ver las tablas 4 y 5). Esta reserva de resistencia postcrítica disminuye, sin embargo, a medida que aumenta la curvatura en planta. Los resultados numéricos de la carga última  $F_{u,FE}$  para una viga recta ( $L/R = 0$ ) con una relación de aspecto de  $a/h_w = 3.0$ , y una viga con un radio de curvatura muy pequeño ( $L/R = 0.375$ ,  $R = 20$  m) difieren significativamente, alcanzando esta diferencia un valor del 34.3% para las vigas con una esbeltez alta del alma (véase la tabla 4, especímenes: PL-II-2,5-15-7,5-62,5- $\infty$  y PL-II-2,5-15-7,5-62,5-20). Realizando un análisis similar para los resultados de la tabla 5 para los especímenes con esbelteces de alma muy altas, considerando  $a/h_w = 3.0$ , en donde se comparan los resultados obtenidos para la viga recta (PL-III-4-15-12-100- $\infty$ ) con los resultados de los especímenes que presentan curvaturas  $L/R$  iguales a 0.3 y 0.6 (especímenes: PL-III-4-15-12-100-40 y PL-III-4-15-12-100-20), las diferencias son del 35.8% y 44.8%, respectivamente. Esto corrobora el hecho de que, para los casos analizados, se produce una reducción considerable de la carga última a medida que aumenta la curvatura.

**Tabla 4.** Resultados numéricos para vigas curvas en I, con esbeltez alta de alma ( $h_w/t_w=166.67$  Grupo II).

Espécimen	$h_w$ (mm)	$t_w$ (mm)	$L/R$	$L^{(*)}$ (mm)	$a/h_w$	$F_{cr,FE}$ (kN)	$F_{u,FE}$ (kN)
PL-II-2.5-15-2.5-62.5- $\infty$	2500	15	0	2500	1.0	2373.01	3156.03
PL-II-2.5-15-2.5-62.5-			0.012			2385.37	3080.90
PL-II-2.5-15-2.5-62.5-			0.025			2423.11	2968.11
PL-II-2.5-15-2.5-62.5-			0.062			2678.30	2835.28
PL-II-2.5-15-2.5-62.5-			0.125			3470.54	2728.31
PL-II-2.5-15-5-62.5- $\infty$	2500	15	0	5000	2.0	1473.28	2831.21
PL-II-2.5-15-5-62.5-			0.025			1529.20	2790.19
PL-II-2.5-15-5-62.5-			0.05			1681.26	2740.99
PL-II-2.5-15-5-62.5-40			0.125			2312.14	2605.12
PL-II-2.5-15-5-62.5-20			0.25			3302.56	2357.26
PL-II-2.5-15-7.5-62.5- $\infty$	2500	15	0	7500	3.0	1261.25	2719.38
PL-II-2.5-15-7.5-62.5-			0.037			1334.07	2635.27
PL-II-2.5-15-7.5-62.5-			0.075			1512.81	2527.73
PL-II-2.5-15-7.5-62.5-			0.187			2144.52	2108.09
PL-II-2.5-15-7.5-62.5-			0.375			3108.37	1785.35

(\*) En vigas pertenecientes al Tipo I no hay rigidizadores intermedios, por lo tanto,  $L=a$ .



**Fig. 10.** Curvas carga-desplazamiento para vigas curvas de acero de los Grupos II y III.

**Tabla 5.** Resultados numéricos para vigas curvas en I, con esbeltez muy alta de alma ( $h_w/t_w=266.7$  Grupo III).

Espécimen	$h_w$ (mm)	$t_w$ (mm)	$L/R$	$L^{(*)}$ (mm)	$a/h_w$	$F_{cr,FE}$ (kN)	$F_{u,FE}$ (kN)
PL-III-4-15-4-100-∞			0			1595.13	3584.65
PL-III-4-15-4-100-200			0.02			1647.09	3425.89
PL-III-4-15-4-100-100	4000	15	0.04	4000	1.0	1795.25	3150.79
PL-III-4-15-4-100-40			0.1			2634.53	2755.78
PL-III-4-15-4-100-20			0.2			3924.27	2283.65
PL-III-4-15-8-100-∞			0			1092.92	3215.07
PL-III-4-15-8-100-200			0.04			1302.05	3008.56
PL-III-4-15-8-100-100	4000	15	0.08	8000	2.0	1656.25	2609.85
PL-III-4-15-8-100-40			0.2			2598.22	2312.34
PL-III-4-15-8-100-20			0.4			3866.85	1789.98
PL-III-4-15-12-100-∞			0			1011.57	3036.67
PL-III-4-15-12-100-200			0.06			1234.46	2902.79
PL-III-4-15-12-100-100	4000	15	0.12	12000	3.0	1580.86	2338.99
PL-III-4-15-12-100-40			0.3			2556.33	1948.99
PL-III-4-15-12-100-20			0.6			3832.85	1677.25

(\*) En vigas pertenecientes al Tipo I no hay rigidizadores intermedios, por lo tanto,  $L=a$ .

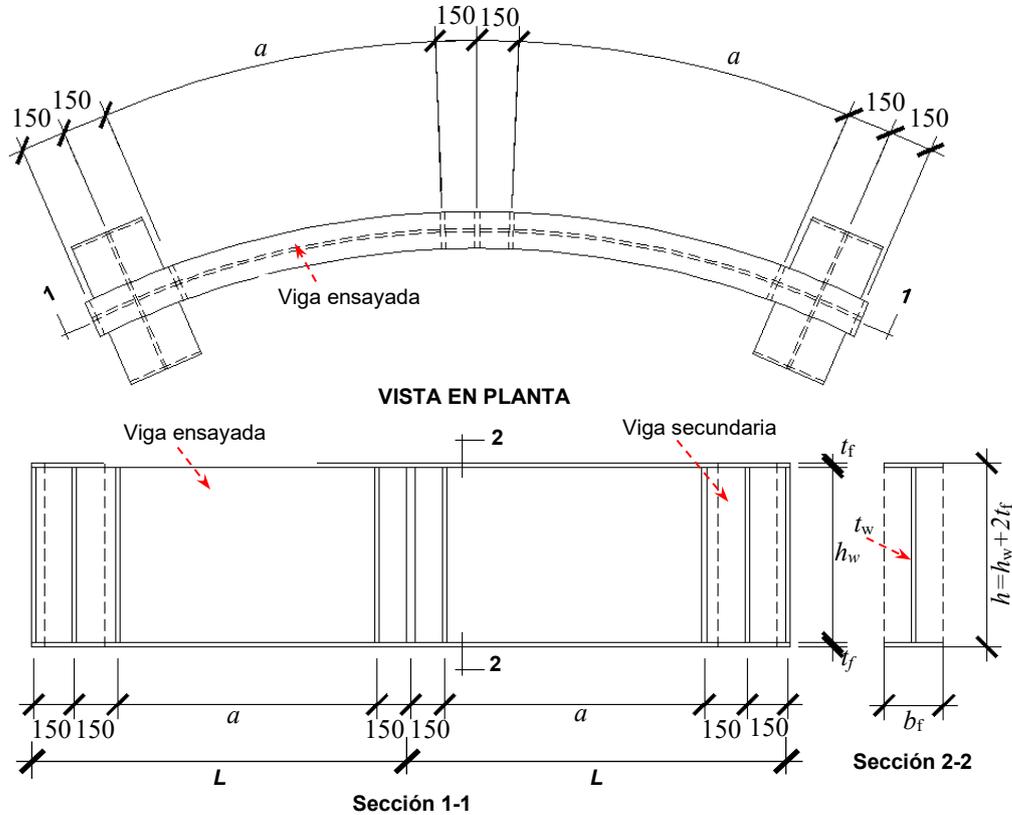
Cabe destacar que los resultados para  $F_{cr,FE}$  y  $F_{u,FE}$  observados y discutidos en las tablas 3, 4 y 5, para las vigas pertenecientes a los Grupos I, II y III, son similares a los observados para las vigas Tipo II (Grupos IV, V y VI, respectivamente). Por otra parte, debe indicarse que en los Grupos IV, V y VI, cuando la relación  $L/R$  fue mayor que 0.6, se observó que el colapso de estos especímenes fue debido al pandeo lateral. Por lo tanto, en estas vigas no se alcanzó el fallo por carga concentrada -patch loading-.

#### 4. Estudio paramétrico de vigas curvas sometidas a cortante

El modelo de elementos finitos desarrollado en este estudio era capaz de simular el comportamiento a cortante de vigas armadas de acero, reproduciendo los resultados experimentales y prediciendo las cargas últimas con precisión. Se realizó un estudio paramétrico para evaluar la influencia de varios parámetros y variables en la resistencia última a cortante de las vigas armadas curvas en I.

#### 4.1 Prototipos de las vigas analizadas

Las simulaciones numéricas se realizan sobre vigas armadas curvas con sección en I, rigidizada transversalmente, tal como se muestra en la figura 11.



**Fig. 11.** Dimensiones de las vigas curvas en I estudiadas.

La base de datos numérica se construyó variando los siguientes parámetros: geometría del alma (altura  $h_w$  y espesor  $t_w$ ), radio de curvatura  $R$ , y la distancia entre rigidizadores transversales  $a$ . Esta variación se eligió a partir de proporciones realistas que se encuentran típicamente en puentes de vigas de acero con planta curva (ver tabla 6). Además, la variación de estos parámetros permite estudiar la influencia de las variables adimensionales más relevantes relativas al comportamiento de las vigas curvas de acero en I sometidas principalmente a cortante, a saber, la relación de aspecto  $a/h_w$ , la esbeltez del alma  $h_w/t_w$  y la

relación  $a/R$  siendo  $a$  la distancia entre rigidizadores transversales y  $R$  el radio de curvatura en planta de la viga.

Para cada grupo perteneciente a la Familia 1, se establece una esbeltez constante del alma, y se consideran tres valores diferentes de la relación de aspecto y cinco valores diferentes de la relación  $a/R$ , incluyendo el estudio de la viga recta ( $a/R = 0$ ). Para cada grupo perteneciente a la Familia 2, se establece un valor constante de la esbeltez del panel de alma, y para cada valor de la relación de aspecto, se consideran cinco valores de la relación  $a/R$ , desde  $a/R = 0$  (panel recto) hasta  $a/R = 0.2$  (panel de alma con gran curvatura en planta).

En este estudio paramétrico, todas las vigas curvas analizadas son homogéneas, es decir, se asume el mismo límite elástico de  $355 \text{ N/mm}^2$  para el alma y las alas. En la tabla 6 se resume el conjunto de variaciones de las variables consideradas en el estudio paramétrico, que dio lugar a un total de 70 vigas curvas analizadas.

**Tabla 6.** Datos de las vigas curvas de acero consideradas en las simulaciones numéricas

Variaciones de la base de datos numérica	Grupo				
	Familia-1			Familia-2	
	0	I	II	III	IV
Límite elástico $f_y$ (N/mm <sup>2</sup> )	355	355	355	355	355
$R$ (mm)	$\infty$	$\infty$	$\infty$		
	80000	160000	240000		
	60000	120000	180000		
	40000	80000	120000	$\infty$	$\infty$
	30000	60000	90000	160000	160000
	26667	53333	80000	80000	80000
	20000	40000	60000	40000	40000
	15000	30000	55000	20000	20000
	13333	26667	45000		
	10000	20000	40000		
			30000		
	$h_w$ (mm)	1000	2000	3000	1000
$a$ (mm)	2000	4000	6000	2000	2000
	3000	6000	9000	3000	3000
	4000	8000	12000	4000	
$t_w$ (mm)	12	12	15	8	4
$t_s$ (mm)	30	30	30	30	30
Dimensiones del ala (mm)	450x45	600x45	900x70	500x45	500x45

Número de vigas por grupo	15	15	15	15	10
Simulaciones numéricas	70				

La tabla 7 muestra los parámetros adimensionales más relevantes considerados en el estudio ( $h_w/t_w$ ,  $a/R$ ,  $a/h_w$ ). Para todas las vigas analizadas, las dimensiones de las alas cumplen los requisitos de la Clase 1, con el objetivo de alcanzar un modo de fallo asociado al esfuerzo cortante.

**Tabla 7.** Variables y proporciones de las vigas curvas analizadas en las simulaciones numéricas

Variaciones de la base de datos numérica	Grupo							
	Familia-1			Familia-2				
	0	I	II	III		IV		
$h_w$ (mm)	1000	2000	3000	1000		1000		
$h_w/t_w$	83.33	166.67	200	125		250		
$a/R$	0	0	0	0	0	0	0	0
	0.05	0.05	0.05	0.01	0.02	0.03	0.01	0.02
	0.10	0.10	0.10	0.03	0.04	0.05	0.03	0.04
	0.15	0.15	0.15	0.05	0.08	0.10	0.05	0.08
	0.20	0.20	0.20	0.10	0.15	0.20	0.10	0.15
$a/h_w$	2	2	2					
	3	3	3	2	3	4	2	3
	4	4	4					
$b_f/2t_f$	5.00	6.67	6.43	5.56		5.56		

#### 4.2 Bases de la modelización

La modelización numérica por elementos finitos para el estudio paramétrico se realizó siguiendo los mismos principios descritos en los apartados 2 y 3.3, utilizándolos también para las simulaciones de los ensayos experimentales recogidos en [2,10,18] para la calibración y validación de los modelos numéricos de elementos finitos desarrollados en este estudio.

### 4.3 Análisis de los resultados-esfuerzo cortante-

Las tablas 8, 9 y 10 muestran las características geométricas de los especímenes analizados y los resultados numéricos del esfuerzo cortante crítico elástico y de la resistencia última a cortante. Los esfuerzos cortantes críticos elásticos numéricos se han obtenido mediante el pertinente análisis de valores propios. Asimismo, también se muestran los valores de la resistencia última a cortante obtenidos según la expresión indicada en la norma EN 1993-1-5 [9], suponiendo que el panel del alma es recto; se considera tanto la contribución del alma como la de las alas.

**Tabla 8.** Resultados numéricos (esbeltez de alma baja  $h_w/t_w = 83.33$ )(Familia 1, Grupo 0)

Especímen	$h_w$ (mm)	$t_w$ (mm)	$a/R$	$a$ (mm)	Modelo numérico (kN)		EN1993-1-5 (kN)
					$V_{cr}$	$V_u$	$V_u$
1-0-VC-1-12-00-2			0		3118.15	2216.20	
1-0-VC-1-12-05-2			0.05		3136.65	2218.30	
1-0-VC-1-12-10-2	1000	12	0.10	2000	3219.95	2179.00	2173.19
1-0-VC-1-12-15-2			0.15		3345.60	2136.60	
1-0-VC-1-12-20-2			0.20		3499.95	2098.20	
1-0-VC-1-12-00-3			0		2928.50	2172.50	
1-0-VC-1-12-05-3			0.05		2909.85	2163.40	
1-0-VC-1-12-10-3	1000	12	0.10	3000	3219.95	2139.40	1907.87
1-0-VC-1-12-15-3			0.15		3345.60	2111.40	
1-0-VC-1-12-20-3			0.20		3075.90	2082.40	
1-0-VC-1-12-00-4			0		2808.85	2089.40	
1-0-VC-1-12-05-4			0.05		2820.65	2080.00	
1-0-VC-1-12-10-4	1000	12	0.10	4000	2841.10	2071.30	1764.58
1-0-VC-1-12-15-4			0.15		2873.95	2048.40	
1-0-VC-1-12-20-4			0.20		2917.85	1964.50	

**Tabla 9.** Resultados numéricos (esbeltez de alma alta  $h_w/t_w = 166.67$ )(Familia 1, Grupo I)

Especímen	$h_w$ (mm)	$t_w$ (mm)	$a/R$	$a$ (mm)	Modelo numérico (kN)		EN1993-1-5 (kN)
					$V_{cr}$	$V_u$	$V_u$
1-1-VC-2-12-00-4			0		1591.20	2910.00	
1-1-VC-2-12-05-4			0.05		1614.95	2870.00	
1-1-VC-2-12-10-4	2000	12	0.10	4000	1737.55	2631.70	2583.81
1-1-VC-2-12-15-4			0.15		1872.20	2342.00	
1-1-VC-2-12-20-4			0.20		2039.15	2209.30	
1-1-VC-2-12-00-6	2000	12	0	6000	1436.20	2819.50	2326.31

1-1-VC-2-12-05-6			0.05		1457.10	2722.80	
1-1-VC-2-12-10-6			0.10		1516.90	2526.50	
1-1-VC-2-12-15-6			0.15		1635.35	2446.20	
1-1-VC-2-12-20-6			0.20		1694.85	2348.30	
1-1-VC-2-12-00-8			0		1359.95	2805.90	
1-1-VC-2-12-05-8			0.05		1385.50	2708.00	
1-1-VC-2-12-10-8	2000	12	0.10	8000	1423.85	2551.70	2175.91
1-1-VC-2-12-15-8			0.15		1480.95	2385.70	
1-1-VC-2-12-20-8			0.20		1550.60	2327.90	

**Tabla 10.** Resultados numéricos (esbeltez de alma muy alta  $h_w/t_w = 200.00$ )(Familia 1, Grupo

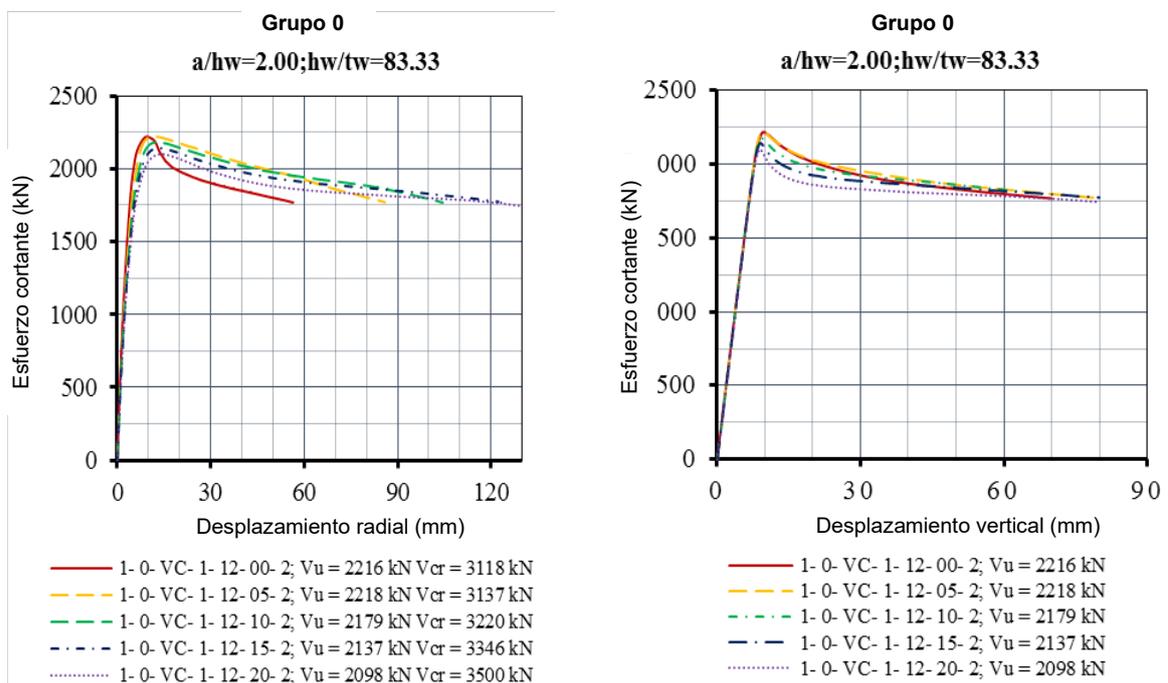
II)

Espécimen	$h_w$ (mm)	$t_w$ (mm)	$a/R$	$a$ (mm)	Modelo numérico (kN)		EN1993-1-5 (kN)
					$V_{cr}$	$V_u$	$V_u$
1-2-VC-3-15-00-6			0		2052.25	5104.90	
1-2-VC-3-15-10-6	3000	15	0.10	6000	2373.65	4552.90	4508.02
1-2-VC-3-15-20-6			0.20		2883.40	4267.90	
1-2-VC-3-15-00-9			0		1931.80	4820.40	
1-2-VC-3-15-10-9	3000	15	0.10	9000	2040.25	4211.10	4026.13
1-2-VC-3-15-20-9			0.20		2334.80	3966.60	
1-2-VC-3-15-00-12			0		1877.75	4773.50	
1-2-VC-3-15-10-12	3000	15	0.10	12000	1938.80	4512.60	3761.77
1-2-VC-3-15-20-12			0.20		2140.70	4032.90	

#### 4.3.1 Vigas curvas de acero en I con esbeltez de alma pequeña ( $h_w/t_w = 83.33$ )

La figura 12 muestra las curvas esfuerzo cortante-desplazamiento (radial y vertical) para el caso de vigas armadas de acero en I con esbeltez de alma pequeña (Familia 1, Grupo 0). Para estas vigas con esbeltez del alma pequeña, se observa, como era de esperar, que el valor del esfuerzo cortante crítico elástico es mayor que el de la resistencia última a cortante. Por lo tanto, no existe reserva de resistencia, posterior a la abolladura por cortante. Además, se observa que la resistencia última a cortante disminuye a medida que disminuye el radio de curvatura (o, lo que es lo mismo, a medida que aumenta la curvatura en planta), y este hecho se produce independientemente de la relación de aspecto considerada. Para esbelteces de alma bajas, la

mayor disminución de la resistencia última a cortante en relación con el valor correspondiente para el panel de alma recta se obtuvo para la viga con la mayor curvatura en planta ( $a/R = 0.2$ ) y con relación de aspecto igual a 4.0, y su valor fue de aproximadamente el 6%. Por el contrario, el esfuerzo cortante crítico elástico aumenta con el valor de la curvatura en planta. El mayor incremento sobre el valor correspondiente para el panel de alma recta se obtuvo para la viga con la mayor curvatura en planta ( $a/R = 0.2$ ) y relación de aspecto igual a 0.2, y su valor fue de alrededor del 12%.



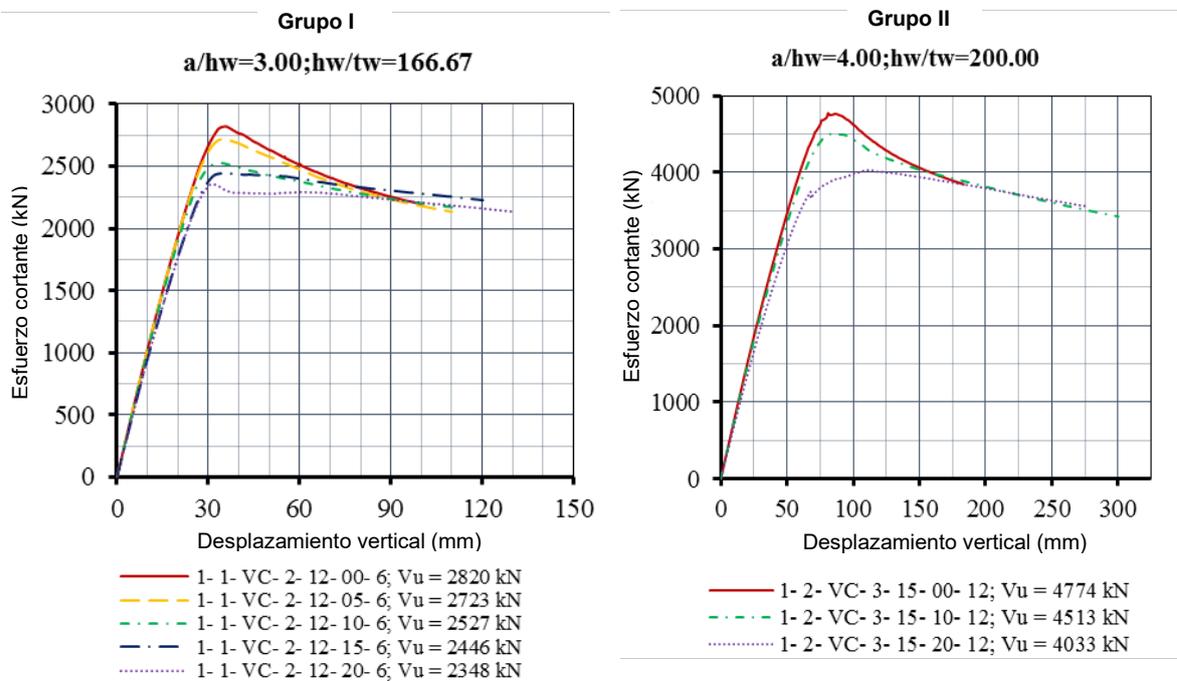
**Fig. 12.** Curvas esfuerzo cortante-desplazamiento (radial y vertical) ( $h_w/t_w = 83.33$ )

En cualquier caso, se concluye que los resultados numéricos de la resistencia última a cortante para las relaciones  $a/R = 0$  (viga recta) y  $a/R = 0.05$  (viga con curvatura muy pequeña en planta) son muy similares, siendo las diferencias despreciables. Esta conclusión puede extenderse también para vigas curvas con relación  $a/R = 0.1$ , ya que la diferencia entre la resistencia última a cortante para la viga curva y la resistencia última a cortante para la viga recta es muy pequeña, inferior al 1.7%. Esta diferencia es aún menor a medida que aumenta la relación de aspecto.

La respuesta estructural de estas vigas curvas de acero en I, independientemente de la relación de aspecto y de la curvatura en planta, fue prácticamente lineal hasta valores del esfuerzo cortante próximos al 90% de la resistencia última a cortante.

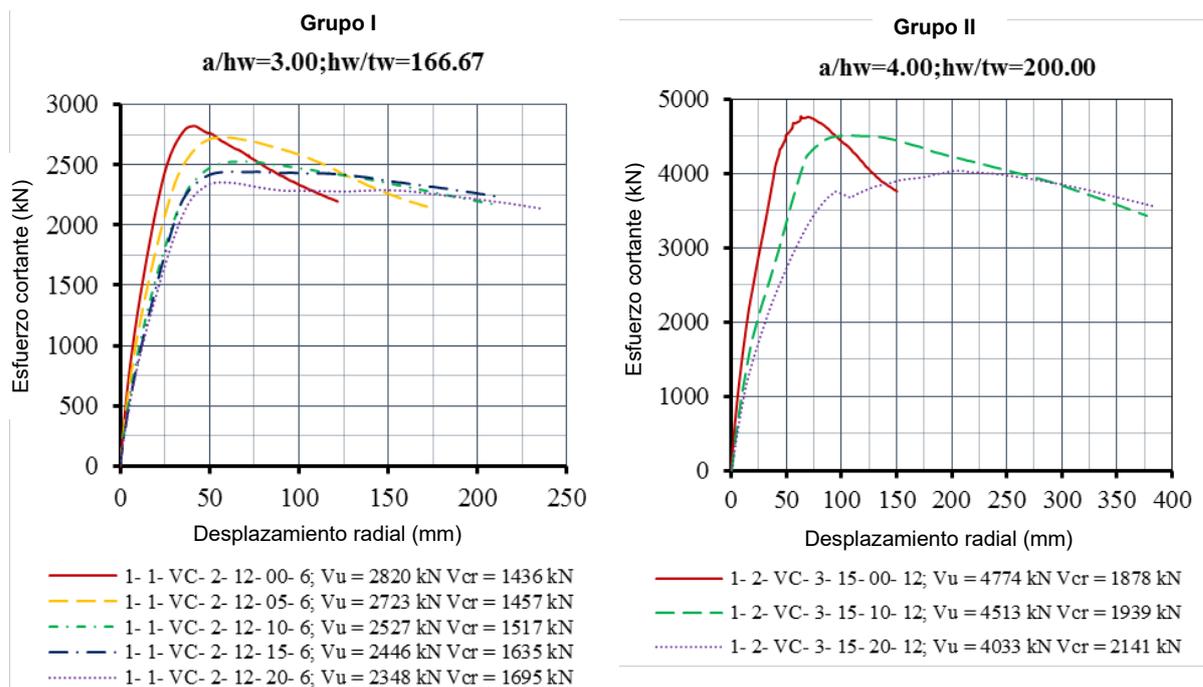
#### 4.3.2 Vigas curvas de acero en I con esbeltez de alma alta y muy alta ( $h_w/t_w = 166.67-200.00$ )

En la figura 13 se muestran las curvas esfuerzo cortante-desplazamiento vertical obtenidas a partir del modelo numérico para las vigas pertenecientes a la Familia 1 y a los Grupos I y II. De nuevo, se observa que cuanto mayor es la curvatura en planta de la viga curva, menor es la resistencia última a cortante y mayor es el esfuerzo cortante crítico elástico. Es importante destacar que los paneles curvos de alma son capaces de desarrollar el campo diagonal de tracciones y ofrecer reserva de resistencia postcrítica. A modo de ejemplo, la viga curva analizada con relación de aspecto  $a/h_w = 4$ , esbeltez del alma  $h_w/t_w = 200$  y  $a/R = 0.2$  muestra una reserva de resistencia postcrítica, relacionada con su esfuerzo cortante crítico elástico, cercana al 88% (ver la tabla 10, viga 1-2-VC-3-15-20-12). Cuanto mayores sean la esbeltez y la relación de aspecto del panel de alma curva, mayor será la reserva de resistencia postcrítica.



**Fig. 13.** Curvas esfuerzo cortante-desplazamiento vertical ( $h_w/t_w = 166.67/200$ )

La reserva de resistencia postcrítica disminuye a medida que aumenta la curvatura en planta. Los resultados numéricos de la resistencia última a cortante para las relaciones  $a/R = 0$  (viga recta) y  $a/R = 0.05$  (viga con curvatura muy pequeña en planta) son muy similares, siendo las diferencias inferiores al 3.5%. Esto ocurre para paneles de alma curva con esbelteces de alma altas y muy altas. Sin embargo, los valores de resistencia última a cortante para vigas en las que  $a/R > 0.1$  difieren significativamente de los resultados para paneles de alma recta. A modo de ejemplo, la resistencia última a cortante de la viga curva con relación de aspecto  $a/h_w = 4$ , esbeltez del alma  $h_w/t_w = 200$  y  $a/R = 0.2$  (Grupo II) es de 4033 kN, mientras que la resistencia última a cortante de la viga recta es de 4774 kN, siendo la reducción de la resistencia a cortante cercana al 15%. La respuesta estructural de las vigas curvas con curvatura en planta elevada ( $a/R > 0.1$ ) es claramente diferente de la respuesta estructural de la correspondiente viga recta.



**Fig. 14.** Curvas esfuerzo cortante-desplazamiento radial ( $h_w/t_w = 166.67/200$ )

Esto también puede apreciarse en la figura 14, en donde se muestran las curvas esfuerzo cortante-desplazamiento radial para algunas vigas analizadas. Por ejemplo, comparando las

curvas esfuerzo cortante-desplazamiento radial para la viga analizada con relación de aspecto  $a/h_w = 4$  y esbeltez del alma  $h_w/t_w = 200$ , para panel recto y curvo con  $a/R = 0.2$  (curvatura en planta elevada) respectivamente, se concluye que, aumentando la relación de aspecto y la esbeltez del alma del panel, la respuesta del panel curvo es claramente no lineal ya a partir de niveles bajos de esfuerzo cortante, y diferente de la respuesta cuasi-lineal de la viga recta.

Cabe destacar que, como se ha observado previamente para todas las relaciones de esbeltez analizadas, el esfuerzo cortante crítico elástico aumenta con la relación  $a/R$ . Ello se debe al efecto estabilizador de la curvatura, la cual genera tensiones de membrana que estabilizan el alma, reduciendo las deformaciones fuera del plano y aumentando la rigidez. Este incremento de la rigidez del alma frente a inestabilidades locales a causa de la curvatura en planta retrasa el inicio de la abolladura por cortante.

## **5. Evaluación de las formulaciones de cálculo de EN 1993-1-5 respecto a los resultados numéricos**

### *5.1 Carga concentrada-patch loading*

En este apartado se presentan las reglas de cálculo para la verificación de vigas armadas rectas frente a carga concentrada recogidas en la próxima versión de la norma europea prEN 1993-1-5 [35] y se evalúan frente a los resultados numéricos obtenidos en el estudio paramétrico. Se realiza un análisis comparativo entre los resultados predichos por la formulación prEN 1993-1-5 [35] para vigas rectas, en términos de carga crítica elástica crítica de inestabilidad y carga de rotura, y los resultados numéricos de vigas armadas curvas, proponiéndose a continuación recomendaciones prácticas.

De acuerdo con prEN 1993-1-5 [35], la resistencia de cálculo de vigas armadas con almas rigidizadas o no rigidizadas frente a carga concentrada debe obtenerse mediante la aplicación

de las ecuaciones (1)-(8), en las que todos los parámetros han sido definidos anteriormente. Debe tenerse en cuenta que estas ecuaciones se prescriben sólo para vigas rectas, y que en [35] no se hace mención explícita a su aplicabilidad para la predicción de la resistencia frente a carga concentrada de vigas armadas curvas de acero.

$$F_{Rd,EN1993-1-5} = \frac{\chi_F l_y t_w f_{yw}}{\gamma_{M1}} \quad (1)$$

$$\chi_F = \frac{1.0}{\varphi_F + \sqrt{\varphi_F^2 - \bar{\lambda}_F}} \leq 1.0 \quad (2)$$

donde:

$$\varphi_F = \frac{1}{2} (1 + \alpha_{F0} (\bar{\lambda}_F - \bar{\lambda}_{F0}) + \bar{\lambda}_F) \quad (3)$$

$$\bar{\lambda}_F = \sqrt{\frac{l_y t_w f_{yw}}{F_{cr}}} \quad (4)$$

$$\alpha_{F0} = 0.75 ; \quad \bar{\lambda}_{F0} = 0.50$$

$$F_{cr} = 0.9 k_F E \frac{t_w^3}{h_w} \quad (5)$$

$$k_F = 6 + 2 \left( \frac{h_w}{a} \right)^2 \quad (6)$$

$$l_y = S_s + 2 t_f (1 + \sqrt{m_1}) \quad \text{con} \quad l_y \leq a \quad (7)$$

donde:

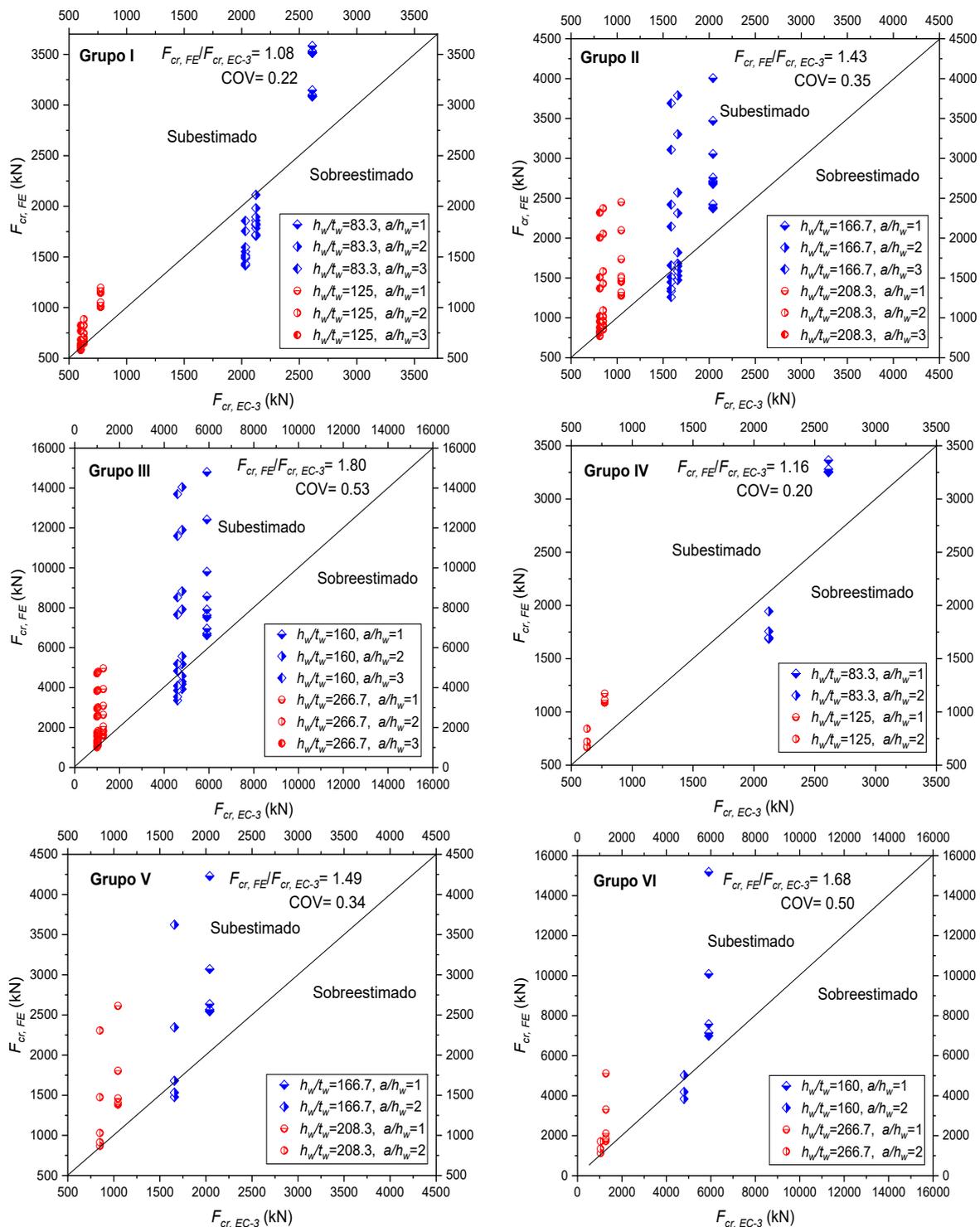
$$m_1 = \frac{b_f}{t_w} \quad (8)$$

Es importante puntualizar que las expresiones (6) y (7), utilizadas para determinar el coeficiente de pandeo  $k_F$  y la longitud efectiva de carga  $l_y$  que se presentan aquí, están prescritas en [35] sólo para el tipo de aplicación de carga estudiado en esta investigación, es decir, carga aplicada a través del ala y resistida por esfuerzo cortante en el alma. Para otros tipos de aplicación de la carga, el apartado 8.1 de prEN 1993-1-5 [35] ofrece las pertinentes definiciones de  $k_F$  y  $l_y$ . Además, debe tenerse en cuenta que el coeficiente parcial para la resistencia  $\gamma_{MI}$  que aparece en la ecuación (1) se ha tomado como 1.0, a efectos comparativos en esta investigación.

### 5.1.1 Predicción de la carga crítica elástica de inestabilidad

En este apartado se presenta la evaluación de la predicción de la carga crítica elástica de inestabilidad de las vigas armadas curvas de acero en sección en I, utilizando la expresión prescrita en prEN 1993-1-5 [35] (es decir, la ecuación (5)) para vigas armadas rectas. Basándose en los resultados numéricos presentados en el apartado 3.4, se observa que la carga crítica elástica de inestabilidad de vigas armadas con paneles de alma curva es mayor que la de las vigas con paneles de alma recta equivalentes, calculadas utilizando la expresión (5), siempre que la esbeltez del alma y la relación de aspecto del panel de alma sean las mismas. Teniendo en cuenta lo anterior, los autores sugieren que la carga crítica de vigas armadas con paneles curvos se determine aproximadamente utilizando la conocida expresión de la teoría clásica para vigas con paneles de alma recta prescrita en prEN 1993-1-5 [35] para un alma equivalente con la misma esbeltez y relación de aspecto del panel, lo que conduce a valores que estarán del lado seguro.

La figura 15 muestra una comparación de las cargas críticas elásticas de inestabilidad derivadas del modelo numérico ( $F_{cr,FE}$ ) y de la expresión recogida en prEN 1993-1-5 [35], Ec. (5) ( $F_{cr,EC-3}$ ) para todas las vigas analizadas en el estudio paramétrico. El valor medio de la relación  $F_{cr,FE}/F_{cr,EC-3}$  y el correspondiente coeficiente de variación (COV) se presentan también en las figuras para los diferentes Grupos considerados en el estudio paramétrico (ver la tabla 2 y la figura 11) agrupados por las mismas relaciones  $h_w/t_w$  y  $a/h_w$ . Se puede observar que, en muchos casos, la ecuación (5) tiende a subestimar, de forma excesiva, la carga crítica de las vigas armadas curvas de acero de sección en I, dando lugar a resultados notablemente dispersos; no obstante, la predicción de la carga crítica es, en general, razonable.

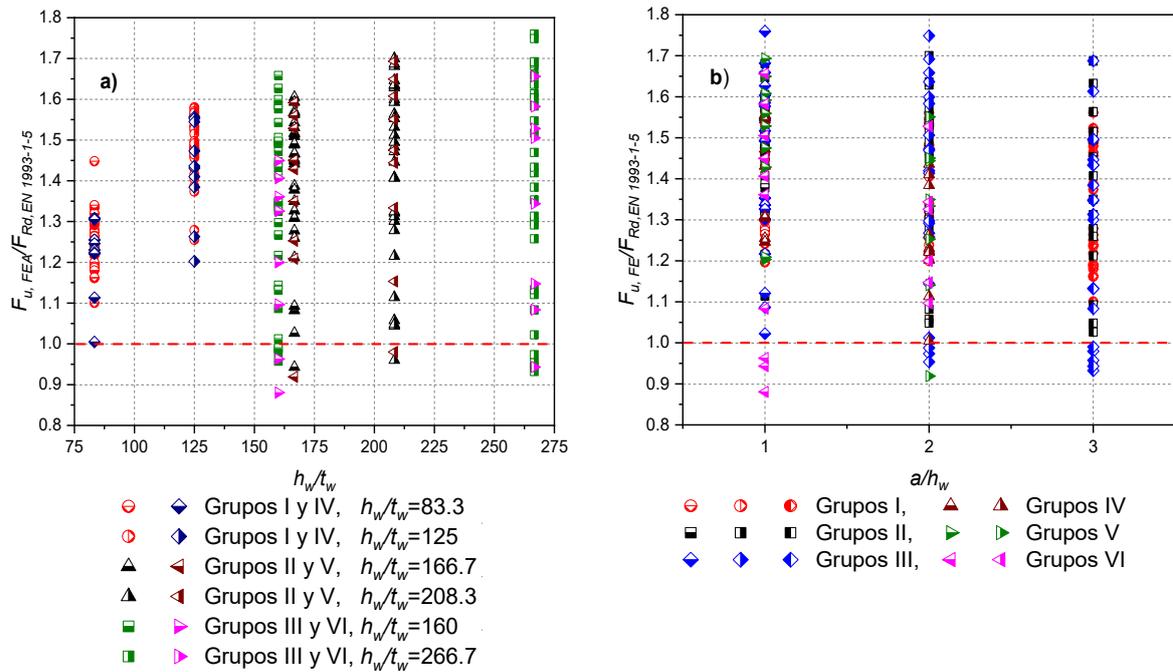


**Fig. 15.** Predicción de la carga crítica elástica de inestabilidad. Comparación de los resultados de

$$F_{cr,EC-3} \text{ vs. } F_{cr,FE}.$$

### 5.1.2 Predicción de la carga última

En este apartado se presenta la evaluación de la formulación de prEN 1993-1-5 [35] para la estimación de la resistencia frente a carga concentrada de vigas armadas con paneles rectos de alma cuando se aplican a vigas armadas en planta curva. La figura 16 presenta las relaciones  $F_{u,FE}/F_{Rd,EN 1993-1-5}$  para todas las vigas curvas de acero con sección en I analizadas en el estudio paramétrico en función de la esbeltez del alma ( $h_w/t_w$ ) y de la relación de aspecto ( $a/h_w$ ), donde  $F_{u,FE}$  es la carga última obtenida mediante el modelo numérico de elementos finitos y  $F_{Rd,EN 1993-1-5}$  es la resistencia frente a carga concentrada, obtenida mediante la aplicación de las ecuaciones (1)-(8). En la figura 16 se puede observar que la predicción de la carga última  $F_{Rd,EN 1993-1-5}$ , aplicando prEN 1993-1-5 [35], tiende a subestimar la resistencia última de las vigas curvas, y de forma excesivamente conservadora en muchos casos. Para vigas curvas con una esbeltez del alma relativamente baja, es decir, para relaciones  $h_w/t_w$  iguales a 83.3 y 125, prEN 1993-1-5 [35] subestima el valor de la carga de rotura para todos los casos (véase la figura 16(a)). Por otro lado, también se puede apreciar en la figura 16(a) que hay varias vigas curvas para las que la aplicación de la prEN 1993-1-5 [35] lleva a sobrestimar los resultados numéricos, principalmente para vigas con esbelteces de alma altas y muy altas (concretamente, para valores de  $h_w/t_w$  iguales a: 160, 166.7, 208.3 y 266.7). La figura 16(b) muestra las relaciones  $F_{u,FE}/F_{Rd,EN 1993-1-5}$  para las vigas curvas en I de acero analizadas en función de su relación  $a/h_w$ , y en donde no se observa una tendencia clara entre la relación  $F_{u,FE}/F_{Rd,EN 1993-1-5}$  y la relación de aspecto. Obsérvese que las relaciones de aspecto ( $a/h_w$ ) en la figura 16(b) son iguales a 1.0, 2.0 y 3.0 para los Grupos I, II y III, y a 1.0 y 2.0 para los Grupos IV, V y VI.



**Fig. 16.** Predicción de la carga última: a)  $F_{u,FE}/F_{Rd,EN 1993-1-5}$  vs.  $h_w/t_w$ ; b)  $F_{u,FE}/F_{Rd,EN 1993-1-5}$  vs.  $a/h_w$ .

La figura 17(a) muestra valores de la relación  $F_{u,FE}/F_{Rd,EN 1993-1-5}$  para vigas armadas curvas de Tipo I (véase la figura 8) pertenecientes a los Grupos I, II y III, en función de la relación  $L/R$ . Se puede apreciar que, para relaciones  $L/R < 0.3$ , prEN 1993-1-5 [35] subestima el valor de la carga de rotura de las vigas curvas. De forma similar, la figura 17(b) ofrece la relación  $F_{u,FE}/F_{Rd,EN 1993-1-5}$  en función de la curvatura  $L/R$  para vigas de Tipo II pertenecientes a los Grupos IV, V y VI, en donde se observa un comportamiento similar de predicción de la carga última cuando  $L/R < 0.3$ , resultando en una estimación conservadora de la capacidad de la viga. Por lo tanto, basándose en los resultados anteriores, se puede concluir que la carga última de las vigas armadas curvas de acero sometidas a carga concentrada se puede determinar de forma aproximada y conservadora utilizando las reglas de cálculo recogidas en prEN 1993-1-5 [35] para vigas rectas, siempre que  $L/R < 0.3$ . De acuerdo con las referencias relevantes [2], y a modo orientativo, puede decirse que la relación  $L/R$  suele estar en el rango de 0.0 (vigas rectas) a 0.1 en realizaciones de puentes de carretera con curvatura en planta. Por lo tanto, los

resultados presentados en esta investigación revelan que la resistencia a la carga concentrada de las vigas con curvatura en planta que se encuentran habitualmente en la práctica puede determinarse utilizando las reglas de diseño prescritas en prEN 1993-1-5 [35], para vigas rectas equivalentes.

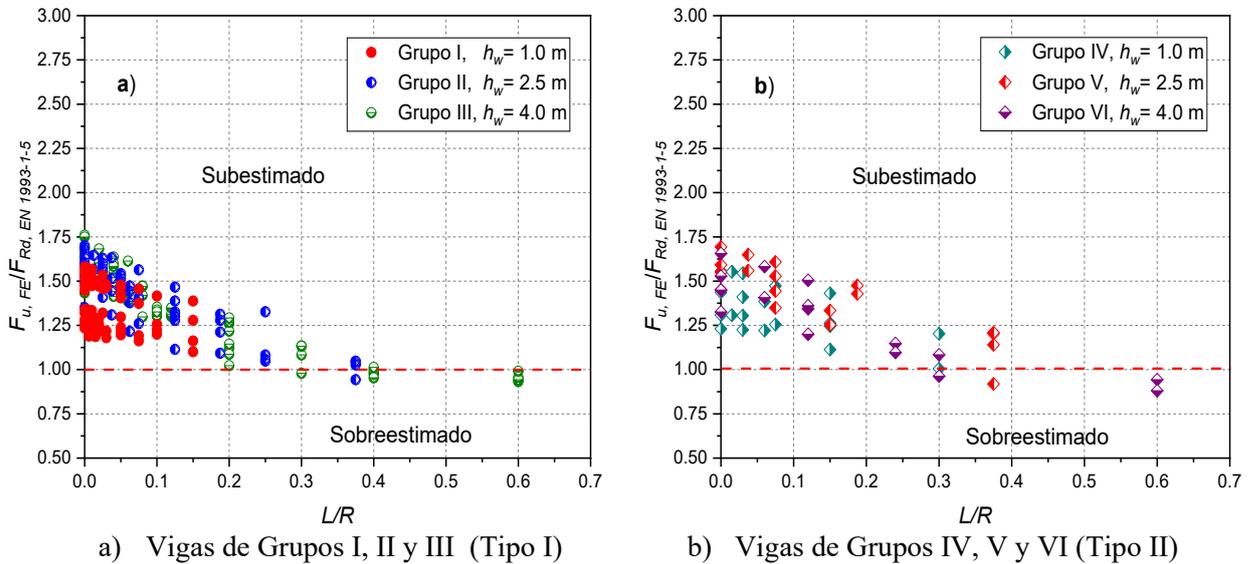


Fig. 17. Resultados de  $F_{u,FE}/F_{Rd,EN 1993-1-5}$  vs. curvatura  $L/R$

## 5.2 Esfuerzo cortante

En este apartado se presentan las reglas de cálculo para la verificación de las vigas armadas rectas frente al esfuerzo cortante que se recogen en la próxima versión de la norma europea prEN 1993-1-5 [35] y se evalúan frente a los resultados numéricos obtenidos en el estudio paramétrico. Se realiza un análisis comparativo entre los resultados predichos por la formulación prEN 1993-1-5 [35] para vigas rectas, en términos de la carga crítica elástica de inestabilidad y el esfuerzo cortante último, y los resultados numéricos de las vigas armadas curvas de acero, a partir de los cuales se proponen recomendaciones prácticas.

Según la norma prEN 1993-1-5 [35], la resistencia última a cortante debe calcularse como

$$V_{b,Rd} = V_{bw,Rd} + V_{bf,Rd} \leq \frac{\eta f_{yw} h_w t_w}{\sqrt{3} \gamma_{M1}} \quad (9)$$

en donde  $V_{bw,Rd}$  representa la contribución del alma a la resistencia a cortante, dada por

$$V_{bw,Rd} = \frac{\chi_w f_{yw} h_w t_w}{\sqrt{3} \gamma_{M1}} \quad (10)$$

y  $V_{bf,Rd}$  representa la contribución de las alas. El coeficiente  $\eta$  considera los efectos del endurecimiento por deformación y su valor recomendado para grados de acero de hasta S460 es 1.20. El coeficiente de reducción  $\chi_w$  para la contribución del alma a la resistencia a cortante depende de la esbeltez reducida del alma que se obtiene mediante la siguiente expresión

$$\bar{\lambda}_w = 0.76 \sqrt{\frac{f_{yw}}{\tau_{cr}}} \quad (11)$$

La tensión tangencial crítica de abolladura por cortante  $\tau_{cr}$  se obtiene según la teoría clásica con el coeficiente de pandeo  $k_t$  para condiciones de borde simplemente apoyado. Cabe señalar que el coeficiente parcial para la resistencia  $\gamma_{M1}$  que figura en las ecuaciones (9) y (10) se ha tomado como 1.0, a efectos comparativos en esta investigación.

### 5.2.1 Predicción del esfuerzo cortante crítico elástico de abolladura

Tal como se ha comentado anteriormente, de acuerdo con los resultados numéricos, el esfuerzo cortante crítico elástico para los paneles de alma curva es mayor que el esfuerzo cortante crítico para el panel de alma recta correspondiente, siempre que la esbeltez del alma y la relación de aspecto del panel de alma sean iguales. Por lo tanto, el valor del esfuerzo cortante crítico para paneles curvos puede determinarse utilizando la conocida expresión de la teoría clásica para paneles de alma recta. Ello conducirá a comprobaciones que estarán del lado seguro. En la tabla 11 se muestran los valores del esfuerzo cortante crítico elástico derivados del modelo numérico y de la expresión establecida en prEN 1993-1-5 [35] para algunas vigas analizadas en el presente estudio, incluidas en los grupos III y IV de la Familia 2 (ver las tablas 6 y 7). Se observa que los valores obtenidos según prEN 1993-1-5 son claramente inferiores a los

obtenidos numéricamente, debido a que el panel de alma se considera con todos los bordes simplemente apoyados. Se ha realizado un estudio adicional relativo a la determinación de los esfuerzos cortantes críticos considerando condiciones de borde empotrado para el panel de alma y del coeficiente de abolladura por cortante  $k_{\tau,ff}$  adecuado. Se puede observar en la tabla 11 que los valores de los esfuerzos cortantes críticos elásticos asumiendo condiciones de contorno de bode empotrado son muy próximos a los obtenidos mediante el modelo numérico.

**Tabla 11.** Resultados numéricos y según prEN 1993-1-5 [35] del esfuerzo cortante crítico elástico

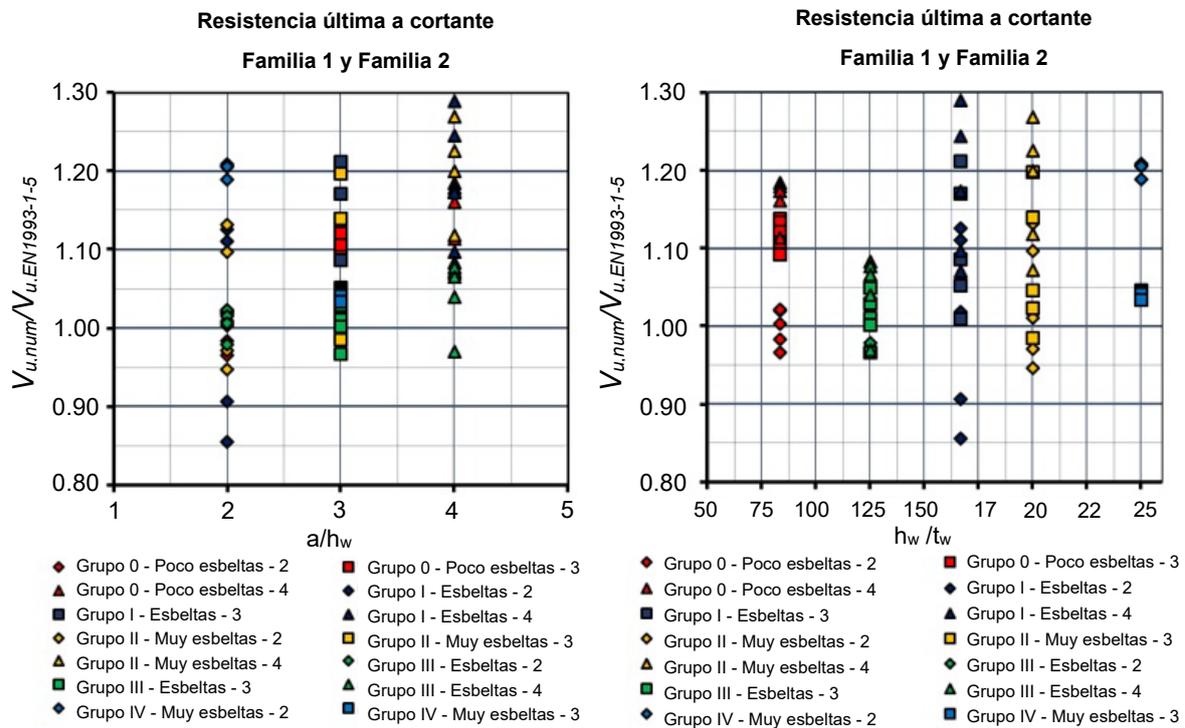
Grupo – $a/h_w$	$V_{cr}$	$V_{cr}$	$V_{cr}$	$V_{cr,num}/$ $V_{cr,EN1993}$	$V_{cr,num}/$ $V_{cr,k,ff}$
	numérico	prEN1993-1-5	$k_{\tau,ff}$ (empot.)		
	(kN)				
Grupo III-a/ $h_w=2$	952.30	616.11	1008.70	1.55	0.94
Grupo III-a/ $h_w=3$	887.45	562.12	933.10	1.58	0.95
Grupo III-a/ $h_w=4$	866.95	543.22	906.70	1.60	0.96
Grupo IV-a/ $h_w=2$	121.39	77.01	126.09	1.58	0.96
Grupo IV-a/ $h_w=3$	112.72	70.26	116.64	1.60	0.97

### 5.2.2 Predicción de la resistencia última a cortante

Se realiza un análisis comparativo entre los valores de las 70 vigas curvas analizadas, obtenidos numéricamente y de acuerdo con prEN 1993-1-5 [35], asumiendo tales vigas curvas como rectas.

La figura 18.a muestra los valores de  $V_{u,num}/V_{u,EN 1993-1-5}$  para todas las vigas armadas curvas analizadas, en función de la esbeltez del alma. No se observa una tendencia clara entre los resultados obtenidos y el parámetro de esbeltez. Por otro lado, la figura 18.b muestra los mismos valores  $V_{u,num}/V_{u,EN 1993-1-5}$  para todas las vigas armadas curvas analizadas, en función de la relación de aspecto. En cierto modo, puede observarse que a medida que aumenta la relación de aspecto del panel del alma, aumentan los valores de  $V_{u,num}/V_{u,EN 1993-1-5}$ , concluyendo que la obtención de la resistencia última a cortante para las vigas armadas curvas de acero

mediante la expresión indicada en prEN 1993-1-5 [35] conduce a resultados más fiables cuando aumenta la relación de aspecto.



**Fig. 18.** Resultados de  $V_{u,num}/V_{u,EN1993-1-5}$ : a) Esbeltez del alma  $h_w/t_w$ . b) Relación de aspecto  $a/h_w$

La figura 19.a muestra los valores de la relación  $V_{u,num}/V_{u,EN 1993-1-5}$  para las 45 vigas analizadas pertenecientes a la Familia 1, en función de la relación  $a/R$ . Para relaciones  $a/R \leq 0.1$ , todos los valores de  $V_{u,num}/V_{u,EN 1993-1-5}$  son superiores a la unidad. Por lo tanto, en base a los resultados obtenidos, se concluye que la resistencia a cortante de las vigas curvas puede determinarse utilizando las reglas de cálculo establecidas en prEN 1993-1-5 [35] para vigas rectas siempre que la relación  $a/R \leq 0.1$ . Los resultados presentados en la figura 19.b, relativos a las vigas curvas de la Familia 2, refuerzan claramente la conclusión, incluso para vigas curvas con una esbeltez del alma elevada. Para vigas analizadas en las que  $a/R \leq 0.1$ , el valor mínimo de la relación  $V_{u,num}/V_{u,EN 1993-1-5}$  es de 0.98, y se ha obtenido para la viga curva con relación de aspecto 2.0 y esbeltez de alma 125.

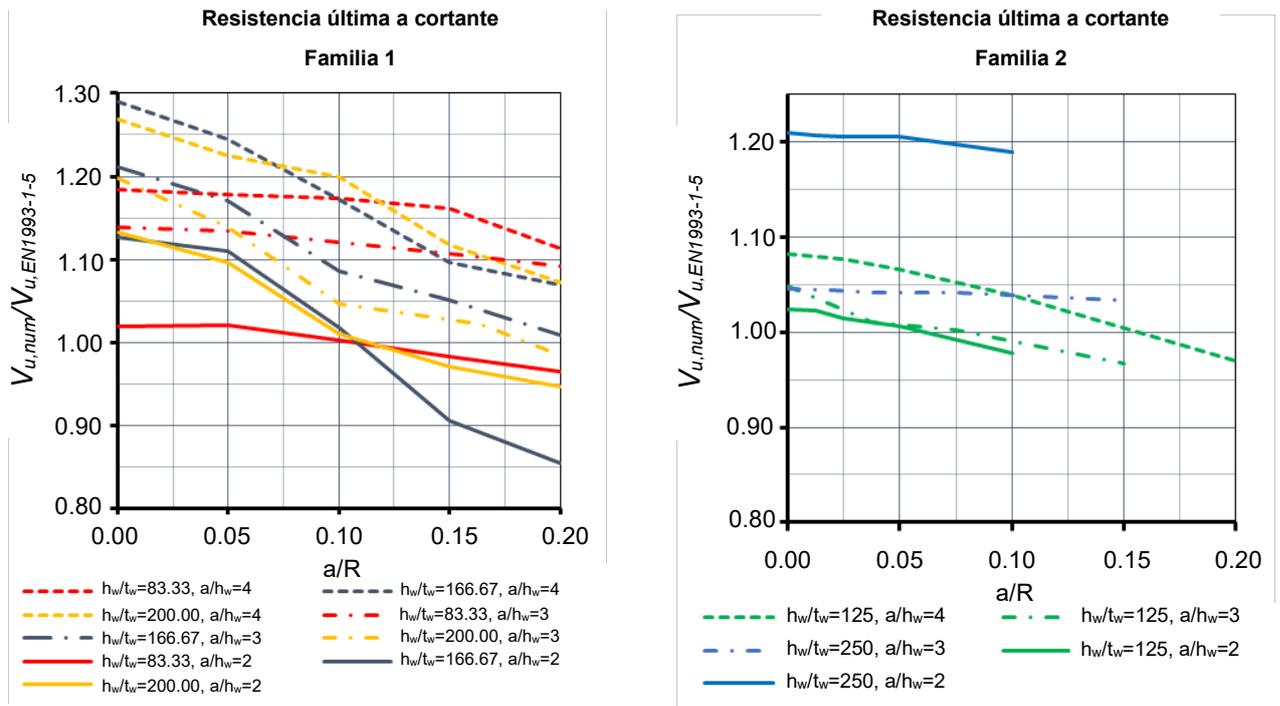


Fig. 19. Resultados de la relación  $V_{u,num}/V_{u,EN1993-1-5}$  vs.  $a/R$ : a) Vigas Familia 1. b) Vigas Familia 2

## 6. Conclusiones

La futura edición de la norma prEN 1993-2 [36] incluye alguna cláusula para el cálculo de vigas armadas de acero en planta curva; no obstante, no aborda específicamente el dimensionamiento y comprobación de dichas vigas curvas frente a carga concentrada y esfuerzo cortante, a sabiendas de que éste es un tipo estructural utilizado habitualmente en el diseño de puentes y edificios singulares. Este tema tampoco se trata en la actual ni en la próxima edición de la norma europea para el cálculo de elementos estructurales de chapa EN 1993-1-5 [9,35], no ofreciendo ninguna orientación para el cálculo de vigas armadas en planta curva con sección transversal en I, sometidas a carga concentrada -patch loading- y a esfuerzo cortante. Con el objetivo de cubrir esta laguna, en este trabajo de investigación se ha desarrollado un extenso análisis numérico no lineal para estudiar el comportamiento estructural de vigas armadas de acero con sección transversal en I, en planta curva, sometidas a carga concentrada

y esfuerzo cortante, que ha permitido, posteriormente, ofrecer recomendaciones de diseño para este tipo estructural.

Los modelos de elementos finitos desarrollados se validaron frente a los resultados experimentales disponibles en la bibliografía, referentes a vigas armadas de chapa de acero rectas y curvas sometidas a carga concentrada. Se observó una muy buena concordancia entre los resultados derivados de los modelos numéricos y los resultados experimentales, ya que aquéllos predijeron con exactitud las relaciones carga-desplazamiento vertical y los modos de fallo de las vigas armadas rectas y con curvatura en planta, con un valor medio de la relación  $F_{u,exp}/F_{u,FE}$  experimental-numérica igual a 0.976 y un coeficiente de variación de 0.016.

Tras la pertinente validación de los modelos numéricos, con el objetivo de poder evaluar la resistencia última frente a carga concentrada -patch loading- de vigas armadas curvas de acero en sección en I, se llevó a cabo un amplio estudio paramétrico que incluía 252 modelos numéricos. Como resultado de este estudio paramétrico, se pueden extraer varias conclusiones: (1) la carga crítica elástica de inestabilidad de las vigas armadas curvas aumenta a medida que aumenta la relación entre la longitud de vano y el radio de curvatura de la viga en planta  $L/R$ ; (2) la predicción de la carga crítica elástica utilizando la formulación de prEN 1993-1-5 [35] para vigas armadas rectas tiende a estimar de forma conservadora los valores obtenidos numéricamente, y arroja resultados significativamente dispersos; (3) la carga última disminuye cuando disminuye el radio de curvatura. Teniendo todo ello en cuenta, se puede extraer una recomendación práctica de diseño, concluyendo que la resistencia última de las vigas armadas curvas de acero en sección en I se puede determinar utilizando las reglas de cálculo prescritas en prEN 1993-1-5 [35] para vigas armadas rectas, siempre que  $L/R < 0.3$ . Esta conclusión es válida para los límites de la relación de aspecto  $a/h_w \leq 3.0$  y de la esbeltez del alma  $h_w/t_w \leq 266.7$  que se han adoptado en esta investigación.

Asimismo, para poder evaluar la resistencia última a cortante de vigas armadas curvas de acero en sección en I, se realizó un amplio estudio paramétrico que incluía 70 modelos numéricos. Se pueden extraer varias conclusiones: (1) el esfuerzo cortante crítico elástico para las vigas armadas curvas aumenta al aumentar la relación  $a/R$ , siendo  $a$  la distancia entre rigidizadores transversales y  $R$  el radio de curvatura en planta de la viga; (2) las vigas armadas curvas de acero en sección en I pueden desarrollar la acción de campo diagonal de tracciones cuando se ven sometidas a cortante. El modelo mecánico aplicable a vigas armadas rectas de acero con sección en I puede extenderse al caso de vigas armadas curvas de acero con sección en I. Se produce una reducción de la reserva de resistencia postcrítica de los paneles de alma de las vigas curvas con el aumento de la curvatura en planta, es decir, con el aumento de la relación  $a/R$ ; (3) los resultados numéricos derivados del estudio paramétrico permiten concluir que las curvaturas horizontales de las vigas curvas que suelen encontrarse en la práctica no influyen significativamente en la resistencia a cortante, en comparación con los resultados relativos a las vigas armadas rectas.

En base a los resultados obtenidos, se concluye que la resistencia a cortante de vigas armadas curvas de acero en sección en I puede determinarse utilizando las reglas de cálculo establecidas en prEN 1993-1-5 [35] para vigas rectas, siempre que la relación  $a/R \leq 0.1$ . Estas conclusiones se apoyan implícitamente en la consideración de los siguientes límites para la relación de aspecto  $a/h_w \leq 4$  y de la esbeltez del alma  $h_w/t_w \leq 200$  para las vigas armadas curvas de acero en sección en I analizadas en este estudio.

## Referencias

- [1] Structural Stability Research Council—Task Group 14. Horizontally curved girders—A Look to the future., in: 1991 Annu. Report, SSRC Work., Chicago, IL, 1991.
- [2] N.E. Shanmugam, M. Mahendrakumar, V. Thevendran, Ultimate load behavior of

- horizontally curved plate girders, *J. Constr. Steel Res.* 59 (2003) 509–529. [https://doi.org/10.1016/S0143-974X\(02\)00043-3](https://doi.org/10.1016/S0143-974X(02)00043-3).
- [3] E. Mirambell, E. Rodríguez, A. Rodríguez, A numerical study of curved steel I-girders subjected to shear, in: B.Y.& Y. Cai (Ed.), *Eighth Int. Conf. STEEL Alum. Struct.*, Hong Kong, 2016.
- [4] J. Bonilla, E. Mirambell, I. Arrayago, Numerical analysis of curved steel plate girders subjected to patch loading, *Eng. Struct.* 297 (2023) 117015. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2023.117015>
- [5] C.A. Granholm, Tests on girders with extremely thin web plates, Report 202, Inst. för Byggnadsteknik, Göteborg, 1960.
- [6] O. Lagerqvist, Patch loading - Resistance of steel girders subjected to concentrated forces, Doctoral thesis 1994:159D, Luleå University of Technology, ISRN: HLU-TH-T- -159-D--SE, 1994.
- [7] O. Lagerqvist, B. Johansson, Resistance of I-girders to Concentrated loads, *J. Constr. Steel Res.* 39 (1996) 87–119. [https://doi.org/10.1016/S0143-974X\(96\)00023-5](https://doi.org/10.1016/S0143-974X(96)00023-5)
- [8] B. Johansson, R. Maquoi, G. Sedlacek, New design rules for plated structures in Eurocode 3, *J. Constr. Steel Res.* 57 (2001) 279–311. [https://doi.org/10.1016/S0143-974X\(00\)00020-1](https://doi.org/10.1016/S0143-974X(00)00020-1)
- [9] European Committee for Standardization (CEN). EN 1993-1-5. Eurocode 3 – Design of Steel Structures – Part 1-5: Plated structural elements, Brussels, Belgium, 2006.
- [10] J. Gozzi, Patch Loading Resistance of Plated Girders - Ultimate and serviceability limit state, PhD. Thesis, Luleå, 2007.
- [11] C. Graciano, B. Johansson, Resistance of longitudinally stiffened I-girders subjected to concentrated loads, *J. Constr. Steel Res.* 59 (2003) 561–586.

[https://doi.org/10.1016/S0143-974X\(02\)00046-9](https://doi.org/10.1016/S0143-974X(02)00046-9)

- [12] U. Kuhlmann, M. Seitz, Longitudinally stiffened girder webs subjected to patch loading, in: *Steelbridge 2004, Int. Symp. Steel Bridg., Millau, France, 2004.*
- [13] L. Davaine, J.M. Aribert, Launching of steel girder bridge, in: *Proc. Fourth Eur. Conf. Steel Compos. Struct. Eurosteel 2005, Maastricht, Netherlands, 2005.*
- [14] M. Clarin, Plate buckling resistance - Patch loading of longitudinally stiffened webs and local buckling, Doctoral thesis 2007:31, Luleå University of Technology, ISRN: LTU-DT--07/31--SE, 2007.
- [15] B. Kövesdi, Patch loading resistance of slender plate girders with longitudinal stiffeners, *J. Constr. Steel Res.* 140 (2018) 237–246. <https://doi.org/10.1016/j.jcsr.2017.10.031>
- [16] B. Kövesdi, B.J. Meccséri, L. Dunai, Imperfection analysis on the patch loading resistance of girders with open section longitudinal stiffeners, *Thin-Walled Struct.* 123 (2018) 195–205. <https://doi.org/10.1016/j.tws.2017.11.030>
- [17] R. Chacón, E. Mirambell, E. Real, Hybrid steel plate girders subjected to patch loading, Part 1: Numerical study, *J. Constr. Steel Res.* 66 (2010) 695–708. <https://doi.org/10.1016/j.jcsr.2009.12.005>.
- [18] R. Chacón, E. Mirambell, E. Real, Transversally stiffened plate girders subjected to patch loading. Part 1. Preliminary study, *J. Constr. Steel Res.* 80 (2013) 483–491. <https://doi.org/10.1016/j.jcsr.2012.06.008>.
- [19] R. Chacón, E. Mirambell, E. Real, Transversally stiffened plate girders subjected to patch loading. Part 2. Additional numerical study and design proposal, *J. Constr. Steel Res.* 80 (2013) 492–504. <https://doi.org/10.1016/j.jcsr.2012.06.001>
- [20] H. Nakai, H. Kotoguchi, A study on lateral buckling strength and design aid for horizontally curved I-girder bridges, in: *Proc. Japan Soc. Civ. Eng.* 339, 1983: pp. 195–

205. [https://doi.org/https://doi.org/10.2208/jscej1969.1983.339\\_195](https://doi.org/https://doi.org/10.2208/jscej1969.1983.339_195).
- [21] H. Nakai, T. Kitada, Experimental study on ultimate strength on bending strength of web plate of horizontally curved girder bridges, in: Proc. Japan Soc. Civ. Eng. 340, 1983: pp. 19–28.
- [22] N.E. Shanmugam, V. Thevendran, J.Y. Richard Liew, L.O. Tan, Experimental study on steel beams curved in plan, J. Struct. Eng. 121 (1995) 249–259. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9445\(1995\)121:2\(249\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9445(1995)121:2(249)).
- [23] Y.L. Pi, N.S. Trahair, Nonlinear elastic behaviour of I-beams curved in plan, J. Struct. Eng. 123 (1997) 1201–9. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9445\(1997\)123:9\(1201\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9445(1997)123:9(1201))
- [24] V. Thevendran, N.E. Shanmugam, S. Chen, J.Y. Richard Liew, Experimental study on steel–concrete composite beams curved in plan, Eng. Struct. 22 (2000) 877–89. [https://doi.org/10.1016/S0141-0296\(99\)00046-2](https://doi.org/10.1016/S0141-0296(99)00046-2)
- [25] V. Thevendran, N.E. Shanmugam, S. Chen, J.Y. Richard Liew, Nonlinear analysis of steel–concrete composite beams curved in plan, Finite Elem. Anal. Des. 32 (1999) 125–39. [https://doi.org/10.1016/S0168-874X\(99\)00010-4](https://doi.org/10.1016/S0168-874X(99)00010-4)
- [26] Y.L. Pi, M.A. Bradford, N.S. Trahair, Inelastic analysis and behaviour of steel I-beams curved in plan, J. Struct. Eng. 126 (2000) 772–9. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9445\(2000\)126:7\(772\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9445(2000)126:7(772))
- [27] A. Rodriguez, Estudio de la inestabilidad frente a cargas concentradas de vigas armadas de acero, MSc. Thesis, Universidad Politécnica de Cataluña, 2016.
- [28] C.G. Culver, N. Mariani, J. Mozer, D. Brogan, Instability of Horizontally Curved Members-Shear Buckling of Cylindrical Web Panels, Carnegie-Mellon University, Report to Pennsylvania Department of Transportation, 1972.
- [29] J.S. Davidson, Nominal Bending and Shear Strength of Curved Steel I-Girder Bridge

- Systems, PhD. Thesis, Auburn University, Auburn, AL, USA, 1996.
- [30] S.C. Lee, C.H. Yoo, Strength of curved I-girder web panels under pure shear, *J. Struct. Eng.* 125 (1999) 847–853. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9445\(1999\)125:8\(847\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9445(1999)125:8(847))
- [31] D.W. White, A.H. Zureick, N. Phoawanich, S.K. Jung, Development of Unified Equations for Design of Curved and Straight Steel Bridge I Girders, Final report to American Iron and Steel Institute Transportation and Infrastructure Committee, Professional Services Industries, Inc., and Federal Highway Administration, Atlanta (GA), School of Civil and Environmental Engineering, 2001.
- [32] Zureick, A.H., “Horizontally Curved Steel I-Girders. Chapter 9, Guide to Stability Design Criteria for Metal Structures”, 5 Edition, Structural Stability Research Council, T.V. Galambos (ed.), McGraw-Hill, New York, 365-382, 1998.
- [33] C.R. Hendy, M. Cai, J.P. Martins, F. Ljubinkovic’, L.S. da Silva, New design rules for plate girders curved in plan, in: *Proc. Inst. Civ. Eng. – Bridg. Eng., Bridge Engineering*, 2020. <https://doi.org/https://doi.org/10.1680/jbren.19.00057>.
- [34] B.A. Frankl, D. Linzell, Validation of modified shear buckling coefficients for horizontally curved steel plate girders, *J. Constr. Steel Res.* 168 (2020) 106009. <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.jcsr.2020.106009>.
- [35] European Committee for Standardization (CEN). prEN 1993-1-5. Eurocode 3 – Design of Steel Structures – Part 1-5: Plated structural elements, Brussels, Belgium, 2020.
- [36] European Committee for Standardization (CEN). prEN 1993-2. Eurocode 3 – Design of steel structures — Part 2: Steel Bridges, Brussels, Belgium, 2022.
- [37] AASHTO(American Association of State Highway and Transportation Officials), LRFD, Bridge design specifications, Seventh Edition, Washington, DC, USA, 2014.
- [38] ABAQUS, User’s Manual, Version 6.14-1, (2014) 224.

- [39] X. Yun, L. Gardner, Stress-strain curves for hot-rolled steels, *J. Constr. Steel Res.* 133 (2017) 36–46. <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.jcsr.2017.01.024>.
- [40] ABAQUS, Theory manual, Version 6.14-1, Dassault Systèmes Simulia Corp, Providence, RI, USA, 2014.
- [41] J. Gozzi, A. Olsson, A. Talja, Cold-formed stainless steel profiles subjected to bending and concentrated forces -Test results, numerical modelling and design guidance, in: RFCS Contract RFCS-CR-03018, ComBri-Report- CTICM-005, CTICM, France, 2006.
- [42] D. Zeka, J.-A. Boutzas, Patch loading resistance of welded I-beams – with respect to misaligned web stiffeners, KTH Royal Institute of Technology, Stockholm, Sweden, 2016.