

De la evidencia experimental al modelado mecánico y las expresiones de diseño: la Teoría de la Fisura Crítica de Cortante para el diseño frente a cortante

From Experimental Evidence to Mechanical Modeling and Design Expressions: The Critical Shear Crack Theory for Shear Design

Aurelio Muttoni^a y Miguel Fernández Ruiz^{a,*}

^a Escuela de Arquitectura, Ingeniería Civil y Ambiental, Escuela Politécnica Federal de Laussane, Laussane, Suiza.

Recibido el 23 de enero de 2024; aceptado el 29 de enero de 2024.

RESUMEN

Desde los inicios del hormigón estructural hasta la fecha se han dedicado muchos esfuerzos de investigación a la cuestión del diseño a cortante de elementos sin armadura transversal. Esto ha permitido una serie de avances notables en la comprensión del fenómeno, que en la actualidad se admite como dependiente de un número de mecanismos de transferencia de cortante en el hormigón fisurado, tales como el engranamiento entre los áridos, relacionado con la abertura de fisura y su deslizamiento, la capacidad remanente a tracción del hormigón tras la fisuración, el efecto pasador de las armaduras y la inclinación de la biela comprimida.

En los últimos años, equipos independientes de investigadores han confirmado esto a través de medidas detalladas llevadas a cabo con Correlación de Imagen Digital (Digital Image Correlation) sobre los ensayos realizados, y mediante la integración de las leyes constitutivas que gobiernan la transferencia del cortante. De acuerdo a la realidad física contemplada, se han desarrollado teorías claras y basadas en la ciencia permitiendo a los investigadores, por un lado replicar la respuesta ante el cortante de una manera realista, y por el otro llevar a cabo predicciones más exactas sobre la capacidad resistente de los elementos.

Una de estas teorías, cimentada en datos experimentales y respaldada por la modelización mecánica, es la Teoría de la Fisura Crítica de Cortante (Critical Shear Crack Theory, CSCT por sus siglas en inglés). En este artículo, se reseñan las leyes fundamentales de la teoría, y se relacionan con la respuesta experimental de vigas sometidas a cortante. Basándose en estos principios, se presenta un modelo físico-mecánico con objeto de implementar los conceptos básicos del CSCT. En función de estos resultados, se justifica la pertinencia de definir un criterio para evaluar los fallos de cortante, que se pueda formular de una manera simplificada y adecuada para el diseño. El objetivo de este criterio es conducir a expresiones de diseño coherentes, lo suficientemente simples como para ser utilizadas en la práctica.

Es especialmente interesante mencionar que el fundamento mecánico del modelo permite reproducir naturalmente fenómenos físicos, tales como los efectos debidos a la deformación del acero pasivo o el efecto de escala, que pueden ser evaluados de una forma exacta teniendo en cuenta la respuesta no lineal de un elemento de hormigón armado posiblemente fisurado. Este planteamiento es coherente con la física subyacente y es considerablemente más general que los llevados a cabo en el pasado, donde las fórmulas empíricas se corregían con un término debido al efecto de escala, para considerar este fenómeno (teniendo como consecuencia que la fórmula no fuera necesariamente consistente o válida fuera de sus rangos de calibración). En base a la evidencia referida, este artículo responde de una manera científica, detallada y transparente a las críticas realizadas por A. A. Dönmez and Z. P. Bažant en relación a las hipótesis de CSCT.

PALABRAS CLAVE: Teoría de la Fisura Crítica de Cortante, Códigos de diseño, evidencia experimental, esfuerzo cortante, acciones susceptibles de transferir cortante, efecto de escala.

©2024 Hormigón y Acero, la revista de la Asociación Española de Ingeniería Estructural (ACHE). Publicado por Cinter Divulgación Técnica S.L. Este es un artículo de acceso abierto distribuido bajo los términos de la licencia de uso Creative Commons (CC BY-NC-ND 4.0)

Traducido por Víctor Alvaro del artículo original publicado por Wiley en la revista *Structural Concrete*: Muttoni A, Fernández Ruiz M. From experimental evidence to mechanical modeling and design expressions: The Critical Shear Crack Theory for shear design. *Structural Concrete*. 2019;20:1464–1480. <https://doi.org/10.1002/suco.201900193>

ABSTRACT

Many research efforts have so far been devoted to the topic of shear design of members without transverse reinforcement since the first development in structural concrete. This has allowed a number of significant advances in the understanding of the phenomenon, which is currently acknowledged to depend upon a number of shear-transfer actions in cracked concrete such as aggregate interlocking related to crack opening and sliding, the residual tensile strength of concrete after cracking, dowelling of the reinforcement and the inclination of the compression chord.

In the last years, independent teams of researchers have confirmed this by means of detailed measurements on tests performed with Digital Image Correlation and by integrating constitutive laws governing the transfer of shear. In agreement to the observed physical reality, clear and scientifically based

* Persona de contacto / Corresponding author:
Correo-e / e-mail: miguel.fernandezruiz@epfl.ch (Miguel Fernández Ruiz)

theories have been developed allowing researchers to reproduce the shear response in a realistic manner and to perform more accurate predictions on the strength of members. One of these theories, grounded on experimental facts and supported by mechanical modeling, is the Critical Shear Crack Theory (CSCT). In this paper, the fundamentals of the theory are reviewed, linking them to the experimental response of beams in shear. Based upon these fundamentals, a general physical-mechanical model is presented to implement the CSCT basic ideas. On the basis of these results, the aptness of defining a criterion to assess failures in shear is justified, which can be formulated in a simplified manner and is suitable for design. The aim of this criterion is to lead to consistent design expressions, sufficiently simple to be used in practice.

It is particularly interesting that the mechanical basis of the model allows natural reproduction of physical phenomena, such as size and reinforcement strain effects, that can be assessed in an accurate manner considering the nonlinear response of a potentially cracked reinforced concrete member. This approach is consistent with the underlying physics and is significantly more general than approaches followed in the past, where empirical formulas were corrected with a size effect term to account for this phenomenon (imposing an effect on a formula which is not necessarily consistent or valid outside its ranges of calibration). Based on the evidence reviewed, this article replies in a scientific, detailed, and transparent manner to a number of criticisms by A. A. Dönmez and Z. P. Bažant on the assumptions of the CSCT.

KEYWORDS: critical shear crack theory, design codes, experimental evidence, shear strength, shear-transfer actions, size effect.

©2024 Hormigón y Acero, the journal of the Spanish Association of Structural Engineering (ACHE). Published by Cinter Divulgación Técnica S.L. This is an open-access article distributed under the terms of the Creative Commons (CC BY-NC-ND 4.0) License

Translated by Víctor Alvaro from the original article published in the Journal Structural Concrete, published by Wiley. Muttoni A, Fernández Ruiz M. From experimental evidence to mechanical modeling and design expressions: The Critical Shear Crack Theory for shear design. Structural Concrete. 2019;20:1464–1480. <https://doi.org/10.1002/suco.201900193>

1. INTRODUCCIÓN

La cuestión de la resistencia a cortante de vigas y forjados unidireccionales sin armadura de cortante ha sido polémica y estado sujeta a debate científico durante más de un siglo.

La importancia práctica del asunto está relacionada con la amplia variedad de casos prácticos donde la resistencia a cortante del hormigón fisurado sin armadura transversal puede regir el diseño de estructuras de hormigón armado.

Es el caso no solo para estructuras sencillas como muros de contención o zapatas (figura 1a,b), sino también de estructuras complejas y redundantes como forjados unidireccionales o vigas, láminas y forjados bidireccionales con cargas concentradas en las inmediaciones de los apoyos (figura 1c-f).

A diferencia de la complejidad y el amplio número de casos prácticos donde la resistencia a cortante puede regir la capacidad de transmisión de carga, en el pasado la mayor parte de la investigación ha sido realizada sobre los llamados "ensayos académicos", correspondientes en su mayoría a vigas simplemente apoyadas bajo cargas concentradas (piezas isotáticas, véase la figura 1g) [1].

Dada la complejidad del fenómeno, las disposiciones para el diseño frente a esfuerzo cortante en la normativa han estado fundamentadas durante muchos años en expresiones empíricas calibradas a partir de los datos de ensayos disponibles (ACI 318 [2], EC-2:2004 [3]).

Este enfoque ha resultado ser problemático ya que el uso de una fórmula empírica fuera de su rango de calibración puede conllevar a resultados inseguros [4,5], que podrían producirse teniendo en cuenta la amplia variedad de tipologías estructurales y parámetros geométricos usados en la práctica (raramente cubiertos por ensayos académicos realizados en un laboratorio, figura 1g).

Desde la introducción de dichas fórmulas empíricas, se han realizado esfuerzos para incluir cada vez más factores de corrección en aras de ampliar su validez (por ejemplo, en ACI 318, mediante la inclusión de la influencia de la cuantía de armadura, hormigones ligeros [2] o más recientemente, el efecto de escala [6]).

Sin embargo, este enfoque aún hereda los mismos problemas; las estructuras reales son muy distintas de los ensayos académicos (véase la figura 1) y la inclusión de factores de

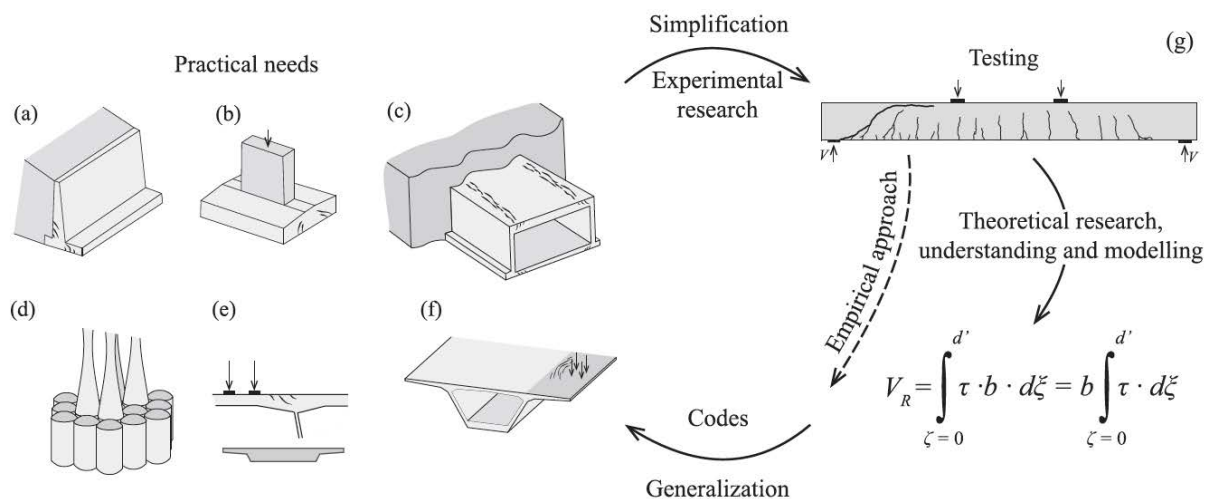


Figura 1. Casos típicos de elementos sin armadura transversal donde el diseño frente a cortante puede ser dimensionante: (a) Muros de contención; (b) Zapatas; (c) Túneles "cut-and-cover"; (d) elementos lámina; (e) puentes losa; (f) tableros de puente sometidos a cargas concentradas; y (g) ensayos académicos típicos para investigar fallos por cortante.

corrección no garantiza una aplicabilidad segura de las fórmulas de diseño más allá de los límites de calibración (en parámetros y esquema estático) o permite una comprensión del comportamiento mecánico para proyectar.

Como consecuencia de esta situación poco convincente, los esfuerzos destinados a la investigación han abandonado de forma significativa el planteamiento tradicional, con objeto de corregir las fórmulas empíricas, y se han orientado hacia una comprensión física de los resultados de los ensayos, con la intención de proponer modelos mecánicos del fenómeno, que sean adecuados y aplicables a los casos prácticos.

Por consiguiente, un gran número de códigos de diseño actuales o sus futuras generaciones (incluyendo el MC 2010 [7] y su próxima revisión, AASHTO-LRFD [8], CSA A23.3 [9], SIA 262 [10], AS3600:2018 [11] así como la nueva versión del Eurocódigo 2 [12]) reconocen que el diseño ha de estar basado en modelos mecánicos que describan la física del problema, de forma que puedan ser adaptados a cualquier posible caso práctico, incluso incluyendo aquellos para los que no se dispone actualmente de validación experimental.

En dicho contexto, se han propuesto en las últimas décadas modelos mecánicos tanto para cortante como para punzonamiento (una reseña pormenorizada del estado de su arte puede consultarse en otras publicaciones [13,14]).

Los modelos mecánicos para el diseño frente a cortante en elementos sin armadura transversal pueden presentar algunas diferencias conceptuales en el tratamiento del fenómeno. Una posible explicación para dichas diferencias puede justificarse en el hecho de que puede suponerse que varios mecanismos de transferencia de cortante rigen la respuesta frente a cortante del hormigón fisurado y que, hasta la fecha, no hay consenso claro de si un mecanismo de transferencia de cortante podría ser más relevante que los otros (o bajo qué circunstancias), y en dicho caso, cuál es el preponderante [13].

Entre los posibles mecanismos de transferencia de cortante, los más significativos en elementos esbeltos han sido identificados, como se menciona en las referencias [15,16]: engranamiento de áridos (rozamiento entre los labios de la fisura debido a su deslizamiento relativo V_a en la figura 2), resistencia residual a tracción tras la fisuración (capacidad del hormigón de transferir esfuerzos de tracción durante el proceso de desarrollo de fisuras, V_t en la figura 2), efecto pasador (relacionado con la cizalladura de la armadura por flexión que atraviesa la fisura crítica de cortante, V_d en la figura 2) y la contribución debida a la inclinación de la biela comprimida (efecto de voladizo debido a la flexión de viga y apuntalamiento directo capaz de resistir el cortante debido al efecto arco, V_c según figura 2). Una descripción minuciosa de dichos mecanismos puede encontrarse en la literatura científica [13,15-17].

Con objeto de proporcionar una respuesta coherente y completa a la cuestión relacionada con la importancia de los mecanismos de transferencia de cortante, se han obtenido recientemente grandes avances en el conocimiento, con la introducción de sistemas avanzados de medida óptica (tal y como la Correlación Digital de Imágenes DIC) Esta técnica permite el seguimiento del desarrollo de las fisuras y sus campos de desplazamientos asociados, en particular para la fisura crítica de cortante que conduce al fallo. Dichos avances han permitido un fructuoso debate científico sobre los mecanismos que conducen al fallo por cortante, el papel

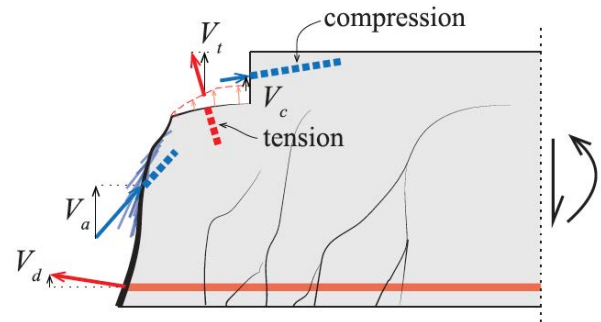


Figura 2. Posibles mecanismos de transferencia de cortante en forjados unidireccionales y vigas sin armadura transversal: engranamiento de áridos (rozamiento entre los labios de la fisura debido a su deslizamiento relativo (V_a), resistencia residual a tracción tras la fisuración (V_t), contribución debida a la inclinación de la biela comprimida (V_c), efecto pasador de la armadura longitudinal (V_d)

de los distintos mecanismos de transferencia de cortante y la conveniencia de los supuestos mecánicos adoptados en los modelos de diseño frente a cortante [15].

En el presente artículo, se expone una reseña del papel de los distintos mecanismos de transferencia de cortante, fundamentada en los resultados a partir de técnicas de medición sofisticadas. Sobre esta base se examina y analiza el modelo propuesto por la Teoría de la Fisura Crítica (CSCT) para describir la respuesta mecánica frente al fallo por cortante de elementos esbeltos fisurados en flexión [19-21]. Este análisis va seguido de una descripción de varias simplificaciones utilizadas para la aplicación del método en el diseño de casos prácticos

Basándose en una descripción plena de la teoría, se presenta un análisis de cómo el efecto de escala y la deformación de la armadura afectan a la resistencia a cortante del elemento y cómo dichos efectos pueden ser cuantificados directamente mediante el uso de las ecuaciones de la CSCT. Estas consideraciones son finalmente utilizadas en el apéndice para proporcionar una respuesta pormenorizada a ciertas críticas hacia la CSCT planteadas por A. A. Dönmez y Z. P. Bažant [6].

2. HALLAZGOS EXPERIMENTALES RECIENTES Y CONFIRMACIONES DE LA RESPUESTA FRENTE A CORTANTE Y EL PAPEL DE LOS MECANISMOS DE TRANSFERENCIA DE CORTANTE

Aunque se desarrolla hace décadas, la introducción de la técnica de Correlación Digital de Imágenes para obtener mediciones detalladas en ensayos ha sido utilizada de manera exhaustiva recientemente [16, 17, 22].

Con esta técnica, pueden obtenerse errores de medición análogos a los de los métodos de medición tradicionales [23], pero con la posibilidad de obtener lecturas continuas durante el ensayo (sin necesidad de realizar etapas de medición) y con resultados registrados a altas frecuencias (superiores a 1 Hz) [17].

Para el cortante, dicha técnica permite el seguimiento del desarrollo de la fisuración y las cinemáticas instantes antes y después de que se alcance la máxima carga, así como comprender las causas que desencadenan el fallo.

Cavagnis *et al.* [15] han estudiado recientemente mediante esta técnica un amplio programa experimental que comprende

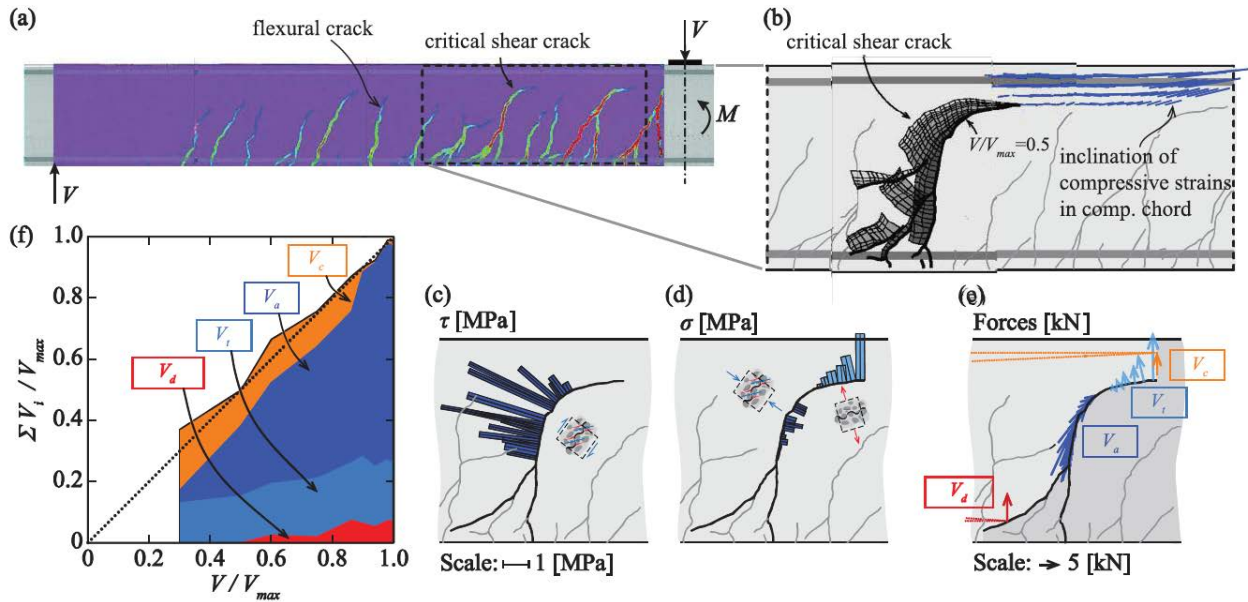


Figura 3. Deformaciones y cinemáticas medidas y esfuerzos internos calculados mediante leyes constitutivas (especimen SC70, figura adaptada de la referencia [15]): (a) área de ensayo y medidas por Correlación Digital de Imágenes, DIC; (b) análisis de las cinemáticas de la fisura crítica de cortante y deformaciones principales en la biela de compresión; (c-e) cálculo de las tensiones en la fisura y fuerzas en la interfaz partiendo de las cinemáticas medidas y las leyes constitutivas; y (f) contribución de los mecanismos de transferencia de cortante durante el proceso de carga.

17 ensayos (incluyendo vigas simplemente apoyadas bajo cargas concentradas, ménsulas bajo cargas distribuidas y vigas con continuidad a momentos sobre apoyos).

La figura 3 muestra un caso de los resultados obtenidos por medio de Correlación Digital de Imágenes para un ensayo seleccionado (especimen SC70[15]), incluyendo detalles del patrón de fisuración (figura 3a) y sus cinemáticas correspondientes (figura 3b).

Algunas conclusiones interesantes de dicha serie de ensayos se resumen a continuación (pueden consultarse los pormenores en otras referencias [15,17]):

- El fallo está controlado por el desarrollo de una fisura crítica de cortante. Dicha fisura se origina normalmente por flexión, y progresa de forma casi-perpendicular al eje de la pieza hasta la fibra neutra. A partir de entonces, la fisura crítica de cortante se desarrolla de manera casi-paralela al eje de la pieza (figura 3b).
- El fallo puede desencadenarse por la unión de fisuras secundarias en la fisura crítica de cortante (de manera estable o inestable) o por el desarrollo de una nueva fisura inclinada debido a la participación local del engranamiento de áridos producida por el deslizamiento de la fisura [15,17].
- La superficie de fallo coincide con la fisura original de cortante total o parcialmente (dependiendo de la causa final que produce el fallo) y requiere asimismo del desarrollo de una fisura de delaminación[15] a lo largo de la armadura longitudinal (para permitir el desplazamiento relativo de los dos cuerpos separados por la fisura crítica de cortante).
- El centro instantáneo de rotación medido que describe los desplazamientos relativos entre los dos cuerpos separados por la fisura crítica de cortante se encuentra aproximadamente en el frente de la fisura crítica de cortante (figura 3b). Por lo tanto, la apertura y deslizamiento de la fisura crítica de cortante cambia a lo largo del canto de la pieza. Puede observarse que las trayectorias curvas de los desplazamientos entre las caras de la fisura (más evidentes en la

parte inferior de la misma) son una consecuencia del desarrollo gradual de la fisura crítica de cortante, desplazándose la posición del centro de rotación en dirección casi horizontal antes del fallo.

- Teniendo en cuenta la apertura acumulada de las fisuras tributarias por flexión (aquellas que no avanzan como posibles fisuras de cortante), el perfil de la componente horizontal es aproximadamente lineal. Esto se muestra en la figura 4 para un espécimen del mismo programa de ensayo indicando la región donde se desarrollan las fisuras tributarias de flexión. La figura 4a muestra las cinemáticas de la fisura crítica de cortante medidas (coherentes con la figura 3b) y la ubicación de las fisuras tributarias por flexión. Su componente horizontal de la apertura se resume en la figura 4b, produciendo un perfil aproximadamente lineal. Puede observarse que, si se considera únicamente la fisura crítica de cortante, la linealidad sigue estando garantizada hasta una distancia de aproximadamente $0.6d$ desde la fibra comprimida más exterior.
- En el régimen elástico de la armadura, la relación entre el momento flector actuante y la apertura horizontal total de la fisura crítica de cortante a nivel de la armadura (u_A en la figura 4b, parámetro que puede asumirse para describir la totalidad de las cinemáticas de la fisura crítica de cortante) es asimismo aproximadamente lineal. Este hecho se demuestra en la figura 4c para los especímenes del programa de ensayos de la Referencia [15]. Como muestran Cavagnis *et al.*[21], una buena aproximación de dicho valor puede ser obtenida a través de la siguiente expresión:

$$u_A = \varepsilon_s \ell_B, \quad (1)$$

donde ℓ_B se refiere a la longitud donde se desarrollan las fisuras tributarias por flexión de la fisura crítica por cortante (figura 4a, aproximadamente igual al canto útil menos el espesor del bloque comprimido [21]) y ε_s se refiere a

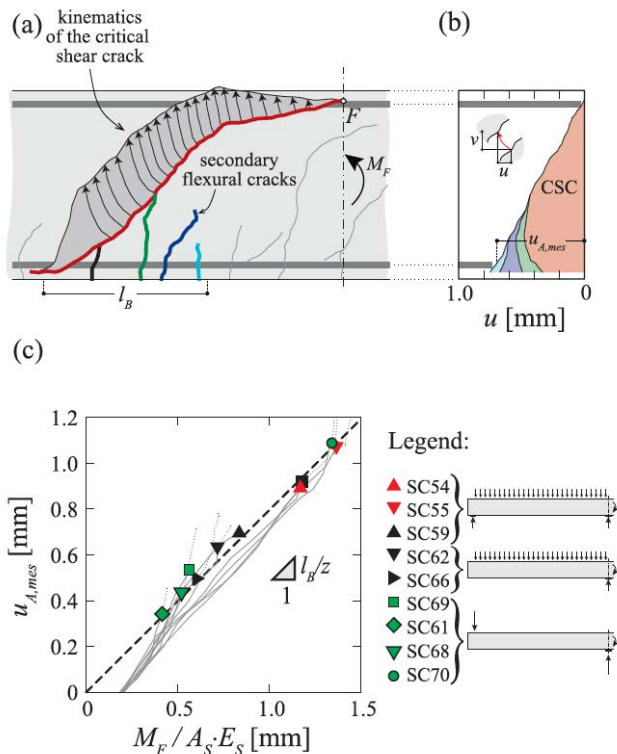


Figura 4. Mediciones de las cinemáticas de la fisura para el espécimen SC59 (figura adaptada de la referencia [24]): (a) geometría de la fisura y desplazamientos relativos medidos entre los labios de la fisura; (b) componente horizontal de la apertura de la fisura; y (c) componente horizontal de la apertura acumulada de fisura a la altura de la armadura, en función del momento aplicado para distintos especímenes.

la deformación de la armadura (en la posición de su intersección con la fisura) calculada por mera consideración del equilibrio y asumiendo un comportamiento elástico de la armadura.

Es interesante señalar que, partiendo de las medidas del campo de desplazamientos (geometría de la fisura y cinemáticas asociadas), la contribución de los distintos mecanismos de transferencia de cortante puede ser obtenida mediante integración de las leyes constitutivas fundamentales de los materiales y garantizando las condiciones de equilibrio (vertical, horizontal y de momentos flectores).

Cavagnis *et al.* [15] han presentado una metodología detallada a tal efecto teniendo en consideración los postulados del modelo bifásico de Walraven [25] respecto al engranamiento de áridos relativo al deslizamiento de la fisura, las formulaciones de Hordjik (u u otras alternativas) para la resistencia residual a tracción tras la fisuración del hormigón [26,27], la respuesta de la armadura y la resistencia del recubrimiento del hormigón (teniendo en cuenta el efecto de la deformación de la armadura de acuerdo con las referencias [28,29]) para el efecto pasador así como la inclinación medida de las deformaciones principales de compresión para evaluar la contribución de la biela comprimida [20].

Un ejemplo de las tensiones calculadas en la fisura crítica de cortante según este procedimiento puede verse en la figura 3c,d (especímen SC70 [15]). Se obtiene por consiguiente una descripción plena de las fuerzas actuantes en el diagrama

de cuerpo libre delimitado por la fisura crítica de cortante, así como el desarrollo de las contribuciones de los distintos mecanismos de transferencia de cortante durante el proceso de carga (figura 3f).

Resulta interesante observar en dichos resultados que el engranamiento de los áridos y las tensiones residuales de tracción transmitidas a través de la fisura crítica de cortante se concentran en el área donde la apertura de la fisura crítica de cortante continúa siendo escasa. Habitualmente, se trata de la zona de la fisura inalterada por la presencia de las fisuras secundarias de flexión (zona por encima de una distancia aproximadamente igual a $0.6d$ desde la fibra más comprimida, véanse las figuras 3e y 4b).

Asimismo, puede verse que algunas acciones pueden dimensionar en ciertos escalones de carga, aunque pueda disminuir su contribución relativa posteriormente (por ejemplo, en el caso de la figura 3f, la contribución de la biela inclinada se reduce paulatinamente y en última instancia el fallo es ocasionado en gran medida por el engranamiento de los áridos relacionado con el deslizamiento de la fisura).

La reseña de dichos enfoques así como la comparación con resultados de ensayos pueden consultarse en otras referencias [15].

La validez del planteamiento ha sido constatada reiteradamente para distintos esquemas estáticos, condiciones de carga y zonas de fallo [15,16].

Este hecho puede constatarse en la figura 5 para la serie completa de ensayos de Cavagnis *et al.* [15], donde se muestra una buena congruencia para los distintos parámetros mecánicos, en particular para los distintos mecanismos de transferencia de cortante preponderantes (la acción de la biela comprimida rige cuando el frente de la fisura crítica de cortante se encuentra próximo a la zona cargada, prevaleciendo la transferencia de esfuerzos a través de la fisura crítica en caso contrario).

Las diferencias entre los esfuerzos cortantes medidos y calculados pueden ser explicadas en parte al reparar en que el análisis depende del perfil de la fisura medido en la superficie y que este no es necesariamente constante a lo largo del ancho de la pieza. Sin embargo, como muestran Cavagnis *et al.* [15] tras analizar los resultados de varios perfiles internos de fisuras (medidos una vez que los dos cuerpos divididos por la fisura crítica de cortante se desprenden tras el ensayo), dichas diferencias son razonablemente comidas.

De igual modo, otros grupos de investigadores [16,22,30] han realizado análisis independientes de la contribución de los mecanismos de transferencia de cortante siguiendo una metodología similar, obteniendo resultados igualmente coherentes.

3. EL MODELO MECÁNICO DEL CSCT

Como se ha constatado en pruebas experimentales y ha sido analizado anteriormente, el fallo por cortante en piezas sin armadura transversal se produce por el desarrollo de una fisura crítica de cortante. Los criterios de la teoría de la fisura crítica de cortante se establecen en los años noventa [32], basándose en dicha observación y de forma coherente con la

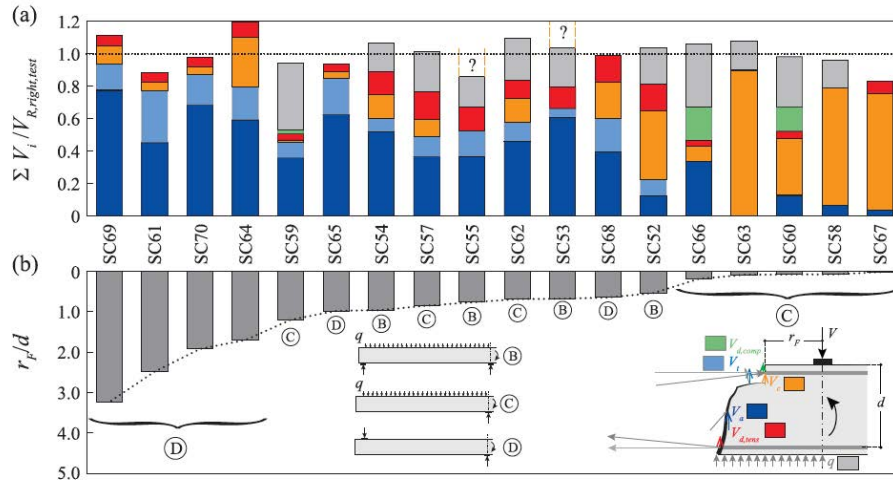


Figura 5. Análisis de los mecanismos de transferencia de cortante para distintos elementos y tipos de carga: (a) detalles de la serie de ensayos de Cavagnis *et al.*[15] basadas en el patrón real (medido) de fisuración, cinemáticas y leyes constitutivas para el engranamiento de áridos relativo al deslizamiento de la fisura, capacidad a tracción residual del hormigón tras la fisuración, efecto pasador relativo a la armadura transversal e inclinación de la biela comprimida y (b) posiciones correspondientes (medidas) de la posición del frente de la fisura crítica de cortante durante el fallo.

labor precursora de Kinnunen y Nylander en la descripción de los fallos por punzonamiento [31].

La teoría experimentó a partir de entonces un número de avances y se ha formulado para resolver tanto los fallos por corte puro como por punzonamiento. Las hipótesis principales de la teoría son sencillas y pueden resumirse como sigue (una reseña pormenorizada de las hipótesis puede consultarse en otro lugar [20,34,35]):

1. La capacidad a cortante se rige por el desarrollo (forma, posición y cinemáticas) de una fisura crítica de cortante.
2. La distribución del deslizamiento y la apertura de la fisura varían a lo largo de la altura de la fisura y se rige por las cinemáticas de la fisura, teniendo en cuenta que el centro de rotación que describe los desplazamientos relativos entre los cuerpos separados por la fisura crítica de cortante se encuentra en el frente de la fisura.
3. Varios mecanismos de transferencia de cortante pueden resistir esfuerzos cortantes: engranamiento de áridos debido al deslizamiento de la fisura, capacidad a tracción residual del hormigón fisurado, efecto pasador de la armadura interceptada por la fisura, y la inclinación de la biela comprimida.
4. La cantidad de esfuerzo cortante transferida por cada acción susceptible de transmitir cortante puede ser calculada bajo las condiciones de equilibrio, compatibilidad y las leyes constitutivas de los materiales.
5. El fallo ocurre cuando la demanda de cortante iguala la capacidad de un cuerpo libre definido por la fisura crítica de cortante (suma de todas las acciones susceptibles de transferir cortante, véanse las definiciones en la figura 2) para transferir esfuerzos cortantes, esto es:

$$V_R = V_a + V_t + V_d + V_c \quad (2)$$

Para fallos por cortante, puede asumirse que la fisura crítica por cortante se desarrolla en cualquier sección dada y se caracteriza por un perfil bilinear [20] (véase la figura 6a). Los

ángulos y las distancias adoptadas por la CSCT para describir la fisura crítica de cortante (figura 6b) se describen y justifican exhaustivamente en otra parte [15,21] y han sido ratificadas sistemáticamente mediante comparación con los resultados de los ensayos.

Basándose en la forma y cinemáticas asumidas (con una posición del centro de rotación en el frente de la fisura, véase la figura 6a,b) y teniendo en cuenta dos sólidos rígidos divididos por la fisura crítica de cortante, véanse las figuras 6a,b y los resultados experimentales de la figura 4a) y suponiendo que el giro relativo puede ser descrito como una función de la deformación en la armadura de flexión (en la posición donde la fisura de cortante intercepta la armadura por flexión [15,21], véase la figura 6c y la ecuación (1)), pueden calcularse el perfil íntegro de la apertura y del deslizamiento de la fisura a lo largo de la altura de la fisura (figura 6c-e).

La integración de las tensiones a lo largo del perfil simplificado de la fisura por cortante (consecuentemente con la metodología seguida para la interpretación de las mediciones por Correlación Digital de Imágenes), permite en última instancia calcular las distintas contribuciones de transferencia de cortante. La posición real de la fisura crítica de cortante se determina por tanto en la sección transversal más débil posible. Los pormenores de este enfoque pueden encontrarse en otro lugar [24].

Un ejemplo de la aplicación de los principios del CSCT para calcular la resistencia a cortante se muestra en la figura 7, donde las contribuciones de la resistencia residual a tracción del hormigón fisurado y del engranamiento de áridos relacionado con el deslizamiento de la fisura se integran (de acuerdo con las correspondientes leyes constitutivas, figura 7a-d) así como la contribución del efecto pasador y de la inclinación de la biela comprimida (figura 7e-h).

Sumando la contribución de todos los efectos posibles, se puede obtener también la resistencia a cortante total como la cantidad de cortante resistida por cada efecto. La figura 8 muestra para los casos investigados previamente (figura 5) una comparación de las fuerzas integradas a lo largo de la geometría

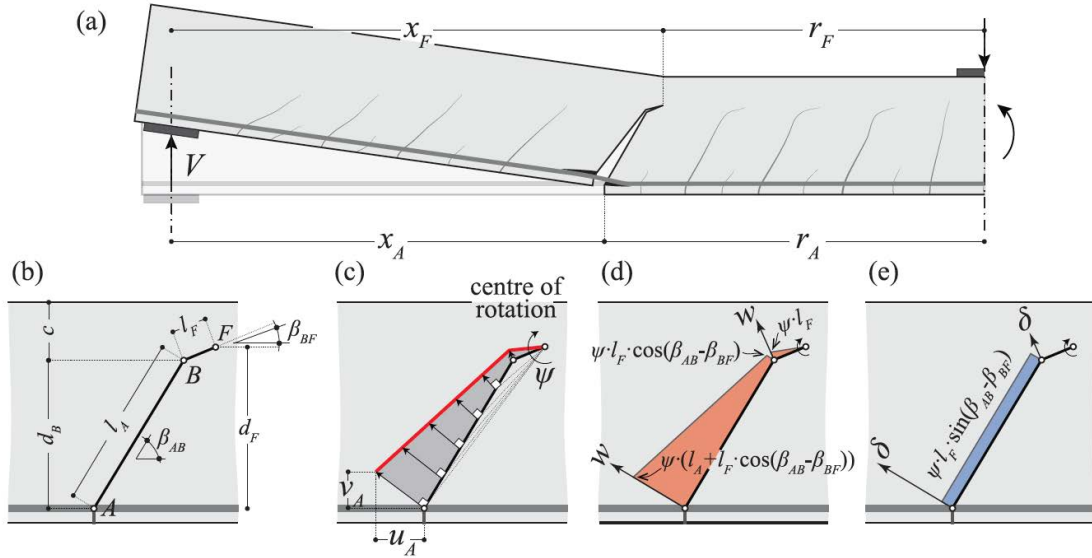


Figura 6. Hipótesis geométricas y cinemáticas del modelo físico de la fisura crítica de cortante: (a) forma de la fisura crítica; (b) parámetros que definen la forma de la fisura; (c) cinemáticas supuestas; distribuciones asociadas de (d) apertura de fisura (e) deslizamiento de la fisura.

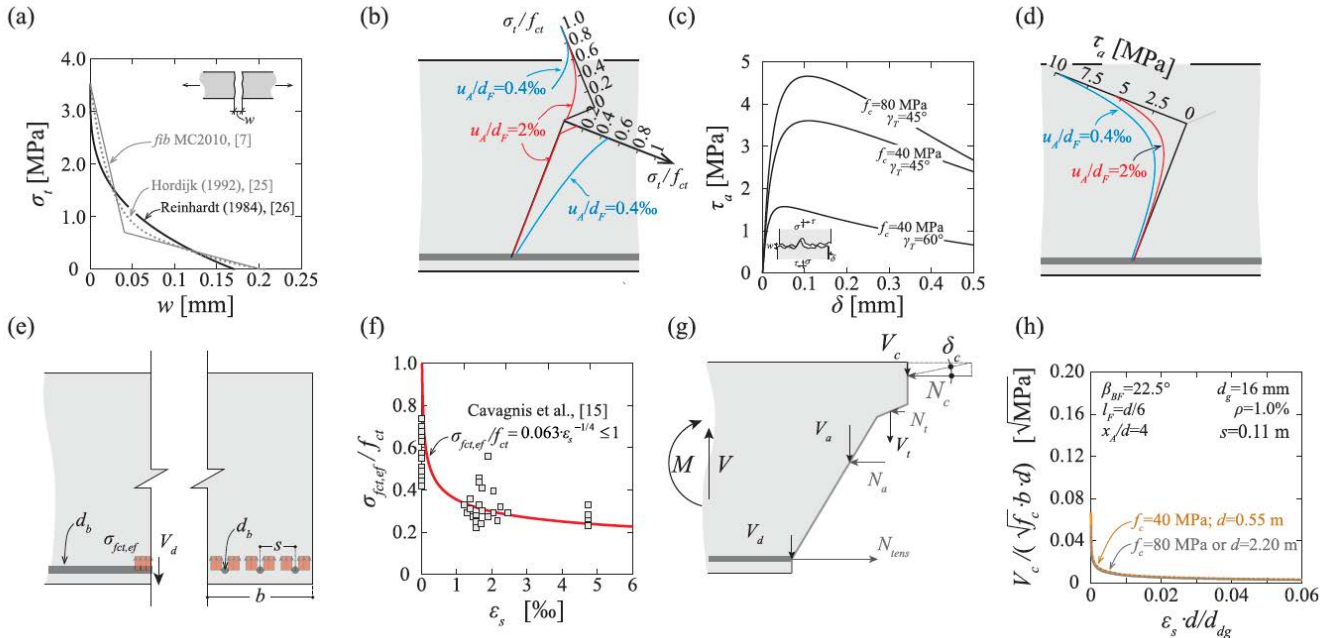


Figura 7. Integración de las leyes constitutivas teniendo en cuenta el perfil variable de la apertura de fisura y del deslizamiento de fisura (análisis de acuerdo a la referencia [24]): (a,b) leyes constitutivas supuestas de la resistencia a tracción en función de la apertura de fisura y distribución a lo largo de la fisura crítica de cortante; (c, d) leyes constitutivas supuestas para el engranamiento de éridos relativo al deslizamiento de la fisura y distribución a lo largo de la fisura crítica; (e, f) principio de efecto pasador e influencia de la deformación de la armadura; y (g, h) inclinación de la biela comprimida y contribución a la resistencia a cortante.

tría medida de la fisura (columnas a la izquierda) y a lo largo de la geometría simplificada de la fisura (columna derecha). Como puede observarse, se obtiene una buena concordancia en términos tanto de resistencia total, de contribución de los distintos efectos, y del efecto principal.

Es interesante señalar las siguientes cuestiones en el modelo general de CSCT:

- El modelo considera una geometría y posición variables de la fisura crítica de cortante.
- El modelo considera una apertura y deslizamiento variables a lo largo de la fisura crítica de cortante.

- Dado que la resistencia a cortante depende de la apertura de la fisura, el modelo tiene en cuenta directamente los efectos de escala y de la deformación de la armadura [20,36].
- La integración de las tensiones permite determinar no solo la resistencia sino también la cantidad de cortante transmitida por cada acción.

Basándose en este modelo general y los principios de CSCT [20], puede demostrarse que una manera muy conveniente de representar la capacidad de una pieza para transferir esfuerzos

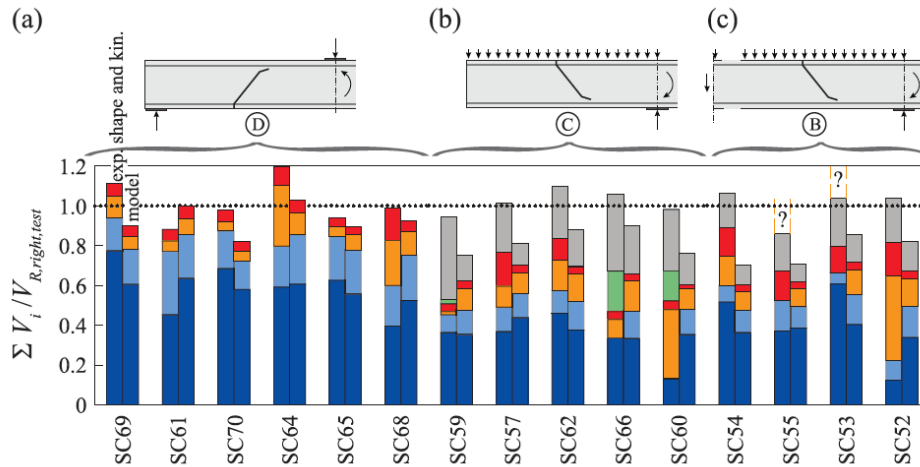


Figura 8. Comparación de los mecanismos de transferencia de cortante en vigas para la serie de ensayos de Cavagnis *et al.* [15] basada en leyes constitutivas y la geometría medida de la fisura (columna izquierda) y la geometría simplificada adoptada así como las cinemáticas de la fisura crítica de cortante (columna derecha), figura adaptada de la referencia [24].

cortantes es por medio de un criterio de fallo. Este criterio establece la cantidad de cortante que puede transmitirse para un nivel de deformación dado en la pieza (asociado a un perfil de apertura de fisura y de deslizamiento en la fisura crítica de cortante) y para las propiedades de los materiales dadas (acero, hormigón fisurado y no fisurado).

Por razones de sencillez, la información a nivel de deformación (perfil de apertura y deslizamiento de la fisura) puede expresarse de forma condensada por medio del producto de la deformación de la armadura y el canto útil de la pieza de forma análoga a la ecuación (1) (al despreciar el tamaño del bloque de compresiones con respecto al canto útil de la pieza y asumiendo que la longitud l_b en la ecuación (1) es proporcional al canto útil d).

Asimismo, la influencia del tamaño del árido en la capacidad de transferencia de esfuerzos cortantes a través del hormigón fisurado se considera por medio de una rugosidad equivalente (normalmente denominada como $d_{ig} = d_{g0} + d_g$, donde d_{g0} es un valor constante de 16 mm de acuerdo con Muttoni y Fernández Ruiz [19], d_g se refiere al tamaño máximo del árido y el valor d_{ig} está habitualmente limitado a 40 mm [21]), y las propiedades del hormigón fisurado.

En la figura 9a se muestra un ejemplo del cálculo numérico del criterio de fallo por integración de tensiones (usando los parámetros de normalización descritos previamente en el eje horizontal). Esta figura proporciona detalles adicionales en tres etapas distintas (denominadas A, B y C) asociadas a aperturas relativamente bajas, moderadas y elevadas de la fisura crítica de cortante.

Como se muestra en la figura 9b, para aperturas de fisura crecientes, las tensiones transmitidas a través de la fisura crítica de cortante se concentran en áreas menores (más cercanas al frente de la fisura), disminuyendo por consiguiente su contribución total a la transferencia de esfuerzos cortantes. En consecuencia, la fuerza transmitida por dichos mecanismos de transferencia de cortante se reduce para valores crecientes de la apertura de la fisura crítica de cortante, véase también [20].

Se observa una respuesta similar en cuanto al efecto pasador y la contribución de la biela comprimida. Respecto al efecto pasador, la capacidad de transferencia de esfuerzo cor-

tante se reduce para aperturas de fisura crecientes ya que la resistencia del recubrimiento al desconchamiento disminuye asimismo para niveles elevados de deformación en la armadura [15]. En cuanto a la inclinación de la biela comprimida, su contribución a la transmisión de esfuerzo cortante también se reduce en tanto que el apoyo directo no domine (vigas esbeltas) debido a las condiciones de equilibrio de los componentes anteriores (véase las referencias [20,21]).

La forma prácticamente hiperbólica del criterio de fallo (figura 9a), con tensiones decrecientes para niveles crecientes de deformación, se reproduce sistemáticamente para piezas que fallan a cortante, independientemente de los parámetros mecánicos y el esquema estático [21].

A este respecto, es interesante señalar que los criterios de fallo muestran una dispersión reducida incluso para variaciones relativamente grandes en los parámetros mecánicos (véase la figura 9c) y pueden ser aproximados razonablemente mediante una expresión simplificada (como se explica en la siguiente sección).

4. SIMPLIFICACIONES DE LA FORMULACIÓN GENERAL DE LA CSCT PARA EL DISEÑO

Habitualmente la integración numérica de los mecanismos de transferencia de cortante suele requerir de mucho tiempo y es necesario un procedimiento simplificado a efectos de diseño. Para aplicaciones prácticas, y basándose en la dispersión relativamente limitada de la integración numérica del criterio de fallo (véase la figura 9c), puede adoptarse una expresión simplificada para definir el criterio de fallo. Una expresión adecuada del criterio de fallo ha sido propuesta por Muttoni y Fernández Ruiz [19] (basándose en trabajos previos [31]), adoptando las siguientes simplificaciones en el modelo general de CSCT:

- Se considera que la resistencia a cortante (como se refleja en ensayos meticulosamente detallados) depende de:
 - Las propiedades del hormigón, expresadas mediante la

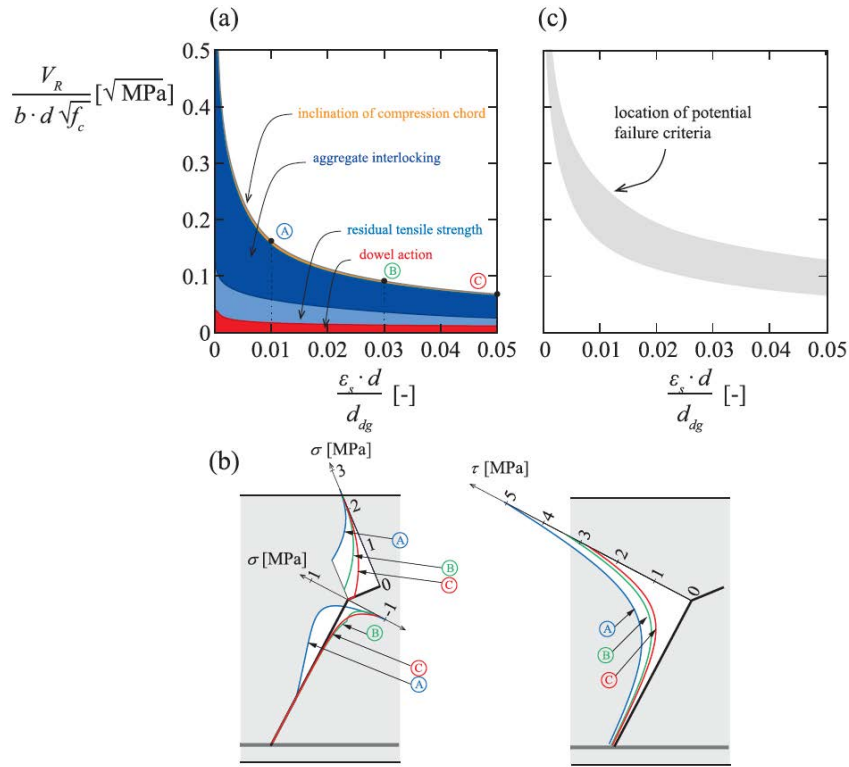


Figura 9. Cálculo numérico del criterio de fallo que determina la capacidad de transferencia de esfuerzos cortantes para distintos niveles de deformación: (a) criterio de fallo (análisis de acuerdo a la Referencia [24] con $f_c = 30$ MPa, $d_g = 16$ mm, $d = 500$ mm, $b = 250$ mm, $\rho = 1\%$, $a/d = 3.0$, parámetro $ddg = 16\text{mm} + dg \leq 40$ mm, de acuerdo con la Referencia [21]); (b) tensiones normales y tangenciales en la fisura crítica de cortante para el caso anterior y distintos niveles de apertura de fisura; y (c) posición del criterio de fallo para distintos parámetros ($f_c = 20\text{--}100$ MPa, $d_g = 8\text{--}32$ mm, $\rho = 0.5\text{--}3\%$, $d = 200\text{--}2000$ mm, $a/d = 3\text{--}8$, análisis de acuerdo con la Referencia [24]).

raíz cuadrada de la resistencia a compresión (f_c) y el tamaño del árido (d_g , relacionado con la rugosidad de una superficie fisurada y que influye en las propiedades del hormigón fisurado [20])

- La apertura y deslizamiento que se desarrollan localmente a lo largo de la fisura crítica de cortante. Estos parámetros varían a lo largo de la altura de la pieza, pero pueden ser caracterizados por un valor de referencia (w) que sintetiza las cinemáticas consideradas (véase la sección anterior).

La resistencia a cortante puede por tanto ser expresada como:

$$\frac{V_R}{b \cdot d} \sqrt{f_c} f(w, d_g), \quad (3)$$

donde V_r se refiere a la resistencia a cortante, b al ancho de la pieza y d a su canto útil.

- Se asume que el valor de referencia de la apertura de la fisura crítica de cortante es proporcional al producto de una deformación de referencia por el canto útil de la pieza:

$$w \propto \epsilon \cdot d \quad (4)$$

De acuerdo con Muttoni y Fernández Ruiz [19], la deformación de referencia puede evaluarse debidamente a nivel de armadura como se ha mostrado anteriormente (véase asimismo la referencia [21]) o con resultados similares a una

distancia de $0.6d$ desde la fibra más comprimida (región no perturbada por las fisuras secundarias de flexión) en una sección de control dada. Esta hipótesis fue justificada en la ecuación (1). Bajo estas consideraciones, se propuso la siguiente expresión como formulación simplificada del criterio de fallo:

$$\frac{V_R}{b \cdot d \sqrt{f_c}} = \frac{1}{3} \frac{1}{1 + 120 \frac{\epsilon \cdot d}{d_{g0} + d_g}} \quad (\text{Unidades SI : MPa, mm}) \quad (5)$$

Estas hipótesis constituyen simplificaciones del modelo CSCT completo descrito en la sección anterior a fin de proporcionar una formulación analítica sencilla. Se considera que el descenso en la capacidad de transferencia de cortante (teniendo en cuenta la suma de todos los posibles mecanismos de transferencia de cortante) se rige por el término $\epsilon d / (d_{g0} + d_g)$ relativo a la apertura de fisura de cortante de referencia y a las propiedades del hormigón (rugosidad de los labios de la fisura y respuesta del hormigón fisurado). Esta hipótesis proporciona una concordancia muy razonable con el modelo mecánico de CSCT y con los resultados de ensayos disponibles (véase la figura 10).

Además del criterio de fallo, a fin de calcular la resistencia a cortante, es necesario determinar la relación entre la demanda de cortante (esfuerzo cortante aplicado) y el valor de referencia de la apertura de fisura. A tal efecto, puede adoptarse como hipótesis simplificada una respuesta lineal entre el momento flector actuante en el frente de la fisura y las

deformaciones horizontales de la pieza (véase la figura 4c). Lo cual puede llevarse a cabo, según Muttoni y Fernández Ruiz [19], suponiendo por ejemplo una respuesta lineal-fisurada del hormigón armado en flexión (distribución lineal de tensiones en el hormigón sin capacidad a tracción)[37,38]. En ese caso, suponiendo un comportamiento elástico de la armadura de acuerdo con [19]:

$$\varepsilon = \frac{M}{b d \rho E_s (d-c/3)} \frac{0.6d d-c}{d-c} \quad (6)$$

donde M es el momento flector actuante en la sección de control, ρ es la cuantía geométrica de la armadura longitudinal, E_s el módulo de elasticidad de la armadura y c es la profundidad del bloque comprimido (supuesto con una distribución lineal de tensiones) [19].

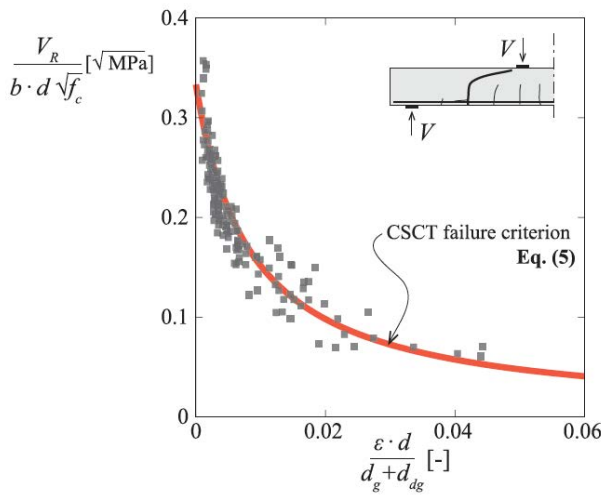


Figura 10. Comparativa de la simplificación analítica del criterio de fallo de la CSCT con resultados de 269 ensayos (base de datos de acuerdo con la Referencia [19]).

La ecuación (6) puede ser introducida directamente en el criterio de fallo (ecuación (5)) para calcular la resistencia al fallo, lo que conduce a la siguiente forma cuadrática cerrada de la resistencia a cortante (véase deducción pormenorizada en la referencia [20]):

$$V_R \frac{3}{b d \sqrt{f_c}} \left(\frac{1+V_R}{a/d} \frac{120}{d_g + d_dg} \frac{(a-d/2)}{b d \rho E_s (d-c/3)} \frac{0.6d d-c}{d-c} \right) = 1 \quad (7)$$

La ecuación (7) puede expresarse como [20]:

$$\frac{V_R}{b d \sqrt{f_c}} = \frac{-1 + \sqrt{1 + 4 \frac{\beta d}{\alpha}}}{6 \frac{\beta d}{\alpha}} \quad (8)$$

Esta ecuación permite un cálculo directo de la resistencia a cortante y ha sido obtenida de manera coherente con las hipótesis de CSCT introduciendo una serie de simplificaciones razonables.

Otras simplificaciones en el contexto de CSCT han sido propuestas por Cavagnis *et al* [21,24,39]. Siguiendo una me-

todología similar (aprovechando y corroborando ampliamente el minucioso modelo numérico de CSCT presentado en este artículo), se propuso una expresión alternativa del criterio de fallo, conduciendo a una expresión de diseño de forma cerrada más sencilla [39]:

$$\frac{V_R}{b d} = \frac{0.6}{\gamma_c} \left(100 \rho f_{ck} \frac{d_{dg}}{\sqrt{a d/4}} \right)^{1/3} \quad (9)$$

donde γ_c se refiere al coeficiente parcial de seguridad (habitualmente $\gamma_c=1.5$ en diseño), f_{ck} a la resistencia característica de compresión del hormigón, a a la luz de cortante y $d_{dg} = 16 \text{ mm} + d_g (\leq 40 \text{ mm})$, de acuerdo con la Referencia [21].

Todos los particulares del criterio de fallo y de la obtención analítica de las expresiones puede consultarse en otro lugar [24,39].

Esta expresión es de aplicación directa en la práctica, ha mostrado buena concordancia con los resultados de ensayos disponibles (véanse las referencias [13,24,39]) y está incluida actualmente en el borrador del futuro Eurocódigo 2 [12] para estructuras de hormigón. Es interesante observar que la expresión propuesta, aunque obtenida analíticamente del modelo mecánico, muestra ciertas similitudes de forma con la expresión empírica propuesta por Zsutty [40] y adoptada por la versión actual del Eurocódigo 2 (EN1992-1-1:2004 [3]).

5. CONSIDERACIÓN DEL EFECTO ESCALA Y LA DEFORMACIÓN DE LA ARMADURA

Una de las ventajas más significativas de una teoría física es que, si se formula adecuadamente y se basa en premisas sólidas, es capaz de reproducir los fenómenos observados sin necesidad de introducir factores de corrección. Este es el caso en particular de la CSCT con respecto a la consideración del efecto escala (reducción de la resistencia al corte unitaria normalizada para especímenes idénticos pero de tamaño creciente). Dos estudios pormenorizados al respecto, que proporcionan la formulación matemática necesaria y su implementación, han sido publicados en otro lugar [20,36]. En esta sección, se abordarán brevemente las consideraciones más interesantes:

- La CSCT no necesita de ninguna corrección para tener en cuenta el efecto escala o los efectos de la deformación de la armadura ya que dichos fenómenos son capturados automáticamente a partir de sus hipótesis. Las piezas con mayor canto muestran mayores aperturas de fisura en la zona sin armar para el mismo nivel de deformación de la armadura, y por tanto menores resistencias unitarias (efecto de escala).
- Cuando puede asumirse una respuesta lineal de la armadura (y por tanto en términos de respuesta carga-deformación [20,36], véase también la figura 4c), la ley completa del efecto de escala [41] puede ser obtenida directamente bajo la ecuación (8), que muestra la transición desde el análisis límite (para piezas de tamaño reducido) hasta la mecánica de fractura lineal (MFL para piezas de gran tamaño). La pendiente para tamaños elevados ($d \rightarrow \infty$) puede ser calculada a través de la ecuación (8) y resulta igual a $-1/2$ en escala logarítmica (de acuerdo con MFL):

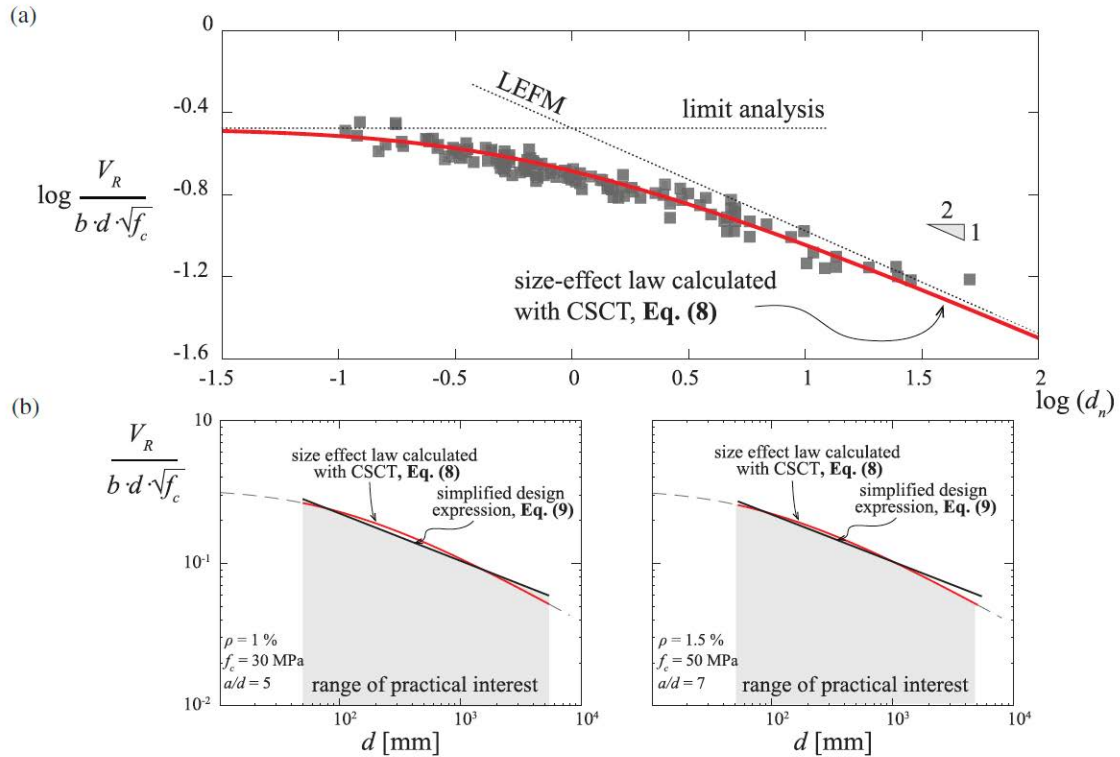


Figura 11. Influencia del efecto de escala: (a) comparativa del cálculo de la carga última de la Teoría de la Fisura Crítica de Cortante (CSCT) (ecuación (8)) con resultados de 269 ensayos (base de datos de acuerdo con la Referencia [19]) y (b) comparativa de la ley del efecto de escala calculada de acuerdo a la CSCT (ecuación (8)) y la expresión simplificada de diseño (ecuación (9)) para dos casos representativos.

Estos resultados (véase la figura 11a, normalizados en el eje de abscisas por el parámetro $d_n = \beta d/a$) son coherentes con los valores observados para la ley de efecto de escala.

- Además de la congruencia para respuestas lineales (comportamiento típico de vigas isostáticas y forjados unidireccionales), el modelo también proporciona una respuesta adecuada cuando cabe esperar un comportamiento no lineal. Este tema ha sido estudiado exhaustivamente por Fernández Ruiz y Muttoni [36] para piezas con continuidad estructural y posibles redistribuciones de esfuerzos internos durante el proceso de carga (lo que conduce a cambios en la ratio entre el cortante actuante y el flector en la sección de control). En estos casos, el efecto de escala calculado con la CSCT es más leve (de acuerdo con la respuesta teórica de la mecánica de fractura para dichos casos [42] y puede ser obtenido para cada caso particular dando lugar a pendientes asintóticas típicas en representación logarítmica de aproximadamente -1/3).
- Los planteamientos sobre la congruencia de la teoría para respuestas lineales y no lineales también son válidas en todo su alcance en el caso de punzonamiento de forjados bidireccionales [20]. En este caso, la respuesta carga-deformación es altamente no lineal ya que la redistribución de esfuerzos internos (momentos radiales/tangenciales) ocurre debido a la fisuración paulatina y la plastificación de la armadura de negativos. En caso de que pudiese suponerse una respuesta lineal [20], la pendiente asintótica obtenida con el CSCT sería correcta (-1/2, [20] de acuerdo con la mecánica de fractura lineal). Si se considera una respuesta no lineal realista de la estructura (asumiendo en

cualquier caso que la pieza se encuentra fisurada debido a acciones externas o estados de autotensión), la pendiente asintótica es de nuevo sistemáticamente más moderada (aproximadamente entre -1/2.5 y -1/3 en representación logarítmica, como reconocen otros autores [43,44]). [20]

Estos resultados demuestran la generalidad y coherencia del planteamiento, así como la solidez de sus hipótesis, reproduciendo automáticamente los fenómenos. Este enfoque garantiza la obtención de respuestas adecuadas y adaptadas respecto al efecto de escala para casos prácticos. Los autores señalan que Dönmez y Bazant [6] han planteado recientemente algunas críticas sobre este tema. En el apéndice se ofrece una respuesta amplia y clara a las opiniones planteadas en la referencia [6], basada en el contenido del presente manuscrito.

Con respecto a la expresión de forma cerrada simplificada para diseño (ecuación (9)), puede observarse que aproxima el efecto de escala de manera lineal con una pendiente de -1/3 en escala doblemente logarítmica. Esta pendiente es razonable para piezas que muestran cierto nivel de redistribución de esfuerzos internos (como los elementos con continuidad estructural [36]) pero es en teoría más comedida que la pendiente asintótica para piezas isostáticas con respuesta lineal. Sin embargo, incluso para este último caso, la expresión de forma cerrada simplificada para diseño (ecuación (9)) proporciona una estimación razonable de la ley de efecto de escala completa de la CSCT para el ámbito de interés práctico (véanse los dos casos representativos en la figura 11b, con un canto útil variable entre 55 y 5500 mm).

Además del efecto de escala, pueden realizarse consideraciones similares respecto a la influencia del nivel de defor-

mación de la armadura. Este tema presenta similitudes con el efecto de escala dado que deformaciones mayores en la armadura conllevan aperturas de la fisura crítica mayores y, por lo tanto, una capacidad menor para especímenes idénticos geométrica y mecánicamente. Nuevamente, esta respuesta puede deducirse directamente de las ecuaciones básicas del CSCT, tanto en régimen elástico como plástico de la armadura (estando la capacidad de giro de una rótula posiblemente rígida en este último caso por la capacidad de transferir esfuerzos cortantes a través de la fisura crítica [45]). En otro lugar pueden consultarse discusiones más exhaustivas y validaciones experimentales del CSCT para este tema en casos de fallo por punzonamiento [46-48].

6. CONCLUSIONES Y PERSPECTIVAS FUTURAS

Este artículo presenta una sinopsis del CSCT, con atención particular a sus aplicaciones en el diseño frente a cortante. Durante los últimos 30 años, los aspectos fundamentales de la teoría han sido formulados e implementados en modelos mecánicos permitiendo a investigadores y diseñadores calcular el criterio de fallo en el caso de cortante y punzonamiento. Durante este tiempo, innovaciones profundas en los sistemas de medida han permitido investigar el fenómeno con un nivel de detalle que no estaba disponible en el momento en que sus ideas básicas fueron desarrolladas. Esto ha permitido contrastar sus hipótesis principales de manera precisa.

Este artículo proporciona una visión estructurada de la teoría clarificando sus hipótesis fundamentales, las posibles maneras de puesta en práctica de las hipótesis por medio de un modelo mecánico y cómo, sobre esta base, pueden establecerse formulaciones analíticas simplificadas para la práctica.

La solidez de las conjeturas es confirmada sistemáticamente con ensayos y observaciones minuciosamente pormenorizadas. Asimismo, se justifica que, ya que la teoría se basa en un modelo mecánico congruente, es capaz de reproducir adecuadamente fenómenos físicos tales como la influencia del efecto de escala en la resistencia a cortante (coherentemente con la mecánica de fractura lineal y no lineal) o los efectos debidos a la deformación de la armadura.

Como aspecto de importancia en lo tocante al futuro de los códigos de diseño, es opinión de los autores que los próximos códigos se fundamentarán en mayor medida en enfoques mecánicos, comprensibles para los diseñadores, cuyos resultados e hipótesis sean confirmados por minuciosas medidas experimentales y que sean suficientemente sencillos para ser usados en la práctica. Esto permitirá superar los problemas manifestados por los anteriores enfoques de diseño, basados en la rectificación de fórmulas empíricas mediante la inclusión de un creciente número de factores de corrección (como por ejemplo para tener en cuenta el efecto de escala). Dichos enfoques empíricos no pueden abarcar toda la rica variedad de tipologías estructurales, acciones y parámetros mecánicos y limitan la comprensión de los fenómenos y la creatividad de los diseñadores para pensar en soluciones optimizadas a la hora de construir.

Notación

a	luz de cortante
b	ancho del elemento
c	profundidad del bloque de compresiones
d	canto $\sqrt{}$ til
d_B	profundidad de la parte cuasi-vertical de la fisura crítica de cortante
d_F	profundidad de la fisura crítica de cortante
d_{dg}	rugosidad equivalente superficial
d_g	tamaño máximo de árido
d_{g0}	tamaño de referencia
d_n	parámetro de dimensión de referencia
f_c	resistencia a compresión cilíndrica
f_{ck}	resistencia característica a compresión del hormigón
f_{ct}	resistencia a tracción del hormigón
ℓ_A, ℓ_F	distancias que caracterizan la fisura crítica de cortante
ℓ_B	distancia a la cual se desarrollan las fisuras tributarias de flexión de la fisura crítica de cortante
q	carga distribuida
r_A	distancia desde el eje de aplicación de la carga a la intersección con la fisura crítica de cortante y la armadura por flexión
r_F	distancia desde el eje de aplicación de la carga al frente de la fisura crítica de cortante
u	apertura horizontal de la fisura crítica de cortante
u_A	apertura horizontal de la fisura crítica de cortante a nivel de la armadura
w	valor de referencia de la apertura de la fisura crítica de cortante

x_A, x_F	distancias que caracterizan la posición de la fisura crítica de cortante
A_s	área de la armadura
E_s	módulo de elasticidad de la armadura
M	momento flector actuante en la sección de control
M_F	momento flector actuante en la sección donde se encuentra el frente de la fisura crítica de cortante
N_i	esfuerzo axil
V	esfuerzo cortante
V_a	esfuerzo cortante transferido por engranamiento de áridos (rozamiento entre los labios de la fisura debido a su desplazamiento relativo)
V_c	esfuerzo cortante transferido por inclinación de la biela comprimida
V_d	esfuerzo cortante transferido por efecto pasador de la armadura de flexión
V_R	resistencia a cortante
V_t	esfuerzo cortante transferido por la capacidad residual a tracción del hormigón tras fisurarse (capacidad del hormigón para transferir tensiones de tracción durante el proceso de desarrollo de fisuras)
V_{max}	esfuerzo cortante último
α, β	constantes
β_i	constantes (véase Apéndice)
β_B, β_{BF}	ángulos que caracterizan la forma de la fisura crítica de cortante
ε	deformación de referencia
ε_s	deformación de la armadura
γ_c	coeficiente parcial de seguridad del hormigón

ρ	cuantía mecánica de armadura
σ	esfuerzo normal
σ_r	esfuerzo residual (normal) de tracción
τ	esfuerzo tangencial
τ_a	tensión de engranamiento de áridos

v_A	apertura vertical de la fisura crítica de cortante a nivel de armadura
v_u	capacidad media a cortante (véase Apéndice)
ξ	dimensión
ψ	giro

ORCID

Aurelio Muttoni <https://orcid.org/0000-0001-8418-5556>

Miguel Fernández Ruiz <https://orcid.org/0000-0001-6720-8162>

Referencias

- Reineck K-H, Bentz E, Fitik B, Kuchma DA, Bayrak O. ACIDAFStb databases for shear tests on slender reinforced concrete beams with stirrups (with appendix). *ACI Struct J*. 2014;111(5):1147–1156.
- American Concrete Institute. ACI Committee 318, 318-14: Building code requirements for structural concrete and commentary. Farmington Hills, MI: American Concrete Institute, 2014; 520 pp.
- CEN European Committee for Standardization. EN1992-1-1:2004: Design of concrete structures—Part 1-1: General rules and rules for buildings. CEN, 2004; 225 pp.
- Collins MP, Kuchma D. How safe are our large, lightly reinforced concrete beams, slabs, and footings? *ACI Struct J*. 1999;96(4):482–490.
- Muttoni A. Punching shear strength of reinforced concrete slabs without transverse reinforcement. *ACI Struct J*. 2008;105(4): 440–450.
- Dönmez A, Bažant ZP. Critique of Critical Shear Crack Theory (CSCT) for fib model code articles on shear strength and size effect of RC beams. *Struct Concrete*. 2019 (in Press).
- International Federation for Structural Concrete. fib model code for concrete structures 2010. Berlin: Ernst & Sohn, 2013; 434 pp.
- AASHTO. AASHTO LRFD bridge design specifications, Parts I and II. 8th ed. Washington: AASHTO, 2017; 438 pp.
- CSA Committee A23.3. Design of concrete structures (CSA A23.3-14). Canadian Standards Association. Ontario, Canada: 2014; 297 pp.
- Swiss Society of Engineers and Architects. Code 262 for concrete structures. Zürich: Swiss Society of Engineers and Architects, 2013; 102 pp. 1476 MUTTONI AND FERNÁNDEZ RUIZ 17517648, 2019, 4. Downloaded from <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1002/suco.201900193> by Bibliothèque De L'Epfl-, Wiley Online Library on [04/09/2023]. See the Terms and Conditions (<https://onlinelibrary.wiley.com/terms-and-conditions>) on Wiley Online Library for rules of use; OA articles are governed by the applicable Creative Commons License
- Standards Australia. AS 3600:2018, Concrete structures, Committee BD-002, 2018; 263 pp.
- CEN European Committee for Standardization. prEN1992-1-1: 2018, Draft of Eurocode 2: Design of concrete structures Part 1-1: General rules and rules for buildings, bridges and civil engineering structures, CEN, 2018; 293 pp.
- International Federation for Structural Concrete. fib, Towards a rational understanding of shear in beams and slabs, fib Bulletin 85, 2018; 338 pp.
- International Federation for Structural Concrete. fib, Punching shear of structural concrete slabs: Honoring Neil M Hawkins, Bulletin 81, 2017; 378 pp.
- Cavagnis F, Fernández Ruiz M, Muttoni A. An analysis of the shear transfer actions in reinforced concrete members without transverse reinforcement based on refined experimental measurements. *Struct Concrete*. 2018;19(1):49–64.
- Huber P, Huber T, Kollegger J. Investigation of the shear behavior of RC beams on the basis of measured crack kinematics. *Eng Struct*. 2016;113:41–58.
- Cavagnis F, Fernández Ruiz M, Muttoni A. Shear failures in reinforced concrete members without transverse reinforcement: A critical analysis on the basis of test results. *Eng Struct*. 2015;103:157–173.
- Muttoni A. Shear design and assessment: The coming steps forward for fib Model Code 2020. *Struct Concrete*. 2018;19(1):3–4.
- Muttoni A, Fernández Ruiz M. Shear strength of members without transverse reinforcement as function of critical shear crack width. *ACI Struct J*. 2008;105(2):163–172.
- Fernández Ruiz M, Muttoni A, Sagaseta J. Shear strength of concrete members without transverse reinforcement: A mechanical approach to consistently account for size and strain effects. *Eng Struct*. 2015;99:360–372.
- Cavagnis F, Fernández Ruiz M, Muttoni A. A mechanical model for failures in shear of members without transverse reinforcement based on development of a critical shear crack. *Eng Struct*. 2018; 157:300–315.
- Huber T, Huber P, Kollegger J. Influence of aggregate interlock on the shear resistance of reinforced concrete beams without stirrups. *Eng Struct*. 2019;186:26–42.
- Campana S, Fernández Ruiz M, Anastasi A, Muttoni A. Analysis of shear-transfer actions on one-way RC members based on measured cracking pattern and failure kinematics. *Mag Concrete Res*. 2013;65(6):386–404.
- Cavagnis F. Shear in reinforced concrete without transverse reinforcement: From refined experimental measurements to mechanical models, EPFL No. 8216 [PhD thesis]. Lausanne: Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne; 2017, 223 pp.
- Walraven JC. Fundamental analysis of aggregate interlock. *ASCE J Struct Eng*. 1981;107(11):2245–2270.
- Hordijk DA. Tensile and tensile fatigue behaviour of concrete, experiments, modelling and analyses. *Heron*. 1992;37(1), 1–79.
- Reinhardt HW. Fracture mechanics of an elastic softening material like concrete. *Heron*. 1984;29:42.
- Fernández Ruiz M, Mirzaei Y, Muttoni A. Post-punching behavior of flat slabs. *ACI Struct J*. 2013;110(5):801–812.
- Fernández Ruiz M, Plumey S, Muttoni A. Interaction between bond and deviation forces in spalling failures of arch-shaped members without transverse reinforcement. *ACI Struct J*. 2010;107(3):346–354.
- Belbachir A, Alam S-Y, Matallah M, Loukili A. Size effect on the contribution of the aggregate interlock mechanism in reinforced concrete beams without shear reinforcement. *Eur J Environ Civ Eng*. 2018;1–18. <https://doi.org/10.1080/19648189.2018.1471007>.
- Kinnunen S, Nylander H. Punching of concrete slabs without shear reinforcement. *Trans Roy Inst Technol*. 1960;158:1–112.
- Muttoni A, Schwartz J. Behaviour of beams and punching in slabs without shear reinforcement, IABSE Colloquium, Vol. 62, Zurich, Switzerland; 1991, p. 703–708.
- Muttoni A. Shear and punching shear strength of slabs without transverse reinforcement [Schubfestigkeit und Durchstanzen von Platten ohne Querkraftbewehrung]. *Beton- und Stahlbetonbau*. 2003;98(2):74–84. German.
- Muttoni A, Fernández Ruiz M, Simões JT. The theoretical principles of the critical shear crack theory for punching shear failures and derivation of consistent closed-form design expressions. *Struct Concrete*. 2018;19(1):174–190.
- Simões JT, Fernández Ruiz M, Muttoni A. Validation of the Critical Shear Crack Theory for punching of slabs without transverse reinforcement by means of a refined mechanical model. *Struct Concrete*. 2018;19(1):191–216.
- Fernández Ruiz M, Muttoni A. Size effect in shear and punching shear failures of reinforced concrete members without transverse reinforcement: Differences between statically determinate members and redundant structures. *Struct Concrete*. 2018;19 (1):65–75.
- Ghali A, Favre R, Elbadry M. Concrete structures: Stresses and deformations: Analysis and design for sustainability. 4th ed. Florida: CRC Press, 2011, 646 pp.

- [38] Collins MP, Mitchell D. Prestressed concrete structures. Response Publications, 1997, 766 pp.
- [39] Muttoni A, Fernández Ruiz M, Cavagnis F, Simões JT. Background document to subsections 8.2.1 and 8.2.2, Second generation of EC2, Report EPFL-IBETON 16-06-R2, June 29, 2018; 16 pp.
- [40] Zsutty T. Beam shear strength prediction by analysis of existing data. ACI J Proc. 1968;65(11):943–951.
- [41] Bažant ZP, Kim J-K. Size effect in shear failure of longitudinally reinforced beams. ACI J Proc. 1984;81(5):456–468.
- [42] Broms CE. Tangential strain theory for punching failure of flat slabs. ACI Struct J. 2016;113(1):95–104.
- [43] Shehata IAEM, Regan PE. Punching in R.C. slabs. ASCE J Struct Eng. 1989;115(7):1726–1740.
- [44] Dönmez AA, Bažant ZP. Size effect on punching shear strength of reinforced concrete slabs without and with shear reinforcement, Report No. 15-12/936s, Northwestern University, 2016; 23 pp.
- [45] Vaz Rodrigues R, Muttoni A, Fernández Ruiz M. Influence of shear on rotation capacity of reinforced concrete members without shear reinforcement. ACI Struct J. 2010;107(5):516–525.
- [46] Clément T, Pinho Ramos A, Fernández Ruiz M, Muttoni A. Influence of prestressing on the punching strength of post-tensioned slabs. Eng Struct. 2014;72:56–69.
- [47] Einpaul J, Ospina CE, Fernández Ruiz M, Muttoni A. Punching shear capacity of continuous slabs. ACI Struct J. 2016;113(4): 861–872.
- [48] Einpaul J, Bujnak J, Fernández Ruiz M, Muttoni A. Study on influence of column size and slab slenderness on punching strength. ACI Struct J. 2016;113(1):135–145. MUTTONI AND FERNÁNDEZ RUIZ 1477 17517648, 2019, 4, Downloaded from https://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1002/suco.201900193 by Bibliothèque De L'Epfl-, Wiley Online Library on [04/09/2023]. See the Terms and Conditions (https://onlinelibrary.wiley.com/terms-and-conditions) on Wiley Online Library for rules of use; OA articles are governed by the applicable Creative Commons License
- [49] Ribas C, Fernández Ruiz M. Influence of flanges on the shear carrying capacity of reinforced concrete beams without transverse reinforcement. Struct Concrete. 2017;18(5):720–732.
- [50] Guandalini S, Burdet O, Muttoni A. Punching tests of slabs with low reinforcement ratios. ACI Struct J. 2009;106(1):87–95.

APÉNDICE A

RESPUESTA PORMENORIZADA A LAS CRÍTICAS DE DÖNMEZ Y BAŽANT

El presente apéndice responde a las críticas planteadas por Dönmez y Bažant [6] sobre la CSCT. Seis premisas (denominadas como hipótesis en la referencia [6]) son indicadas y comentadas por Dönmez y Bažant.

Dichas críticas son bordadas respetuosamente en las siguientes respuestas con razonamientos claros y científicos basándose en el contenido introducido en el cuerpo del presente manuscrito.

Hipótesis 1: *el esfuerzo cortante, V_R , transmitido por el hormigón a carga máxima es (tanto en CSCT como en MCFT) se supone controlado por una apertura de fisura característica w de la fisura dominante que conlleva al fallo.*

De acuerdo con las simulaciones de elementos finitos, la apertura de fisura w es sumamente variable a lo largo de la longitud de la fisura. ¿Qué apertura w y en qué posición y tamaño de viga produciría las tensiones de cohesión que importan para la capacidad última a cortante v_u ? No hay respuesta

Como se muestra claramente en el manuscrito, desde su desarrollo más temprano hace 30 años [32], la CSCT considera una distribución variable de la apertura de la fisura crítica de cortante y su deslizamiento. Dichas distribuciones se corresponden con una forma bilineal de la fisura y la posición del centro de rotación (que describe los desplazamientos relativos entre los dos cuerpos separados por la fisura crítica de cortante) en el frente de la fisura, véanse las figuras 4 y 6 de este artículo. A efectos de diseño, esta información queda condensada en un valor nominal de la apertura de fisura, correlacionada con el producto de una deformación de referencia y el canto útil del elemento en una sección de controlada (véase la ecuación (4)).

Hipótesis 2: *Para expresar el efecto de escala, se asume que: (eq. 1 en la Referencia [19]):*

$$\frac{v_u}{\sqrt{f_c}} = \frac{1}{1 + \alpha_2 (w/d_{dg})}, \quad \alpha_1 = 1/3 \text{ (in MPa, mm)}, \quad (A1)$$

donde α_2 es una constante empírica de calibración, f_c es la resistencia media a compresión del hormigón (se considera que tanto f_c como $\sqrt{f_c}$ se expresan en MPa), y d_{dg} se denomina la rugosidad superficial equivalente, calculada como $d_{dg} = \min(d_g + 16, 40 \text{ mm})$, donde d_g se refiere al tamaño máximo de árido. Un concepto básico del modelo de la fisura cohesiva, que incluye cohesión debido al engranamiento de áridos, es la disminución de la tensión de cohesión a través de la fisura σ_c para aperturas de fisura w crecientes. Es una propiedad del hormigón estudiada con todo detalle desde 1980. Ya en 1990 era evidente que la ecuación (A1), con w apareciendo de manera lineal en el denominador, no concuerda ni con los indicios experimentales sobre el reblandecimiento post-pico de las fisuras en el hormigón, ni con las simulaciones de elementos finitos. Hoy en día está generalmente aceptado que la curva cohesiva de reblandecimiento es aproximadamente bilineal, con una caída pronunciada seguida de una cola prolongada.

Con este comentario, parece que Dönmez y Bažant en realidad no han entendido que la ecuación (A1) refleja el resultado de la integración de tensiones a lo largo del cuerpo libre definido por la fisura crítica de cortante y no una tensión local. Este hecho se explica en la figura 9, con la integración de leyes constitutivas avanzadas (ampliamente refrendadas [25,26]) y teniendo en cuenta la distribución variable de aperturas de fisura y de deslizamiento en la fisura crítica de cortante (figura 6). Como se muestra en la figura 9, la integral de tensiones disminuye con aperturas de fisura crecientes ya

que las tensiones se concentran en zonas más reducidas en las inmediaciones del frente de la fisura. Tan pronto como la apertura de fisura a nivel de la armadura supera el límite para el cual no pueden transmitirse tensiones de tracción, se llega al perfil hiperbólico del criterio de fallo (como se ha demostrado analíticamente [19] para respuestas simples, lineales y con reblandecimiento del material). A efectos prácticos, dicho perfil hiperbólico puede ser directamente adoptado (ecuación (5)) para simplificar la tarea de diseño.

Hipótesis 3: La apertura de la fisura diagonal predominante es proporcional a la deformación de referencia, ϵ , es decir:

$$w = \alpha_3 \epsilon d, \quad \alpha_3 = 120/\alpha_2, \quad (\text{A2})$$

donde α_3 es un coeficiente empírico que depende de α_2 , y ϵ es una deformación de referencia supuesta, definida como la deformación normal en dirección longitudinal, x , en una determinada posición característica, atravesando la fisura dominante (véase la ecuación en línea sobre la ecuación 1 en la referencia [19])

¿Porqué debería la apertura de fisura, y por consiguiente la carga última y el efecto de escala, estar definido por el producto del canto útil d y la deformación ϵ en una posición específica? Esto es ficticio, e imposible en la mecánica de fractura.

¿Puede identificarse en los resultados obtenidos por elementos finitos alguna deformación característica que controle la carga última? Desde luego que no. Lo que interesa en la fractura es la liberación de energía de deformación almacenada por la estructura y, en el caso de fractura cohesiva (o cuasi-frágil), asimismo la resistencia a tracción del material. Sin duda no cualquier deformación individual.

Como se explica claramente en la figura 6 y ha sido ya señalado en la referencia [20], la apertura de fisura varía a lo largo de la fisura crítica de cortante. La correlación entre el valor de referencia de la apertura de la fisura crítica de cortante (que sintetiza las cinemáticas consideras), la deformación de la armadura y el canto útil del elemento se justifica en la ecuación (1), véase también la figura 4.

Esta suposición está claramente corroborada por los resultados de ensayos (figura 4), medidos con instrumentación de precisión y no solo por resultados de elementos finitos, cuyos resultados dependen de las leyes constitutivas implementadas y son discutibles.

Hipótesis 4: La deformación de referencia, ϵ , se supone como la deformación normal longitudinal a una distancia $d/2$ de la carga puntual $P = V_R$ hacia el apoyo, y a una profundidad de $0.6d$ desde la cara superior de la viga (eq. 2 en la Referencia [19]).

Esto es un misterio. ¿Porqué debería la deformación de referencia, ϵ , ser medida a una distancia $d/2$ desde la carga puntual, y porqué a una profundidad de $0.6d$ desde la cara superior?. Estos valores son empíricos, resultantes de un esfuerzo para ajustar parte de los indicios experimentales. Además, estos valores deberían variar seguramente en el caso de vigas continuas y en T, doble T o secciones cajón, para las que las relaciones momento-curvatura son distintas.

Como se explica en la sección 4, dicha posición de la fibra de control permite calcular, de manera sistemática, un valor nominal de la apertura de la fisura crítica de cortante, correlacionada con la información integral del delizamiento y apertura variables en la fisura (véase la figura 4) y por consiguiente, que describe el criterio de fallo (figura 9c). Este enfoque es por tanto una manera práctica de sintetizar la compleja información de la consideración de la forma de la fisura y sus cinemáticas en la CSCT. Una discusión pormenorizada de las implicaciones en vigas en T de la posición de la sección de control en el contexto de la CSCT y su comparación con vastas bases de datos puede consultarse en [49].

Hipótesis 5: La deformación de referencia, ϵ , supuesta controlando la apertura de fisura, se calcula de acuerdo con la teoría elástica lineal en vigas basada en la hipótesis de Bernoulli-Navier de que las secciones planas permanecen planas (ecuaciones 2 y 3 en la referencia [19]).

¿Porqué debería la deformación de referencia, ϵ , ser calculada bajo elasticidad lineal si, en la carga última, el hormigón se comporta de manera sumamente no lineal debido al daño por fisuración? Esto es ficticio.

La pertinencia de asumir una relación lineal entre el momento flector actuante y la apertura de fisura es razonable (siempre y cuando la armadura se comporte elásticamente), aceptada en la mayoría de enfoques de diseño para flexión y cortante y claramente de acuerdo con los indicios experimentales, véase la figura 4. El comportamiento lineal se adopta asimismo para estimar la posición de la resultante en el bloque comprimido para determinar un valor adecuado del brazo de palanca. Esto no es ficción, sino una hipótesis próxima a la realidad y exhaustivamente corroborada con indicios experimentales. Discusiones pormenorizadas al respecto pueden consultarse en [20].

Hipótesis 6: Las ecuaciones anteriores, basadas en la teoría elástica lineal de vigas, son supuestas de aplicación a carga máxima (o última) de la viga, es decir, al inicio del fallo por cortante bajo carga controlada.

El espíritu general del cálculo del efecto de grupo en CSCT (así como en MCFT) es evitar la mecánica de fractura y sustituirla por algún tipo de análisis elástico lineal de vigas. Pero este análisis es tan solo un artificio, encaminado a proporcionar una semejanza de lógica.

El objetivo de la CSCT no es reemplazar la mecánica de fractura. Es el de proporcionar un modelo mecánico coherente con las minuciosas observaciones de ensayos y que pueda demostrarse en concordancia con los indicios experimentales y las respuestas físicas de contorno (iguales a las de la mecánica de fractura). Es interesante asimismo señalar que la CSCT fue formulada por primera vez en los noventa [32] y que las expresiones mencionadas en este artículo lo fueron en 2003 [33]. La extensa investigación de los autores de la CSCT en el tema del efecto de escala fue realizada en 2015 [20]. El objetivo principal de la CSCT no era centrarse en el efecto de grupo, sino en la mecánica del fallo por cortante, y proporcionar expresiones sencillas y sólidas para el diseño frente

a cortante. La coherencia física de la CSCT con LEFM [20] y la mecánica de fractura bajo respuestas no lineales [36] (incluyendo respuestas plásticas y la ley de efecto de escala) es una verificación de la solidez de la teoría y sus supuestos.

La misma solidez ha sido asimismo constatada en series de ensayos que fueron diseñados para verificar las predicciones de la teoría con respecto a esbeltez de losas [48], transición de fallos por corte a fallos por flexión [50] o efectos de deformación de la armadura [45,46]. En todos los casos,

las predicciones establecidas por la teoría fueron sistemáticamente confirmadas sin necesidad de introducir ninguna hipótesis adicional (o factor de corrección). Como conclusión general a las críticas de Dönmez y Bažant [6], los autores del presente artículo opinan que son en su mayoría originadas por un incorrecto entendimiento de los fundamentos de la CSCT y por la confusión entre sus postulados básicos (incluyendo el refinado modelo mecánico) y la implementación simplificada de la teoría a efectos de diseño.