

Sobre el cortante en elementos sin estribos y la aplicación de métodos energéticos a la luz de 30 años de observaciones experimentales

On Shear in Members Without Stirrups and the Application of Energy-Based Methods in Light of 30 Years of Test Observations

Evan C. Bentz^{a,*}, Stephen J. Foster^b

^a Department of Civil and Mineral Engineering, University of Toronto, Toronto, Ontario, Canada.

^b School of Civil and Environmental Engineering, UNSW, Sydney, New South Wales, Australia.

Recibido el 22 de diciembre de 2023; aceptado el 24 de enero de 2024

RESUMEN

En un artículo reciente en *Structural Concrete*, los autores Dönmez y Bažant explican que las bases teóricas de las ecuaciones del Código Modelo 2010 para el cortante en una dirección y el punzonamiento no están suficientemente fundamentadas a nivel teórico y, en su lugar, deberían utilizar una ley energética de efecto tamaño en su formulación para ajustarse al comportamiento. Para respaldar esta afirmación, se presentaron simulaciones de elementos finitos. En este artículo se cuestiona la hipótesis básica de que un método energético debe gobernar el fallo por cortante de vigas sin estribos. Se demuestra que estas preguntas se basan en el comportamiento de endurecimiento de ensayos de engranamiento de áridos y en la incapacidad de localizar deformaciones de deslizamiento durante el fallo por cortante. Además de estos argumentos teóricos, se realizaron análisis de elementos finitos con un modelo constitutivo energético pero que también trabaja adecuadamente al modelar el engranamiento de áridos, un aspecto que parece estar ausente en los análisis de Dönmez y Bažant. Estos nuevos resultados modelan mejor los resultados de los ensayos y confirman que el engranamiento de áridos es importante para explicar la resistencia al cortante y, por tanto, el efecto tamaño en el cortante en elementos esbeltos. Como tal, cualquier preocupación sobre la seguridad de las ecuaciones de cortante del Código Modelo parece injustificada.

PALABRAS CLAVE: códigos de diseño, criterios energéticos, simulaciones de elementos finitos, mecánica de fractura, códigos modelo, cortante.

©2024 Hormigón y Acero, la revista de la Asociación Española de Ingeniería Estructural (ACHE). Publicado por Cinter Divulgación Técnica S.L. Este es un artículo de acceso abierto distribuido bajo los términos de la licencia de uso Creative Commons (CC BY-NC-ND 4.0)

Traducido por Lisbel Rueda-García del artículo original publicado por Wiley en la revista *Structural Concrete*: Bentz EC, Foster SJ. On shear in members without stirrups and the application of energy-based methods in light of 30 years of test observations. *Structural Concrete*. 2019; 20: 1481–1489.

<https://doi.org/10.1002/suco.201900224>

ABSTRACT

In a recent paper in *Structural Concrete*, the authors Dönmez and Bažant explain that the theoretical background of the Model Code 2010 equations for one way and punching shear are not sufficiently grounded in theory and should instead use an energybased size effect law in their formulation to match behavior. To support this claim, finite element simulations were presented. In this paper the basic assumption that an energy-based method must govern the shear failure of beams without stirrups is questioned. These questions are shown to be based on the hardening behavior of aggregate interlock tests and the inability for slip strains to localize during shear failure. In addition to these theoretical arguments finite element analyses were conducted with a constitutive model that is energy-based but that also does an appropriate job at modeling aggregate interlock, an aspect that appears to be lacking in the analyses of Dönmez and Bažant. These new results are shown to better model the test results and confirm that aggregate interlock is important in explaining shear strength and therefore the size effect in shear for slender members. As such any concerns about the safety of the Model Code shear equations appear unwarranted.

KEYWORDS: design codes, energy criteria, finite element simulations, fracture mechanics, model codes, shear.

©2024 Hormigón y Acero, the journal of the Spanish Association of Structural Engineering (ACHE). Published by Cinter Divulgación Técnica S.L. This is an open-access article distributed under the terms of the Creative Commons (CC BY-NC-ND 4.0) License

Translated by Lisbel Rueda-García from the original article published in the *Journal Structural Concrete*, published by Wiley: Bentz EC, Foster SJ. On shear in members without stirrups and the application of energy-based methods in light of 30 years of test observations. *Structural Concrete*. 2019; 20: 1481–1489.

<https://doi.org/10.1002/suco.201900224>

* Persona de contacto / Corresponding author:

Correo-e / e-mail: bentz@civ.utoronto.ca (Evan C. Bentz)

Como citar este artículo: Bentz, E.C., Foster, S.J. (2019) Sobre el cortante en elementos sin estribos y la aplicación de métodos energéticos a la luz de 30 años de observaciones experimentales. *Hormigón y Acero* 75 (302-303) 55-63. <https://doi.org/10.33586/hya.2024.3137>

1. INTRODUCCIÓN

Durante décadas desde los trabajos de Ritter [1] y Morsch [2] ha habido un debate significativo en la identificación

de las reglas y principios que rigen el comportamiento de elementos de hormigón armado sometidos a cortante unidireccional o bidireccional. En el contexto actual, este debate se centró después de los fallos de las vigas del almacén de

las Fuerzas Aéreas de los Estados Unidos en 1955 y 1956, y el posterior informe del “Comité 326” de ACI [3]. Esto llevó a un período intensivo de investigación y casi 60 años después, el debate sigue vigente y los modelos de diseño son rigurosamente cuestionados y disputados. Uno de esos artículos es el de Dönmez y Bažant [4], donde se cuestionan muchas de las suposiciones que fundamentan los modelos que constituyen la base de normas nacionales e internacionales. Los autores estaban inmediatamente interesados en descubrir qué argumentos técnicos presentaría el artículo sobre la seguridad, simplicidad y generalidad de la Teoría de la Fisura Crítica de Cortante (CSCT) [5] y los métodos basados en la Teoría Modificada de los Campos de Compresiones (MCFT) [6], como las ecuaciones del Código Modelo 2010 para el diseño a cortante de losas unidireccionales y vigas [7]. El presente artículo se lee mejor junto con el artículo de Dönmez y Bažant y pretende servir como una respuesta técnica revisada por pares a algunos de los problemas planteados en ese artículo. Los dos autores de este artículo estuvieron profundamente involucrados en la introducción de las ecuaciones de cortante unidireccional basadas en la MCFT en el Código Modelo 2010 [8], que son similares a las utilizadas en Canadá [9] y Australia [10] para el diseño por cortante de todos los puentes y edificaciones de hormigón armado, así como en Estados Unidos para el diseño de puentes [11]. Tras leer el artículo de Dönmez y Bažant, los autores se sintieron decepcionados al enterarse de que los métodos que respaldan fueron declarados solo “supuestamente lógicos”, entre otros nombres. Es posible que los lectores de ese artículo se distraigan con estas críticas no técnicas, y este artículo intentará proporcionar perspectiva a algunos de los problemas planteados. Es importante destacar que este artículo no cuestiona la existencia del efecto tamaño en el cortante para elementos esbeltos, sino cómo modelarlo y explicarlo de la mejor forma.

El Dr. Bažant *et al.* están, con razón, orgullosos del trabajo pionero que llevaron a cabo al reconocer la importancia de los métodos energéticos tanto en materiales frágiles, donde la mecánica de fractura elástica y lineal (LEFM) predomina, como en lo que ellos llaman materiales cuasi-frágiles (donde el comportamiento cambia de plástico a LEFM a medida que aumenta el tamaño del elemento). De hecho, la contribución de la mecánica de fractura ha sido valiosa para comprender el comportamiento clave de materiales como el vidrio, cerámicas, hielo marino y, bajo ciertas condiciones de carga, el hormigón.

Lo interesante es que el artículo de Dönmez y Bažant se fundamenta completamente en que los métodos energéticos son aquellos que rigen el comportamiento en rotura de no sólo los materiales no reforzados mencionados, sino también de materiales reforzados como el hormigón estructural. Esta premisa no declarada en su artículo se presenta sin justificación técnica y puede o no ser coherente con el comportamiento experimental observado. Si se demostrara que esta premisa es cierta, entonces su crítica sería más contundente, pero, como se mostrará a continuación, hay buenas razones para cuestionar esta afirmación sobre la resistencia al cortante de elementos sin estribos.

Los métodos de análisis estructural se pueden dividir en varias categorías, pero una dicotomía importante es entre métodos de resistencia de materiales y métodos energéticos.

Los primeros se basan en conceptos conocidos de equilibrio, compatibilidad y relaciones tensión-deformación. Se caracterizan por el concepto básico de estática, donde, para cualquier estado dado de un experimento, sería posible detenerse y observar el sistema de fuerzas en equilibrio mutuo que sostiene el elemento. Estos métodos son tan fundamentales para la ingeniería estructural que a veces los profesionales olvidan que existe otra clase de métodos generalmente llamados métodos energéticos. Estos métodos son necesarios cuando la estática por sí sola no es suficiente. Considere la rotura de una barra de vidrio a flexión: una vez que se forma una grieta inicial minúscula, parte del vidrio cerca de la grieta mostrará una disminución de tensión y, por lo tanto, una reducción en la energía de deformación. Esta liberación de energía debe ir a algún lugar y a veces puede inducir efectos que son más importantes para el comportamiento que el estado original de tensión y deformación. En general, los métodos energéticos son importantes cuando se requiere algún tipo de efecto inercial para alcanzar, al menos temporalmente, un equilibrio dinámico en lugar de un equilibrio estático, al menos localmente cerca de una grieta. La región en la que se requiere el equilibrio dinámico podría ser todo el espécimen, o podría ser solo una pequeña parte de éste, pero en todos los casos controlados de esta forma, no es experimentalmente posible “detener el reloj” y observar el estado de equilibrio del espécimen: parte de él se está moviendo, aunque sea imperceptiblemente. Si este movimiento es local, como el debido a fisuras de flexión en un elemento lo suficientemente reforzado, los pequeños movimientos se amortiguarán hacia un nuevo estado estático. Si el movimiento es más global, en el sentido de que puede llevar a un mecanismo de fallo, entonces en el momento crítico el espécimen se mueve hacia el colapso y se puede decir que el método energético controla la resistencia general. Es este último caso el que Dönmez y Bažant afirman que se aplica a la resistencia al cortante de elementos sin estribos.

No se discute que los métodos energéticos sean importantes, incluso cruciales para entender y explicar el comportamiento del hormigón. Es por eso por lo que una fisura por flexión en hormigón armado parecerá tener una longitud significativa que se forma de una vez, mientras que un análisis manual sugeriría que solo debería crecer lentamente. Como se describe en el trabajo de Dönmez y Bažant, los fallos en forma de cono en anclajes postinstalados en hormigón son similares y están controlados y codificados por métodos energéticos. La demostración más vívida de fallos energéticos proviene de ensayos experimentales en elementos con modos de fallo frágiles, donde la energía de deformación en la propia máquina de ensayos puede transferirse al espécimen después de que la carga comience a descender. Esto puede resultar en fallos muy agresivos, incluso peligrosos, si los ensayos no se preparan adecuadamente en el laboratorio. Sin embargo, lo que se discute ahora es que los fallos por cortante en elementos sin estribos son críticos debido a un balance interno de energía, es decir, sin rebote de la máquina de ensayos, donde una parte del elemento se destensa en el momento del fallo y provoca un fallo completo por cortante mediante un proceso de retroalimentación positiva.

Para que un modo de fallo energético controle el colapso, es necesario que varios elementos estén presentes.

En primer lugar (a), el material debe tener energía de deformación elástica recuperable. Sin esto, no hay necesidad de que haya un balance de energía, ya que no se liberaría energía al descargar. En segundo lugar (b), la relación tensión-deformación del material debe ser de “ablandamiento” (“softening”), mostrando una disminución en la tensión o carga a medida que se aumenta la deformación. Sin esta disminución en la tensión, nuevamente no habría liberación de energía de deformación y nuevamente no se mantendría ningún balance de energía. En tercer lugar (c), debe existir la capacidad de que las deformaciones se localicen (p. ej., en una fisura en tracción) si se prevé un mecanismo completo de fallo (colapso). Observe que los elementos (a, b) se refieren a las tensiones, mientras que el elemento (c) trata sobre las deformaciones.

Obsérvese que, para materiales como el hormigón sin refuerzo en tracción directa, los elementos 1 a 3 mencionados anteriormente son ciertos. Para la barra de vidrio en flexión, igualmente, los tres elementos son ciertos. En el caso de los anclajes postinstalados, los tres elementos también son ciertos, aunque el patrón de deformación aquí sería de modo mixto en lugar de un comportamiento puramente de Modo I según el lenguaje de la mecánica de fractura. Sin embargo, para las fisuras de flexión en hormigón armado, solo los elementos a y b son ciertos, ya que la inclusión de armado mínimo de flexión suprime la capacidad de que la localización domine el comportamiento. Las fisuras por flexión en una viga bien diseñada son, por lo tanto, un proceso de fractura algo limitado donde una vez que se forma una fisura, ésta se ensanchará y alargará sujeta a un balance energético, pero en última instancia, la armadura y la adherencia están ahí para absorber la energía resultante de la fisuración y evitar el colapso.

Los ejemplos anteriores, que ciertamente están regidos por métodos energéticos, no son el tema de este artículo. Más bien, el tema central es abordar una pregunta concreta planteada por Dönmez y Bažant: “¿Por qué deberían el hormigón, y el cortante en vigas, ser tan únicos?” Es decir, ¿por qué la discusión anterior no debería aplicar al cortante cuando, como todos coinciden, sí aplica a otros modos de fallo? Como se desarrollará más abajo, los métodos de balance energético en efecto se aplican a fallos por cortante, por supuesto, pero solo si se tienen en cuenta todas las fuentes y sumideros significativos de energía en el análisis. En particular, si un analista subestima significativamente la contribución energética de las tensiones de engranamiento de áridos a través de las fisuras, los cálculos de balance de energía pueden contener errores significativos y pueden confundir al ingeniero. Como se observa en las mediciones del movimiento de las fisuras en elementos esbeltos sin estribos que fallan a cortante [12], hay un deslizamiento significativo en la fisura crítica de cortante antes del fallo y esto absorberá energía. También muestran que, para la mayoría de los elementos armados, específicamente aquellos donde la fisura crítica de cortante es curva, la mayor parte del cortante se transfiere a través de la fisura antes del fallo mediante el engranamiento de áridos. Para elementos esbeltos sin estribos que fallan a cortante, tanto la teoría de la fisura crítica de cortante (CSCT) como la teoría modificada del campo de compresiones (MCFT) coinciden en que la resistencia a cortante está gobernada por la capacidad de

transferir fuerzas de cortante a través de una fisura crítica de cortante. La capacidad para transferir esfuerzos a través de esta fisura está en gran parte gobernada por el engranamiento de áridos y, por tanto, el desglose de este mecanismo puede ser utilizado para predecir la resistencia a cortante y el efecto tamaño. Esto significa que estos métodos adoptan un enfoque de resistencia de materiales para el fallo por cortante en lugar de un método energético. A juzgar por los resultados de su artículo, parece probable que Dönmez y Bažant hayan utilizado un modelo numérico que no tiene en cuenta adecuadamente el engranamiento de los áridos, por lo que se justifica un debate al respecto.

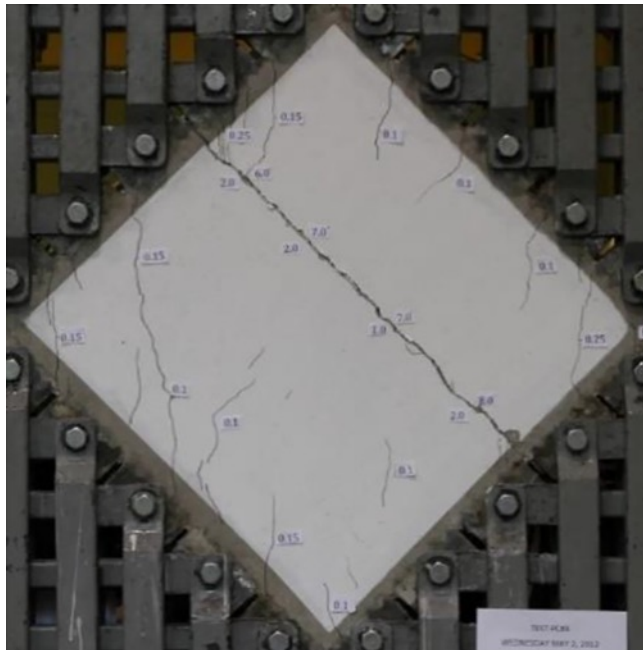
2.

ENGRANAMIENTO DE LOS ÁRIDOS EN VIGAS DE HORMIGÓN ARMADO SIN ESTRIBOS

Cuando los elementos de hormigón armado sin estribos fallan por cortante, lo hacen deslizándose a lo largo de una fisura crítica de cortante [12]. A veces estas fisuras se forman justo antes del fallo y deslizan de inmediato, pero en otras ocasiones, el fallo ocurre a lo largo de una fisura existente que se ha vuelto demasiado ancha como para resistir los esfuerzos de cortante impuestos sobre ella. Con fisuras más anchas, que tienen una capacidad prevista de engranamiento de áridos más baja [13,14], este mecanismo de resistencia de materiales también proporciona una explicación para el efecto tamaño en el cortante.

Calvi *et al.* [15] llevaron a cabo una serie de ensayos en paneles para demostrar la influencia del engranamiento de áridos, y sus observaciones son relevantes aquí. En estos ensayos, se fisuró un panel de hormigón armado de 890 × 890 × 70 mm por tracción pura y después se permitió que la fisura se cerrara elásticamente mientras se retiraba lentamente la carga de tracción. La fisura resultante se puede observar en la figura 1 como una línea relativamente recta, pero la no rectitud de la fisura significa que no son exclusivamente las partículas gruesas de árido las que contribuirán a la resistencia del “engranamiento de áridos”. Nótese que las barras que atraviesan la fisura estaban desadheridas mediante tubos de plástico para que pudieran resistir esfuerzos axiales pero no esfuerzos de corte (pasador). Luego, las muestras se cargaron en cortante puro con el fallo esperado y observado a lo largo de la fisura preexistente. La figura 1 muestra uno de los especímenes típicos y representativos, PC4, bajo una tensión tangencial en la fisura de 3.0 MPa. Con esta carga, el ancho promedio de la fisura fue de 1.74 mm y el deslizamiento de la fisura paralelo a la misma fue de 5.73 mm. La resistencia del hormigón fue de 38 MPa y el tamaño máximo especificado del árido grueso fue de 14 mm. Es importante destacar que en las condiciones mostradas en la figura 1, la superficie de la fisura sola está resistiendo todo el cortante en este ensayo, una fuerza total de 187 kN o una fuerza suficiente para resistir una carga gravitatoria de 19 t: no es insignificante. Esto a pesar de que la fisura tiene un ancho de 1.74 mm, un tamaño claramente no asociado a tensiones cohesivas por puentes de fisura en tracción directa significativas. Para alcanzar esta tensión tangencial la fisura necesitaba un deslizamiento significativo y tenía que empujar hacia arriba y por encima de las partículas de árido

a lo largo de la fisura [13,14]. La tracción que esto generó en el acero desadherido resultó en una tensión de compresión en la fisura de aproximadamente 5.0 MPa. Este ensayo no solo muestra la complejidad asociada al engranamiento de áridos, sino también que se pueden transmitir fuerzas y tensiones no triviales a través de fisuras mucho más anchas de lo que sería aceptable desde una perspectiva de servicio.



LS6
 $v_{cr} = 3.00 \text{ MPa}$
 $s = 5.73 \text{ mm}$

Figura 1. Ensayo de engranamiento de áridos.

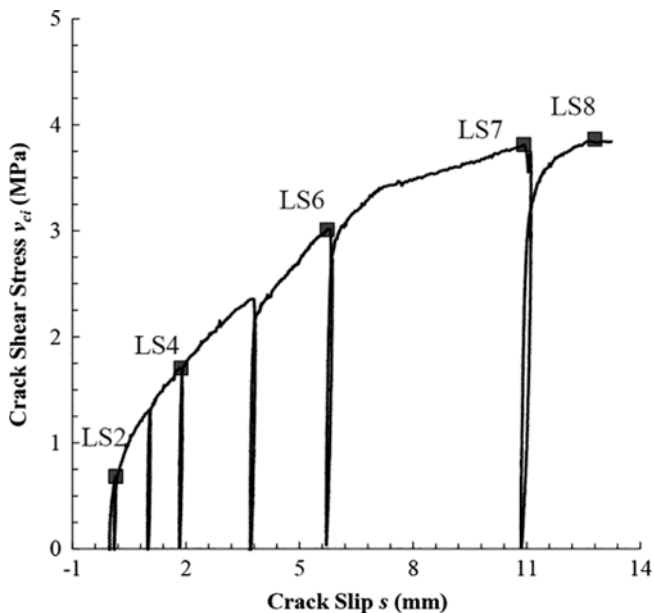


Figura 2. Tensión de corte versus deslizamiento de la fisura.

La figura 2 muestra la relación entre la tensión de corte aplicada y el deslizamiento de la fisura medida para este mismo espécimen. Obsérvense dos cosas. En primer lugar, la forma de la curva de descarga en el gráfico de tensión de corte versus deslizamiento de la fisura muestra una respuesta razona-

blemente rígida. Es decir, a medida que se redujo la tensión de corte en el espécimen, las fisuras no recuperaron el deslizamiento, simplemente dejaron de estar tensionadas; hubo poca recuperación elástica a lo largo de la propia fisura. En segundo lugar, el gráfico no muestra un comportamiento de ablandamiento del material (“softening”), sino más bien de endurecimiento. Es decir, a medida que aumenta el deslizamiento en este ensayo tipo, también aumenta la resistencia a cortante. Como se mencionó anteriormente, ninguna de estas observaciones es consistente con los métodos energéticos que rigen el comportamiento de fallo, aunque aún queda por ver si este tipo de experimento es apropiado para vigas unidireccionales sometidas a cortante en lugar de paneles como los ensayados.

3. MODELIZACIÓN POR ELEMENTOS FINITOS DE UNA VIGA DE GRANDES DIMENSIONES

Si bien los modelos de elementos finitos (FE) no pueden reemplazar el conocimiento obtenido de ensayos cuidadosamente diseñados y bien realizados, el uso de modelos de elementos finitos adecuadamente calibrados y verificados puede ser esclarecedor sobre partes de un ensayo que pueden ser difíciles de medir. Dicho enfoque fue tomado por Dönmez y Bažant para justificar ciertos hallazgos en sus críticas a la CSCT. Sin embargo, la reproducción de la carga de fallo por sí sola no es suficiente para verificar el rendimiento de un modelo o para obtener información fiable sobre el comportamiento de un elemento. Más bien, se necesita una comparación con múltiples datos observados y medidos antes de considerar como fiables los resultados de respuestas no medidas. Idealmente, estas deberían ser demostradas experimentalmente para confirmar formalmente las predicciones del modelo. Dönmez y Bažant analizaron varias vigas que fallaron por cortante para llegar a ciertas conclusiones; una de las vigas parece ser la muestra BN100 de Collins y Kuchma [16], con más detalles del ensayo disponibles en Podgorniak-Stanik [17]. Esta viga se analiza más a fondo en este artículo.

Para determinar si los resultados en las figuras 1 y 2 son representativos de vigas, se realizó un análisis mediante el método de elementos finitos (MEF) en la viga BN100 utilizando el modelo de fractura-plástico de Cervenka y Papanikolaou [18], que está incluido como uno de los modelos de materiales disponibles en el paquete de software comercial ATENA [19]. Se observa que la formulación del modelo MEF no solo es coherente con métodos energéticos, sino que también incluye la importante influencia del engranamiento de áridos, como se muestra experimentalmente en la figura 2, y la relación adherencia-deslizamiento entre la armadura y el hormigón. Para asegurar que la energía de fractura se libere de manera mecánicamente consistente, la formulación constitutiva adopta una banda de fractura con dimensiones consistentes con las observaciones del ensayo. Durante las últimas tres décadas, se ha investigado mucho sobre la fractura del hormigón y este campo ha avanzado considerablemente. Un ejemplo de esto es el desarrollo del modelo de banda de fisura (“crack-band model”). En este enfoque, desarrollado en Bažant [20] y Bažant y Oh [21], el área del proceso de fractura se consi-

dera como una “banda de fisura difusa” y está “justificada por la naturaleza aleatoria de la microestructura”. Estos artículos concluyen que el ancho óptimo de la banda de fisura debe ser del orden de tres a cinco veces el tamaño de las partículas de árido más grandes (d_g), siendo $3d_g$ “el mínimo aceptable para un modelado continuo homogéneo” [21]. Donde se utilicen tamaños de malla más pequeños que la dimensión óptima de la banda de fisura, se necesitará un procedimiento no local [22,23]. Aquí se adopta un procedimiento de promediado no local, como la separación de la deformación elástica local y la deformación de fisuración no local (o plástica) sobre una región de influencia definida [24]. Foster *et al.* [25] demostraron que dicho procedimiento funcionó correctamente en la modelización de vigas pretensadas de hormigón de ultra alta resistencia que fallaban por cortante. Nótese que en los análisis realizados por Dönmez y Bazant, el tamaño de malla de 12.5 mm es solo ligeramente mayor que el tamaño de 10 mm de las partículas de árido más grandes. No está claro cómo se modeló la zona de proceso de fractura.

En este estudio, una mitad de la viga BN100 se modeló en dos dimensiones, como se muestra en las figuras 4-7. La viga tenía 1,000 mm de canto, 300 mm de ancho, una luz de 5.4 m y una longitud total de 6.0 m [16]. Se consideraron dos geometrías de malla utilizando el enfoque de banda de fisura, la primera con un tamaño de rejilla nominal de 30 mm ($3d_g$) (tamaño real de 30.0 mm de ancho por 29.4 mm de alto) y la segunda con 50 mm ($5d_g$). Se utilizó la capacidad de generación automática de ATENA para crear la malla. La resistencia media a compresión del hormigón en probeta cilíndrica se tomó como $f_{cm} = 37,2$ MPa, según se midió en la prueba. La resistencia a tracción se tomó como $f_{ct} = 0.33\sqrt{f_{cm}} = 2.01$ MPa, permitiendo tensiones residuales debido a la retracción restringida, se asumió una energía de fractura de $G_f = 60$ N/m y el módulo elástico del hormigón se tomó como $E_{cm} = 28.9$ GPa, según las recomendaciones de AS 3600-2018 [24]. La armadura de acero se modeló con elementos “truss” de un área $A_s = 2100$ mm² y límite elástico de $f_y = 550$ MPa. La adherencia entre la armadura de acero y el hormigón se modeló utilizando el modelo del FIB Código Modelo 2010 con un perímetro de 283 mm. El modelo de adherencia se desactivó en la línea central para garantizar continuidad a través del límite. En este análisis se siguieron las recomendaciones de este artículo sin ajustes de curvas, excepto las propiedades de los materiales descritos anteriormente; la carga de rotura resultó ser sensible a la energía de fractura supuesta.

Se utilizó un modelo de fisura fija para ambas configuraciones de malla. En los análisis, primero se aplicó el peso propio de la viga como una carga gravitatoria, con una densidad del hormigón de 2,350 kg/m³ y del acero de 8,000 kg/m³. Esto equivale a una carga sobre toda la viga de 41.7 kN (dando la reacción de cada apoyo 20.9 kN). Después, la carga puntual central se aumentó progresivamente hasta el fallo. La solución siguió un procedimiento “arc-length” consistentemente linealizado con tolerancias del 0.1% en la regla de desplazamiento y del 0.001% en el error de energía, hasta un límite de 160 iteraciones.

Los resultados de carga versus desplazamiento se muestran en la figura 3, junto con los resultados experimentales corregidos por el asentamiento del apoyo; las cargas y deformaciones graficadas representan la carga puntual y las deformaciones después del peso propio para toda la viga. Se obser-

va una correlación razonable entre los análisis de elementos finitos y los resultados del ensayo, aunque la carga de fisuración predicha es mayor que la observada. Las cargas aplicadas máximas predichas por el modelo de fisura fija son 365 y 322 kN para las mallas de 30 y 50 mm, respectivamente. El ensayo falló con una carga puntual aplicada de 370 kN. Esto significa que el cortante aplicado por la carga puntual fue de 185 kN, mientras que la fuerza de reacción en el apoyo fue de 206 kN, incluido el peso propio. Collins y Kuchma [16] presentaron la resistencia a cortante como 192 kN utilizando el peso propio en la sección crítica para el cortante, tomada a una distancia de una vez el canto útil de la viga medida desde la cara de la placa de carga.

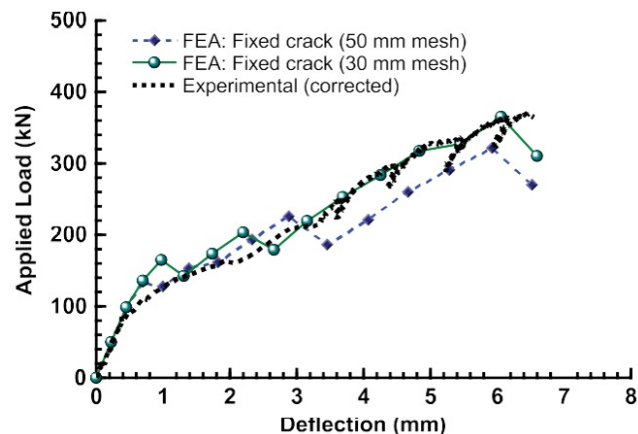


Figura 3. Carga versus desplazamiento en el centro de vano para la viga BN100 (datos experimentales corregidos en función del asentamiento de los apoyos).

En la figura 4 se representan las curvas de tensiones de compresión principales para la carga máxima predicha; las curvas muestran una acción típica de viga unidireccional, sin que se produzca una biela directa entre el punto de carga y el apoyo. Esto no es sorprendente dada la esbeltez de cortante de 2.92. Este resultado difiere de los resultados del análisis de Dönmez y Bazant, pero es consistente con las observaciones del ensayo; si se produjera una biela directa significativa, sería evidente a través de la alineación de las fisuras que demuestran esta biela (véase, por ejemplo, los ensayos de vigas de gran canto de Foster y Gilbert [26], o los ensayos más largos de Mihaylov *et al.* [27]). También se representan en la figura 4 las tensiones en la armadura longitudinal con un máximo de 256 MPa; la deformación medida en la armadura en el ensayo fue de 1,211 microdeformaciones, lo que corresponde a una tensión de 240 MPa. La figura 5 muestra las deformaciones principales de tracción en el pico y poco después, mostrando claramente las ubicaciones predichas de las fisuras y el modo de fallo por cortante.

La figura 6 compara los anchos de fisura predichos por el modelo de elementos finitos en la carga máxima para la malla de 30 mm con las observaciones experimentales de ancho de fisura tomadas al 96% de la carga máxima y los patrones de fisuración observados después del fallo. Se observa que los anchos de fisura son razonablemente uniformes a lo largo de la mayor parte de la fisura de cortante; los anchos máximos de fisura encontrados en los análisis de 0.32 y 0.60 mm para tamaños de elementos de 30 y 50 mm, respectivamente, se

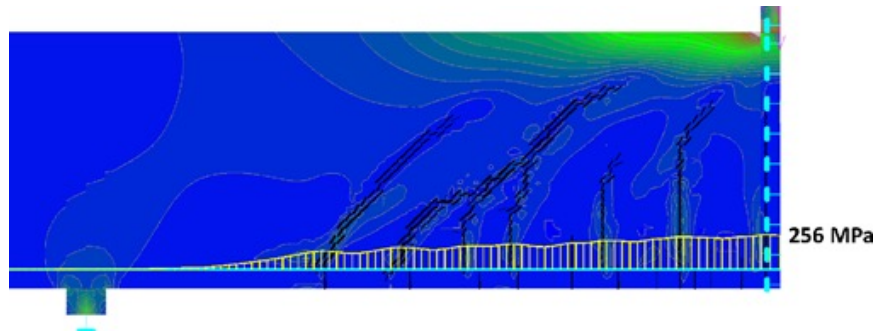


Figura 4. Tensiones principales de compresión en la carga máxima y tensión en la armadura de acero (malla de 30 mm).

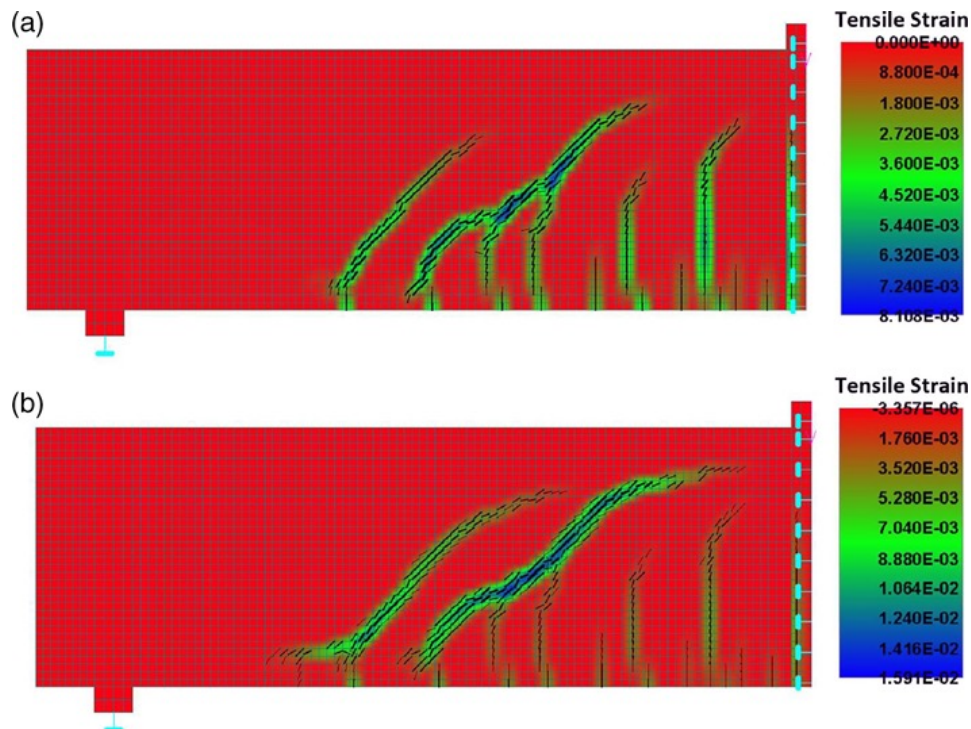


Figura 5. Deformaciones principales de tracción en (a) la carga máxima y (b) el primer paso después de la carga máxima (malla de 30 mm).

comparan favorablemente con las mediciones del ensayo de 0.30 mm. Es importante señalar que Dönmez y Bazant informaron de que su modelo microplanar M7 predijo un ancho de fisura promedio de 1.86 mm, seis veces mayor que el medido en el ensayo.

La base del MCFT, cuando se aplica a elementos sin armadura de cortante, y el CSCT más reciente, es que el cortante se transfiere a través de las fisuras a lo largo del canto del espécimen de acuerdo con las leyes constitutivas que definen la máxima tensión de cortante que puede transferirse a través de una fisura. Tales leyes constitutivas reflejan observaciones de investigaciones de laboratorio detalladas [13-15] donde se muestra que la capacidad de transferencia de cortante es una función de la abertura de fisura. Estos modelos se han incluido con éxito en enfoques de elementos finitos para el análisis de cortante en vigas unidireccionales, como los de Vecchio [28], Dabbagh y Foster [29], y Cervenka y Papanikolaou [18]. Como se requiere por la compatibilidad, donde la armadura longitudinal no plastifica y el deslizamiento en-

tre el hormigón y la armadura de flexión no es significativo, la separación de las caras de la fisura será vertical [30] –con el deslizamiento incluido, esto se convierte en aproximadamente vertical–. Para una separación vertical de las caras de la fisura, es decir, un pequeño aumento en el canto del elemento pero sin cambio en la longitud del mismo, debe ocurrir un deslizamiento relativo entre las caras de la fisura y, si la superficie no es lisa, se produce fricción por el engranamiento entre partículas de árido opuestas (conocido como engranamiento de áridos). Esto se demuestra y cuantifica en experimentos detallados como los de Cavagnis *et al.* [10] y como se describe anteriormente. En el análisis que se está llevando a cabo aquí, el esfuerzo cortante en la carga máxima a lo largo de la fisura crítica de cortante se representa en la figura 7 para la malla de 30 mm con fisura fija. Se observa que la tensión de cortante debido al engranamiento de áridos ocurre a lo largo de la parte diagonal de la trayectoria de la fisura, incluso para este elemento con relativamente gran canto, con un máximo de 1.9 MPa y un promedio de alrededor de 0.8 MPa. Es im-

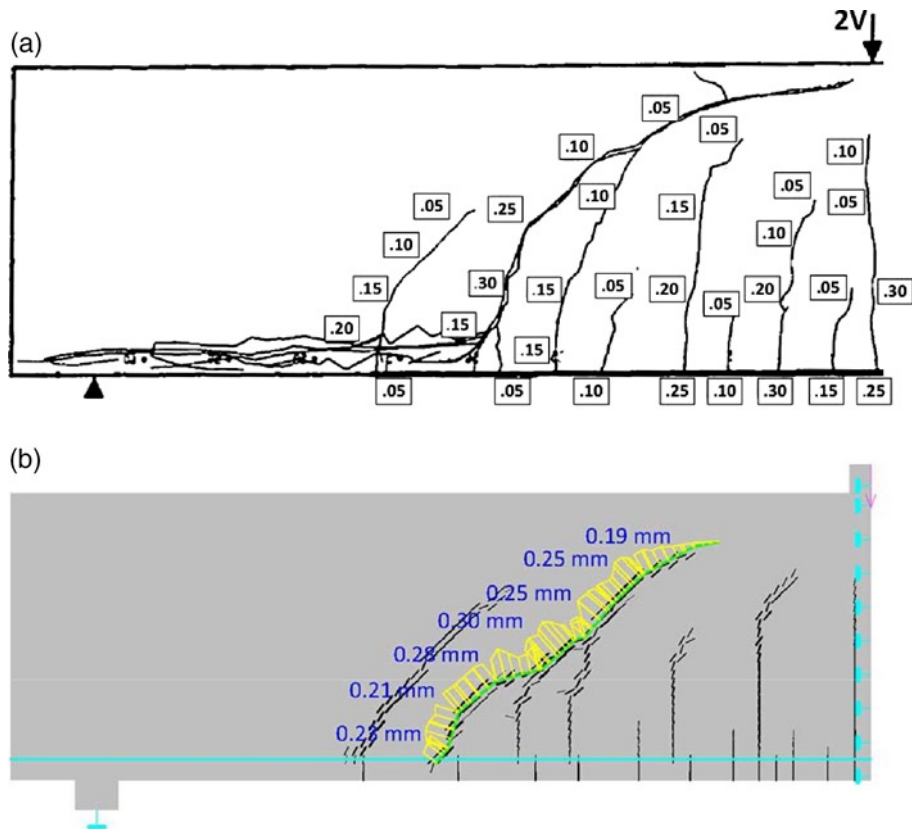


Figura 6. Ancho de la fisura crítica de cortante cerca de la carga máxima (mm): (a) ensayo (ancho de fisuras al 96% de la carga máxima, diagrama de fisuras después del fallo) (b) MEF en la carga máxima (malla de 30 mm).

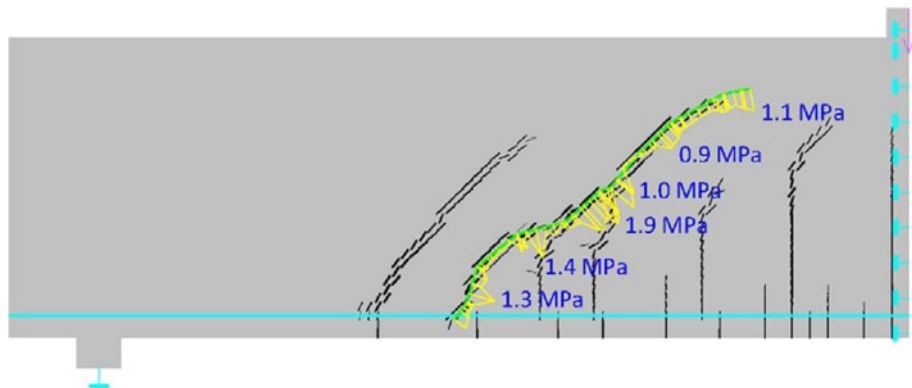


Figura 7. Tensión de cortante predicha a lo largo de la fisura crítica de cortante en la carga máxima (malla de 30 mm).

portante señalar que las suposiciones detrás de la formulación del Código Modelo 2010 sugieren que este esfuerzo debería ser $V_{u,ct}/bwz = 0.77$ MPa, por lo que es una buena correspondencia. La uniformidad relativa y el valor promedio del engranamiento de áridos predicho por este modelo no concuerdan con los obtenidos por Dönmez y Bažant [4]; es evidente que los resultados discordantes provienen de suposiciones de modelado diferentes y que se debe tener cuidado al usar el modelado por elementos finitos al complementar las observaciones experimentales, ya que puede llevar a conclusiones engañosas o poco confiables. Esto destaca algunos de los peligros conocidos de sobreajustar modelos numéricos, como se ha demostrado en varias competencias internacionales de predicción [31-33].

4. CONSECUENCIAS DE SUBESTIMAR EL ENGRANAMIENTO DE LOS ÁRIDOS

Los resultados del análisis por elementos finitos en las figuras 3-7 muestran que se pueden obtener buenos resultados de modelado con modelos que cumplen con la energía y que tienen en cuenta adecuadamente el engranamiento de los áridos. Esto confirma que el tipo de elemento en la figura 1 se puede utilizar para comprender la resistencia al cortante de vigas sin estribos. El texto de Dönmez y Bažant sugiere que ellos creen que el engranamiento de áridos solo (quizás principalmente) puede ser llevado por la componente vectorial paralela a la fisura de las tensiones cohesivas de tracción directas que

atravesan la fisura tras la fisuración. Considérese el modelo mental de la [figura 8](#) que muestra dos piezas de “engranaje” de juguete que podrían juntarse en la dirección de las flechas. Una vez que están en contacto, habría la posibilidad de realizar grandes esfuerzos cortantes paralelos a las piezas sin ningún esfuerzo de tracción directa perpendicular a las piezas. Una vez enganchadas y transmitiendo cortante, la fricción podría permitir resistir un esfuerzo de tracción directa, pero en principio, el ancho y las direcciones de deslizamiento son independientes y pueden involucrar tensiones de manera independiente a través de las combinaciones particulares de ancho de fisura y deslizamiento que ocurren. Reconózcase que el modelo constitutivo utilizado para generar las [figuras 3-7](#) no permitía una tracción directa significativa a través de las fisuras, pero predecía una tensión de engranamiento de áridos significativa. Si las tensiones de engranamiento de áridos se toman solo como componentes de una tensión de tracción directa residual, como parece que asumieron Dönmez y Bažant, se pueden obtener conclusiones poco realistas, como un ancho de fisura promedio predicho que es seis veces demasiado alto y una resistencia al cortante gobernada por una biela diagonal. Esto a pesar de que el modelo había sido calibrado explícitamente para coincidir con el experimento.

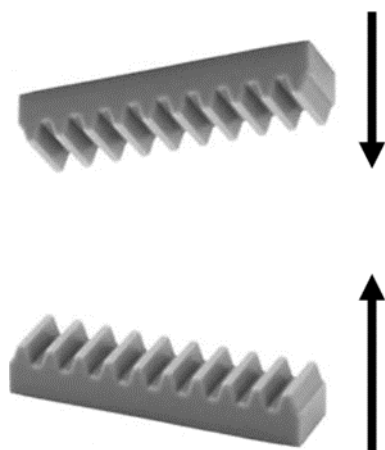


Figura 8. Modelo de la superficie de la fisura.

Recuérdese el conjunto de tres criterios que se mencionaron con respecto a cuándo se esperaría que gobierne un modelo energético global: (a) rigidez durante la descarga, (b) ablandamiento (“softening”) de la deformación y (c) capacidad de localización. Para el primer punto, mientras que el hormigón en compresión y tracción y la armadura tienen claramente rigidez durante la descarga, la fisura crítica de cortante, que lleva la mayoría de la fuerza de cortante, tiene una rigidez durante la descarga relativamente alta. Esto sugeriría que, si la carga disminuye por cualquier motivo, las fisuras tenderían a “bloquearse” y liberar algo de energía, pero menos de lo que podría predecir un modelo numérico mal ajustado. En segundo lugar, para estar regido por métodos energéticos, el comportamiento del material debe mostrar un efecto de ablandamiento de la deformación (o del desplazamiento) donde hay una reducción en la tensión a medida que aumentan las deformaciones. Esto es lo contrario de lo que se muestra en la [figura 2](#), donde un aumento en el deslizamiento se asoció con un aumento de la tensión de engranamiento

de áridos. Finalmente, la condición adicional (c), que la localización de las deformaciones de deslizamiento sea posible, tampoco es cierta para elementos esbeltos sin estribos que fallan a cortante. Desde la cinemática de los fallos por cortante, el deslizamiento debe ocurrir simultáneamente a lo largo de toda la parte diagonal de la fisura para que ocurra el fallo (es decir, el fallo no está localizado solo en una pequeña longitud). A diferencia de lo que ocurre en un elemento de tensión axial fisurado, donde la localización significa que solo una de las muchas fisuras se abre ampliamente, la localización en el cortante implica que en un lugar de la superficie de la fisura crítica, por ejemplo, a mitad del canto, se produciría un gran deslizamiento de fisura mientras que en otra parte de la misma superficie de fisura, por ejemplo, a unos 50 mm de distancia, se produciría un deslizamiento significativamente menor. Dado que la compatibilidad del hormigón junto a la fisura requiere que la mayor parte de la superficie de la fisura se deslice en conjunto, las deformaciones por deslizamiento de la fisura no se localizan globalmente hasta que se excede la capacidad de la porción diagonal de la fisura crítica de cortante tomada en su conjunto. En este punto, se produce la localización y, a falta de un camino alternativo de carga más fuerte, también se produce el fallo.

En general, se puede esperar, y se confirma mediante los análisis por elementos finitos, que las tensiones de engranamiento de áridos, como las mostradas en la [figura 2](#), pueden integrarse a lo largo de toda la superficie de la fisura para obtener una estimación de la fuerza de cortante transmitida a través de la fisura. El deslizamiento de la fisura necesario para lograr esta tensión no puede localizarse, y la tensión que se integra aumenta a medida que aumenta el deslizamiento. Estas son condiciones que pueden ser modeladas adecuadamente mediante un enfoque de resistencia de materiales en lugar de requerir un método energético. Es por esto por lo que las ecuaciones de resistencia a cortante del fib Código Modelo 2010 [7] se basaron en un enfoque de resistencia de materiales en lugar de un método energético como la mecánica de fractura. Para demostrar que, de hecho, los principios de la mecánica de fractura gobiernan el fallo a cortante de elementos sin estribos, será necesario primero demostrar por qué las tres restricciones anteriores no gobiernan el cortante de la manera en que parecen hacerlo experimentalmente.

5. OBSERVACIONES FINALES

En general, este artículo demostró que la manera en que los elementos esbeltos sin estribos fallan a cortante, incluyendo el efecto tamaño, puede ser modelada mediante un enfoque basado en la resistencia de materiales; si se va a utilizar una ley de efecto tamaño energética, entonces toda la energía debe contabilizarse apropiadamente, incluida la modelización realista de la energía debida al deslizamiento relativo de las caras de la fisura (es decir, el engranamiento de áridos). Los modelos numéricos utilizados en el artículo de Dönmez y Bažant predicen un comportamiento contrario al observado y, por lo tanto, no pueden considerarse como pruebas confiables para contradecir la conclusión de que se puede emplear un enfoque basado en la resistencia de materiales.

Desde la perspectiva de los ingenieros practicantes, la verdadera pregunta que debe responderse es cómo de precisas son las predicciones de comportamiento del Código Modelo para, por ejemplo, el cortante unidireccional. Aunque en este documento no se realizó ningún ajuste especial de curvas con los análisis, los modelos de elementos finitos pueden ser calibrados y ajustados a los resultados de ensayos una vez que estos se han llevado a cabo. Dado que los ingenieros no tienen el lujo de conocer el resultado experimental antes de diseñar un elemento, este tipo de calibración es irrealista en la práctica. Una prueba más justa consiste en realizar una predicción a ciegas del comportamiento antes del experimento, como la demostración más desafiante de la calidad de un método de análisis.

En 2015, en la Universidad de Toronto, Collins *et al.* [31] llevaron a cabo un ensayo de cortante en un espécimen de 4.0 metros de canto, de significativamente más canto que cualquier ensayo anterior. Antes del ensayo, se realizó un concurso de predicción con 66 participantes de todo el mundo y sin aceptar predicciones una vez iniciada la carga. La predicción del Código Modelo 2010 dio una estimación de la carga en la máquina en el momento del fallo que estuvo dentro del 3% del valor del ensayo, siendo una de las mejores de cualquier código de la práctica. Esta predicción se hizo utilizando ecuaciones del MCFT que se finalizaron en 2012 y, por lo tanto, fueron predicciones reales para un ensayo de 2015. Esta excelente predicción sugiere que el enfoque utilizado en el desarrollo del Código Modelo 2010 fue apropiado y no representa una preocupación en términos de seguridad. Además, indica que las ecuaciones de cortante del Código Modelo 2010 son suficientes para evaluar la resistencia a cortante de estructuras existentes.

Referencias

- [1] Ritter W. Die bauweise hennebique. Schweizerische Bauzeitung. 1899;33(7):59–61.
- [2] Mörsch E. Concrete-steel construction. New York, NY: Engineering News Publishing Co, 1909 & McGraw-Hill Book Company, New York, 368pp translated from 3rd (1908) German edition. German publication of first edition (1902).
- [3] ACI-ASCE Committee 326. Shear and diagonal tension. ACI Journal, Proceedings. 1962;59:1–30, 277–334 and 352–396 and discussion and closure, pp. 1323–1349.
- [4] Dönmez A, and Bažant ZP. Critique of critical shear crack theory for fib Model Code articles on shear strength and size effect of reinforced concrete beams. Struct Concr. 2019
- [5] Muttoni A, Fernández Ruiz M. Shear strength of members without transverse reinforcement as function of critical shear crack width. ACI Struct J. 2008;105(2):163–172.
- [6] Vecchio FJ, Collins MP. The modified compression field theory for reinforced concrete elements subjected to shear. ACI J, Proc. 1986;83(2):219–231.
- [7] fib Model Code 2010. fib Model Code for concrete structures 2010. Geneva: Ernst & Sohn, 2013.
- [8] Sigrist V, Bentz E, Fernández Ruiz M, Foster S, Muttoni A. Background to the model code 2010 shear provisions – Part I: Beams and slabs. Struct Concr. 2013;14(3):195–203.
- [9] CSA Committee A23.3. Design of concrete structures. Mississauga, ON: Canadian Standards Association, 2014;p. 290.
- [10] AS 3600–2018. Australian standard concrete structures. Sydney, NSW: Standards Australia, 2018 268 pp.
- [11] AASHTO. LRFD bridge design specifications and commentary. 8th ed. Washington, DC: American Association of State Highway and Transportation Officials, 2017 1675 pp.
- [12] Cavagnis F, Fernández-Ruiz M, Muttoni A. An analysis of the shear-transfer actions in reinforced concrete members without transverse reinforcement based on refined experimental measurements. Struct Concr. 2018;19(1):49–64.
- [13] Walraven JC. Aggregate interlock: A theoretical and experimental analysis. Delft, Netherlands: Delft University, 1980;p. 200.
- [14] Walraven JC. Fundamental analysis of aggregate interlock. J Struc Div. 1981;107(11):2245–2270.
- [15] Calvi PM, Bentz EC, Collins MP. Reversed cyclic experiments on shear stress transfer across cracks in reinforced concrete elements. ACI Struct J. 2016;113(5):851–859.
- [16] Collins MP, Kuchma D. How safe are our large, lightly reinforced concrete beams, slabs, and footings? ACI Struct J. 1999;96(4):482–491.
- [17] Podgorniak-Stanik, B.A., The influence of concrete strength, distribution of longitudinal reinforcement, amount of transverse reinforcement and member size on shear strength of reinforced concrete members [MSc thesis]. Ontario: University of Toronto; 1998, 711 pp.
- [18] Cervenka J, Papanikolaou VK. Three dimensional combined fracture–plastic material model for concrete. Int J Plast. 2008;24 (12):2192–2220.
- [19] ATENA, cervenka consulting, 2019 [cited 2019 Jun 9]. Available from: <https://www.cervenka.cz/products/atena/>.
- [20] Bažant, Z.P., Crack Band model for fracture of geomaterials. Proceedings of the Fourth International Conference on Numerical Methods in Geomechanics, Volume III, 1982, May 31–June 4; Edmonton, Alberta, Canada, pp. 1137–1152.
- [21] Bažant ZP, Oh BH. Crack band theory for fracture of concrete. Mater Struct. 1983;16:155–177.
- [22] Bažant ZP, Jirasek M. Nonlocal integral formulations of plasticity and damage: Survey of Progress. J Eng Mech. 2002;128(11): 1119–1149.
- [23] Bažant ZP, Pijaudier-Cabot G. Nonlocal continuum damage, localization instability and convergence. J Appl Mech. 1988;55: 287–293.
- [24] Chong, K.T., Numerical modelling of time-dependent cracking and deformation of reinforced concrete structure [PhD Thesis]. Australia: The University of New South Wales; 2004, 349 pp.
- [25] Foster SJ, Voo YL, Chong KT. Analysis of steel fiber reinforced concrete beams failing in shear: Variable engagement model. In: Lowes L, Filippou F, editors. Finite element analysis of reinforced concrete structures. Farmington Hills MI: ACI, 2006.
- [26] Foster SJ, Gilbert RI. Experimental studies on high strength concrete deep beams. ACI Struct J. 1998;V95(4):382–390.
- [27] Mihaylov BI, Bentz EC, Collins MP. Behavior of large deep beams subjected to monotonic and reversed cyclic shear. ACI Struct J. 2010;107(6):726–734.
- [28] Vecchio FJ. Nonlinear finite element analysis of reinforced concrete membranes. ACI Struct J. 1989;86(1):26–35.
- [29] Dabbagh H, Foster SJ. A smeared – Fixed crack model for FE analysis of RC membranes incorporating aggregate interlock. Adv Struct Eng. 2006;9(1):91–102.
- [30] Nielsen MP. Limit analysis and concrete plasticity. 2nd ed. Boca Raton, FL: CRC Press LLC, 1999;p. 908.
- [31] Collins MP, Bentz E, Quach P, Proestos G. The challenge of predicting the shear strength of very thick slabs. Concr Int. 2015; 37:29–37.
- [32] Collins MP, Vecchio FJ, Mehlhorn G. An international competition to predict the response of reinforced concrete panels. Can J Civ Eng. 1985;12(3):624–644.
- [33] Jaeger T, Marti P. Reinforced concrete slab shear prediction competition: Entries and discussion. ACI Struct J. 2009;106(3):309–318.