

Ejemplos de modelado del comportamiento a flexión de secciones de hormigón con fibras mediante la hipótesis de fisura plana

Examples of Modeling of Flexural Behavior of Fiber-Reinforced Concrete Sections Using the Planar Crack Assumption

Jacinto Ruiz Carmona^a, Juan Rey Rey^a y Gonzalo Ruiz López^b

^a Prof. Asociado. ETS de Arquitectura de Madrid. Universidad Politécnica de Madrid

^b Catedrático de Universidad. ETS de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos. Universidad de Castilla-La Mancha

Recibido el 5 de junio de 2019; aceptado el 12 de marzo de 2020

RESUMEN

Este trabajo presenta un modelo para evaluar el comportamiento a flexión de secciones de hormigón reforzado con fibras (FRC). El comportamiento a tracción del hormigón con fibras se representa mediante un modelo cohesivo, a través de la ley de ablandamiento lineal incluida en el Código Modelo de 2010. Como ecuación de compatibilidad se hace uso de la hipótesis de fisura plana, es decir, se asume que las caras de la fisura permanecen planas durante todo el proceso de fractura. En el trabajo se presentan dos casos prácticos resueltos con el modelo desarrollado, con lo que se pretende mostrar como este tipo de modelos permiten un diseño racional de los elementos fabricados con FRC.

2022 Asociación Española de Ingeniería Estructural (ACHE). Publicado por Cinter Divulgación Técnica S.L. Licencia de uso *Creative Commons* (CC BY-NC-ND 3.0).

PALABRAS CLAVE: Hormigón con fibras; modelo cohesivo; sustitución armadura por fibras.

ABSTRACT

The present article describes a model, based on concepts of Fracture Mechanics, to evaluate the flexural behavior of fiber reinforced concrete (FRC) sections. It is developed by an analytical method that represents tension in concrete by means of the linear softening law included in the Model Code 2010. The method also uses a compatibility equation for the cracked zone based on the planar crack hypothesis, i.e. the assumption that the crack surfaces remain plane throughout the fracture process, in conjunction with the Navier's hypothesis applied only to the non-cracked zone. In this work two applications of the model are presented.

2022 Asociación Española de Ingeniería Estructural (ACHE). Published by Cinter Divulgación Técnica S.L. Creative Commons License (CC BY-NC-ND 3.0).

KEYWORDS: Fiber reinforced concrete; cohesive model; replacement of steel rebars by fibers.

I. INTRODUCCIÓN

El hormigón reforzado con fibras (FRC) es un material compues- to caracterizado por una matriz de cemento y fibras discretas. La matriz está formada por hormigón o mortero. Las fibras pueden estar fabricadas de acero, polímeros, carbono, vidrio o materiales naturales y proporcionan una resistencia residual posterior a la fisuración. Por ello, el FRC puede considerarse dentro del grupo de materiales cuasifrágiles, caracterizado por la presencia de una zona de proceso de daño en el frente de la fisura [1].

Para fines estructurales, la capacidad resistente a flexión de los elementos FRC se basa en la resistencia residual durante el proceso de fisuración, la cual está relacionada con la zona de proceso de daño anteriormente citada. La resistencia residual se define experimentalmente por una ley que relaciona la tensión residual con la apertura de fisura ($\sigma-w$).

En la literatura científica existen numerosos modelos constitutivos propuestos para el diseño de elementos fabricados con FRC, basados en curvas de tensión-deformación ($\sigma-\epsilon$) o en curvas de tensión residual frente a apertura de fisura ($\sigma-w$) [2]. En el caso de las curvas tensión-deformación se utiliza un parámetro de

* Persona de contacto / *Corresponding author*.
Correo-e / email: jacinto.ruiz@upm.es (Jacinto Ruiz Carmona).

longitud (L_i) llamado *ancho de banda* para conectar la apertura de fisura w con la deformación ε , ya que la caracterización de la resistencia residual se realiza midiendo w . El ancho de banda fue introducido por Bažant y Oh [3] para facilitar la formulación de modelos numéricos que reprodujesen los procesos de fisuración. Basándose en este concepto, para transformar los modelos de fractura en modelos continuos, los códigos estructurales introducen una longitud característica estructural (l_{cs}), que se define como un parámetro para convertir curvas tensión-apertura de fisura ($\sigma-w$) en curvas de tensión-deformación ($\sigma-\varepsilon$) [2, 4]. Estos parámetros de longitud introducen la idea de que el FRC es un material continuo, cuando en realidad la propia fisuración introduce discontinuidades. Además, el parámetro l_{cs} introduce una dependencia estructural de la curva tensión-deformación, por lo que esta deja de ser una propiedad únicamente del material.

Con el fin de evitar el uso de parámetros de longitud, como l_{cs} , en este trabajo se presenta un modelo, basado en conceptos de Mecánica de la Fractura, para evaluar el comportamiento a flexión de las secciones de hormigón reforzado con fibras. El modelo se desarrolla mediante un método analítico que representa la tensión en el hormigón mediante la ley tensión residual frente a la apertura de fisura ($\sigma-w$) incluida en el Código Modelo de 2010 [5], con el fin de tener una base normativa para la realización de diseños estructurales. El método también utiliza una ecuación de compatibilidad basada en la hipótesis de fisura plana, es decir, la suposición de que los dos labios de la fisura permanecen planos durante todo el proceso de fractura. Este aspecto se ha comprobado recientemente por medio del estudio del proceso de fisuración con metodologías de correlación de imagen digital [6]. El comportamiento a compresión de FRC se modela a través de una ley elástica lineal ($\sigma-\varepsilon$), junto con la hipótesis de Navier, aplicada solo al ligamento sin fisuras. La apertura de fisura se evalúa a partir del momento aplicado y de la profundidad de la fisura, siguiendo la metodología propuesta en las referencias [7, 8]. En el presente trabajo, aparte de presentar la metodología, se muestran una serie de aplicaciones prácticas que ilustran las capacidades de estos modelos analíticos y como pueden representar una solución alternativa a la aplicación de las teorías clásicas de continuo.

El documento está estructurado de la siguiente manera. La sección 2 describe los modelos constitutivos de los materiales. La sección 3 describe el modelo teórico desarrollado. En la sección 4 se muestran dos ejemplos de aplicación de la metodología expuesta. Finalmente, la sección 5 expone las conclusiones del trabajo.

2. HIPÓTESIS SOBRE LOS MATERIALES

Según el desarrollo del proceso de fractura, el comportamiento del hormigón reforzado con fibras (FRC) se divide en dos casos diferentes. Se considera una hipótesis para la zona no fisurada y otra para la zona fisurada.

2.1. Zona no fisurada

En la zona no fisurada el comportamiento del hormigón se considera como un material elástico lineal, representado por su

módulo elástico. La hipótesis de Navier se utiliza como ecuación de compatibilidad, véase la figura 1.

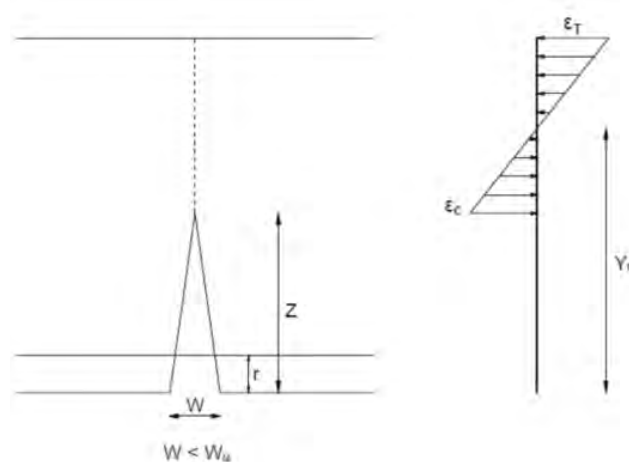


Figura 1. Zona no fisurada.

2.2. Zona fisurada

Basándose en el modelo cohesivo, una ley de tensión residual frente a la apertura de la fisura se define como ecuación constitutiva para representar el comportamiento en fractura del FRC. La ley elegida es la definida en el Código Modelo de 2010 [2], que utiliza un ablandamiento lineal, como se muestra esquemáticamente en la figura 2.

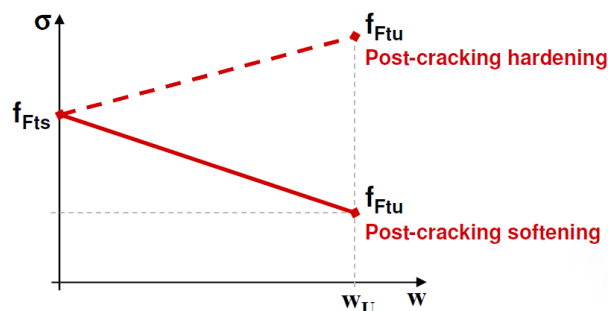


Figura 2. Ley constitutiva apertura de fisura frente a tensión residual.

En la figura 2, f_{Fts} representa la resistencia residual en servicio, definida como la resistencia para las aperturas de fisura en fase de servicio, y f_{Ftu} representa la resistencia residual final, que se corresponde a una apertura de fisura última w_u .

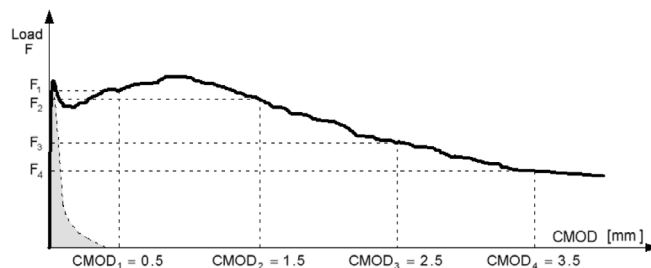


Figura 3. Fuerza aplicada (F) versus apertura de boca de fisura ($CMOD, w_M$) [2].

f_{Fts} y f_{Ftu} se evalúan a partir de las siguientes expresiones:

$$f_{Fts} = 0.45 f_{R1} \quad (1)$$

$$f_{Ftu} = f_{Fts} - \frac{w_u}{CMOD_3} (f_{Fts} - 0.5f_{R3} + 0.2f_{R1}) \quad (2)$$

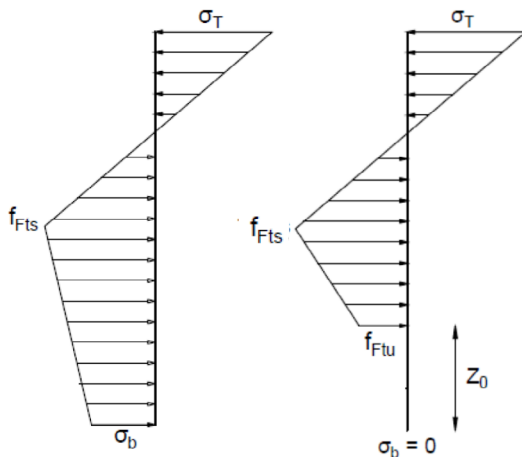
Donde f_{R1} es la resistencia residual que corresponde a una apertura de boca de fisura $w_{M1} = 0,5$ mm y f_{R3} es la de $w_{M3}=2,5$ mm. Estos parámetros se determinan realizando un ensayo a flexión en tres puntos, en una viga entallada, de acuerdo con la norma EN 14651, véase la figura 3. De forma general se adopta el valor de w_{M3} (2,5 mm) para w_u .

$$w = \frac{f_{Fts} - \sigma}{f_{Fts} - f_{Ftu}} w_u \quad (3)$$

La apertura de fisura, w , puede expresarse, a partir de la ley de ablandamiento lineal, como:

$$G_{F,FRC} = \frac{f_{Fts} + f_{Ftu}}{2} w_u \Rightarrow w_u = \frac{2G_{F,FRC}}{f_{Fts} + f_{Ftu}} \quad (4)$$

La hipótesis de fisura plana se utiliza como ecuación de compatibilidad. Dado que la variación de la apertura de fisura es lineal, en el perfil tensional el ablandamiento también es lineal, como se representa en la figura 4.



Case 1 $w_b < w_u$

Case 2 $w_b > w_u$

Figura 4. Perfiles tensionales según la profundidad de la fisura.

3. MODELADO DEL PROCESO DE FISURACIÓN

Se considera una sección rectangular de hormigón. Las diferentes variables geométricas relevantes para el problema se muestran en las figuras 3 y 4. La sección tiene un canto h , y un ancho igual a b . La profundidad de la fisura se representa como z y la profundidad del eje neutro como y_n . Todas estas dimensiones pueden expresarse de forma adimensional dividiéndolas por la profundidad h . Así, definimos $\xi = z/h$ como la profundidad de fisura expresada en una forma adimensional y $\gamma_n = y_n/h$

la profundidad adimensional del eje neutro; estos parámetros tienen un valor entre 0 y 1. La apertura de fisura se adimensionaliza dividiéndola por el ancho de fisura último, $w^* = w/w_u$.

El modelado de la propagación de la fisura se divide en dos casos dependiendo de la apertura de fisura en la parte inferior de la sección. Se considera que la sección está en el caso 1, cuando la apertura de fisura es menor que el ancho de grieta último, $w_b < w_u$, y se considera el caso 2 cuando $w_b > w_u$, véase la figura 4.

En el caso 2, la profundidad para alcanzar la apertura última de fisura se define como z_0 . Esta distancia se puede expresar de forma adimensional como $\xi_0 = z_0/h$.

La tensión en la parte traccionada de la sección se representa como σ_b y en la parte comprimida como σ_t . Estas tensiones se pueden adimensionalizar dividiéndolas por la tensión residual en servicio, f_{Fts} . Así pues, definimos $\sigma_b^* = \sigma_b/f_{Fts}$ y $\sigma_t^* = \sigma_t/f_{Fts}$.

3.1. Caso 1 $w_b < w_u$

El equilibrio de fuerzas en la sección se expresa como:

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow \frac{\sigma_T}{2} (h - y_n) b = \frac{f_{Fts}}{2} (y_n - z) b + \frac{f_{Fts} + \sigma_b}{2} * z b \quad (5)$$

Expresando la ecuación (5) sin dimensiones tenemos que:

$$\sigma_T^* = \frac{y_n + \sigma_b^* \xi}{1 - y_n} \quad (6)$$

La condición de compatibilidad en la zona no fisurada, representada por la hipótesis de Navier se representa como:

$$\frac{\varepsilon_T}{h - y_n} = \frac{\varepsilon_{ct}}{y_n - z} \Rightarrow \frac{\sigma_T}{h - y_n} = \frac{f_{Fts}}{y_n - z} \quad (7)$$

Expresando la ecuación (7) de forma adimensional obtenemos:

$$y_n = \frac{1 + \sigma_T^* \xi}{1 + \sigma_T^*} \quad (8)$$

En la zona fisurada la ecuación de compatibilidad se define como:

$$w_b(M, z) = w_b(\sigma_b) \quad (9)$$

La apertura de fisura, $w_b(M, z)$ puede evaluarse a través de la expresión dada por Tada *et al* [9]. $w_b(\sigma_b)$ se puede definir a partir de la función de ablandamiento, ecuación (3). Así pues, la ecuación (9) se puede expresar como:

$$\frac{24M}{bh^2 E_c} z f(\xi) = \frac{f_{Fts} - \sigma_b}{f_{Fts} - f_{Ftu}} w_u \quad (10)$$

donde $f(\xi)$ es una función de forma que se define como:

$$f(\xi) = 0.76 - 2.28\xi + 3.87\xi^2 - 2.04\xi^3 + \frac{0.66}{(1-\xi)^2} \quad (11)$$

Si definimos la longitud característica del material como:

$$l_{ch,FR} = \frac{E_c G_{F,FR}}{f_{Fts}^2 - f_{Ftu}^2} \quad (12)$$

podemos definir un índice de fragilidad de la sección como:

$$\beta_{H,FR} = \frac{h}{l_{ch,FR}} \quad (13)$$

Este índice de fragilidad se puede considerar como una generalización del índice de fragilidad de Hillerborg [1], para el caso de ablandamiento lineal con un valor de tensión residual no nulo, véase la figura 2. Así pues, ecuación (10) en forma adimensional puede expresarse:

$$\sigma_b^* = 1 - 12M^* \beta_{H,FR} \zeta f(\zeta) \quad (14)$$

Donde M^* es el momento flector adimensional.

$$M^* = \frac{M}{bh^2 f_{Fts}} \quad (15)$$

El momento flector se puede calcular a partir del perfil tensional. En el caso 1 este momento se evalúa a través de la siguiente expresión:

$$M = \frac{1}{3} \sigma_T (h - y_n)^2 b + \frac{1}{3} f_{Fts} (y_n - z)^2 b + \frac{f_{Fts} + \sigma_b}{2} z (y_n - z) \left(\frac{1}{2} \frac{f_{Fts} + \sigma_b}{f_{Fts} + \sigma_b} \right) b \quad (16)$$

Escribiendo la ecuación (16) en forma no dimensional se obtiene:

$$M^* = \frac{1}{3} \sigma_i^* (1 - \gamma_n)^2 + \frac{1}{3} (1 - \zeta)^2 + \frac{1 + \sigma_b^*}{2} \zeta (\gamma_n - \zeta) \left(\frac{2 + \sigma_b^*}{3(1 + \sigma_b^*)} \right) \quad (17)$$

Para evaluar el perfil tensional de la sección, la apertura de fisura y el momento flector para una profundidad dada de fisura, ζ , se plantea un sistema de cuatro ecuaciones, ecuaciones (6), (8), (14) y (17). Las incógnitas son σ_b^* , σ_i^* , γ_n y M^* y el único dato de entrada es $\beta_{H,FR}$. La profundidad de la fisura, ζ , se usa como parámetro de control durante el proceso propagación. Para cada profundidad de fisura solo existe una solución de equilibrio.

La apertura de fisura se puede evaluar a través de la expresión:

$$w_b^* = 12M^* \beta_{H,FR} \zeta f(\zeta) \left(\frac{1}{1 - \alpha} \right) \quad (18)$$

donde α se define como el cociente f_{Ftu}/f_{Fts} .

3.2. Caso 2 $w_b > w_u$

Procedemos de la misma manera que en el caso anterior. El equilibrio de fuerzas en la sección se puede expresar como:

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow \frac{\sigma_T}{2} (h - y_n) b = \frac{f_{Fts}}{2} (y_n - z) b = \frac{f_{Fts}}{2} (y_n - z) b \left(\frac{f_{Fts} + f_{Ftu}}{2} \right) (z - z_0) b \quad (19)$$

Expresando la ecuación (15) sin dimensiones se obtiene:

$$\sigma_i^* = \frac{y_n + \alpha \zeta + \zeta_0 (1 + \alpha)}{1 - \gamma_n} \quad (20)$$

En el caso 2, la ecuación para representar la condición de compatibilidad en la zona no agrietada es la misma que para el caso 1, ecuaciones (7) y (8).

Como se considera que la superficie de la fisura tiene una variación lineal de 0 a w_b , la apertura de fisura para cualquier profundidad se evalúa multiplicando la apertura en la parte inferior, w_b por el término $1 - z/z_0$. Entonces, la condición de compatibilidad en la zona agrietada se puede formular como:

$$w_b = (M, z) \left(1 - \frac{z}{z_0} \right) = w_u \quad (21)$$

Sustituyendo $w_b(M, z)$ por su valor, la ecuación (21) puede escribirse como:

$$\frac{24M}{bh^2 E_c} z f(\zeta) \left(1 - \frac{z}{z_0} \right) = w_u \quad (22)$$

La versión adimensional de la ecuación (22) es:

$$\xi_0 = \zeta \frac{1 - \alpha}{12M^* \beta_{H,FR} f(\zeta)} \quad (23)$$

Finalmente, el momento flector para el caso 2 se evalúa como:

$$M = \frac{1}{3} \sigma_T (h - y_n)^2 b + \frac{1}{3} f_{Fts} (y_n - z)^2 b + f_{Ftu} (z - z_0) \left(y_n - z + \frac{z - z_0}{2} \right) b + \frac{1}{2} (f_{Fts} - f_{Ftu}) (z - z_0) \left(\frac{1}{3} (z - z_0) + (y_n - z) \right) \quad (24)$$

cuya formulación adimensional es:

$$M^* = \frac{1}{3} \sigma_i^* (1 - \gamma_n)^2 + \frac{1}{3} (1 - \zeta)^2 + \alpha (\zeta - \zeta_0) \left(\gamma_n - \frac{1}{2} \left(\frac{\zeta - \zeta_0}{2} \right) \frac{1}{2} (1 - \alpha) (\zeta - \zeta_0) (\gamma_n - \frac{1}{2} (2\zeta - \zeta_0)) \right) \quad (25)$$

4. CASOS PRÁCTICOS

A continuación, mostramos la aplicación del modelo a dos casos prácticos. En la referencia [10] se muestra una detallada exposición de respuesta del modelo y una contrastación experimental.

4.1. Sustitución de armadura por fibras en revestimientos gunitados

El proyecto inicial contemplaba la ejecución de un revestimiento de unas balsas formado por:

1. Colocación de una doble malla electro-soldada sobre los taludes de las balsas con acero corrugado B 500 T de $\phi 6$ mm en cuadrícula 15×15 , según EHE-08 y CTE-SE-A.

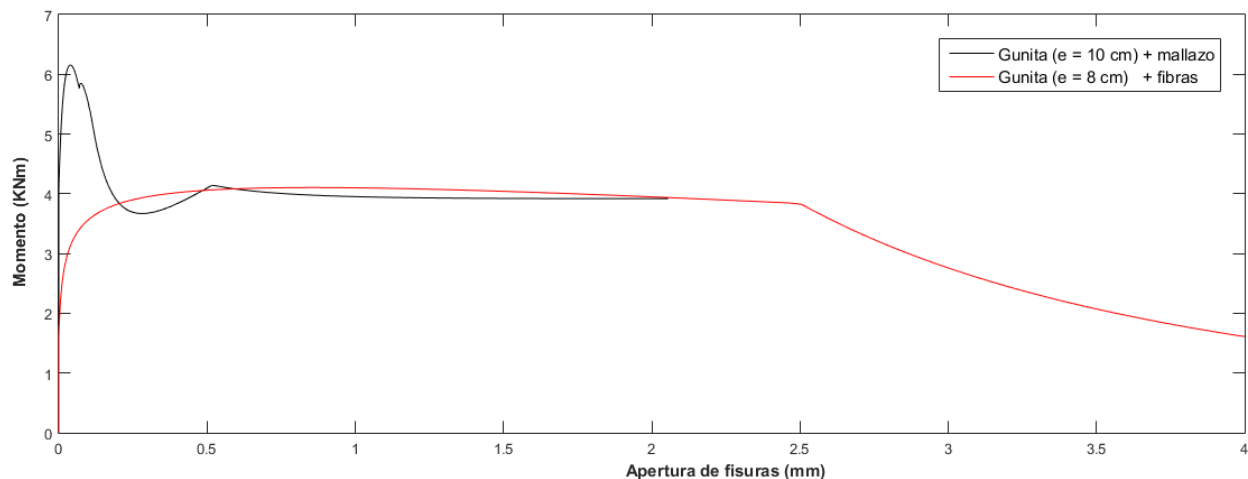


Figura 5. Diagrama momento-apertura de fisura. Comparación entre la solución de proyecto y la solución propuesta con fibras.

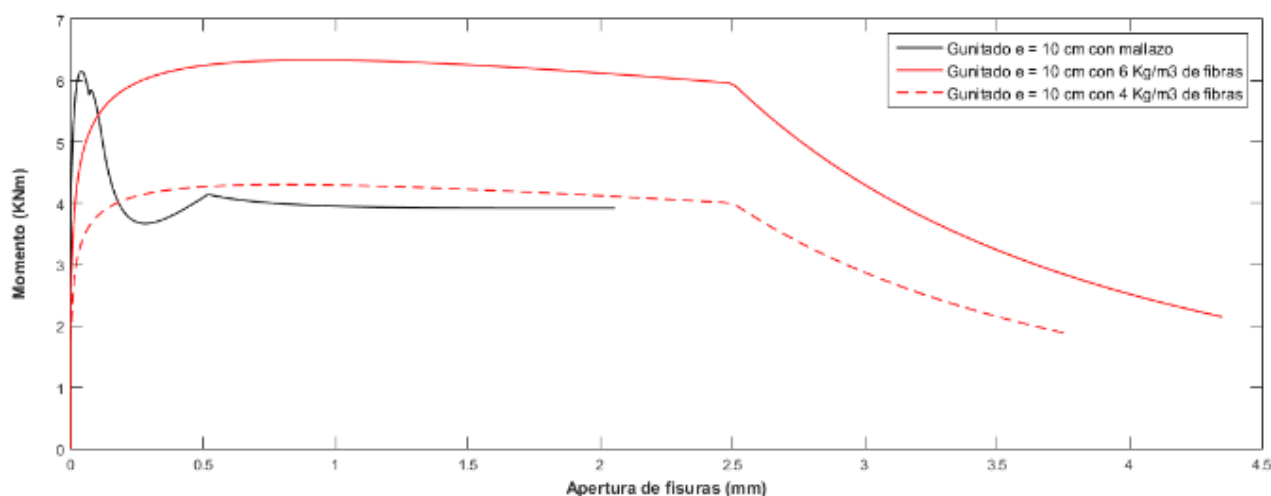


Figura 6. Diagrama Momento-apertura de fisura. Comparación entre solución de proyecto y solución propuesta con fibras. Espesor de gunita constante.

2. Gunitado de 5 + 5 cm de espesor, con H/MP/35, proyectado en taludes. El gunitado se realiza en dos fases.
3. Posteriormente se coloca una manta geotextil y una geomembrana – EPDM de 2 mm de espesor.

Se plantea la sustitución del mallazo por un gunitado con fibras estructurales. En este caso, la fibra utilizada para el cálculo fue FIBRE-CRETE ST900 de la casa FOSROC. Los valores de resistencia residual son indicados por el fabricante de fibras en su ficha técnica con un contenido de fibras de 6 kg/m³. Estos valores son: $f_{R1} = 3.37$ MPa y $f_{R3} = 3.63$ MPa.

En una primera fase se solicitó determinar el espesor de gunitado con fibras con el que se obtenía un comportamiento mecánico igual al de la sección de proyecto.

En la [figura 5](#) mostramos una comparación entre el comportamiento de la sección de hormigón armada propuesta en proyecto y la sección reforzada con fibras de comportamiento equivalente. El eje de abscisas representa la apertura de fisura y el de ordenadas el momento aplicado.

Se observa que en la zona de resistencia residual (tras el pico máximo de carga) la sección armada y la gunitada tienen un comportamiento similar. Así pues, la solución de proyecto

consistente en un gunitado de 5+5 cm y la colocación del doble mallazo podía ser sustituida por un gunitado de 8 cm de espesor con una adición de fibras de polipropileno de 6 kg/m³ de la fibra ST900 de la casa FOSROC ó equivalente. Es destacable que el armado con fibras de polipropileno es más durable debido a que esta fibra no se degrada por oxidación.

Al usar una ley de ablandamiento lineal, el pico debido a la fisuración inicial no es captado por el modelo. Este primer pico depende fundamentalmente de la resistencia a tracción del hormigón, por lo que se puede considerar que, si el hormigón de la matriz es similar al armado, el comportamiento inicial de las secciones de fibra y armado será similar.

Tras la presentación de los resultados, el peticionario fijó que el espesor del gunitado debía ser de 10 cm, sin posibilidad de reducción. La casa FOSROC nos facilitó una serie de ensayos a partir de los que se pudo estimar la resistencia para un contenido de fibras de 4 kg/m³ (con el que se obtenía resistencia residual un 38% menor que con 6 kg/m³). En la [figura 6](#) mostramos una comparación con los resultados del cálculo de la sección de hormigón armado de proyecto, el gunitado de 10 cm de espesor con 6 kg/m³ de fibras y el gunitado 10 cm de espesor con una reducción a 4 kg/m³ en la dosificación de fibras.

Se observa como en la zona de resistencia residual (tras el pico máximo de carga) la sección armada y la gunitada con 4 kg/m³ tienen un comportamiento similar. La sección gunitada con 6 kg/m³ tiene una resistencia netamente superior a la de la sección armada con mallazo.

4.2. Diseño de soleras con fibras con limitaciones de tensiones en servicio.

En un proyecto de unos pavimentos de hormigón para grandes cargas se describen dos tipologías, según uso:

1. Sección de firme para la Zona de Tránsito: 40 cm Hormigón HMF-30, con 50 kg/m³ de fibras de acero Dramix 4D 65/60 BG.
2. Sección de firme para la Zona de Almacenamiento: 30 cm Hormigón HMF-30, con 25 kg/m³ de fibras de acero Dramix 4D 65/60 BG.

El peticionario también indicaba en este caso unos límites de tensiones máximas en la solera en servicio según el uso de las mismas teniendo en cuenta los efectos de fatiga. La metodología empleada para determinar las tensiones de servicio era la seguida por la Guía Técnica "Diseño y Dimensionamiento de Estructuras de Firmes" y el Catálogo Oficial de Secciones de Firmes de 1998, realizado por el SETRA (*Service d'Etudes Techniques des Routes et Autoroutes France*). Los límites marcados fueron:

1. Tensión máxima en servicio en zona de Tránsito de $2.47/0.64 = 3.86$ MPa.
2. Tensión máxima en servicio en zona de Almacenamiento de $2.43/0.73 = 3.32$ MPa.

En primer lugar, se realizó la evaluación del momento resistido por las secciones de proyecto para la apertura de fisura en ELS máxima considerada. Esta apertura de fisura se fijó en un valor de 0.4 mm teniendo en cuenta que no existen armaduras en las soleras. A partir del momento resistente se determina la tensión en la parte inferior mediante la aplicación de la teoría de resistencia de materiales. Esta tensión es comparada con las indicadas por el peticionario.

Para poder evaluar el comportamiento de las secciones de proyecto, se parte de los datos de resistencias residuales del fabricante de fibras metálicas Dramix, Bekaert. Los parámetros de cálculo establecidos pueden verse en la [tabla 1](#).

TABLA 1. Parámetros de cálculo en MPa.

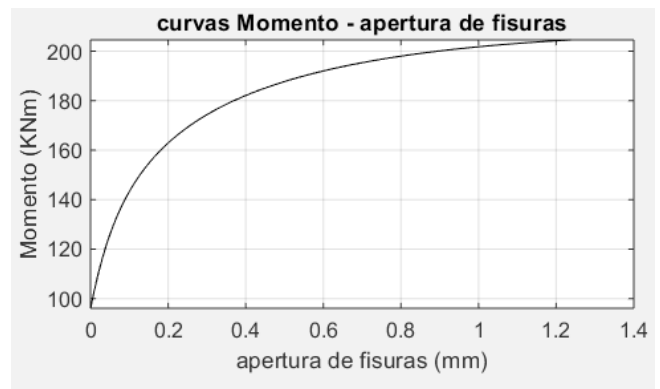
Zona	f _{R1}	f _{R3}	f _{Fts}	f _{Ftu}
Tránsito	8,0	8,8	3,6	2,8
Almacenam.	4,0	4,4	1,8	1,4

Los diagramas momento-apertura de fisura evaluados para cada zona se representan en la [figura 7](#).

TABLA 2. Resultados de cálculo. Solera de proyecto.

Zona	M _{ser} (kNm)	M _{rd} (MPa)	T _{eq ser.} (MPa)	T _{eq rot.} (MPa)
Tránsito	182	205	6,8	7,7
Almacenam.	59	64,0	3,9	4,3

Zona Tránsito



Zona Almacenamiento

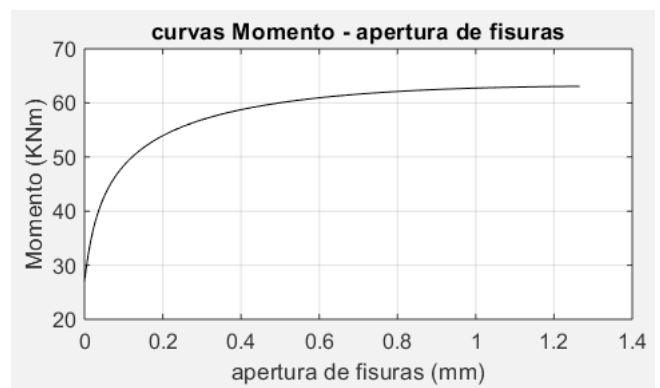


Figura 7. Diagramas momento-apertura de Fisura para las secciones de solera de proyecto.

Con las hipótesis realizadas, se observa que los valores en servicio son netamente superiores a los requeridos, Zona Tránsito $6.8 > 3.8$ MPa y Zona almacenamiento $3.9 > 3.3$ MPa. Por ello se planteó una optimización de las cantidades de fibra, sobre todo en la zona de tránsito dado que no se observó correlación entre las cantidades de fibras y las tensiones de diseño requeridas. En el diseño, el peticionario requirió que se mantuviera el canto de la solera y únicamente se modificara la cantidad de la fibra.

Por cuestiones de durabilidad en el nuevo diseño se consideraron fibras estructurales de polipropileno. En base a los resultados del modelo se realizó un análisis inverso mediante tanteos, con el fin de determinar los valores de resistencia residual f_{R1} y f_{R3} , que permitan obtener unos valores de las tensiones en servicio compatibles con la máxima apertura de fisura permitida. En la siguiente tabla se indican los valores de tensiones residuales obtenidos:

TABLA 3. Tensiones residuales para obtener las tensiones de servicio requeridas, en MPa.

Zona	f _{R1}	f _{R3}	f _{Fts}	f _{Ftu}
Tránsito	4,2	4,58	1,86	1,46
Almacenam.	3,5	3,7	1,57	1,15

Las cantidades de fibra ST900 de la casa FOSROC que se es-

timaron necesarias para conseguir las resistencias residuales de cálculo fueron:

- Zona Tránsito: 7.5 kg/m³
- Zona Almacenamiento: 6.5 kg/m³

Si se hubiera utilizado fibra tipo Dramix 4D Dramix 60/65 HMF, las cantidades de fibra a añadir serían:

- Zona Tránsito: 25 kg/m³
- Zona Almacenamiento: 20 kg/m³

Valores que podemos observar son netamente inferiores a los prescritos en proyecto.

5. CONCLUSIONES

Se presenta un modelo basado en *Mecánica de la Fractura* aplicada al hormigón estructural que permite la evaluación del comportamiento a flexión de secciones de hormigón reforzado con fibras. El modelo aplica la hipótesis de fisura plana como una alternativa a la hipótesis de Navier, ya que esta proporciona una aproximación más realista al comportamiento en fractura del FRC.

En los ejemplos realizados se observa, a través de aplicaciones prácticas, como la metodología y el modelo presentados pueden ofrecer soluciones tecnológicas permitiendo una mayor comprensión del comportamiento de las secciones de hormigón con fibras a flexión y un diseño racional de los elementos fabricados con FRC.

Agradecimientos

Jacinto R. Carmona agradece el apoyo económico brindado por el MICINN a través de la subvención PTQ-15-07633 para

apoyar su actividad de investigación dentro de la empresa Mecanismo Ingeniería. Gonzalo Ruiz agradece al Ministerio de Ciencia, Innovación y Universidades la financiación a través de los proyectos BIA2015-68678-C2-1-R y RTC-2017-6736-3.

Referencias

- [1] Bažant Z.P. and Planas J., 1998. *Fracture and size effect in concrete and other quasibrittle materials*. Boca Raton: CRC Press.
- [2] Blanco, A., Pujadas, P., De la Fuente, A., Calavaro, S., and Aguado, A. 2013. Application of constitutive models in European codes to RC-FRC. *Construction and Building Materials* 40, 246-259.
- [3] Bažant, Z. P., & Oh, B. H. 1983. Crack band theory for fracture of concrete. *Matériaux et Constructions*, 16(3), 155-177. <https://doi.org/10.1007/BF02486267>
- [4] Di Prisco M., Colombo M., Dozio D., 2013. Fiber-reinforced concrete in fib Model Code 2010: Principles, models and test validation, *Structural Concrete*, Vol. 14, No.4.
- [5] Fib Model Code for Concrete Structures 2010 (2012), Final Complete Draft, fib bulletins 65 and 66, March 2012-ISBN 978-2-88394-105-2 and April 2012-ISBN 978-2-88394-106-9.
- [6] Gali, S. and, Subramaniam, K.V.L., 2017. Multi-linear stress-crack separation relationship for steel fiber reinforced concrete: Analytical framework and experimental evaluation, *Theor. Appl. Fract. Mech.* (2017).
- [7] Carmona, J. R. and Ruiz, G., 2014. Bond and size effects on the shear capacity of RC beams without stirrups. *Engineering Structures*, vol. 66, pp. 45-56.
- [8] Carmona, J. R. and Ruiz, G., 2017. Modelo analítico para el análisis de la flexión y la fisuración en secciones de hormigón armado como alternativa al diagrama de pivotes. *Hormigón y Acero*, vol. 68, no. 282, pp. 147-154.
- [9] Tada, H., Paris, P. and Irwin, G., 1973. *The stress analysis of cracks handbook*. Del Research Corporation.
- [10] Carmona, J. R., Rey-Rey Juan, Ruiz, G. and Rodríguez-Madueño J.M, 2019. Planar crack assumption as an alternative to Navier's hypothesis in the modelling of fibre-reinforced concrete sections. *10th International Conference on Fracture Mechanics of Concrete and Concrete Structures*. FraMCoS-X.